

Pensamento algébrico materializado por professores na elaboração coletiva de tarefas de sequências e padrões em um processo formativo remoto

Algebraic thinking materialized by teachers in the collective development of tasks involving sequences and patterns in a remote formative process

El pensamiento algebraico materializado por los profesores en la elaboración colectiva de tareas sobre secuencias y patrones en un proceso formativo remoto

Débora Beatriz Batista dos Santos¹  

Jadilson Ramos de Almeida²  

RESUMO

A pesquisa tem por objetivo uma análise da materialização do pensamento algébrico por professores, a partir da elaboração de tarefas voltadas para sequências e padrões em um processo formativo remoto. Por meio de uma formação, realizada pelo grupo de pesquisa Al-Jabr com apoio da FACEPE (Edital APQ 16/2021), professores e coordenadores, de escolas de EF do estado de Pernambuco, realizaram discussões sobre como trabalhar tarefas específicas nas aulas de álgebra que visam à capacidade dos alunos de pensar algebricamente. A formação teve como base teórica e metodológica a Teoria da Objetivação (TO), voltada para o ensino e aprendizagem não individualista. Assim, tivemos como objetivos analisar como os professores elaboram os comandos da tarefa e se ocorre a presença dos três vetores do pensamento algébrico. Dentre os resultados obtidos, identificamos que os professores foram capazes de elaborar as tarefas e de construir suas análises sobre a ocorrência dos vetores nas tarefas.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico; Teoria da Objetivação; Elaboração de tarefas.

ABSTRACT

The research aims to analyze the materialization of algebraic thinking by teachers through the development of tasks focused on sequences and patterns in a remote training process. Through a training program conducted by the Al-Jabr research group, supported by FACEPE (APQ 16/2021), teachers and coordinators from elementary schools in the state of Pernambuco engaged in discussions on how to work with specific tasks in algebra classes that aim to develop students' ability to think algebraically. The training was based on the theoretical and methodological framework of the Theory of Objectification (TO), which focuses on non-individualistic teaching and learning. Therefore, our objectives were to analyze how teachers design the task commands and whether the three vectors of algebraic thinking are present. Among the results obtained, we identified that the teachers were able to develop the tasks and construct their analyses regarding the occurrence of the vectors in the tasks.

Keywords: Algebraic Thinking; Theory of Objectification; Task Design.

RESUMEN

La investigación tiene como objetivo analizar la materialización del pensamiento algebraico por parte de los docentes a través del desarrollo de tareas enfocadas en secuencias y patrones en un proceso de formación a distancia. A través de un programa de formación realizado por el grupo de investigación Al-Jabr, con el apoyo de FACEPE (APQ 16/2021), docentes y coordinadores de escuelas de educación primaria del estado de Pernambuco participaron en discusiones sobre cómo trabajar con tareas específicas en las clases de álgebra que buscan desarrollar la capacidad de los estudiantes para pensar algebraicamente. La formación se basó en el marco teórico y metodológico de la Teoría de la Objetivación (TO), que se centra en la enseñanza y el aprendizaje no individualista. Por lo tanto, nuestros objetivos fueron analizar cómo los docentes diseñan las instrucciones de las tareas y si están presentes los tres vectores del pensamiento algebraico. Entre los resultados obtenidos, identificamos que los docentes fueron capaces de desarrollar las tareas y construir sus análisis sobre la ocurrencia de los vectores en las tareas.

Palabras clave: Pensamiento Algebraico; Teoría de la Objetivación; Diseño de tareas.

1 Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Professora da Rede de Estado de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Primeira Travessa Oscar Tolentino de Oliveira., 28, Vila Liberdade, Moreno, Pernambuco, Brasil, CEP: 54806-574. E-mail: profdeborabeatriz.mat@gmail.com

2 Doutor em Ensino das Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Professor da UFRPE no Departamento de Educação, Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Pio IX, 249, apartamento 1601, Torre, Recife, Pernambuco, Brazil, CEP: 50710-265. E-mail: jadilson.almeida@ufrpe.br

INTRODUÇÃO

O presente trabalho é um recorte do trabalho de conclusão do curso de licenciatura em matemática desenvolvido pela primeira autora, enquanto bolsista CNPq, na Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE), com a orientação do segundo autor. Tais atividades estão relacionadas a um projeto de pesquisa nomeado por “Conhecimento didático acerca da álgebra: um projeto de formação continuada com professores dos anos iniciais do ensino fundamental à luz da teoria da objetivação” realizado pelo Grupo de Pesquisa Al Jabr, na qual o orientador coordena.

O objetivo trabalhado nas atividades de pesquisa é a análise da materialização do pensamento algébrico por meio de tarefas idealizadas por professores dos anos iniciais do ensino fundamental. As tarefas foram elaboradas num processo formativo remoto, em que os professores participantes trabalharam sequências e padrões por meio da Teoria da Objetivação. A pesquisa tem como justificativa a necessidade de pensar em como professores elaboram tarefas de Matemática voltadas à álgebra, a fim de trabalhar o pensamento algébrico de crianças, tornando-as seres críticos.

Tomada como uma referência essencial para a construção de propostas pedagógicas e currículos educacionais da educação básica brasileira, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) destaca o propósito da unidade temática álgebra: o estímulo ao raciocínio algébrico. Diante disso, é crucial que professores de matemática do ensino básico busquem fomentar o desenvolvimento desse pensamento por meio do uso de metodologias e materiais direcionados à aprendizagem dos estudantes.

Uma forma de descobrir novas metodologias e materiais voltados para o aprendizado dos alunos é a participação em capacitações contínuas destinadas aos docentes. Essas capacitações são de suma importância para os professores devido à introdução e apresentação de novas ideias, teorias, metodologias, materiais, entre outros, com o objetivo de auxiliar os docentes em suas aulas e no processo de ensino-aprendizagem de seus alunos.

Nessa perspectiva, Almeida e Martins (2022) afirmam que acompanhar atualizações, avanços científicos e conhecimentos que permeiam o currículo da educação básica é uma responsabilidade da formação continuada para professores dos anos iniciais. A formação continuada oferece aos docentes acesso a inovações e a teorias educacionais pouco difundidas, que abrem caminhos para novas experiências, como, por exemplo, a criação de atividades que incentivam o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

Pensando em uma capacitação contínua, o Grupo de Pesquisa Al-Jabr idealizou um processo formativo direcionado para docentes e coordenadores que atuam nos anos iniciais do ensino fundamental de escolas distribuídas pelo estado de Pernambuco. A formação teve como fundamento metodológico uma teoria histórico-cultural: a Teoria da Objetivação (TO). A TO é uma teoria desenvolvida pelo Prof. Dr. Luis Radford, da Laurentian University, Canadá. Radford (2021a) propõe em sua teoria um conceito de atividade, denominado Atividade de Ensino-Aprendizagem (AEA), que é estruturada em duas etapas: o planejamento da tarefa (1) e o labor conjunto (2).

A partir disso, temos a ideia de verificar o percurso da elaboração das tarefas com o objetivo de analisar tal materialização do pensamento algébrico pelos professores participantes da formação, baseados nas ideias da TO.

REFERENCIAL TEÓRICO

A Álgebra nos anos iniciais: o que dizem os documentos oficiais?

Apesar de ser tomada como uma ciência voltada para as hipóteses e deduções, a BNCC também denomina a Matemática como algo de fundamental importância para as experimentações investigativas de sua aprendizagem.

A fim de garantir o desenvolvimento da aprendizagem matemática, a base lista oito competências específicas da área voltadas ao Ensino Fundamental. Podemos destacar a competência de número dois que visa “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes”, na qual os alunos devem ser capazes de construir seus próprios argumentos diante dos temas abordados da área matemática.

A competência seis diz que:

Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras 16 linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados) (BRASIL, 2018, p. 267).

Notamos aqui a ideia proposta de que os alunos devem ser capazes de construir diferentes formas de expressar seus pensamentos, ideias, conclusões, a partir do uso de tabelas, gráficos, desenhos, por exemplo. O aluno passa a utilizar meios semióticos para expressar o seu conhecimento, além da linguagem escrita utilizada frequentemente pelos professores e que na grande maioria das vezes é complexa para o entendimento dos alunos.

Além disso, outra competência que destacamos é a oitava que aborda a ideia de que os alunos devem

Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018, p. 267).

Entrando no campo da álgebra, a BNCC destaca a importância de não propor o uso das letras para representar uma regularidade observada em uma sequência durante esta fase de ensino. De fato, os alunos dos anos iniciais ainda não possuem a maturidade da ideia de que tais letras podem representar ou ter um significado das variáveis numéricas e nem mesmo construir uma generalização formal dessa ideia, como uma expressão numérica, por exemplo. Esta fase de aprofundamento da Álgebra é algo voltado para a aprendizagem dos anos finais do Ensino Fundamental, por isso reforçamos a importância da aprendizagem desta unidade temática desde os anos iniciais.

O pensamento algébrico e a formação adequada para professores

A Álgebra é uma das cinco unidades temáticas da BNCC e está num ponto de discussão entre muitos educadores matemáticos de como realizar sua abordagem em sala de aula a fim de resolver as dificuldades de aprendizagem dos alunos. Com foco no ensino fundamental, a álgebra tem por objetivo que os alunos sejam capazes de idealizar e generalizar regularidades e padrões, utilizando de situações cotidianas, por exemplo.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular, a álgebra

Tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2018, p. 270)

Para tal finalidade os próprios alunos devem ser capazes de identificar nas sequências trabalhadas em aula, padrões ou regularidades com a finalidade de desenvolver tal pensamento. A BNCC reforça a importância do ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental destacando algumas dimensões da álgebra como as ideias de regularidade, propriedades da igualdade e generalização de padrões, estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem.

Para a construção de um processo de ensino de álgebra é necessário a preparação dos professores, principalmente nos anos iniciais do ensino fundamental, pois o professor é responsável em promover um ambiente dialógico para seus alunos, propondo atividades bem desenvolvidas e que visam a construção do pensar algebricamente.

Nessa perspectiva, Almeida e Martins (2022) afirmam que acompanhar atualizações aos avanços científicos e saberes que permeiam o currículo da educação básica é um dever da formação continuada para professores dos anos iniciais. A formação continuada possibilita aos professores o acesso a inovações e a teorias educacionais pouco conhecidas, abrindo portas para novas experiências.

No Quadro 1 a seguir, apresentaremos os objetos de conhecimentos e suas respectivas habilidades propostas pela BNCC que se referem à sequências e padrões, que devem ser trabalhados nas aulas de álgebra dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Quadro 1: Objetos de conhecimentos e habilidades sobre sequências e padrões propostos pela BNCC

Ano Escolar	Objetos de conhecimento	Habilidades
1º ano	Padrões figurais e numéricos: investigação de regularidades ou padrões em sequências.	(EF01MA09) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações por figuras, por meio de atributos, tais como cor, forma e medida.
	Sequências recursivas: observação de regras usadas utilizadas em séries numéricas (mais 1, mais 2, menos 1, menos 2, por exemplo)	(EF01MA10) Descrever, após o reconhecimento e a explicitação de um padrão (ou regularidade), os elementos ausentes em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras

2º ano	Construção de sequências repetitivas e de sequências recursivas.	(EF02MA09) Construir sequências de números naturais em ordem crescente ou decrescente a partir de um número 18 qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida.
	Identificação de regularidade de sequências e determinação de elementos ausentes na sequência.	(EF02MA10) Descrever um padrão (ou regularidade) de sequências repetitivas e de sequências recursivas, por meio de palavras, símbolos ou desenhos. (EF02MA11) Descrever os elementos ausentes em sequências repetitivas e em sequências recursivas de números naturais, objetos ou figuras.
3º ano	Identificação e descrição de regularidades em sequências numéricas recursivas	(EF03MA10) Identificar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou subtrações sucessivas, por um mesmo número, descrever uma regra de formação da sequência e determinar elementos faltantes ou seguintes.
4º ano	Sequência numérica recursiva formada por múltiplos de um número natural.	(EF04MA11) Identificar regularidades em sequências numéricas compostas por múltiplos de um número natural.
	Sequência numérica recursiva formada por números que deixam o mesmo resto ao ser divididos por um mesmo número natural diferente de zero.	(EF04MA12) Reconhecer, por meio de investigações, que há grupos de números naturais para os quais as divisões por um determinado número resultam em restos iguais, identificando regularidades.

Fonte: Retirado de BRASIL, 2018, p. 278-291.

Além das competências propostas pela BNCC, trazemos ainda o que os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco sobre o ensino de sequências do 1º ao 5º ano, apresentados no quadro 2, a seguir

Quadro 2: Objetivos de aprendizagem pelos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco voltados a sequências e padrões

Ano escolar	Objetivo(s) de aprendizagem
1º ano	<ul style="list-style-type: none"> Compreender a noção de regularidade, a partir da construção de uma sequência numérica até 30, em ordem crescente ou decrescente. Compreender a noção de regularidade a partir da ordenação de números até 30, reconhecendo qual vem antes ou depois na sequência. Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no final da sequência.
2º ano	<ul style="list-style-type: none"> Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.
3º ano	<ul style="list-style-type: none"> Completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.
4º ano	<ul style="list-style-type: none"> Reconhecer o padrão que está associado à multiplicação de um número por 10 ou por 100 (perceber que todo número multiplicado por 10 termina em zero e que multiplicado por 100 termina em dois zeros). Descrever e completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes no meio ou no final da sequência.
5º ano	<ul style="list-style-type: none"> Descrever e completar uma sequência (numérica ou de figuras) com elementos ausentes (no início, no meio ou no fim da sequência).

Fonte: Retirado e adaptado de PERNAMBUCO (2013)

O QUE DIZ A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

A Teoria da Objetivação (TO), elaborada pelo professor Luis Radford (Laurentian University, Canada), é uma teoria de cunho histórico-cultural voltada para o ensino e aprendizagem não individualista, que tomou como base algumas concepções como as freirianas, vygotskianas, marxistas, neohegeliana (RADFORD, 2021a).

A TO visa a teorização da aprendizagem que é dada como um processo que envolve os *saberes culturais* e o *dever* dos indivíduos. Ou seja, a TO traz o relacionar do *saber* e do *ser* dos indivíduos. Tais saberes são produzidos coletivamente pelos indivíduos (RADFORD, 2021a) e mudam de acordo com o tempo ou a cultura em que estão inseridos. Da materialização do saber surge o conhecimento e essa materialização é concebida pela *atividade*. Ou seja, o saber e o conhecimento estão ligados à atividade. Para a TO a atividade é um destaque, aquilo que dá vida ao saber.

Radford propõe uma nova atividade baseada na TO: Atividade de Ensino Aprendizagem (AEA). Tal atividade tem por estrutura dois momentos: o planejamento de tarefa (1) e o labor conjunto (2). A AEA traz a ideia de que tanto o professor quanto os alunos devem trabalhar em conjunto, na qual o intuito é que o *saber* seja materializado. Assim, o esforço pela busca dessa materialização do saber em conjunto resulta no conhecimento para os alunos.

O primeiro momento da AEA é definido pelo planejamento do professor. A estrutura de planejamento de uma AEA é seguida por: objeto, objetivo, tarefa. O professor planeja uma atividade de ensino aprendizagem tomando um objeto de saber e um objetivo. O professor precisa estar consciente de que é necessário definir metas ao preparar uma tarefa específica onde o conhecimento é explorado, propondo desafios que componham essa tarefa e que ajudem no aprendizado dos estudantes. Neste caso, a AEA analisada neste trabalho foi elaborada coletivamente por professores, tendo como objeto o pensamento algébrico e sequências e padrões, voltada para estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental.

O *labor conjunto* é o segundo eixo da atividade de ensino aprendizagem, caracterizado como a vivência na sala de aula de uma AEA. Neste momento ocorre a construção das relações professor-aluno e aluno-aluno, e é a partir dessas relações que ocorre a aprendizagem. Os alunos passam a refletir e debater suas ideias, construindo uma relação de ensino-aprendizagem, tornando-se seres reflexivos e críticos.

Radford (2021b) diz que “a característica do pensamento algébrico não se encontra apenas na natureza da grandeza (ou seja, na natureza do objeto sobre o qual se raciocina), mas também no tipo de raciocínio que é feito com grandezas”. Assim, Radford aponta que há três condições que caracterizam o pensamento algébrico na perspectiva da TO: *Indeterminações de grandeza, Representação semiótica e Analiticidade*.

No Quadro 3, a seguir, podemos ver os elementos característicos de cada pensamento.

Quadro 3: Síntese-Vetores do pensamento algébrico segundo Radford- 2010

Pensamento Algébrico	<ul style="list-style-type: none"> • Analiticidade • Representação Semiótica • Indeterminação
Pensamento Aritmético	<ul style="list-style-type: none"> • Representação Semiótica • Indeterminação

Fonte: Retirado de Gomes (2020, p. 85)

As *indeterminações de grandeza* são denominadas por objetos de raciocínio. São voltadas as grandezas indeterminadas ou desconhecidas na qual devem ser raciocinadas. Assim, o problema a se raciocinar pode ser abordado por incógnitas, parâmetros e variáveis.

Partindo para a simbolização dos objetos, a segunda condição intitulada por *denotação (ou representação semiótica)*, visa a nomeação ou simbolização das grandezas do problema. Ou seja, as indeterminações necessitam ser simbolizadas utilizando-se de símbolos alfanuméricos ou por outros meios como linguagem natural, gestos, símbolos não convencionais ou a junção de todos.

Por fim, Radford (2021b) aborda sobre a *Analiticidade*, ou seja, o raciocínio. O raciocínio do aluno inclui as grandezas determinadas e não determinadas no pensamento algébrico. A *Analiticidade* é a característica principal do pensamento algébrico e é o que difere o pensamento aritmético do algébrico. Dois vetores caracterizam a analiticidade: (1) tomar o desconhecido como algo que é conhecido e (2) a dedução.

METODOLOGIA

A pesquisa foi realizada a partir de um projeto de formação continuada voltada para professores e coordenadores dos anos iniciais do ensino fundamental que atuam em escolas do estado de Pernambuco. O Grupo de Pesquisa Al-Jabr, tomando como base a TO, idealizou e organizou a formação continuada no formato remoto, realizada em 2022 que teve o apoio da FACEPE (Edital APQ 16/2021).

A formação foi realizada em formato on-line, organizada em momentos síncronos e assíncronos, contando com a participação inicial de cerca de 30 participantes que foram adicionados a um grupo de conversas em um aplicativo de mensagens juntamente com os formadores. Os participantes foram divididos em grupos menores que contavam com a participação de um ou dois formadores. Referimos a esses grupos pelo nome de pequeno grupo (PG).

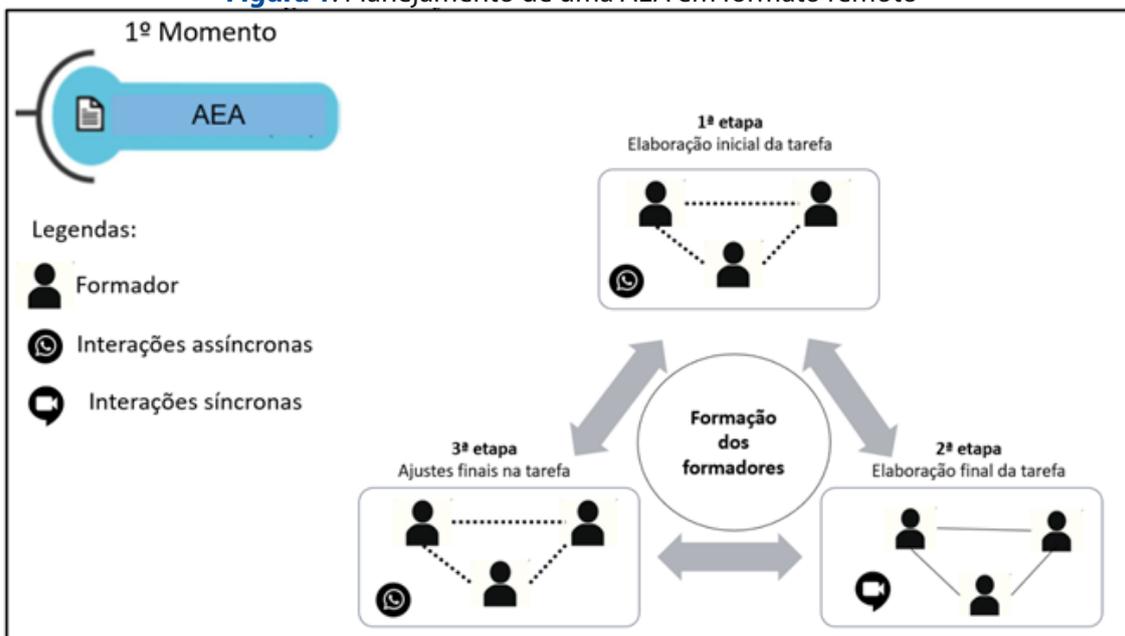
Oito textos para leitura foram os materiais de apoio da formação e que serviram como base para as discussões e reflexões em cada encontro. Tais materiais traziam uma proposta de atividade a ser realizada pelo PG.

Como a base teórico-metodológica da formação é a TO, a sua estrutura se deu a partir de um projeto didático da formação (PDF) referenciando dois momentos formativos: o planejamento da AEA e a implementação dessa AEA. O PDF trabalhou o eixo dos *saberes* e

o eixo da (co)produção do ser. A formação do eixo dos *saberes* se deu a partir da álgebra e seu ensinamento nos anos iniciais do ensino fundamental, enquanto a co(produção) do *ser* foi voltada para a formação de professores a fim de que se tornem seres críticos, reflexivos e não alienantes.

Ocorreram 3 etapas para o planejamento da AEA, em que os formadores participaram de forma colaborativa e coletiva, como mostra a Figura 1, a seguir.

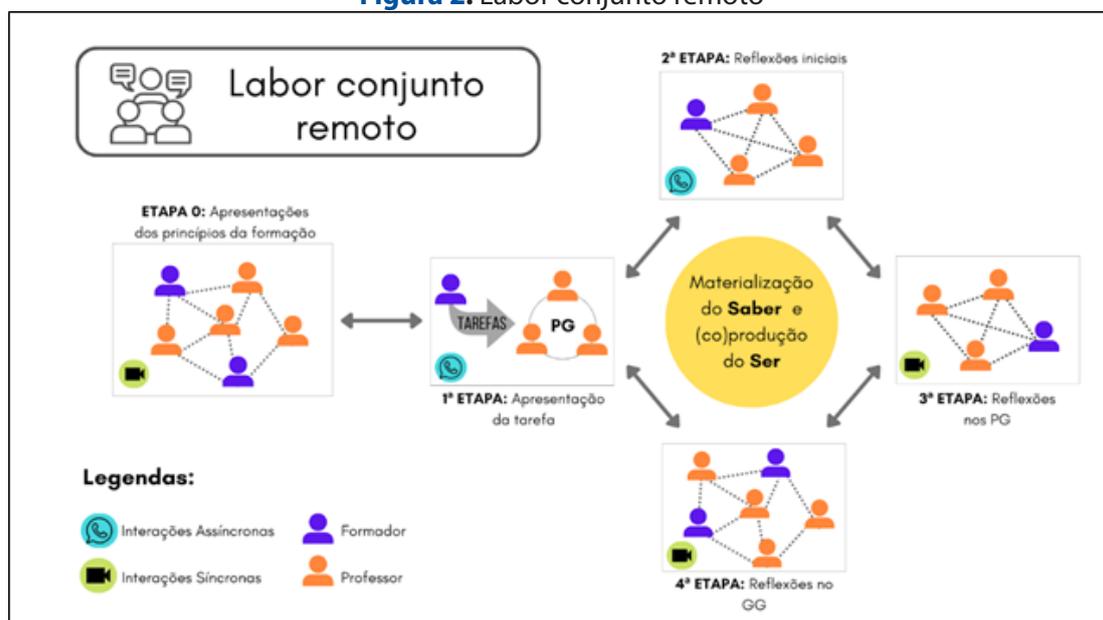
Figura 1: Planejamento de uma AEA em formato remoto



Fonte: Almeida e Martins (2022, p. 117)

A vivência da AEA, nomeada por Radford como Labor Conjunto, é iniciada a partir do seu planejamento. Tal vivência foi adaptada pelos organizadores da formação, seguindo as ideias da TO, tomando a materialização do *saber* e (co)produção do *ser* como o centro da vivência da AEA.

Figura 2: Labor conjunto remoto



Fonte: Adaptado de Almeida e Martins (2022, p. 119)

Os encontros foram realizados por meio de videochamadas que eram realizadas durante os dias da semana e aos sábados os pequenos grupos compartilhavam suas ideias com o grande grupo. Nesta pesquisa, voltamos o olhar a um PG e a seu sexto encontro, marcado pela elaboração de duas tarefas voltadas a sequências e padrões. Os professores, a partir da escolha de duas imagens, elaboraram tarefas tomando quatro etapas e suas respectivas justificativas: definir o ano escolar e qual habilidade da BNCC é trabalhada; elaboração de comandos para a atividade; possíveis respostas dos alunos e qual a generalização é desenvolvida por meio da tarefa elaborada.

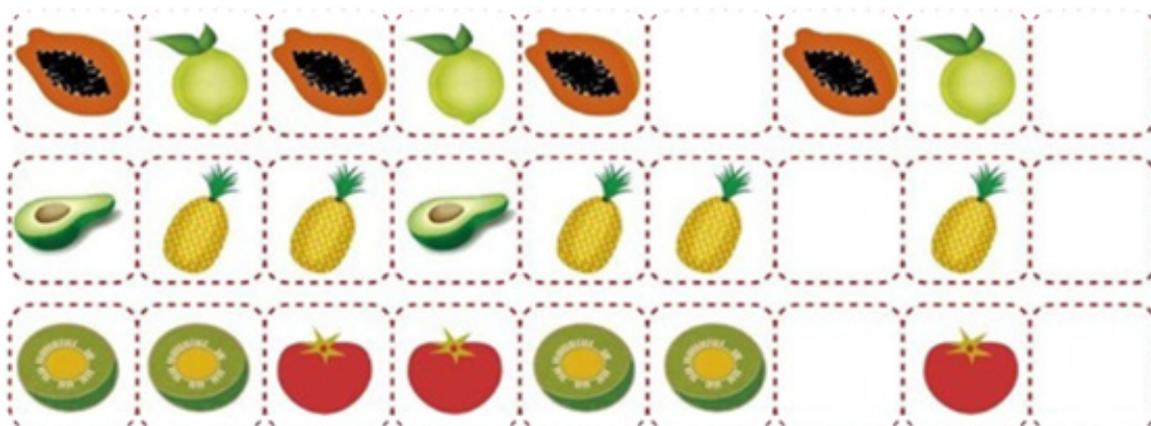
Além disso, a elaboração de tarefas deveria ser voltada a uma imagem que trabalhasse um padrão de repetição e outra um padrão de crescimento. Tais imagens foram disponibilizadas no texto de apoio e todas traziam figuras representando uma sequência e seu padrão.

ANÁLISE E RESULTADOS

Os resultados aqui apresentados surgiram a partir da análise do sexto encontro de um PG. Tal encontro foi realizado por meio de uma videochamada, gravada pela formadora do PG em que as falas de todos os participantes foram analisadas. Ressaltamos que todos os nomes dos participantes citados neste trabalho são nomes fictícios para assim preservar a identidade de todos. Além disso, ressaltamos ainda que alguns participantes não tiveram uma fala pertinente nas discussões, em que apenas concordavam com as ideias respondendo de forma direta ou por meio do chat.

A primeira tarefa elaborada foi voltada a uma imagem que retratava um padrão de repetição que se utilizava de frutas como representação, como mostra a figura 3, a seguir.

Figura 3: Imagem escolhida pelo PG com padrão de repetição



Fonte: Imagem retirada do material de apoio da formação

As participantes decidiram, de forma coletiva, que a tarefa elaborada é voltada para o 2º ano. Partindo para os comandos podemos observar uma discussão das participantes referentes de como explorar a imagem:

Encontro 6

Momento [32:00] Ana: *Poderia ser bem simples: "Observe cada sequência de figura (são três) e desenhe nos espaços vazios as frutas que estão faltando". [...] Dependendo do comando, o aluno pode se perder e o enunciado é muito importante.*

Momento [33:04] Joana: *Nesse comando que Ana falou eu acho que está adequado. "Observe a sequência de cada figura e desenhe o elemento seguinte" ou "Qual seria o próximo elemento?". [...] Ou "complete com o elemento que está faltando ou ausente".*

Momento [34:10] Maria (formadora): *Mas vamos explorar apenas isso? Vamos pensar em outros problemas. Como podemos problematizar essa situação? Podemos usar o desenhar, podemos dispor algumas figuras das frutas que estão aí. Podemos pedir qual é o décimo ou décimo primeiro termo. (SANTOS, 2023, p. 35-36).*

Nestas falas podemos identificar a preocupação das participantes em elaborar comandos que sejam claros para a interpretação dos alunos. Dentre as ideias de comandos está a maneira que o aluno se expressará na resolução da tarefa. As participantes discutem a ideia de utilizar o desenho como forma de completar a sequência proposta.

Presenciamos nesta discussão uma característica tanto do pensamento algébrico quanto do aritmético: a expressão semiótica (RADFORD, 2021b). As professoras mostram a preocupação sobre a forma ou meio semiótico a ser utilizado pelos alunos para representar a figura ainda desconhecida. Os recursos semióticos empregados fazem parte do processo de objetivação, em que os signos possuem uma importância. Importância essa que a TO defende, em que o pensamento possui diferentes formas de representação (RADFORD, 2021b).

O primeiro comando desta tarefa é dado por "Qual seria a próxima figura da sequência? E como você sabe disso?". Observamos a ideia de questionar o que o aluno pensa sobre qual o próximo termo da sequência e de como ele pode explicar sobre como chegou em tal respostas. Os argumentos podem ser ditos, por exemplo, por desenho ou até mesmo por meio da fala. Ou seja, observamos que a tarefa trabalha a expressão semiótica na qual o aluno pode representar o desconhecido, indicando a denotação.

Partindo para as possíveis respostas dos alunos, a professora Ana afirma que os alunos de 2º ano devem possuir uma facilidade em completar a primeira sequência pois seria algo já trabalhado em anos anteriores. O aluno perceberia de forma imediata o padrão mamão-limão-mamão-limão e que o pensamento algébrico não seria trabalhado nesta sequência. De fato, o aluno apenas percebe um padrão que é repetido, em que ocorre a alternância de dois termos. Não ocorre uma dedução por parte do aluno, ocorre tudo de forma a repetir os termos conhecidos. Observamos a falta da presença da analiticidade nesta fala da professora. Desse modo, Radford (2021b) denota esse raciocínio seguido por não dedutivo, em que esta forma de pensar e resolver um problema é aritmética e não algébrica.

Veremos agora o que as professoras discutiram e qual conclusão obtiveram sobre o tipo de generalização trabalhada na tarefa:

Encontro 6

Momento [1:01:29] Maria: *E agora, qual é o tipo de generalização? A algébrica ou a aritmética?*

Momento [1:01:50] Ana: *(A participante fala em tom de dúvida). Eu coloquei aritmética.*

Momento [1:01:52] Maria: *Por que Ana?*

Momento [1:01:55] Ana: *Eu acho que me apeguei muito a fala que pra estar no pensamento algébrico, para desenvolver o pensamento algébrico, o aluno tem que ter a capacidade de reconhecer o padrão e generalizar. Eu posso descobrir um termo posterior ou posso descobrir um termo que está a cem posições a frente, que está distante. Se eu generalizar qual é o padrão com essa regra e me levar a esse resultado. E nessa atividade a gente não vê isso. A gente vê que ele (aluno) simplesmente vai de mamão-limão-mamão-limão ou no caso do abacate, ele percebe um-dois-um-dois. Ele não precisa fazer grandes abstrações. [...] Mas ao meu ver, embora ele (aluno) perceba um padrão de repetição a generalização é aritmética. (SANTOS, 2023, p. 36-37).*

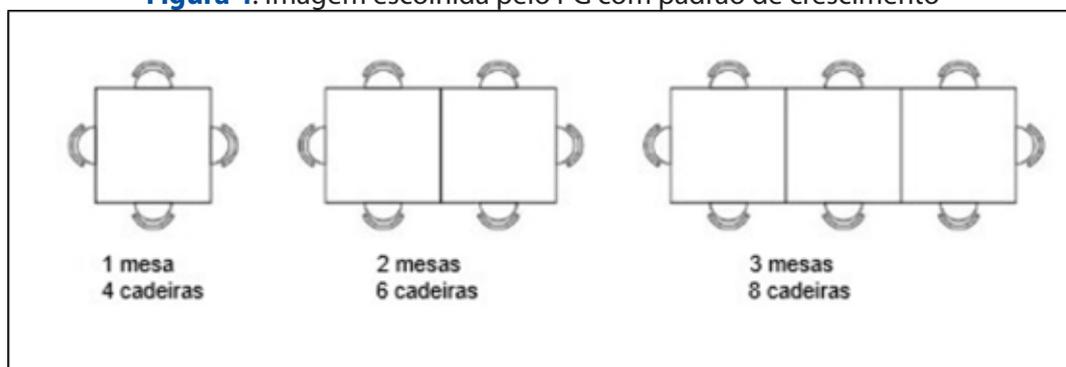
A professora é clara em suas ideias sobre o tipo de generalização da tarefa. Ela observa que o aluno não pode encontrar qualquer posição de algum elemento distante das sequências propostas sem elaborar uma generalização algébrica. O aluno apenas observará a repetição que ocorre, porém não terá a capacidade de reconhecer o padrão ao ponto de generalizá-lo.

A fala da professora Ana caracteriza a falta de analiticidade na tarefa. Ou seja, são trabalhados elementos caracterizadores do pensamento algébrico, mas tais elementos também caracterizam o pensamento aritmético. O aluno utiliza apenas a intuição, sem qualquer argumentação lógica que seja capaz de construir uma generalização algébrica que sirva para construção de qualquer outra sequência. Não é utilizado um processo dedutivo já que a tarefa se baseia num pensamento aritmético.

As participantes chegaram à conclusão coletiva de que a generalização trabalhada na tarefa que elaboraram é aritmética, visto que não há a presença de todos os três elementos caracterizadores necessários para materialização do pensamento algébrico. Nesta tarefa, os procedimentos adotados pelos alunos não visam uma dedução. Assim, não há a dedução de uma expressão direta, ou seja, uma fórmula que permita calcular qualquer termo da sequência (RADFORD, 2013).

Partimos agora para a segunda tarefa elaborada pelo PG voltada a um padrão de crescimento.

Figura 4: Imagem escolhida pelo PG com padrão de crescimento



Fonte: Imagem retirada do material de apoio da formação

A tarefa elaborada foi voltada para o 5º ano e teve os seguintes comandos:

Encontro 6

Momento [1:28:53] Ana: *O comando seria: "Um restaurante possui 16 mesas e precisam ser organizadas de forma que fiquem juntas em uma mesa comprida". É uma problematização que podemos arrumar. Continua: "Sabendo que uma mesa tem 4 cadeiras e se unirmos duas mesas teremos 6 cadeiras ao seu redor, se unirmos três mesas teremos 8 cadeiras. Unindo as dezesseis mesas, quantas cadeiras conseguimos colocar ao redor da mesa?." (SANTOS, 2023, p. 38).*

A partir da questão formulada, as professoras partiram para as possíveis respostas que os alunos podem obter. Vejamos a discussão sobre esta etapa:

Encontro 6

Momento [1:30:18] Ana: *E as sugestões de que o aluno poderia pensar; uma maneira de como ele pode pensar pra responder: "O aluno poderá construir uma tabela relacionando a quantidade de mesas com o número de cadeiras, observando a sequências dos números até chegar na sequência do desafio". Se ele fizer uma tabela e colocar 1 mesa = 4 cadeiras, 2 mesas = 6 cadeiras,..., ele vai conseguir abstrair o que acontece que a cada mesa a gente acrescenta duas cadeiras. Outra forma: Ele também poderá resolver desenhar as dezesseis mesas e as cadeiras correspondentes, pois como ele não tem essa habilidade ele pode ir devagarinho desenhando as mesas e cadeiras juntas.*

Momento [1:31:22] Ana: *Quando eu coloquei a tabela ficou assim: O aluno que está com esse pensamento algébrico consegue abstrair que tem uma regra: o número de mesas vezes dois mais dois [...] que é a generalização. (SANTOS, 2023, p. 38-39).*

Podemos destacar nesta fala a ideia proposta pela participante das diferentes possíveis formas que o aluno pode ter para resolver a tarefa que está sendo proposta. Observe-mos a ideia do uso da construção de tabelas pelo aluno para relacionar o número de mesas com o de cadeiras. A cada mesa acrescentada o aluno observará que um número fixo de cadeiras é adicionado, que neste caso será dois. Outra maneira discutida é o uso do desenho como forma de resolução. O aluno utiliza-se da representação de figuras, desenhadas pelo próprio, como instrumento de resolução.

Destacamos aqui dois elementos caracterizadores do pensamento algébrico que é o uso da expressão semiótica e o indeterminado. Existem várias formas que podem ser utilizadas na resolução de uma tarefa para representação de algo indeterminado pelo aluno. O aluno está a trabalhar com a presença de um termo desconhecido.

Para Radford (2021b), "a denotação de quantidades indeterminadas também pode ser simbolizada por meio de linguagem natural, gestos, signos não convencionais, ou mesmo uma mistura deles". Por meio do uso, por exemplo, de tabelas ou desenhos, o aluno tem a capacidade de trabalhar com o desconhecido como se o mesmo fosse conhecido. Ele não consegue definir de imediato qual seria a quantidade de cadeiras se tivermos um número maior de mesas. O aluno utilizará de procedimentos que possuam uma argumentação lógica fazendo uso de um processo dedutivo e não intuitivo.

Note, que podemos observar a principal característica do pensamento algébrico presente nesta tarefa: a analiticidade (RADFORD, 2021b). Os dois pontos que constituem a ana-

liticidade estão presentes na resolução da tarefa por meio do ano, tanto o uso da dedução quanto o trabalho com o desconhecido como algo conhecido.

Podemos notar a participação de apenas uma integrante do PG e de uma formadora nas falas analisadas. As demais participantes não manifestaram falas relevantes para uma avaliação e apenas concordaram com a fala da participante através de mensagens curtas pelo chat da videochamada.

Na discussão a seguir, as participantes são questionadas sobre o tipo de generalização proposta pela tarefa:

Encontro 6

Momento [1:32:34] Maria: *E a generalização?*

Momento [1:32:37] Ana: *A tarefa desenvolve a generalização algébrica, pois ao solicitar que o aluno descubra o total de cadeiras em dezesseis mesas, o aluno percebe que o que se espera dele é que extraia algum padrão e que pensando algebricamente descubra um termo longínquo. Lógico que isso se dá após uma sucessão de resoluções desse tipo de problema e de uma boa condução na elaboração das situações didáticas propostas. (SANTOS, 2023, p. 39-40).*

A participante Ana argumenta que a tarefa propõe uma generalização algébrica na qual o aluno passa a pensar algebricamente. Um destaque para a fala da professora é sobre “a sucessão de resoluções desse tipo de problema”, pois a mesma tem a percepção de que o pensamento algébrico não é algo imediato. O aluno inicialmente necessita trabalhar nos elementos seguintes, os mais próximos da sequência, descobrindo-os pelo meio que o mais favorece, a ponto de começar a deduzir e enxergar um padrão.

Portanto, é clara a denominação da tarefa elaborada por esse PG a partir de uma imagem que utiliza um padrão de crescimento. As próprias professoras conseguem analisar que a questão visa a generalização e o pensamento algébrico, observando os elementos caracterizadores do pensar algebricamente presentes na tarefa. Nesse caso, a analiticidade se faz presente na generalização algébrica, de modo que o aluno, de forma dedutiva, elabora uma fórmula na qual se baseia em três pontos: a) a consciência de uma propriedade comum no campo fenomenológico notada a partir de observações dos termos da sequência; b) a generalização dessa propriedade comum para os termos subsequentes e c) a capacidade de uso da propriedade de forma a deduzir uma expressão direta capaz de calcular qualquer termo da sequência (RADFORD, 2013).

CONCLUSÕES

De acordo com os resultados obtidos, observamos que a ideia da formação, que foi planejada na perspectiva da TO e trabalhada na forma do labor conjunto remoto, contribuiu para a formação dos professores participantes. Foi possível verificar que os professores foram capazes de elaborar uma tarefa baseada nos conceitos propostos pela formação. Além disso, destacamos as discussões voltadas para os três elementos caracterizadores do pensamento algébrico que foram abordados durante a elaboração coletiva.

Um ponto de destaque observado é a participação coletiva dos professores. Observamos no PG a dinâmica da troca de questionamentos e discussões sobre o que cada um pensava sobre determinado ponto debatido na tarefa. Ou seja, ocorre uma formação não-individualista por parte dos professores; a ideia proposta por Radford num labor conjunto, em que observamos que também é possível ocorrer em um formato remoto. Já no GG, os participantes do PG apresentaram as tarefas elaboradas, discutindo o motivo de escolha de cada uma das imagens.

Destacamos a dificuldade na transcrição de falas do vídeo analisado, em que analisamos apenas as falas das participantes, sem observar suas expressões faciais e gestos durante o encontro, pois todas as professoras não ativaram suas câmeras. Além disso, não tivemos acesso ao resultado final da atividade proposta para o encontro analisado do PG, com todas as respostas, justificativas e comandos finalizados, tendo acesso apenas a gravação da reunião.

Assim, os pontos aqui analisados nesta pesquisa apontam que uma formação adequada para os professores transforma as suas posturas quanto educadores, visando a aprendizagem dos alunos por meio de um ensino que prega a não individualização, prezando a ideia dos alunos serem capazes de refletir, de questionarem, de construírem críticas sobre um saber a ser encontrado.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. de; MARTINS, J. **Labor Conjunto Remoto: uma proposta metodológica para formação continuada de professores que ensinam matemática.** v. 12, n. 3, p. 106-124, 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental.** Brasília, 2018.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação e Esportes. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco.** Recife, 2013.

RADFORD, L.(2013) **En torno a tres problemas de generalización.** In: RICO, L.; CAÑADAS, M. C.; GUTIÉRREZ, J.; MOLINA, M.; SEGOVIA, I. (ed.). *Investigación en Didáctica de las Matemáticas.* Granada, Espanha: Editorial Comares.

RADFORD, L.(2021a). **Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação.** In V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 35-56). São Paulo: Livraria da Física.

RADFORD, L. (2021b). **O ensino-aprendizagem da álgebra na teoria da objetivação.** In V. Moretti & L. Radford (Eds.), *Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural* (pp. 171-195). São Paulo: Livraria da Física.

SANTOS, Débora Beatriz Batista dos. **Elaboração de tarefas de sequências de padrões por professores dos anos iniciais em um processo formativo remoto.** Orientador: Jadilson Ramos de Almeida. 2023. 43 p. Monografia (Licenciatura em Matemática)–Universidade

Federal Rural de Pernambuco, Recife-PE, 2023. Disponível em: https://repository.ufrpe.br/bitstream/123456789/4779/1/tcc_deborabeatrizbatistadossantos.pdf. Acesso em: 2 abr. 2024.

Histórico

Recebido: 121 de agosto de 2024.

Aceito: 14 de dezembro de 2024.

Publicado: 26 de dezembro de 2024.

Como citar – ABNT

SANTOS, Débora Beatriz Batista dos; ALMEIDA, Jadilson Ramos de. Pensamento algébrico materializado por professores na elaboração coletiva de tarefas de sequências e padrões em um processo formativo remoto. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 50, e2024009, 2024.

<https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024009.id698>

Como citar – APA

Santos, D. B. B. dos., & Almeida, J. R. de. (2024). Pensamento algébrico materializado por professores na elaboração coletiva de tarefas de sequências e padrões em um processo formativo remoto. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (50), e2024009. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024009.id698>

Número temático organizado por

Juliana Martins  

Jadilson Ramos de Almeida  