

Explorando a teoria da objetivação: discussões em grupo, elaboração e resolução de problemas envolvendo equações

Exploring the theory of objectification: group discussions, preparation and solving problems involving equations

Exploración de la teoría de la objetivación: discusiones en grupo, preparación y resolución de problemas que involucran ecuaciones

Simone Ferreira da Silva¹  

Jadilson Ramos de Almeida²  

Juliana Martins³  

RESUMO

O artigo relata uma pesquisa em um encontro formativo com professoras que ensinam matemática do Ensino Fundamental em Recife, PE. As professoras elaboraram problemas resolvíveis por equações do tipo $AX+B=C$, fundamentados na Teoria da Objetivação, que se baseia em preceitos dialéticos e hegelianos. A pesquisa analisou o pensamento algébrico e a simplificação de equações por meio de videograções do encontro, que durou quatro horas. Participaram do encontro formativo 6 professoras com formação inicial em Pedagogia. A análise dos dados utilizou um sistema multimodal com sistemas semióticos icônico e alfanumérico, abordando desenhos, falas e registros escritos. Os resultados mostraram que as professoras representaram a igualdade de maneira relacional, indicando formas de pensamento algébrico na resolução dos problemas e explicações fornecidas por meio de bilhetes. **Palavras-chave:** Pensamento Algébrico; Equações; Situação problemas.

ABSTRACT

The article reports on research in a training meeting with teachers who teach elementary school mathematics in Recife, PE. The teachers created problems that could be solved using equations of the type $AX+B=C$, based on the Theory of Objectification, which is based on dialectical and Hegelian precepts. The research analyzed algebraic thinking and the simplification of equations through video recordings of the meeting, which lasted four hours. Six teachers with initial training in Pedagogy participated in the training meeting. Data analysis used a multimodal system with iconic and alphanumeric semiotic systems, covering drawings, speeches and written records. The results showed that the teachers represented equality in a relational way, indicating forms of algebraic thinking when solving problems and explanations provided through notes.

Keywords: Algebraic Thinking, Equations, problem situation.

RESUMEN

El artículo relata una investigación realizada en un encuentro de capacitación con docentes que enseñan matemáticas en la escuela primaria en Recife, PE. Los docentes crearon problemas que podían resolverse mediante ecuaciones del tipo $AX+B=C$, basadas en la Teoría de la Objetivación, la cual se sustenta en preceptos dialécticos y hegelianos. La investigación analizó el pensamiento algebraico y la simplificación de ecuaciones a través de grabaciones en video del encuentro, que duró cuatro horas. En el encuentro de formación participaron seis docentes con formación inicial en Pedagogía. El análisis de datos utilizó un sistema multimodal con sistemas semióticos icónicos y alfanuméricos, abarcando dibujos, discursos y registros escritos. Los resultados mostraron que los docentes representaron la igualdad de manera relacional, indicando formas de pensamiento algebraico en la resolución de problemas y explicaciones brindadas a través de notas.

Palabras clave: Pensamiento Algebraico, Ecuaciones, Situación problemas.

1 Mestra em Ensino das Ciências e Matemática - Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental nas redes municipais de Olinda e Recife, Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Dona Maria Lacerda, nº 166, bloco 6, apartamento 203, Várzea, Recife, Brasil, CEP: 50741-010. E-mail: simone.ferreira@ufrpe.br

2 Doutor em Ensino das Ciências e Matemática - Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Professor de Ensino superior (UFRPE), Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Pio IX, 249. Ap. 1601, Torre, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 50710-115. E-mail: jadilson.almeida@ufrpe.br

3 Doutora em Educação Matemática - UNESP/Rio Claro. Endereço para correspondência: Estrada de Aldeia, s/n, Km 14. Camaragibe, Pernambuco, Brasil, CEP: 54783-010. E-mail: juliana.martins2@ufrpe.br

INTRODUÇÃO

O presente artigo é parte de uma pesquisa de mestrado realizada no âmbito de um processo formativo, a partir da necessidade de realizar estudos emergenciais acerca da inserção da álgebra, como uma das unidades temáticas da BNCC (Brasil, 2017) presente nos anos iniciais do Ensino Fundamental para a disciplina de Matemática. Autores como Rojas e Vergel (2018) destacam a importância de práticas docentes que envolvam o pensamento algébrico nessa etapa inicial da educação.

Outro desafio a considerar, segundo Ferreira, Ribeiro e Ribeiro (2016) e Santos e Moreira (2016), é que os professores dos anos iniciais não possuem uma formação adequada que os possibilitem a implementar ou elaborar tarefas voltadas a um trabalho em sala de aula com o pensamento algébrico. Nas pesquisas de Vergel (2018) discute-se o problema da incorporação da álgebra desde os primeiros anos escolares. Ele defende essa incorporação não como disciplina, mas como alternativa de pensar e decidir a partir de objetos, relações, estruturas e situações matemáticas. Dessa maneira, há possibilidade que se estabeleça condições do professor realizar um trabalho com compreensão e significados no contexto da álgebra.

Diante da inserção da álgebra nos anos iniciais, Radford e Moretti (2021), afirmam que é um grande desafio para a maioria dos professores polivalentes do Ensino Fundamental trabalhar em suas práticas pedagógicas o pensamento algébrico. Corroborando com essa ideia, alguns autores como: (Santos e Moreira, 2016; Freire, 2011; Baldin, 2018; Nacarato, Mengali e Passos, 2009) apontam, também, dificuldades relevantes enfrentadas pelos professores desse nível de ensino.

Dessa forma, reconhece Freire (2011) que é fundamental o investimento nas práticas de ensino dos professores de matemática do Ensino Fundamental para que haja “a compreensão de conceitos algébricos de forma aprofundada, e entender quais tarefas podem facilitar a consolidação desses conceitos pelos alunos” (Freire, 2011, p. 18).

No campo da álgebra, o qual é um sistema de processos constituído histórico e culturalmente, pensados a partir de situações que envolvem relações entre grandezas, variações, generalizações e cálculo com valores desconhecidos, ou melhor, segundo Radford (2010) é uma forma particularizada de pensar. Sendo assim, é necessário, em relação a álgebra, entendermos que para o professor trabalhar de forma colaborativa com seus alunos o pensamento algébrico, ele também precisa compreender esse tipo de pensamento, seja por formações continuadas ou no próprio curso de pedagogia (Romeiro; Moretti, 2021).

Sendo assim, realizamos um encontro de 4 horas de duração, numa escola municipal localizada em Recife-PE, que se configurou em uma atividade de ensino-aprendizagem com cinco professoras dessa escola, em que incluiu a linguagem, as experiências incorporadas de movimentos, ação, ritmo, paixão e sensação e em termos práticos, os signos e artefatos, considerados mediadores da atividade. Os dados foram analisados no sistema multimodal, por meio de dois sistemas semióticos: O Sistema semiótico icônico (ISS) e o Sistema alfanumérico semiótico (ASS), uma vez que compreende o pensamento algébrico como um processo pelo qual os sujeitos generalizam ideias matemáticas por meio de um discurso ar-

gumentativo, e que este pensamento pode ser demonstrado por linguagens diferenciadas e não apenas a linguagem simbólica formal, mas também pela linguagem natural, gestual, oral e pictórica (Radford, 2020).

A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

A teoria da objetivação (TO) se fundamenta na ideia central de que aprender é tanto saber como vir a ser. Os sujeitos trabalham em conjunto, produzem o conhecimento na sala de aula tendo a história e a cultura como pano de fundo. Por trás desta ideia fundamental está a concepção neo-Hegelian, dialética, dinâmica, constitutiva de sujeitos e culturas: tanto o indivíduo como a cultura são entidades coadjuvantes em perpétuo fluxo, uma transformando-se continuamente na outra, e vice-versa (Radford, 2021, p. 38). Esses sujeitos são instigados a considerar novas possibilidades de ação.

Radford (2021), por meio da Teoria da Objetivação, apresenta uma perspectiva diferente sobre as teorias de aprendizagem em educação matemática. Essa teoria adota uma abordagem que teoriza a aprendizagem dos indivíduos em relação aos seus saberes culturais e à própria dimensão do sujeito. A Teoria da Objetivação propõe que a atividade humana está intimamente ligada à concepção do humano, sendo dinâmica e em constante transformação. Ela estabelece uma relação dialética entre saber e conhecimento, onde tudo é afetado e modificado continuamente. Esse dinamismo é crucial para entender o conceito de aprendizagem dentro dessa teoria.

A atividade, segundo Radford (2021), presente no mundo dialético, é sensível, material, social, cultural e histórica, o ser humano realiza essas atividades para a satisfação de suas necessidades, num espaço social, produzindo, assim, sua própria existência. Compreendemos que o ser humano é completamente material e relacional, está envolvido com a natureza, como também está envolvido nas relações sociais e materiais. São imbricados em condições de vida cultural e historicamente constituídos.

Radford (2020) destaca a relação entre estudantes e professores, afirmando que ambos seguem seus próprios ritmos de desenvolvimento, com tempos diferenciados, e se relacionam mutuamente. Eles não ficam estagnados em seus conhecimentos, mas estão em constante transformação, entrando em contato com novos saberes de maneira colaborativa. A interação nesse processo permite que os seres humanos realizem ações e reflitam sobre elas, aprimorando-as a partir dessas reflexões e produzindo, assim, saberes coletivos. Especificamente na Teoria da Objetivação, o saber pode ser definido como um processo dinâmico e coletivo, onde o conhecimento é continuamente atualizado e transformado por meio da interação e reflexão conjunta. E o saber se constitui como:

Um sistema de processos de ação e reflexão corpóreos, sensíveis e materiais, constituídos historicamente e culturalmente. Nosso ponto de partida é que, ao nascer, cada um de nós já encontrou um sistema de maneiras de pensar e conceber o mundo (matemático, científico, jurídico, etc.) (Radford, 2020, p. 16).

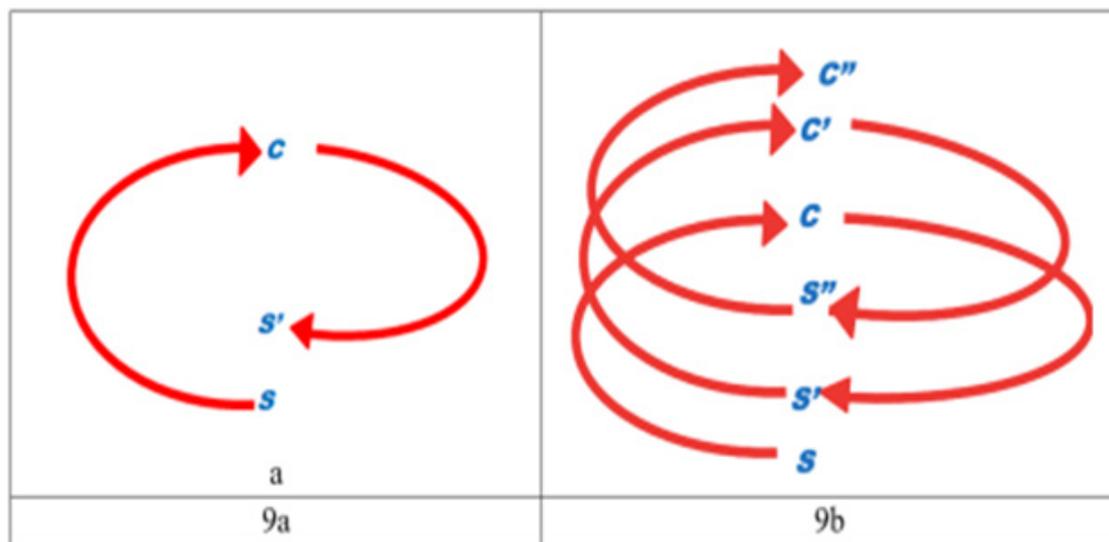
Mediante a exposição das ideias acima, vimos que o saber específico da espécie humana não é programado e nem estagnado, faz parte de um processo que inicia no seu nascimento e vai, gradativamente, passando por mudanças dependendo da cultura na qual está

inserido e numa crescente, mas não determinada, forma de pensar e conceber o mundo em diferentes áreas do conhecimento.

Para a Teoria da Objetivação, o conhecimento representa a materialização, utilização ou incorporação do saber. Ele é o conteúdo conceitual concreto por meio do qual o saber se torna tangível e observável, atualizando-se conforme se insere no meio (Radford, 2021). O saber é entendido de maneira geral, enquanto o conhecimento é específico. A atividade é o elemento que conecta o saber ao conhecimento, permitindo que o conhecimento se apresente como a atualização dinâmica do saber em um sistema contínuo. Sem a possibilidade de atualização e transformação desse conhecimento, o saber permaneceria imutável e incapaz de se expandir.

De fato, tais ideias apresentam sentido no que diz respeito à materialização do *saber*, pois por meio da atividade, é possível perceber a expressão viva do *saber*, que engloba o *conhecimento*, já que o *saber* é geral e o *conhecimento* é singular. Para expressar a relação entre saber, atividade e conhecimento, no que diz respeito às relações evolutivas estabelecidas entre diferentes espécies, Radford (2021) criou a figura 01 que nos dá uma ideia gráfica (diagrama) e geral dessa relação.

Figura 1 - Representação da materialização do saber



Fonte: Radford (2021, p. 82)

A representação do movimento apresentada por Radford (2021) ilustrado na figura acima, demonstra que o *saber* se expande por meio da atividade humana e a cada novos processos de sistematização que acontecem, novas formas de saberes são atualizados e se transformam em novos conhecimentos, caso não houvesse a possibilidade dessa atualização o *saber* permaneceria estático, podendo não haver gerado novos conhecimentos.

A seguir, faremos uma breve discussão referente ao pensamento algébrico e sobre equações, ancorada pela Teoria da Objetivação, que, por sua vez, configura-se também como uma teoria metodológica.

Pensamento Algébrico na Perspectiva da Teoria da Objetivação

Segundo Almeida e Santos (2017), na literatura científica, encontramos um consenso por alguns pesquisadores a respeito da caracterização do pensamento algébrico, em que afirmam não ser algo simples de explicar e que isso ocorra pelo fato do extenso campo em que essa forma particular de pensar matematicamente está incluso, ou seja, a álgebra tem uma grande quantidade de objetos de estudo, como equações, inequações, funções, padrões, etc, como também nos processos de inversão e simplificação. Essa dificuldade de caracterização do pensamento algébrico pode ocasionar a ideia, de modo geral, que a presença de incógnitas em sentenças matemáticas é o que define o saber algébrico numa visão geral das pessoas.

Na perspectiva da Teoria da Objetivação, a característica do pensamento algébrico não se encontra apenas na natureza da grandeza, ou seja, na natureza do objeto sobre o qual se raciocina, mas também no tipo de raciocínio que é feito com a grandezas (Radford, 2021, p. 173). Mediante esse tipo de raciocínio, este teórico estabeleceu três vetores estreitamente relacionados que caracterizam o pensamento algébrico: a analiticidade, a expressão semiótica, e o senso de indeterminação.

- A analiticidade tem a ver com o raciocínio e principalmente como os números desconhecidos são tratados como se fossem conhecidos.
- A expressão semiótica que pode ser nomeada ou simbolizada de diferentes formas, como os signos alfanuméricos.
- O senso de indeterminação, é a existência de grandezas não determinadas ou não conhecidas nas equações que chamamos de incógnitas ou variáveis.

Dessa forma, a principal característica do pensamento algébrico é a analiticidade, tendo a ver com o raciocínio que o sujeito apresenta em relação a grandezas determinadas e indeterminadas, estabelecendo relações entre esses dois tipos de grandezas, no entanto a expressão semiótica e o senso de indeterminação, de acordo com Radford (2010), caracterizam também o pensamento algébrico.

Segundo a Teoria da Objetivação, o pensamento algébrico não deve ser visto como uma mera generalização da aritmética, apesar da relação importante entre ambos. A álgebra escolar não pode ser totalmente derivada da aritmética devido a rupturas epistemológicas. Radford (2021) exemplifica isso ao observar que alunos, ao enfrentar equações do tipo $Ax + B = Cx + D$, não conseguem resolver usando apenas operações inversas. Eles precisam lidar com a incógnita de forma dedutiva, tratando valores desconhecidos como conhecidos, o que exige um pensamento analítico e algébrico. Essa abordagem revela a diferença fundamental entre os pensamentos algébrico e aritmético.

É importante ressaltar que, a expressão semiótica e o senso de indeterminação são comuns ao pensamento aritmético, indicando, portanto, que a condição para se pensar algebricamente é a de fato, a analiticidade, ou seja, em que o sujeito pode operar com o desconhecido como se fosse conhecido a partir de deduções (Radford, 2021).

Nesse contexto, compreendemos que atividades que incentivem o sujeito a pensar de forma analítica na resolução de problemas utilizando diversas linguagens, como a fala, os

gestos, a expressão facial, desenhos e representações escritas são essenciais. Essas atividades devem estimular a busca por encontrar soluções, seja com ou sem o uso de linguagem alfanumérica, e incorporar meios semióticos como fala, gestos e desenhos. Esse processo pode revelar indícios do pensamento algébrico (Solva, 2024).

Relação de igualdade em uma Equação

Falar sobre equações nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente nos 4º e 5º anos, pode parecer desafiador. Algumas pessoas veem equações como uma combinação de letras e números, onde o objetivo é encontrar o valor de uma letra desconhecida de maneira mecânica. No entanto, podemos abordar as equações de uma maneira mais acessível, usando o símbolo de igualdade para representar equivalência. Por exemplo, podemos ter " $A = B$ ", onde A e B não precisam ser idênticos, mas sim símbolos ou representações do mesmo objeto em uma determinada relação equivalente (Radford, 2022).

Segundo Radford (2022), é válido que os estudantes se familiarizem com a interpretação de problemas apresentados em linguagem natural e aprendam a resolvê-los usando métodos algébricos. Nesse contexto, trabalhar com equações do primeiro grau nos anos iniciais do ensino fundamental faz todo sentido.

Trivilin e Ribeiro (2015), em seus estudos sobre equações, apontam que não é dada uma importância devida ao sinal de igual quando apresentado para os alunos, os quais o reconhecem apenas como um sinal que aponta o devido lugar, no qual devem colocar o resultado das operações realizadas e relatam que, em alguns tipos de tarefas propostas aos alunos, podem reforçar a ideia do sinal de igualdade aparecendo em sentenças logo após os símbolos operatórios (+, -, x e :), isso acontece, por exemplo, em tarefas do tipo: $3 + 5 = 8$ que comumente acontece nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que os alunos se acostumam a dar o resultado, vendo nesses casos o sinal de igualdade como uma indicação para fazer um procedimento do lado esquerdo e colocar a resposta do lado direito.

Em outros estudos realizados com alunos do Ensino Fundamental e Médio que se concentraram na identificação dos significados, vimos que esses alunos atribuem ao sinal de igual e sua compreensão das equações. Uma das principais descobertas foi a identificação de significados procedimentais e relacionais do sinal de igual. Um significado procedimental leva à concepção do sinal de igual como uma representação que incita a realizar um cálculo. Em contraste, uma compreensão relacional leva ver o sinal de igual como se referindo a um atributo de equivalência das partes equacionadas A e B em $A=B$ (Radford, 2022, p. 2).

De acordo com Radford (2022), a natureza abstrata e descontextualizada e o uso de sinais apresentados nas sentenças numéricas que provocam a resolução mecânica diferem da compreensão algébrica da incógnita, do sinal de igual e da equação no âmbito das relações algébricas. Nesse sentido, os meios ou sistemas semióticos aparecem com grande relevância e potencialidade na formação de conceitos, para que os estudantes encontrem uma forma de pensar algebricamente, principalmente no que diz respeito a solução de problemas que envolvem as equações, tais meios ou sistemas semióticos foram organizados por Radford (2021) da seguinte forma:

- Sistema semiótico concreto (SSC), que diz respeito aos objetos materiais disponibilizados aos alunos na resolução dos problemas que envolvem as equações.
- Sistema semiótico icônico (SSI), que é utilizado para substituir as figuras concretas por desenhos icônicos, tais como o desenho de um envelope ou até mesmo o próprio símbolo de igualdade.
- Sistema alfanumérico semiótico (SSA), onde são utilizadas as letras do nosso alfabeto para representar a variável ou incógnita de uma equação.

Tais sistemas são utilizados de forma gradativa respeitando a idade dos estudantes ou dos sujeitos envolvidos na pesquisa. No caso da nossa pesquisa, os professores trabalharam com o sistema semiótico icônico, pois substituíram as figuras concretas por desenhos, e o sistema alfanumérico semiótico no qual utilizam as letras do nosso alfabeto para representar o indeterminado da equação. Essa escolha aconteceu, pelo fato de os sujeitos participantes serem pessoas adultas e conseguem abstrair do sistema semiótico concreto, não havendo necessidade de usar materiais concretos para solucionar os problemas propostos na atividade de ensino-aprendizagem (Silva, 2024).

É importante ressaltar que um sistema semiótico utilizado isoladamente, apenas como ferramenta, não tem sentido por si só. Sua utilidade se revela em um contexto de aprendizagem que o potencialize, especialmente em relação às formas coletivas de resolver equações do primeiro grau, apresentadas por meio de problemas. Ampliando nossa reflexão, percebemos que, independentemente do conteúdo abordado, a atividade humana ocorre no trabalho conjunto, conforme a Teoria da Objetivação de Radford (2021), na qual:

O espaço de discussão coletiva não é um lugar para os estudantes ou a professora exibirem suas proezas. É um local de crescimento coletivo, de produzir um trabalho comum, de compartilhar maneiras de pensar procedimentos para resolver o problema apresentado e de assegurar que os estudantes se envolvam genuinamente com as ideias uns dos outros, ou seja, que eles se envolvam com essas ideias de forma responsável, compreendendo-as, discutindo-as, contestando-as ou refinando-as, por exemplo (Radford, 2021, p. 186).

Diante do exposto, acrescentamos que um espaço que possibilite aos sujeitos o contato com o saber algébrico, especificamente em relação às equações do primeiro grau, é crucial. Nesse ambiente, os sujeitos podem tomar decisões conscientes sobre o saber, encontrar e ressignificar os conhecimentos histórico-culturais relacionados ao sinal de igual, a simplificação de equações e aos conceitos necessários para resolvê-las (Radford, 2022).

PERCURSO METODOLÓGICO

A escolha metodológica para o desenvolvimento desta pesquisa é de natureza qualitativa. Acerca disso, Ludke e André (1986, p. 18) afirmam que a pesquisa qualitativa “é o que se desenvolve numa situação natural, é rico em dados descritivos, tem um plano aberto e flexível e focaliza a realidade de forma complexa e contextualizada”. Sendo assim é baseada no pensamento algébrico a partir da Teoria da Objetivação, em que os sujeitos envolvidos se posicionam criticamente nas práticas desenvolvidas durante a atividade. Para Radford (2017), o saber algébrico já está culturalmente instituído, pois é um saber histórico e não é

um saber puramente interno do sujeito, e pode ser desenvolvido com práticas coletivas e interativas no âmbito das atividades de ensino-aprendizagem.

Conforme Ludke e André (1986), na abordagem qualitativa, o pesquisador não se limita a ser um observador, mas também deve atuar como um participante ativo e reflexivo, que intervém na realidade investigada. Nesse contexto, o percurso metodológico, sua caracterização e desdobramentos são mais importantes do que o produto, uma vez que o processo educativo, repleto de informações valiosas para qualquer investigação, é dinâmico e não linear. Assim, a abordagem qualitativa foca nos significados dos diferentes eventos, no objeto de estudo, nos sujeitos envolvidos e nos diversos elementos que constituem o universo dos processos de ensino-aprendizagem, especialmente em uma abordagem teórica e metodológica como a Teoria da Objetivação.

A produção dos dados da pesquisa aconteceu numa escola municipal de Recife-PE, em um encontro de 4h de duração, cujos sujeitos foram 5 professoras com formação inicial em Pedagogia, que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental há mais de 10 anos. Adotamos nomes fictícios para manter o anonimato das professoras. E para registrar a produção dos dados, utilizamos dois celulares, um para as videografações e o outro como gravador de voz.

A pesquisadora-formadora apresentou a tarefa para as professoras que estavam divididas em 2 grupos. Os grupos foram nomeados de grupo 1 (Merida, Rapunzel e Branca de Neve) e o grupo 2 (Moana e Cinderela). Após a realização da tarefa, na qual consistiu na elaboração de problemas (História A e História B), em que poderiam ser resolvidas por equações do tipo $X + A = B$, os grupos fizeram a troca dos problemas e as resolveram de forma colaborativa. Em seguida, a formadora-pesquisadora solicitou aos grupos que escrevessem um bilhete explicando a forma de resolução do problema.

As análises da pesquisa foram realizadas por um sistema multimodal, uma vez que compreende o desenvolvimento do pensamento algébrico como um processo pelo qual os sujeitos generalizam ideias matemáticas a partir de um discurso argumentativo, e que este pensamento pode ser demonstrado não apenas a linguagem simbólica formal, mas também por linguagens diferenciadas como a natural, gestual, oral e pictórica (Radford, 2020).

Nossa abordagem para a análise dos dados seguiu as três etapas sugeridas por Radford (2015a). Inicialmente, conduzimos uma visualização abrangente dos vídeos produzidos no processo formativo, para identificar momentos que apresentassem evidências do pensamento algébrico (**1. seleção dos segmentos salientes**). Posteriormente, realizamos as transcrições dos momentos escolhidos em que foram identificadas as articulações em torno dos diferentes meios semióticos de objetivação (**2. análise dos segmentos selecionados por meio das lentes e princípios teóricos**). Por fim, incorporamos a cadência dos diálogos, assim como outros gestos realizados pelas professoras e pela pesquisadora-formadora, incluindo fotos e desenhos nas transcrições dos diálogos (**3. inserção da cadência dos diálogos e outros gestos indexicais nas transcrições dos diálogos**).

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

Ao iniciar o encontro, a pesquisadora-formadora se reuniu com as professoras para realizar a tarefa inicial. Estavam presentes 5 professoras. Elas se dividiram em dois grupos. Os grupos foram nomeados de grupo 1, com as professoras Merida, Rapunzel e Branca de Neve e de grupo 2, com as professoras Moana e Cinderela. A pesquisadora-formadora convidou as professoras em seus respectivos grupos a elaborarem um problema por grupo, que foram denominados de problema A (grupo 1) e problema B (grupo 2), semelhantes aos vistos no segundo e no terceiro dia do processo formativo.

Após o convite e a explicação da tarefa, os grupos optaram por elaborar os problemas que poderiam ser resolvidos por equações do tipo $X + A = B$. Durante a atividade de ensino-aprendizagem, as professoras e a pesquisadora-formadora interagiram de forma colaborativa a respeito do contexto dos problemas, a forma de escrevê-los e a resolução das equações provenientes desses problemas.

A todo momento, a pesquisadora-formadora estava envolvida nos pequenos grupos. Segundo Radford (2022), esse fator pode explicar a imersão das professoras na atividade, como pode ser observado na figura 2, ao notar a atenção e a concentração delas na hora da escuta. No entanto, percebemos a professora Merida passando a mão na testa, indicando que já estava articulando ideias de elaboração do problema. Branca de Neve também, quando demonstra um semblante sério e a cabeça virada levemente para o lado.

Figura 2 - Apresentação da tarefa



Fonte: Dados da pesquisa

Durante a elaboração dos problemas A e B, pelos respectivos grupos, as professoras do grupo 1 solicitaram à pesquisadora-formadora para explicar novamente o comando da tarefa, fato que não ocorreu no grupo 2. Nesse momento do processo formativo, todas estavam bastante concentradas e empenhadas na elaboração dos problemas e em tom baixo, conversavam e articulavam bastante. A pesquisadora-formadora ficava transitando entre os grupos e interagindo com as professoras a respeito do contexto e da linguagem utilizada para a elaboração dos problemas. A seguir na figura 3, temos os problemas A e B, elaborados pelas professoras dos grupos 1 e 2, respectivamente.

Figura 3 - Problemas A e B

Problema A	Problema B
<p>NUMA BRINCADEIRA, A PROFESSORA DEU A MESMA QUANTIDADE DE FIGURINHAS A CAMILA E A PEDRO. A CAMILA ELA DEU UM PACOTE COM ALGUMAS FIGURINHAS DENTRO E 4 FIGURINHAS SOLTAS E A PEDRO ELA DEU 8 FIGURINHAS SOLTAS. QUANTAS FIGURINHAS TINHA NO PACOTE DE CAMILA?</p> <p>TURMA 3º ANO.</p>	<p>Para uma atividade de matemática, a professora deu a mesma quantidade de bolinhas de gude para José e Antônio. A José ela deu um potequinho com algumas bolinhas dentro e mais 3 bolinhas soltas e a Antônio deu 8 bolinhas soltas. Quantas bolinhas de gude tinha no potequinho de José?</p> <p>Turma: 3º ano</p>

Fonte: Dados da pesquisa

Após a elaboração dos problemas A e B, foi solicitado pela pesquisadora-formadora que os problemas fossem trocados para que cada grupo resolvesse o problema elaborado pelo outro grupo. Também foi solicitado que os grupos resolvessem os problemas utilizando primeiro o sistema semiótico icônico e depois o sistema semiótico alfanumérico.

Figura 4 - Resolução do problema A pelo SSI - grupo 1

<p>Camila = Pedro</p>	
-----------------------	--

Fonte: Dados da pesquisa

Podemos verificar na figura 4, às mãos da professora Moana explicando o processo de resolução, em que com um dedo mostra um dos membros da equação e com o outro dedo o outro membro. Esse gesto aponta que a professora reconhece a igualdade de forma relacional. As outras professoras acompanham esse movimento atentas e participativas. Na mesma figura, observamos a resolução do problema A utilizando o sistema semiótico icônico, em que as professoras partiram para a retirada de N figurinhas de ambos os lados da igualdade. Essa retirada é evidenciada com o traço diagonal que indica a remoção dos objetos de quantidade determinada, simplificando a equação traduzida por elas para resolver o problema A.

Figura 5 - Resolução do problema A pelo SSA (grupo 1)

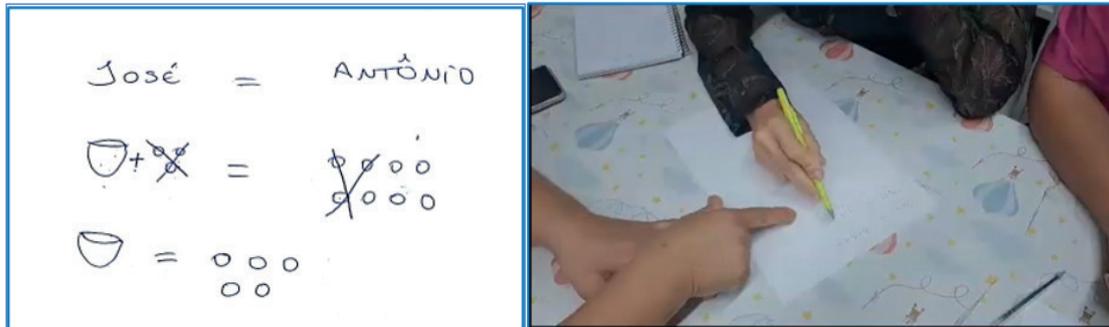
$X + 4 = 8$ $X + 4 - 4 = 8 - 4$ $X = 4$	
-----------------------------------------	--

Fonte: Dados da pesquisa

O problema A também foi resolvido pelo grupo 1, utilizando outro sistema semiótico, o sistema semiótico alfanumérico, como mostra a figura 5. Podemos verificar as mãos de

duas professoras no processo de resolução de forma colaborativa, ou seja, de forma ética. Elas se relacionavam respeitosamente a fim de simplificar a equação e encontrar a solução do problema. Radford (2021), afirma que existe uma ética na forma como o saber é legitimado, sobretudo em alguns procedimentos de investigação, comprovação e solução de problema, os quais são destacados, preferidos, em detrimento de outros procedimentos.

Figura 6 - Resolução do problema B pelo SSI - grupo2

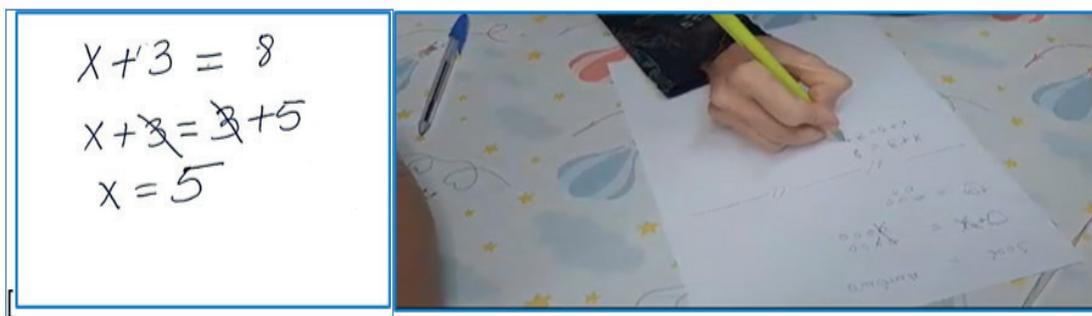


Fonte: Dados da pesquisa

De forma semelhante ao grupo 1, as professoras do grupo 2 utilizaram o sistema semiótico icônico para resolver o problema B. A figura 6, mostra a mão da professora Merida escrevendo a resolução do problema, enquanto a professora Cinderela apontava com o dedo indicador, se referindo a retirada das três bolinhas de gude de ambos os lados da equação. As professoras do grupo 2 demonstraram pensar de forma analítica, quando optaram por retirar as três bolinhas de gude de uma só vez.

A aplicação de regras algébricas que envolvem a retirada de quantidades específicas de ambos os lados de uma igualdade, conforme descrito por Radford (2022), proporciona a possibilidade de isolar o desconhecido e determinar, conseqüentemente, o seu valor. No caso do problema elaborado pelas professoras, isso se relaciona com a quantidade de bolinhas de gude de dentro do pote. Essas ações são executadas por meio de um pensamento analítico, o que indica haver indícios de pensamento algébrico.

Figura 7 - Resolução do problema B pelo SSA - grupo2



Fonte: Dados da pesquisa

Na resolução do problema B que foi utilizado o sistema semiótico alfanumérico, como ilustrada na Figura 7, as professoras do Grupo 2 seguiram o mesmo raciocínio realizado com os desenhos. Dessa maneira, elas retiraram o numeral 3 que representa a quantidade determinada de bolinhas de gude, usando a operação de subtração, eliminando, assim, as três bolinhas no primeiro membro da equação e as outras três bolinhas no segundo membro, conseguindo isolar o indeterminado.

Entretanto, um fato diferente ocorreu na resolução do problema B. Na figura 7, observamos que, na equação $x + 3 = 8$, as professoras não subtraíram 3 em ambos os membros da igualdade; em vez disso, elas fizeram a decomposição do número 8 ($3 + 5$), resultando numa outra equação do tipo $x + 3 = 3 + 5$.

Possivelmente as professoras compreenderam o sinal de igual de forma relacional e, assim, retiraram 3 bolinhas de gude em ambos os lados da equação. Conseguiram isolar o indeterminado e resolver, sem dificuldades, a quantidade de bolinhas de gude de dentro do saco, sem se apoiar em estratégias aritméticas.

Diante das representações realizadas e da resolução das equações, é possível verificar o processo de objetivação das professoras envolvidas na atividade de ensino-aprendizagem. Corroborando com Radford (2022), compreendemos que as professoras foram, gradualmente, tomando consciência dos conceitos envolvidos, como seus significados culturais e formas de utilização.

Para criar um contexto, as professoras usaram, no problema A, pacotes de figurinhas e figurinhas soltas e, no problema B, potinhos de bolas de gude e bolas de gude soltas. Dessa maneira, tanto no problema A, quanto no problema B foi solicitado a descoberta do indeterminado, tarefa realizada com êxito, visto que elas conseguiram denotar a indeterminação e encontrar seu valor.

Em outro momento da formação, logo após a resolução dos problemas, as participantes dos grupos 1 e 2 foram convidadas a escreverem um texto em forma de bilhete, explicando como conseguiram resolver os problemas propostos por cada grupo.

Abaixo, na figura 8, temos o texto escrito pelas professoras do grupo 2, contendo as explicações da resolução do problema A, elaborado pelas professoras do grupo 1.

Figura 8 - Bilhete elaborado pelas professoras do grupo 2

No 1º momento utilizamos desenhos e começamos eliminando as mesmas quantidades de figurinhas de Camila e Pedro para chegarmos a mesma quantidade de ambos.

No 2º momento, usamos o sistema alfanumérico para concluirmos a resolução do problema, ou seja, Camila tem a mesma quantidade de figurinhas de Pedro.

Fonte: Dados da pesquisa

Assim como foi solicitado às professoras do grupo 2, as professoras do grupo 1 também escreveram um texto (figura 9) na forma de bilhete, explicando como conseguiram resolver o problema B, elaborado pelas professoras do grupo 2.

Figura 9 - Bilhete elaborado pelas professoras do grupo

SABENDO QUE OS PERSONAGENS DO PROBLEMA TÊM A MESMA QUANTIDADE DE BOLAS DE GUDE, FIZEMOS O DESENHO PARA REPRESENTAR AS MESMAS QUANTIDADES. ENTÃO, USAMOS O SÍMBOLO DA IGUALDADE. EM SEGUIDA, ELIMINAMOS A MESMA QUANTIDADE EM AMBOS OS LADOS, CHEGANDO AO RESULTADO DO PROBLEMA.

APÓS A RESOLUÇÃO UTILIZANDO O DESENHO, FIZEMOS O REGISTRO A PARTIR DO CÁLCULO USUAL, QUE NO CASO FOI A EQUAÇÃO DE 1º GRAU.

Fonte: Dados da pesquisa

Nesse ponto do processo formativo, as professoras Merida, Branca de Neve e Moana expressaram, verbalmente, as dificuldades encontradas ao atender à solicitação da pesquisadora-formadora para elaborar os problemas e na escrita da explicação da resolução da equação por meio dos bilhetes. Segue, abaixo, alguns trechos das falas dessas professoras:

1 - Branca de Neve (Video 3, tempo: 00:00:15 -00:00:17) - Eu achei que seria fácil elaborar os problemas, mas não foi, fiquei perdidinha, hummmm...

2 - Merida (video 3, tempo: 00:00:22 - 00:00:53)

Você expressar o seu pensamento em escrita. Eu sempre tive dificuldade porque a gente acha fácil, realmente, a resolução é relativamente fácil.

00:00:33

Mas aí, quando você expõe o seu pensamento em forma de palavras, como você fica naquela, né? naquela dificuldade de achar palavras que se encaixam no texto!

E aí você pensa, como é que a outra pessoa vai entender?

00:00:48

Porque é para outra pessoa entender, então você tem que ser o mais claro possível, né?

00:00:52

Para a pessoa entender e dizer: Ah! então esse problema eu sei resolver!

3 - Moana (video 3, tempo: 00:01:23 - 00:01:39)

00:01:23

Que você fez a interpretação é o mais complicado, né? Você interpreta o que o outro tá querendo que você entenda.

00:01:31

Isso para a criança também. A gente tem que sempre tentar fazer um texto ou falar de uma forma que a criança possa compreender o que a gente está querendo.

A elaboração dos problemas, de fato, gerou um desconforto nas professoras, conforme expresso na fala de Branca de Neve, na linha 1, ao afirmar que achou que seria fácil, mas não foi e se sentiu um pouco perdida. Segundo Radford (2022), a ação e o significado de sentidos na resolução de um problema precedem a linguagem até o ponto em que se unem para gerar uma nova unidade psíquica na formação do conceito. A justificativa de Radford (2022) também pode ser percebida na fala da professora Merida, linha 2, quando ela comenta: "Porque é para outra pessoa entender, então você tem que ser o mais claro possível,

né?!". Essa responsabilidade de escrever para outra pessoa, possivelmente, aponta a nova unidade psíquica.

No primeiro parágrafo do bilhete elaborado pelas professoras do Grupo 2, elas escreveram de maneira sucinta a regra de retirada de objetos determinados de ambos os lados da igualdade, além de terem falado sobre a quantidade igual das figurinhas de Camila e Pedro, referindo-se a igualdade como equivalência. No segundo parágrafo, no qual elas chamaram de momento, foram ainda mais cautelosas ao expressarem a resolução pelo SSA e estabelecer a igualdade entre as partes equacionadas, no entanto, não deixaram claro o valor do indeterminado, isto é, o valor do pacote de figurinhas.

Entretanto, no bilhete elaborado pelas professoras do Grupo 1, elas organizaram as ideias a partir da quantidade de bolas de gude que as personagens do problema possuíam. Dessa forma, explicitaram que resolveram pelo SSI e deixaram claro a representação do sinal de igual. Além disso, as professoras desse grupo explicaram a regra de retirada de N objetos de quantidade determinada de ambos os lados da igualdade, como forma de simplificar a equação e, conseqüentemente, descobrir o valor do indeterminado. Para concluir o bilhete, elas usaram a seguinte frase: *" Fizemos o registro a partir do cálculo usual, ou melhor, a equação do 1º grau".* Ou seja, essa foi a forma que encontraram de explicar que também resolveram o problema pelo sistema semiótico alfanumérico.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concluimos que, em relação à formulação dos problemas A e B que foram resolvidos por equações, não houve demonstração de dificuldades por parte das professoras. Entretanto, ao tentarem expressar suas formas de resolução no bilhete, elas destacaram suas dificuldades verbalmente. Mesmo assim, conseguiram concluir a tarefa de acordo com as abordagens e representações únicas de cada grupo.

Dessa forma, os dados apontaram para uma complexidade de pensar dedutivamente, mesmo sendo professoras letradas e experientes. Observamos que as características do pensamento algébrico, como a indeterminação, denotação e analiticidade, estavam presentes ao longo da atividade demonstrado tanto na resolução do problema quanto na explicação em forma de bilhete. A interação progressiva com as regras para simplificação de equações, por exemplo, que interpretamos como um pertencimento do processo de generalização e, conseqüentemente, um indicativo de pensamento analítico, também foi observado durante as atividades com a utilização dos sistemas semióticos icônicos e alfanuméricos (Silva, 2024)

Apesar da complexidade envolvida no pensamento dedutivo, os momentos durante o processo formativo foram agradáveis e animados. Risos e gargalhadas marcaram toda a experiência, refletindo o respeito mútuo entre as professoras e a pesquisadora-formadora, que se engajaram com atitudes positivas. Houve um respeito genuíno pelas opiniões e contribuições de cada participante, evidenciando que, de acordo com a Teoria da Objetivação (Radford, 2021), os processos de objetivação e subjetivação estão profundamente entrelaçados.

Quanto às limitações identificadas no processo formativo desta pesquisa, destacam-se a dificuldade de alinhar O horário do encontro com o calendário escolar e a disponibilidade das cinco professoras envolvidas. Além disso, a utilização de celulares para gravação de vídeos e áudios limitou a qualidade das capturas. Acreditamos que equipamentos mais sofisticados poderiam ter registrado o processo formativo de maneira mais eficaz.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Jadilson. Ramos.; SANTOS, Marcelo. Câmara. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **RIPEM**, Campo Mourão, v. 6, n. 10, p. 34-60, 2017.

BALDIN, Yuriko. Yamamoto. Desenvolvimento do Pensamento Algébrico no Currículo de Escola Básica: Caso de modelagem pictórica da Matemática de Singapura. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, Costa Rica, v. 13, n. 17, p. 31-44, [?], 2018.

BRASIL. [Ministério da Educação (Secretaria da Educação Básica)]. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é base. Brasília, DF: MEC, 2017. 599 p. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf> Acessado em: abr, 2022.

FERREIRA, Miriam. Criez. Nóbrega.; RIBEIRO, Alessandro. Jacques.; RIBEIRO, Carlos. Miguel. Álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental: primeiras reflexões à luz de uma revisão de literatura. **Educação e Fronteiras On-Line**, Dourados, v. 6, n. 17, p. 34-47, maio/ago. 2016.

FREIRE, Raquel. Santiago. **Desenvolvimento de Conceitos Algébricos por Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2011. 181 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011. Disponível em: <<http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/3304>>. Acesso em: jul, 2022

LÜDKE, Menga.; ANDRÉ, Marli. Elisa. Dalmazo. Afonso. **Pesquisa em Educação**: Abordagens qualitativas. São Paulo, EPU. 1986.

MORETTI, Vanessa. Dias.; RADFORD, Luis. **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais**: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural/ organização. [?]. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021, 316 p.

NACARATO, Adair. Mendes.; MENGALI, Brenda. Leme. Silva.; PASSOS, Cármen. Lúcia. Brancaglioni. A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender. **Autêntica**, Belo Horizonte, v. 28, n. 48, p. 482-484, abr. 2014

ROJAS, Pedro. Javier.; VERGEL, Rodolfo. **Álgebra escolar y pensamiento algebraico**: aportes para el trabajo en el aula. 1. ed. Bogotá: Editorial UD, 2018. 120 p.

RADFORD, Luis. Introducing equations in early algebra. **ZDM–Mathematics Education**, v. 54, n. 6, p. 1151-1167, 2022.

RADFORD, Luis. Un recorrido através de la teoría de la objetivación. In: GOBARA, S.T.; RADFORD, L. **Teoria da Objetivação**: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo: Editora livraria da física, cap. 1, p. 15-42, 2020.

RADFORD, Luis. Aspectos Conceituais e Práticos da Teoria da Objetivação. *In*: MORETTI, V. D.; RADFORD, L. (org.). **Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural**. São Paulo: Livraria da Física, 2021, cap. 1, p. 35-56.

RADFORD, Luis. A teoria da Objetivação e Seu Lugar na Pesquisa Sociocultural em Educação Matemática. *In*: MORETTI, V. D; CEDRO, W. L. (org.) **Educação Matemática e a Teoria Histórico-cultural: Um olhar sobre as pesquisas**. Campinas: Mercado das letras, 2017.

SANTOS, Carla. Cristina. Silva.; MOREIRA, Kátia. Gabriela. O Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *in*: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Sociedade brasileira de educação em matemática, 2016. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4980_2866_ID.pdf>. Acesso em: jun, 2023).

SILVA, Simone Ferreira. **Pensamento Algébrico, Relações de Igualdade e Simplificação de Equações em um Processo Formativo com Professoras dos Anos Iniciais à Luz da Teoria da Objetivação**. 2024. 134f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Educação, Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências e Matemática, Pernambuco, 2024.

TRIVILIN, Linéia. Ruiz.; RIBEIRO, Alessandro. Jaques. Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 38-59, abr., 2015.

Histórico

Recebido: 26 de agosto de 2024.

Aceito: 15 de dezembro de 2024.

Publicado: 26 de dezembro de 2024.

Como citar – ABNT

SILVA, Simone Ferreira da; ALMEIDA, Jadilson Ramos de; MARTINS, Juliana. Explorando a teoria da objetivação: discussões em grupo, elaboração e resolução de problemas envolvendo equações. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 50, e2024013, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024013.id702>

Como citar – APA

Silva, S. F. da., Almeida, J. R. de., & Martins, J. (2024). Explorando a teoria da objetivação: discussões em grupo, elaboração e resolução de problemas envolvendo equações. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (50), e2024013. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024013.id702>

Número temático organizado por

Juliana Martins  

Jadilson Ramos de Almeida  