

A produção de uma tarefa envolvendo a graduação da balhestilha com base nos aspectos metodológico da Teoria da Objetivação

The production of a task involving the grading of the cross-staff based on the methodological aspects of the Theory of Objectification

La producción de una tarea implica la graduación de la balhestilha con base en los aspectos metodológicos de la Teoría de la Objetivación

Antonia Naiara de Sousa Batista¹  

Ana Carolina Costa Pereira²  

RESUMO

Estudos buscando articular história e ensino de matemática tem crescido consideravelmente, entre eles, estão aqueles que trabalham com instrumentos históricos. Essa pesquisa faz parte desse cenário, e seu contexto parte da *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603), em especial, do texto sobre a graduação da balhestilha, no qual pauta-se na construção de uma interface para articular história e ensino de matemática. Assim, esse estudo visa apresentar uma tarefa e seus problemas desenvolvidos com base nos aspectos metodológicos da Teoria da Objetivação (TO) em articulação com o texto sobre a graduação da balhestilha aplicado na formação inicial de professores de matemática. Como resultados se percebeu que é possível estruturar uma atividade de ensino-aprendizagem com base nos aspectos metodológicos da TO, envolvendo o objeto, objetivo, tarefas e problemas, que podem ser dialogados com aspectos históricos em torno da graduação da balhestilha, com vista a promover um trabalho conjunto entre professores e discentes.

Palavras-chave: Balhestilha; Tarefa; Aspectos metodológicos da Teoria da Objetivação; História da Matemática; Ensino de Matemática.

ABSTRACT

Studies seeking to articulate history and mathematics teaching have grown considerably, among them, are those who work with historical instruments. This research is part of this cenário, and its context is part of the *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603), in particular, the text on the graduation of the balhestilha, not what guideline is in the construction of an interface to articulate history and teaching of mathematics. Thus, this study aims to present a task and its problems developed based on the methodological aspects of the Theory of Objectification (TO) in articulation with the text on the graduation of balhestilha applied in the initial training of mathematics teachers. As a result, it is perceived that it is possible to structure a teaching-learning activity based on the methodological aspects of TO, involving the object, objective, tasks and problems, which can be discussed with historical aspects around the graduation of balhestilha, with a view to promoting A joint work between teachers and students.

Keywords: Cross-Staff; Task; Methodological aspects of the Theory of Objectification; Mathematical History; Mathematics teacher.

RESUMEN

Los estudios que buscan articular la historia y la enseñanza de las matemáticas han crecido considerablemente, incluyendo aquellos que trabajan con instrumentos históricos. Esta obra forma parte de ese escenario, y su contexto procede de *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603), especialmente el texto sobre la graduación de la balhestilha, que se basa en la construcción de una interfaz para articular la historia y la enseñanza de las matemáticas. Así, este estudio tiene como objetivo presentar una tarea y sus problemas desarrollados a partir de los aspectos metodológicos de la Teoría de la Objetivación (TO) en conjunción con el texto sobre la graduación de la balhestilha aplicado en la formación inicial de profesores de matemáticas. Los resultados muestran que es posible estructurar una actividad de enseñanza-aprendizaje basada en los aspectos metodológicos de la TO, involucrando el objeto, el

1 Doutora em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professora Adjunta do curso de Licenciatura em Matemática da UECE, Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60.740-903. E-mail: naiara.batista@uece.br.

2 pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Mestra em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), Licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Professora Adjunta do curso de Licenciatura em Matemática da UECE e Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação da UECE. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60.740-903. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

objetivo, las tareas y los problemas, que puede dialogar con aspectos históricos en torno a la graduación de la balhestilha, con vistas a promover el trabajo conjunto entre profesores y alumnos.

Palabras clave: Balhestilha; Tarea; Aspectos metodológicos de la Teoría de la Objetivación; Historia de la Matemática; Ensino de Matemática.

INTRODUÇÃO

Alguns estudos desenvolvidos no âmbito da história da matemática e da educação matemática tem se ampliando cada vez mais nas duas últimas décadas do século XXI, inclusive Chorlay, Clark e Tzanakis (2022) afirmam que esse interesse tem evoluído principalmente em direção ao domínio interdisciplinar de investigação e da prática educacional, proporcionando novas abordagens de ensino, a produção de recursos materiais, de modo a levantar questionamentos sobre a natureza e desenvolvimento histórico da matemática.

Em relação as pesquisas desenvolvidas no Brasil, parte delas vem promovendo a articulação entre a história da matemática e a educação matemática, e isso pode ser contemplado no levantamento realizado por Pereira e Saito (2018) e Albuquerque *et al.* (2018) que apresentam uma série de pesquisas envolvendo instrumentos históricos, tratados antigos, que busca por meio da construção de uma interface possibilitar a articulação de ambas as áreas, sem sobrepô-las.

Dentre os pesquisadores que estão por trás desse cenário, pode-se destacar inicialmente Saito e Dias (2013), no qual buscam aproximar historiadores e educadores matemáticos e vice-versa, por meio de um diálogo, com vista a articular dois campos de conhecimento, a história da matemática e o ensino de matemática, por meio da construção de uma interface.

O Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) também vem promovendo ao longo dos seus 10 anos, estudos nessa perspectiva, que visam inclusive buscar construir uma interface voltada para a formação inicial e continuada de professores, como se pode ver nas pesquisas de Oliveira e Pereira (2022), Batista e Pereira (2020), Alves e Pereira (2020), dentre outras.

Esse estudo parte dessa perspectiva, no qual se apoia em um documento histórico do século XVII, intitulado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (1603), que contém um instrumento utilizado na navegação e na astronomia conhecido por balhestilha. Incorporado a construção de uma interface nesta pesquisa, buscou-se uma metodologia que desse suporte ao desenvolvimento dela, de modo que se encontrou na Teoria da Objetivação (TO) esse aporte. Assim, esse estudo se apresenta como um breve recorte de uma tese de doutorado, defendida por Batista (2023).

Desta forma, esse estudo tem o intuito de apresentar uma tarefa e seus problemas desenvolvidos com base nos aspectos metodológicos da TO em articulação com o texto sobre a graduação da balhestilha aplicado na formação inicial de professores de matemática. O trabalho encontra-se dividido em seis tópicos, sendo eles: a introdução com as ideias iniciais do estudo; uma parte teórica sobre o tratado, a fabricação e uso da balhestilha; uma descrição sobre a construção de uma interface e os aspectos metodológicos da TO; o desen-

volvimento da atividade de ensino-aprendizagem; o delineamento de uma tarefa; e por fim, as conclusões a respeito do estudo.

CHRONOGRAPHIA, REPORTORIO DOS TEMPOS... (1603) E A BALHESTILHA

O instrumento abordado nesse estudo é denominado por balhestilha ou radio astronômico e ao longo dos séculos XVI e XVII assumiu diferentes nomenclaturas como relata Bruyns (1994), uma das suas versões se encontra no tratado *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* (Figura 1), escrito por Manoel de Figueiredo (1568 – c.1625)³, publicado em Lisboa, no ano de 1603. Nesse documento o autor, na Sexta Parte ou Livro Sexto, apresenta a fabricação e o uso do balhestilha, bem como de outros, como por exemplo, o quadrante geométrico e alguns relógios horizontais, verticais, laterais, declinantes, universais ou polares.

Figura 1 - Frontispício da *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*



Fonte: Figueiredo (1603, frontispício).

Esse tratado não é um manual de fabricação e uso de instrumentos, Figueiredo (1603) o escreveu para aqueles que conheciam a arte da construção e do uso desses artefatos, por isso o autor não detalha os procedimentos matemáticos realizados na construção. Além disso, a *Chronographia, Reportorio dos Tempos...* reúne outros conhecimentos que estavam sendo disseminados no período, relacionado a diferentes esferas, como o tempo e suas partes, dias, meses, anos, a astronomia e seus elementos, da geografia, da astrologia rústica e de sua influência na agricultura e na saúde humana, do calendário e eclipses lunares etc. Considerando todo esse conhecimento Figueiredo (1603) o dividiu em seis partes.

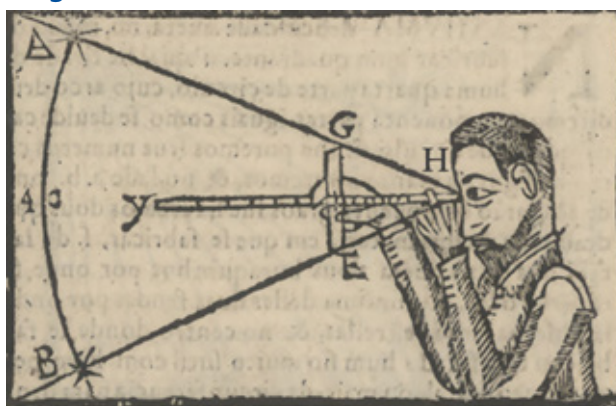
Na Sexta Parte, onde se encontra a fabricação e o uso da balhestilha, Figueiredo (1603) deixa bem claro que as duas nomenclaturas relacionados ao instrumento estão voltadas para a sua finalidade, como se pode ver a seguir,

³ No documento *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, o nome do autor aparece como Manoel. No entanto, em todos os documentos que serviram de base para este estudo e que tratam a respeito desse cosmógrafo, apresentam seu nome como Manuel. Assim, por motivo de originalidade, irar-se-á manter Manoel em todas as circunstâncias.

Os astrônomos chamaram a este instrumento radio astronômico, por quanto observação por este a distância das estrelas de umas as outras observadas por via do raio visual que sai do nosso olho, do qual usam os navegantes para tomarem a estrela do norte quando dito do horizonte sobre a terra para acharem a elevação do polo ártico. E lhe chamaram balhестilha. E quanto ao uso dele muito fácil, como o demonstra a presente figura (Figueiredo, 1603, fl. 267 – 268)⁴.

O instrumento possui duas funções, quando usado para obter a distância (angular) entre os astros é chamado de radio astronômico (Figura 2), em outro momento quando é utilizado para obter a altura da estrela no Norte acima da linha do horizonte é denominado por balhестilha. Todavia, Figueiredo (1603) não faz menção a qualquer modificação no corpo do instrumento quanto à sua finalidade e denominação, apenas exibe uma imagem contendo um piloto segurando o instrumento.

Figura 2 - Medindo a distância entre dois astros



Fonte: Figueiredo (1603, fl. 268).

Com base na Figura 2, a balhестilha deve ser usada na vertical, de modo que a transversal $\overline{GE}$, chamada de pinacídio ou soalha, deslize ao longo da vara que está na horizontal $\overline{HY}$, denominada de radio ou virote, ambos de madeira, e como orienta Figueiredo (1603, p. 268):

[...] no instrumento h.y. pelo qual observo a distância das duas estrelas a.b. passam os raios visuais do olho h. pelas extremidades do pinacídio⁵ g.e.f. o raio h.a. e raio h.b. & corta o pinacídio no radio h.y. em 40 graus, os quais me mostra o arco a.b. distância de ambas as estrelas⁶.

Veja que $\overline{HY}$ citado no texto é o virote ou a régua de madeira (na horizontal) que contém uma escala angular de 90° a 0°. A extremidade H fica mais próximo do ângulo de 90°, é o local onde se deve colocar um dos olhos no momento do uso, conforme se pode ver na Figura 2.

Assim, com um dos olhos na extremidade do virote, mira-se na direção das estrelas conforme a Figura 2, que estão separadas pelo arco $\widehat{AB}$, e movimenta-se a soalha para frente e para trás (detalhe que o autor não diz) para procurar pelo suposto instante em que os raios visuais que saem do olho passam pela extremidade superior da soalha e coincidem

⁴ A presente figura citada por Figueiredo (1603) é a Figura 2 desse estudo.

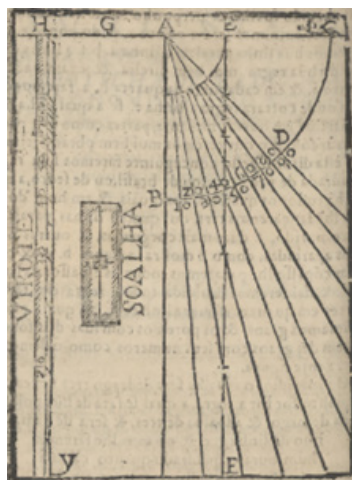
⁵ Tem o mesmo significado de pinacídio ou soalha, de acordo com o texto, que é a transversal menor, perpendicular ao virote (vara maior de madeira).

⁶ Foi mantida a linguagem original do tratado.

com o astro e, simultaneamente, passam pela extremidade inferior da soalha e se encontram com o outro astro.

Aonde a soalha parar será identificado o ângulo que separa ambos os astros, na Figura 2 foi encontrado 40° . Esse processo se repete quando for medir a estrela Polar acima da linha do horizonte, com uma diferença, a parte inferior da soalha terá que coincidir com a linha do horizonte. Além do uso do instrumento, é na Sexta Parte que aparece também o texto sobre a construção do instrumento, intitulado, Da fábrica da balhestilha, ou radio astronômico, o qual pode ser lido a seguir,

O radio astronômico, ou balhestilha se fábrica de um semicírculo, ou um quarto de círculo pela seguinte ordem, construa um quarto de círculo ABC em uma taboa⁷. E partiremos o arco BC pelo meio, no ponto D. E do ponto D até o ponto B partiremos em quarenta e cinco partes iguais. Primeiro partiremos o arco DB em três partes iguais, e depois cada uma em outras três, e assim ficará partida em nove espaços. E logo cada um destes em cinco partes, e ficará partido em 45 partes iguais. E cada parte delas partiremos pelo meio, e serão noventa partes, para o que havemos de buscar uma taboa muito plana e lisa, de cedro, ou pereiro, em que tracemos a presente demonstração. Depois de traçada veremos de que tamanho quero que seja, o pinacido que é o que os marinheiros chamam soalha, e suponho ser do tamanho do segmento GE cujo meio será o ponto A. E do ponto E lançaremos um segmento paralelo ao segmento AB, o segmento EF. E pondo uma regra⁸ muito bem direita, e exata no ponto A, e em cada parte da quarta BA, faremos divisões onde cortara regra o segmento EF, cujo segmento ficará partido em outras noventa partes como está partido o arco BD o que teremos muito bem obrado, feito como está dito. E pelo conseqüente faremos uma regoa quadrada de pau preto, ou de brasil, ou de cedro, a qual tenha todos os quadros lados iguais, e em um dos lados lhe lançaremos três, ou quatro linhas paralelas ao comprido, f. duas mais chegadas, e outras duas mais apartadas, como mostra a figura h. y. e com um compasso lhe passaremos todos os espaços da linha EF e assim teremos dividida toda a regra em tantas partes em quantas estiver a linha EF as quais partes chamamos graus, e os poremos com suas divisões de dez em dez graus com seus números como o demonstra a presente figura. O pinacido, ou soalha será de largo três vezes quanto for a regra, a qual se fará de uma polegada de largo, e a soalha de três, e será de tamanho da linha GE e no meio lhe faremos um buraco quadrado quanto caiba a regra o mais justo que puderem ser, e assim ficara feito o radio astronômico, ou balhestilha



(Figueiredo, 1603, fl. 266 - 267, grifo nosso).

⁷ Tabua retangular, plana e lisa, de cedro ou pereiro.

⁸ Régua.

O autor fornece algumas orientações de como proceder para fabricar a balhestilha, inclusive a parte em negrito remete especificamente a graduação do instrumento, pois como já se viu anteriormente ele possui uma escala angular de 0° a 90° . Além disso, Figueiredo (1603) disponibiliza o desenho de uma tabua que possui traços realizados por ele. Essa tabua se caracteriza como um tipo de gabarito que irá servir para graduar outras balhestilhas no período do século XVII. A seguir pode-se contemplar a perspectiva teórica utilizada nesse estudo, bem como os aspectos metodológicos.

A CONSTRUÇÃO DE UMA INTERFACE E OS ASPECTOS METODOLÓGICOS DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

A construção de uma interface proposta nesse estudo advém das pesquisas realizadas inicialmente por Dias e Saito (2009) e Saito e Dias (2013, p. 92), no qual a definem como “um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática”. Para que esses conjuntos de ações e produções sejam realizados é necessário partir de um documento, ou instrumento atrelado a um tratado, ou outro objeto, nesse caso, apoiou-se na *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, mais especificamente, nos textos sobre a fabricação e o uso da balhestilha e no instrumento físico.

Essa proposta da interface contempla dois movimentos⁹, sendo o primeiro deles, o estudo do contexto no qual os conceitos (as ideias) matemáticos foram concebidos, de modo a realizar o estudo histórico, epistemológico e matemático, em torno do século XVII, a partir de elementos da *Chronographia, Reportório dos Tempos...*, como frontispício, dedicatória, proêmio, partes, entre outros, que juntos permitem o pesquisador construir uma rede de informações históricas.

O outro movimento é do pensamento na formação desses conceitos (as ideias) matemáticos, que segundo Batista (2023, p. 55) significa “a apreensão do movimento, que esse objeto matemático faz no passado, permite subsidiar a construção de um diálogo com o conceito matemático no ensino em pleno século XXI, de maneira a evitar anacronismos”, ou seja, é nesse processo que podem emergir possíveis potencialidades didáticas para o desenvolvimento e ressignificação de saberes matemáticos. Nesse estudo, uma faz-se uso de uma das potencialidades, que é a articulação de saberes geométricos com trigonométricos.

No entanto, para que a construção de uma interface possa ocorrer, requer a realização desses dois movimentos e de uma metodologia de abordagem, segundo Saito e Dias (2013). Todavia ela não dispõe desse último elemento, necessitando que o pesquisador busque agregar outras metodologias para efetivar sua aplicação na formação inicial ou continuada de professores. Assim, viu-se nos aspectos metodológicos da TO uma possibilidade de aliança, pois segundo Radford (2021, p. 8, grifo nosso),

A teoria da objetivação situa-se num projeto educativo diferente: vê o objetivo da educação matemática como um esforço político, social, histórico e cultural que visa a criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionam criticamente em

⁹ É importante ressaltar que não há uma ordem para realizar esses movimentos, porventura, neste estudo, utilizou-se, como forma de organização, denominar um como primeiro e outro como segundo.

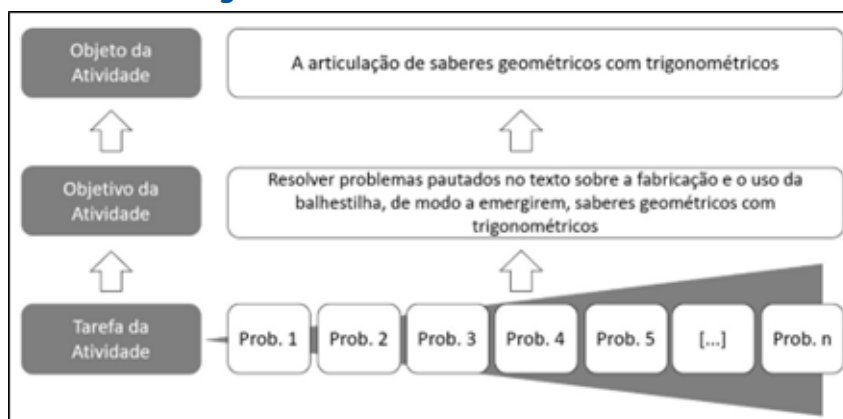
discursos e **práticas matemáticas histórica e culturalmente constituídas**, e que ponderam novas possibilidades de ação e pensamento.

Ou seja, na perspectiva da TO, o sujeito tem posicionamento crítico e reflexivo sobre o estudo do contexto histórico e matemático, que se configura, como as práticas matemáticas históricas, e do movimento do pensamento entre o passado e o presente. E isso se dá por meio do labor conjunto que se configura como “a atividade conjunta (deyatel’nost’ em russo) realizada pelo professor e pelos alunos, uma forma de energia que incorpora o fluxo de componentes emocionais, afetivos, éticos, intelectuais e materiais inter-relacionados” (Radford, 2021, p. 61).

Desta forma, não só a TO como os seus aspectos metodológicos compartilham de uma perspectiva que poderia ser incorporado a interface, de modo a permitir o desenvolvimento de atividade de ensino-aprendizagem, denominada como “um *sistema dinâmico* onde os indivíduos interagem coletivamente com um *forte* sentido social, o que torna os produtos da atividade também coletivos” (RADFORD, 2021, p. 53). Ou seja, os participantes produzem de forma conjunta, no qual professores e alunos trabalham lado a lado, de modo a manifestar uma “[...] energia que incorpora o fluxo de componentes emocionais, afetivos, éticos, intelectuais e materiais, e a partir da qual a matemática aparece sensivelmente na sala de aula” (Radford, 2021, p. 127).

Nesse cenário, para que essa atividade de ensino-aprendizagem seja contemplada como um processo, é necessário que ela seja elaborada com base em alguns elementos, sendo um deles, o objeto que deverá ser trabalhado na atividade, que é identificado pelo professor dentro do seu projeto didático (Radford, 2021). Subsequentemente, é necessária a elaboração e a incorporação de objetivos, que serão realizados por meio de tarefas específicas compostas por problemas (Radford, 2015). Assim, fazendo uso da estrutura da atividade proposta por Radford (2021), tem-se na Figura 3 o esquema utilizado nesse estudo para a produção de uma atividade.

Figura 3 - Estrutura da atividade na TO



Fonte: Adaptado de Radford (2021, p. 125).

É importante destacar que Radford (2021) afirma que não necessariamente precisa-se acompanhar as setas na Figura 3 para a produção da atividade, pois na prática, a elaboração na maioria das vezes se dá de forma contrária, de modo que há um alinhamento primeiro do objeto da atividade, depois o desenvolvimento dos objetivos, e por último, o delineamento

das tarefas problemas. Além disso, nesse processo o autor destaca três elementos centrais e importantes para serem considerados durante a produção, sendo os seguintes:

- (1) As considerações gerais incluem:
 - a. levando em conta o que os estudantes já sabem; e
 - b. envolvendo, na medida do possível, o uso de artefatos (concretos, tecnológicos, etc.).
- (2) As considerações relativas aos problemas matemáticos indicam que eles devem:
 - c. ser interessantes do ponto de vista dos alunos;
 - d. oferecer aos alunos oportunidades de se envolverem com saberes matemáticos em níveis profundos de conceitualização;
 - e. ser organizados de acordo com uma unidade conceitual e contextual; e
 - f. ter uma complexidade conceitual crescente.
- (3) As considerações sobre as formas específicas de colaboração humana incluem a organização da sala de aula de uma forma que venha:
 - g. incentivar reflexões críticas; e
 - h. propiciar uma forte interação entre os alunos, e entre o professor e os alunos (Radford, 2021, p. 174 – 175).

Essas orientações permitem-se ir além dos dois movimentos propostos pela interface, pois consegue-se ter orientação sobre os procedimentos voltados para os discentes, para os problemas e para o trabalho em conjunto. Com isso, Radford (2021) destaca que durante esse momento, para que haja um encontro gradativo com o saber histórico-cultural é necessário incluir nas tarefas três níveis de conceitualização, sendo a primeira ligada a uma experiência sensorial concreta, a segunda a uma reflexão teórico baseada no uso de objetos concretos e por fim, o terceiro nível de conceitualização que estabelece a mobilização dos símbolos matemáticos em articulação com a experiência sensorial e teórica anterior. Assim, neste tópico, tentou-se mostrar como os aspectos metodológicos da TO adentram ao contexto da construção de uma interface.

DELINEAMENTO DA ATIVIDADE DE ENSINO-APRENDIZAGEM PAUTA-DA NA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

A atividade planejada foi intitulada: “A articulação de saberes matemáticos por meio da balhestilha de Figueiredo (1603)” e teve como público-alvo os discentes devidamente matriculados no curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Estadual do Ceará (UECE). No entanto, é importante destacar que de acordo com o objetivo desse estudo, não será realizada uma análise da atividade de ensino-aprendizagem, nem da aplicação das tarefas com seus respectivos problemas.

Para a construção dessa atividade, pautou-se como foi dito anteriormente, nos aspectos metodológicos da TO, no qual partindo do objeto da atividade que é “a articulação de saberes geométricos com trigonométricos”, se produziu 10 tarefas¹⁰ contendo problemas que foram organizadas em quatro módulos, contendo temas diferenciados, mas que levaram ao alcance da realização do objetivo da atividade, como se pode ver a seguir (Quadro 1).

¹⁰ É importante destacar que se tomou por base as orientações dadas por Radford (2015, p. 554, tradução nossa) no qual o autor afirma que “para atingir os objetivos da atividade, por sua vez, devem ser previstas tarefas específicas”.

De acordo com o Quadro 1 o módulo I e II foram destinados a mobilização de aspectos histórico e tinha-se como objetivo que os grupos de discentes conhecessem quem teria sido Manoel de Figueiredo e quais as suas obras, assim como o contexto histórico no qual estavam imersos, entre os séculos XVI e XVII.

No módulo III tomou-se como subsídio o módulo I e II, de modo que a partir de um dos tratados de Figueiredo (1603) que estava na biblioteca, sendo ele, a *Chronographia, Reportorio dos Tempos...*, os participantes entrassem em contato com a fabricação e graduação da balhestilha que estava disposta na sexta parte do documento, e ao reconstruírem a escala do instrumento pudesse identificar os saberes matemáticos culturalmente constituídos e mobilizados na prática pelos discentes.

Quadro 1 - Estrutura da atividade e suas tarefas

Nº	TEMA	TAREFA
Módulo I	Aspectos relacionados às navegações entre os séculos XVI e XVII, e Manoel de Figueiredo	Tarefa 1 – Familiarização do contexto histórico e dos saberes vinculados aos participantes
Módulo II	Manoel de Figueiredo e os seus tratados, entre eles, a <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i>	Tarefa 2 – Familiarização dos tratados produzidos por Manoel de Figueiredo
Módulo III	Capítulo I sobre a fabricação da balhestilha contida na Sexta Parte da <i>Chronographia, Reportorio dos Tempos...</i>	Tarefa 3 – Explorando a fabricação da balhestilha
		Tarefa 4 – Reconstrução da graduação da balhestilha
		Tarefa 5 – Explorando as partes da balhestilha
		Tarefa 6 – Explorando a graduação da balhestilha
		Tarefa 7 – Saberes matemáticos relacionados à fabricação da balhestilha
Módulo IV	Capítulo II sobre o uso e aplicação da balhestilha	Tarefa 8 – Uso da balhestilha
		Tarefa 9 – Aplicação do instrumento no Observatório Otto de Alencar
		Tarefa 10 – Saberes matemáticos relacionados ao uso da balhestilha

Fonte: Adaptado de Batista (2023, p. 73 - 74).

E por fim, no módulo IV foi o momento de utilizar a balhestilha, agora graduada no Módulo III com sua escala em ângulos de 0° a 90°, para medir a distância entre os astros ou entre o astro e a linha do horizonte, de modo que os participantes pudessem registrar os saberes matemáticos movimentados durante o uso do instrumento.

A PRODUÇÃO DE UMA TAREFA DENTRO DA ESFERA DA ATIVIDADE DE ENSINO-APRENDIZAGEM

Conforme o objetivo desse estudo, irar-se-á apresentar apenas uma tarefa dessa atividade, no caso, a Tarefa 6. Considerando inicialmente o objeto da atividade disposto no Quadro 1 e levando em consideração todo o processo histórico e matemático investigado dentro dos movimentos da construção de uma interface, fez-se uso de elementos indicativos para a elaboração da tarefa, entre eles: de que os problemas que compõem a tarefa fossem interessante da perspectiva dos discentes; propiciassem aos discentes a exploração

de saberes matemáticos em níveis cada vez mais profundos de conceituação; fossem organizados levando em consideração uma unidade conceitual e contextual; e por fim, que os problemas oportunizassem o estudo conceitual de forma crescente de complexidade (Radford, 2021).

Conforme o Quadro 2 é possível visualizar que para alcançar esse objetivo elaborou quatro problemas pautados no texto sobre a fabricação da balhестilha, no entanto, com foco na graduação do instrumento (de 0° a 90°) abordada no tópico 2 desse estudo. Antes de dar início a tarefa, para cada grupo foi entregue um texto sobre a graduação do instrumento, além de uma balhестilha física e a imagem da tabua fornecida por Figueiredo (1603), disposta no início desse estudo.

Quadro 2 - Estrutura da Tarefa 6

OBJETO	A articulação de saberes geométricos e trigonométricos
OBJETIVO	Compreender a graduação da balhестilha, em especial, o processo por trás da marcação do segmento EF, correspondente ao virote.
TAREFA	Problema 1: Exploração do arco $\widehat{BD}$ e $\widehat{BC}$ com a soalha e o campo de visualização com o instrumento. Problema 2: Relação das marcações no segmento $\overline{EF}$ com os graus. Problema 3: Investigação sobre o saber trigonométrico incorporado na relação entre o quarto de círculo (construído com base na metade da soalha) e o segmento $\overline{EF}$. Problema 4: Averiguação sobre o saber incorporado nos segmentos e nas marcações sobre o $\overline{EF}$.

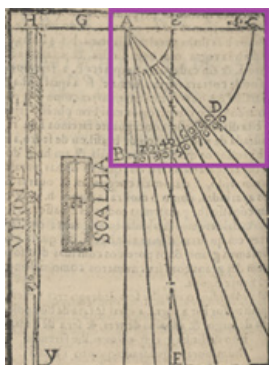
Fonte: Batista (2023, p. 84).

Essa tarefa foi elaborada com a intencionalidade de possibilitar aos discentes a mobilização de saberes advindos da sua história e cultura de modo a dialogar com aqueles que estavam presente no texto, e por sinal no período em que o tratado foi publicado, com vista a articular saberes geométricos com trigonométricos.

É importante destacar que essa aplicação foi realizada com pequenos grupos, no caso três equipes compostas por três participantes, juntamente com o acompanhamento e intervenção da professora durante todo o momento, caracterizando o próprio labor conjunto, no qual “as pessoas produzem de forma coletiva, não alienante. Ou seja, elas se expressam no que produzem e encontram, ao mesmo tempo, a realização humana no que produzem e no processo de sua produção” (Radford, 2021, p. 282).

Assim o problema 1 foi desenvolvido para que os discentes refletissem inicialmente porque a graduação do instrumento parte apenas da metade do quarto de círculo $\widehat{BC}$. Para isso se elaborou o seguinte questionamento: Considerem o quarto de círculo ABC traçado por Figueiredo (1603). Por qual motivo o autor traçou apenas divisões no arco $\widehat{BD}$ e não no arco $\widehat{BC}$ completo? Justifique sua resposta. Esses detalhes podem ser contemplados na Figura 4.

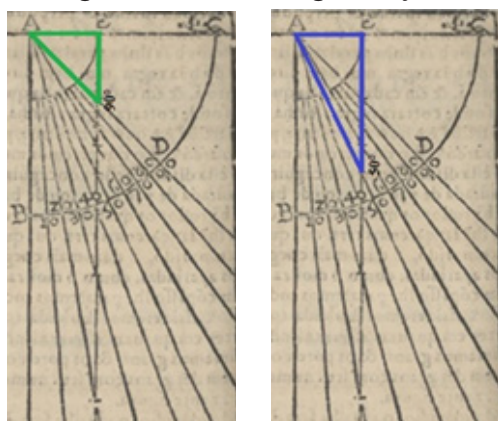
Figura 4 - Taboa com a quarta ABC



Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603, fl. 267).

No segundo problema foi posto o seguinte questionamento: O segmento $\overline{EF}$ recebe várias marcações ao longo do seu comprimento, que partem do ponto A e passam por cada uma das divisões do arco $\widehat{BD}$ chegando até $\overline{EF}$. Considerando esse processo, discutam sobre o que representa cada uma dessas marcações? Nesse momento, os discentes começariam a perceber que essas marcações tinham relações com a formação de vários triângulos, formados pelas retas que saem do ponto A, as marcações no $\overline{EF}$ e o segmento $\overline{AF}$, como se pode ver na Figura 5.

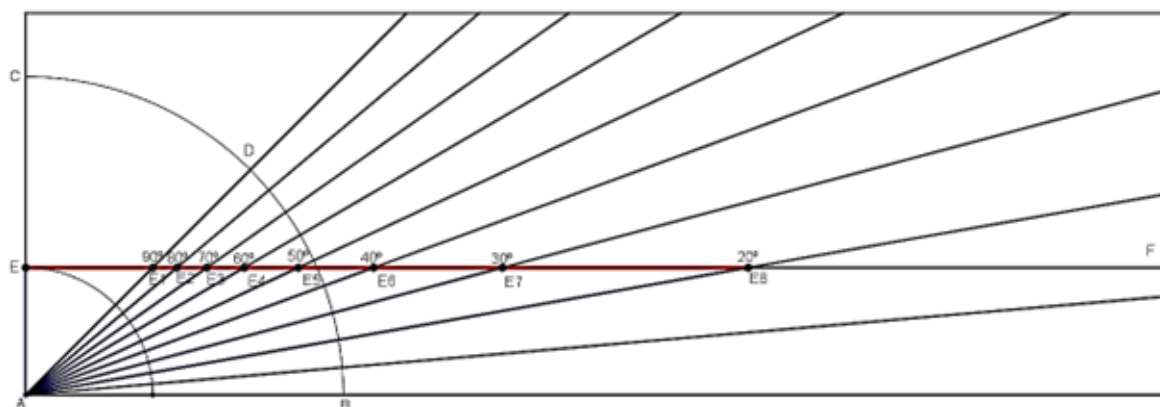
Figura 5 - Triângulos formados na graduação da balhestilha



Fonte: Adaptado de Figueiredo (1603, fl. 267).

O terceiro problema foi colocado da seguinte forma para os participantes: Figueiredo (1603) traçou um outro quarto de círculo com raio igual à metade da soalha ($\overline{AE}$). Considerando esse cenário de visualização, existe algum saber trigonométrico entre esse quarto de círculo e o segmento $\overline{EF}$? Nesse momento, a partir das propriedades de geometria que vinham sendo mobilizadas na construção de uma circunferência, a sua divisão em quatro partes, dentre outros, eles precisariam perceber o conceito de tangente relacionado aos ângulos formados em $\hat{A}$, e o seu ângulo complementar, nos triângulos formados.

Por fim, o quarto problema foi desenvolvido com o seguinte contexto: sabendo que $\overline{EF}$ possui distintas marcações e que cada uma delas formam até o ponto E diferentes segmentos, como, por exemplo, do ponto E até a primeira marcação (ponto E1), do ponto E até a segunda marcação (ponto E2) e, assim, sucessivamente, como se pode ver Figura 6, que dispõe de uma imagem da taboa com tratamento dado aos detalhes fornecidos por Figueiredo (1603).

Figura 6 - Tratamento do desenho contido na taboa de Figueiredo

Fonte: Batista (2023, p. 90).

Assim em grupo, eles deveriam: discutir o raciocínio matemático incorporado nesses segmentos; o que cada um significa; calcular como cada marcação no segmento $\overline{EF}$ poderia ser encontrada; e por fim, listar quais saberes matemáticos foram mobilizados para encontrar esses valores. Chegando assim a articulação dos saberes trigonométricos, por meio dos saberes geométricos que já vinham sendo mobilizados.

Esse momento era destinado para que eles registrassem todas as suas hipóteses levantadas durante a resolução dos outros problemas, de modo a realizarem o movimento do pensamento entre o texto da graduação e os saberes matemáticos do século XXI, com vista a formalizar os conceitos tanto geométricos quanto trigonométricos que vinham sendo mobilizados, e que diferentemente dos livros didáticos do século XXI que apresentam esses conteúdos de forma separada, esse processo articula ambos juntos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse estudo pode-se perceber que a construção de uma interface para articular história e ensino de matemática não dispõe de elementos suficientes para aplicação na formação inicial e continuada de professores, necessitando de uma abordagem metodológica. Assim, os aspectos metodológicos da TO adentram a esse cenário, trazendo a organização para o material histórico e matemático advindo da interface.

Além disso, na metodologia advinda da TO, ambos os sujeitos, alunos e professores, podem trabalhar em conjunto, oportunizando que por meio do labor conjunto, os aspectos históricos em torno da graduação da balhastilha no século XVII sejam mobilizados através da estruturação da tarefa, que requer diferentes níveis de conceitualização, bem como elementos centrais, como por exemplo, o que os estudantes já sabem, qual o artefato que será usado, como os problemas serão desenvolvidos e como incentivar esses indivíduos a serem críticos e reflexivos.

Portanto, não só o modelo de atividade de ensino-aprendizagem, envolvendo o objeto, objetivo, tarefas e problemas, mas sua forma de considerar os sujeitos envolvidos, bem como suas orientações para o labor conjunto em sala de aula, dão suporte metodológico essencial para a construção da interface, que não dispõe desse elemento de caráter pedagógico para o delineamento dessa atividade envolvendo aspectos históricos e matemáticos.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, Suziê Maria *et al.* Pesquisas envolvendo instrumentos históricos matemáticos e a interface entre história e ensino: uma visão dos trabalhos desenvolvidos no GPEHM. **Revista BOEM**, Florianópolis, v. 6, n. 12, p. 128 - 144, 2018. DOI: 10.5965/2357724X06122018128.
- ALVES, Verusca Batista; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Seno, cosseno e tangente: uma atividade com os círculos de proporção de William Oughtred (1633) na formação de professores de matemática. **Revista de Educação em Ciências e Matemáticas - Amazônia**, [S.l.], v. 16, n. 35, p. 74-88, dez. 2020.
- BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A balhestilha (1603) como um instrumento matemático para o estudo de medidas na formação de professores de matemática. **Acta Scientiarum. Education**, [S.L.], v. 43, p. 1-12, 23 nov. 2020. Universidade Estadual de Maringá. <http://dx.doi.org/10.4025/actascieduc.v43i1.48188>.
- BATISTA, Antonia Naiara de Sousa. **A articulação de saberes geométricos com trigonométricos por meio da fabricação da balhestilha de Figueiredo (1603) para a construção de uma interface**. 2023. 195 f. Tese (Doutorado em 2023) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2023. Disponível em: <http://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=95521> Acesso em: 28 de março de 2024.
- CHORLAY, Renaud; CLARK, Kathleen Michelle; TZANAKIS, Constantinos. History of mathematics in mathematics education: Recent developments in the field. **ZDM–Mathematics Education**, v. 54, n. 7, p. 1407-1420, 2022.
- DIAS, Marisa da Silva; SAITO, Fumikazu. Interface entre história da matemática e ensino: uma aproximação entre historiografia e perspectiva lógico-histórica. In: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2009, Brasília. **Anais do IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Brasília: SBEM, 2009. p. G05-G05.
- FIGUEIREDO, Manoel de. **Chronographia Reportorio dos tempos, no qual se contem VI. partes, f. dos tempos**: esfera, cosmographia, e arte da navegação, astrologia rustica, e dos tempos, e pronosticação dos eclipses, cometas, e sementeiras. O calendario Romano, com os eclipses ate 630. E no fim o uso, a fabrica da balhestilha, e quadrante gyometrico, com hum tratado dos relógios. Lisboa. 1603.
- PEREIRA, Ana Carolina Costa; SAITO, Fumikazu. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 109–122, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.225. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/225>. Acesso em: 19 jan. 2024.
- RADFORD, Luis. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, Mato Grosso, v. 8, n. 1, p. 547-567, jan. 2015.
- RADFORD, Luis. **Teoria da Objetivação**: uma perspectiva vygotskiana sobre conhecer e vir a ser no ensino e aprendizagem da matemática. São Paulo: Livraria da Física, 2021. 332 p. Tradução de: Bernadete B. Morey e Shirley T. Gobara.

OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA, Ana Carolina Costa. El concepto de paralelismo entre planos sintetizados en el instrumento jacente no plano en la formación inicial de profesores de matemáticas. **Paradigma (Maracay)**, v. XLIII, p. 432 - 452, 2022.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: Uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, São Paulo, v. 19, n. 1, p.89-111, 2013.

Histórico

Recebido: 30 de agosto de 2024.

Aceito: 15 de dezembro de 2024.

Publicado: 26 de dezembro de 2024.

Como citar – ABNT

BATISTA, Antonia Naiara de Sousa; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A produção de uma tarefa envolvendo a graduação da balhestilha com base nos aspectos metodológico da Teoria da Objetivação. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 50, e2024015, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024015.id704>

Como citar – APA

Batista, A. N. de S., & Pereira, A. C. C. (2024). A produção de uma tarefa envolvendo a graduação da balhestilha com base nos aspectos metodológico da Teoria da Objetivação. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (50), e2024015. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024015.id704>

Número temático organizado por

Juliana Martins  

Jadilson Ramos de Almeida  