

# Caracterizações do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: análise do Currículo da Cidade da Rede Municipal de São Paulo

Characterizations of Algebraic Thinking in the Early Years of Elementary School: Analysis of the City Curriculum of the Municipal Network of São Paulo

Caracterizaciones del pensamiento algebraico en los primeros años de la escuela primaria: análisis del currículo de la ciudad de São Paulo Rede Municipal de São Paulo

Suzete de Souza Borelli<sup>1</sup>  

Priscila Bernardo Martins<sup>2</sup>  

Edda Curi<sup>3</sup>  

## RESUMO

O presente texto tem por objetivo identificar e analisar as caracterizações do Pensamento Algébrico nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental prescritos no Currículo da Cidade da Rede Municipal de São Paulo, bem como analisar esses Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento na perspectiva da dimensão do processo cognitivo de Bloom (1956). Para tanto, o estudo se insere em uma pesquisa de natureza qualitativa, de tipologia documental. Dentre os resultados destacamos a necessidade de algumas alterações a serem feitas no Currículo da Cidade (São Paulo, 2019), principalmente no que tange à ampliação de alguns objetivos em alguns anos de escolaridade, pois percebemos que há um objetivo apontado para um dos anos de escolaridade e depois esse objetivo desaparece dos anos subsequentes e volta em outros, o que mostra uma falta de continuidade.

**Palavras-chave:** Pensamento Algébrico; Álgebra; Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

## ABSTRACT

This text aims to identify and analyze the characterizations of Algebraic Thinking in the Learning and Development Objectives of the Initial Years of Elementary Education prescribed in the City Curriculum of the Municipal Network of São Paulo, as well as to analyze these Learning and Development Objectives from the perspective of Bloom's (1956) cognitive process dimension. To this end, the study is part of a qualitative research, of documentary typology. Among the results, we highlight the need for some changes to be made in the City Curriculum (São Paulo, 2019), mainly regarding the expansion of some objectives in some years of schooling, as we noticed that there is an objective indicated for one of the years of schooling and then this objective disappears from the subsequent years and returns in others, which shows a lack of continuity.

**Keywords:** Algebraic Thinking; Algebra; Early Years of Elementary School.

## RESUMEN

El objetivo de este texto es identificar y analizar las caracterizaciones del Pensamiento Algebraico en los Objetivos de Aprendizaje y Desarrollo de los Años Iniciales de la Enseñanza Primaria prescritos en el Currículo Municipal de la Red Municipal de São Paulo, así como analizar estos Aprendizajes y Desarrollo. Objetivos desde la perspectiva de la dimensión del proceso cognitivo de Bloom (1956). Para ello, el estudio se enmarca en una investigación cualitativa, de tipo documental. Entre los resultados, destacamos la necesidad de realizar algunos cambios en el Currículo de la Ciudad (São Paulo, 2019), principalmente en lo que respecta a la ampliación de algunos objetivos en algunos años

1 Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Docente do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua: Galvão Bueno, 868, Liberdade, São Paulo, São Paulo, Brasil, CEP: 01506-000. E-mail: suzeteborelli@gmail.com.

2 Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). Docente do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua: Galvão Bueno, 868, Liberdade, São Paulo, São Paulo, Brasil, CEP: 01506-000. E-mail: priscila.bmartins11@gmail.com.

3 Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Docente do programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências pela Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL). São Paulo, São Paulo, Brasil. Endereço para correspondência: Rua: Galvão Bueno, 868, Liberdade, São Paulo, São Paulo, Brasil, CEP: 01506-000. E-mail: edda.curi@gmail.com.

de escolaridad, ya que nos damos cuenta de que hay un objetivo fijado para uno de los años de escolaridad y luego este objetivo desaparece en los años siguientes y regresa en otros, lo que muestra una falta de continuidad. Resúmen.

**Palabras clave:** Pensamiento Algebraico; Álgebra; Primeros años de la escuela primaria.

## CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Ao olharmos para a história da Álgebra, desde os primórdios, constatamos que a sua origem se deu na formalização e sistematização de técnicas de resolução de problemas empregadas na Antiguidade.

O Ensino de Álgebra se desenvolveu ao longo dos tempos. Há trezentos anos a visão de Álgebra se traduzia em “expressões e equações”, no entanto, desde a década de 80, desapontou outra visão da Álgebra e emergiu muitas discussões na tentativa de delimitar o que devia ser incluído no Ensino Álgebra. Dessas discussões manifestou-se o interesse pela caracterização do pensamento algébrico, que vai além da capacidade de manipulação de símbolos. (Ponte, Branco e Matos, 2009).

Um dos autores que defende que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido desde os primeiros anos de escolaridade é o americano James Kaput. De acordo com Kaput (1999) o pensamento algébrico deve ser compreendido como uma extensão natural das habilidades aritméticas, enfatizando a relevância de construir vínculos conceituais entre a aritmética e a álgebra. Ponte (2010) também enfatiza a importância de incorporar o pensamento algébrico ao currículo desde os primeiros anos de escolaridade, destacando que essa integração é essencial para o desenvolvimento de uma compreensão profunda das estruturas e relações matemáticas.

Kaput (1999) enfatiza que a introdução do pensamento algébrico deve ser ancorada no conhecimento aritmético dos estudantes. Ponte (2010) acrescenta que essa inserção deve favorecer uma articulação entre diferentes representações matemáticas (verbais, gráficas e simbólicas). Ponte (2010) reconhece que o ensino de Álgebra deve ir além da manipulação de símbolos, incentivando os estudantes a refletirem sobre o significado e a aplicabilidade das operações algébricas em diferentes contextos.

Blanton e Kaput (2004), em seus estudos realizados com crianças da Educação Infantil até o 5º ano do Ensino Fundamental, mostraram que os estudantes conseguem trabalhar não só com os números e as operações, mas também são capazes de correlacionar quantidades, desenvolvendo assim o pensamento covariacional. Esse tipo de raciocínio se caracteriza pela coordenação das imagens de duas variáveis, à medida que elas mudam, de maneira que se percebe que há uma variação que acontece simultaneamente entre elas.

Pensar na Álgebra e no pensamento algébrico não implica em reduzir a abordagem com o simbolismo formal, mas sim inclui a capacidade de pensar algebricamente numa pluralidade de situações, abarcando relações, regularidades, variação e modelação. Desse modo, limitar a Álgebra à manipulação simbólica, corresponde a reduzir a riqueza da Álgebra a apenas a um dos seus atributos (Ponte, Branco e Matos, 2009).

Dessa forma, nesse texto busca-se discutir a concepção e as características do Pensamento Algébrico nas teorizações e verificar a presença dessas características em um cur-

riculo prescrito de Matemática para os Anos Iniciais. Portanto, este artigo tem a finalidade de identificar e analisar as caracterizações do Pensamento Algébrico nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental prescritos no Currículo da Cidade da Rede Municipal de São Paulo, bem como analisar esses Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento na perspectiva da dimensão do processo cognitivo de Bloom (1956).

O artigo está organizado em seções. Inicialmente, discute-se o Pensamento Algébrico na visão de alguns autores (Kaput, 1999; Ponte, Branco e Matos, 2009), como também discute-se a taxonomia de Bloom (1956). Na segunda seção apresenta-se a metodologia empregada e por fim, na terceira seção são apresentados os resultados.

## REFERENCIAL TEÓRICO

### Pensamento Algébrico

Referenciados por Kaput (1999), Ponte et al. (2009) evidenciam que o pensamento algébrico se revela quando os estudantes apresentam conjecturas e argumentos para buscar generalizações sobre o que observam nas relações matemáticas, expressas em linguagens cada vez mais formais.

Segundo Ponte et al. (2009), podemos identificar três vertentes fundamentais do Pensamento Algébrico. O Quadro 1 sintetiza essas vertentes.

**Quadro 1** – Vertentes Fundamentais do Pensamento Algébrico

Vertente	Descrição da Vertente
<b>Representar</b>	Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
<b>Raciocinar</b>	Relacionar (em particular, analisar propriedades); Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; Deduzir.
<b>Resolver problemas e modelar situações</b>	Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

**Fonte:** Ponte, Branco e Matos (2009)

Conforme podemos observar, a primeira vertente envolve a Representação, que equivale a habilidade de empregar diferentes sistemas de representação simbólica. Como segunda vertente temos o Raciocínio, que abarca tanto a dedução quanto a indução, permitindo a análise de propriedades matemáticas, o que envolve o relacionamento e a generalização, estabelecendo conexões entre classes específicas de objetos. Como terceira vertente nos deparamos com Resolver problemas e modelar situações, que diz respeito à capacidade

de criar modelos para diferentes situações e usar distintas representações para interpretar e solucionar problemas matemáticos e de outros domínios

Kaput (1999) ainda identificou cinco aspectos do pensamento algébrico:

- a generalização e o formalismos de padrões e restrições;
- a manipulação de formalismos que será guiada para uma linguagem cada vez mais algébrica;
- o estudo das estruturas abstratas;
- o estudo das funções, relações e de variação entre duas grandezas;
- utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática.

Kaput (2008) retoma esses aspectos, integrando os dois primeiros, a generalização e a manipulação dos símbolos, considerando esses dois como sendo os basilares e os três últimos como decorrentes desses dois primeiros o que ele denominou de “*strands*”.

Segundo Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), o pensamento algébrico pode acontecer sem a necessidade de inicialmente, introduzir símbolos algébricos, mas avançar paulatinamente na introdução dos mesmos chegando ao formalismo, como apresentados por Kaput (1999) e Ponte *et al.* (2009). Todavia, é necessário levar em conta alguns aspectos, reconhecidos como características para o desenvolvimento do pensamento algébrico:

- estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;
- produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema;
- produzir vários significados para uma expressão numérica;
- interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
- transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
- desenvolver algum processo de generalização;
- perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
- desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente. (p. 5)

Essas características nos darão subsídios para as nossas análises e nos fazem refletir sobre como elas nos ajudam a pensar no Ensino da Álgebra, especialmente no Pensamento Algébrico dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

No cenário atual, a Base Nacional Curricular (2017) – BNCC, sinaliza que há necessidade de dar atenção a estas características do Pensamento algébrico no Ensino Fundamental desde os anos iniciais, o que impulsionou estados e municípios a levarem em consideração as proposições feitas na BNCC na construção de seus currículos locais.

A BNCC (Brasil, 2017) prevê que, na unidade temática Álgebra, a finalidade é o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – o algébrico – que é primordial para empregar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e símbolos.

Segundo o documento, para o desenvolvimento do Pensamento Algébrico, é fundamental que os estudantes:

Identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas, para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados (Brasil, 2017, p. 270).

Esse mesmo documento aponta que a expectativa para os Anos Iniciais, é a abordagem com as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, todavia, sem o uso de letras para expressar regularidades.

Frente ao exposto, neste texto nos referimos ao Pensamento Algébrico no aspecto cognitivo que permeia a abordagem com a Álgebra, reconhecendo padrões e generalizações em diversos contextos, até chegarmos ao formalismo algébrico.

### Taxionomia de Bloom

Em 1948, um grupo de psicólogos reuniu-se na Associação Americana de Psicologia (APA), em Boston, e nesse encontro, foi apresentada a necessidade da construção de um quadro teórico de referência que pudesse facilitar a comunicação entre pesquisadores que estavam discutindo pesquisas relacionadas à avaliação.

A partir desse encontro foi elaborado um sistema de classificação de objetivos que pudesse orientar essa análise, bem como pudesse ser o ponto de partida para o planejamento educacional.

Benjamin Bloom, ao assumir esse compromisso, juntamente com diversos colaboradores, buscou definir diversos domínios para o desenvolvimento deste trabalho: o domínio cognitivo, o afetivo e o psicomotor dos objetivos educacionais. Desse modo, o domínio cognitivo está relacionado ao aprender e envolve a aquisição de um novo conhecimento, como fatos específicos, procedimentos para encontrar padrões e entender conceitos que estimulam o desenvolvimento intelectual. Nesse domínio, os objetivos se apresentam em seis categorias e são apresentados levando-se em consideração uma hierarquia que vai da mais simples à mais complexa. As categorias desse domínio são: reconhecimento; compreensão; aplicação; análise; Avaliação e criação (Ferraz e Belhot, 2010).

O domínio afetivo está relacionado a sentimentos e posturas. Envolve categorias ligadas ao desenvolvimento da área emocional e afetiva. Já o domínio psicomotor está relacionado a habilidades físicas específicas. Bloom e sua equipe não chegaram a definir uma taxonomia para a área psicomotora (Ferraz e Belhot, 2010).

Essa Taxionomia de Bloom Revisada (TBR), em 1983, possibilitou analisar em “uma tabela bidimensional, a interpolação dos objetivos de conhecimento e os processos cognitivos da aprendizagem, permitindo, ao professor elaborador de uma tarefa, avaliar “o que”

(dimensão do conhecimento) o estudante deve fazer para resolvê-la e “como” (processo cognitivo) deve proceder” (Costa e Martins, 2017, p.700-701) conforme figura 1 a seguir.

**Figura 1** –Tabela bidimensional da Taxionomia de Bloom Revisada

Dimensão do conhecimento	Dimensão: processo cognitivo					
	Memorizar	Compreender	Aplicar	Analisar	Avaliar	Criar
Efetivo/factual						
Conceitual						
Procedimental						
Metacognitivo						

Fonte: Ferraz; Belhot (2010, p. 429)

Na figura 2, apresentamos a síntese dos verbos, que mostram essa hierarquia apresentadas pela Taxionomia de Bloom revisada:

**Figura 2** – Síntese dos verbos

Memorizar	Compreender	Aplicar	Analisar	Avaliar	Criar
Listar	Esquematizar	Utilizar	Resolver	Defender	Elaborar
Relembrar	Relacionar	Implementação	Categorizar	Delimitar	Desenhar
Reconhecer	Explicar	Modificar	Diferenciar	Estimar	Produzir
Identificar	Demonstrar	Experimentar	Comparar	Selecionar	Prototipar
Localizar	Parafrasear	Calcular	Explicar	Justificar	Traçar
Descrever	Associar	Demonstrar	Integrar	Comparar	Idear
Citar	Converter	Classificar	Investigar	Explicar	Inventar

Fonte: Galhardi e Azevedo, 2013, p. 241

Convém ressaltar que, nas nossas análises nos apoiaremos na dimensão do processo cognitivo, pensando que há uma dependência entre um nível e outro, isso significa por exemplo, que para entender um problema, há necessidade da construção de significados por meio de linguagem oral, escrita ou gráfica, usando para isto a interpretação, exemplificação ou qualquer outro aspecto que permita fazer sentido para explicar.

A taxonomia de Bloom, apesar de ter sido pensada no final da década de 1940 e 1950, ela tem sido revisitada por diversos pesquisadores, pois tem se mostrado como um recurso útil no planejamento e implementação de aulas e para análises de currículo e de itens de avaliações, bem como e para elaboração e análise de avaliações.

## METODOLOGIA

O presente estudo se insere em uma pesquisa de natureza qualitativa, de tipologia documental. A abordagem de natureza qualitativa, enquanto exercício de pesquisa, não se mostra como uma proposta rigorosamente estruturada, dado que permite que a imaginação e a criatividade conduzem o pesquisador a propor ações que explorem novos enfoques (Godoy,1995).

Godoy (1995) afirma que na pesquisa qualitativa há diferentes possibilidades, dentre elas a pesquisa documental e nos alerta que comumente imaginamos que a pesquisa sempre envolve o contato direto do pesquisador com o grupo de participantes e esquecemos que os documentos se constituem como uma fonte valiosa de dados para estudos qualitativos.

O mesmo autor ainda nos esclarece que, a análise de materiais de natureza distinta, que ainda não receberam um tratamento analítico, se configura como pesquisa documental.

A palavra “documentos” no nosso estudo faz menção ao Currículo da Cidade, de Matemática (São Paulo, 2019).

O documento foi construído em 2017, em um movimento dialógico colaborativo pelos profissionais da rede. Trata-se de um documento que busca orientar o trabalho desenvolvido pelas escolas, e especialmente em sala de aula, determinando as aprendizagens primordiais, dos estudantes, ao longo da Educação Básica.

O Currículo da Cidade (São Paulo, 2019) está estruturado em três Ciclos, sendo: Alfabetização, Interdisciplinar e Autoral. O Ciclo de Alfabetização envolve os três primeiros anos (1º, 2º e 3º). O Interdisciplinar abarca os três anos seguintes (4º, 5º e 6º). Por fim, o ciclo Autoral compreende os três anos subsequentes (7º, 8º e 9º). O documento se organiza por Eixos Estruturantes — Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística —, Objetos de Conhecimento — elementos orientadores do currículo e têm propósito de nortear o trabalho do professor, tipificando amplamente os conteúdos a serem tratados em sala de aula —, Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento — conjunto de saberes que os estudantes da Rede Municipal de Ensino devem avançar no decorrer do Ensino do Fundamental.

O Eixo Álgebra será o foco de nossas análises. Para esse eixo, o documento propõe o desenvolvimento do pensamento algébrico de maneira que os estudantes possam experimentar situações que envolvam as relações quantitativas de diferentes grandezas e possam observar as estruturas matemáticas, de maneira a levantar hipóteses, observar regularidades, conjecturar sobre essas hipóteses, sistematizar, justificar e generalizar usando diferentes representações e linguagens. Quando associadas às ideias matemáticas, o documento indica que elas estão vinculadas a equivalência, a proporcionalidade, a variação, a interdependência e a representação.

## ANÁLISES E RESULTADOS

As nossas análises serão estruturadas em duas etapas. A análise consiste em analisar os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento à luz das características do Pensamento Algébrico (Etapa 1) e na perspectiva da dimensão cognitiva de Bloom (Etapa 2).

Para proceder com o processo analítico, retomamos aqui o nosso objetivo “identificar e analisar as caracterizações do Pensamento Algébrico nos Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental prescritos no Currículo da Cidade da Rede Municipal de São Paulo”. Com esse objetivo, elegemos como foco analítico

as características do Pensamento Algébrico elencadas por Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), a saber:

1. estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
2. perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;
3. produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema;
4. produzir vários significados para uma expressão numérica;
5. interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
6. transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
7. desenvolver algum processo de generalização;
8. perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
9. desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Iniciamos com o 1º ano do Ensino Fundamental, no documento identificamos a prescrição de dois Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento (OAD): (EF01M14) Organizar e ordenar objetos familiares ou representações figurais por meio de atributos, tais como cor, formato e medida e (EF01M15) Investigar e descrever oralmente um padrão (ou uma regularidade) e identificar elementos ausentes em sequências recursivas, numéricas ou figurais. Ao analisarmos os OADs constatamos que as características “Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias” e “Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente” podem ser identificadas nesses OADs. No que tange a característica “Desenvolver algum processo de generalização”, identificamos a presença apenas no OAD (EF01M15) Investigar e descrever oralmente um padrão (ou uma regularidade) e identificar elementos ausentes em sequências recursivas, numéricas ou figurais”. As demais características não foram identificadas.

No que tange ao 2º ano constatamos a proposição de três OADs, a saber: 1. (EF02M13) Construir sequências de números naturais, em ordem crescente ou decrescente, a partir de um número qualquer, utilizando uma regularidade estabelecida; 2. (EF02M14) Descrever oralmente um padrão (ou regularidade) de sequências numéricas ou figurais, repetitivas ou recursivas, por meio de palavras ou de representações pessoais e 3. (EF02M15) Descrever elementos ausentes em sequências numéricas ou figurais, repetitivas ou recursivas, por meio de palavras ou de representações pessoais e continuar a sequência a partir de um padrão. Esses três OADs indicam as presenças das características “Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos”; “Desenvolver algum processo de generalização” e “Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”.

Quanto ao 3º ano do Ensino Fundamental, identificamos três OADs: 1. (EF03M12) Investigar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou de subtrações sucessivas de um mesmo número; 2. (EF03M13) Descrever um padrão (ou regularidade) de uma sequência numérica ou figurativa recursiva e determinar elementos faltantes ou seguintes e 3. (EF03M14) Compreender a ideia de igualdade

para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença. Assim, constatamos que a característica “perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias” está presente nos três OADs. Com relação a característica “Produzir vários significados para uma expressão numérica”, identificamos que a mesma está presente no primeiro OAD (EF03M12) Investigar regularidades em sequências ordenadas de números naturais, resultantes da realização de adições ou de subtrações sucessivas de um mesmo número e no segundo OAD (EF03M13) Descrever um padrão (ou regularidade) de uma sequência numérica ou figural recursiva e determinar elementos faltantes ou seguintes. Por outro lado, a característica “Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas” está presente no terceiro OAD (EF03M14) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou de subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.

No que diz respeito ao 4º ano do Ensino Fundamental, identificamos dois OADs: (EF04M15) Explorar regularidades, em sequências numéricas recursivas, compostas por múltiplos de um número natural e (EF04M16) Investigar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais. Nenhuma das características são contempladas de forma, concomitantes, nos OADs, ou seja, no primeiro OAD “(EF04M15) Explorar regularidades, em sequências numéricas recursivas, compostas por múltiplos de um número natural” são contemplados as características “Produzir vários significados para uma expressão numérica”, “Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples” e “Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias” e já o segundo OAD “(EF04M16) Investigar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais” contempla apenas a característica “Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas”.

Por fim, no 5º ano, constatamos a prescrição de três OADs: 1.(EF05M11) Investigar que uma igualdade não se altera ao adicionar ou subtrair, multiplicar ou dividir os seus termos por um mesmo número; 2. (EF05M12) Solucionar problemas que envolvam ampliação ou redução de quantidades de forma proporcional e 3. (EF05M13) Solucionar problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra. Assim, a partir de nossas análises, identificamos que não há nenhuma característica presente no segundo OAD “2. (EF05M12) Solucionar problemas que envolvam ampliação ou redução de quantidades de forma proporcional”. A segunda característica “Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias” pode ser identificada nos OADs: 1.(EF05M11) Investigar que uma igualdade não se altera ao adicionar ou subtrair, multiplicar ou dividir os seus termos por um mesmo número e (EF05M13) Solucionar problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, tais como dividir uma quantidade em duas partes, de modo que uma seja o dobro da outra. Em relação às características “Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos”; “Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema”; “Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema” e “Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas” são contempladas de modo exclusivo

no OAD “1.(EF05M11) Investigar que uma igualdade não se altera ao adicionar ou subtrair, multiplicar ou dividir os seus termos por um mesmo número”.

O Quadro abaixo expressa as características do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental, em ao menos um dos OADs.

**Quadro 2** – Síntese das características do pensamento algébrico nos anos iniciais

Características do Pensamento algébrico	Ano de escolaridade				
	1º	2º	3º	4º	5º
Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos		x			x
Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema					x
Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema					x
Produzir vários significados para uma expressão numérica			x	x	
Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas			x	x	x
Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples					
Desenvolver algum processo de generalização	x	x			
Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias	x	x	x	x	x
Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente	x				

**Fonte:** elaborado pelas pesquisadoras

Conforme podemos observar no Quadro 2, a característica “Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente” aparece apenas no primeiro ano. Já a característica “Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos” aparece no primeiro ano e depois é retomada no quinto ano. No que tange às características “Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema” e “Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema” elas estão presentes apenas no quinto ano. Em se tratando da característica “Produzir vários significados para uma expressão numérica” ela está presente no terceiro e no quarto ano e não é retomada no quinto ano. Em contrapartida, a característica “Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas” identificamos a presença nos três últimos anos dos anos iniciais (3º, 4º e 5º). Em relação a característica “Desenvolver algum processo de generalização” ela foi identificada apenas nos dois primeiros anos de escolaridade (1º e 2º). A única característica contemplada em todos os anos refere-se a “Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias”. Além disso, não identificamos a presença da característica “Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples” em nenhum dos anos de escolaridade.

Nossa próxima análise recai sobre o domínio cognitivo da Taxonomia de Bloom (1956). Assim, nosso foco será de observar se há uma evolução do pensamento cognitivo na organização do Currículo da Cidade (São Paulo, Brasil, 2018) no eixo Álgebra, conforme o quadro 3, temos:

**Quadro 3** – Síntese da análise da presença da Taxonomia de Bloom no Currículo da Cidade – álgebra

Processos Cognitivos	Ano de escolaridade				
	1º	2º	3º	4º	5º
Memorizar	x	x			
Compreender	x		x	x	
Aplicar		x			
Analisar			x	x	x
Avaliar					
Criar					

**Fonte:** elaborado pelas pesquisadoras

Ao analisarmos o quadro 3, observando o 1º ano, percebemos que houve uma preocupação com o memorizar, trazendo a ideia de identificação e reconhecimento de atributos e a ideia de investigar os elementos ausentes, mas com o sentido de identificar e explicar os elementos que estão ausentes em uma sequência recursiva, numérica ou figurada. Em relação ao 2º ano, diferentemente da proposta do ano anterior, as duas OADs envolvem procedimentos cognitivos relacionados com a compreensão, descrevendo oralmente um padrão ou regularidade por meio de palavras ou representações de maneira que se possa utilizar a compreensão de padrões ou regularidades para construir uma sequência numérica, figurada ou recursiva. No 3º ano, o foco indicado está na compreensão e na análise, uma vez que recomenda que se faça investigações envolvendo regularidades em sequências ordenadas de números naturais, tendo os resultados de adição ou de subtração sucessiva de um mesmo número de referência. No que tange ao 4º ano, os verbos que se apresentam são o explorar e o investigar, porém a perspectiva está muito mais na compreensão dessas regularidades recursivas de sequências numéricas envolvendo múltiplos de números naturais. No 5º ano, a indicação das OADs está no analisar uma vez que os verbos indicados são: investigar uma igualdade, solucionar problemas que envolvam a ampliação ou redução de quantidades de forma proporcional ou problemas envolvendo a partilha de uma quantidade em partes desiguais.

A partir dessas reflexões observamos que não houve uma preocupação com a dimensão cognitiva do pensamento, em termos de hierarquia. No 2º ano, aparece a memorização no sentido de identificar/reconhecer e uma indicação para análise, sem ter hierarquicamente passado pelo compreender. No 3º ano também acontece algo semelhante, mas o foco está na compreensão, sem considerar a aplicação, passando diretamente para a análise. No 4º ano acontece algo semelhante ao 3º ano, há uma lacuna nos OADs, uma vez que indicam a compreensão e análise, sem considerar a aplicação. O para o 5º ano o foco ficou todo na análise, que ao nosso ver, é bem pertinente. Além disso, notamos ausência nos processos cognitivos “avaliar e criar”.

## REFLEXÕES FINAIS

Analisar os Objetivos de Aprendizagem e Desenvolvimento do Currículo da Cidade (São Paulo, 2019) à luz de estudos teóricos mostram que apesar de incorporar os pressupostos dos currículos anteriores da SME e incorporar os avanços indicados pela BNCC (Brasil, 2018) em relação a Álgebra, há outras características do Pensamento Algébrico, bem como

dimensões dos processos cognitivos que poderiam ser incorporados, em determinados anos de escolaridade.

Em relação ao pensamento algébrico, percebemos em nossas análises que, há algumas alterações que deveriam ser feitas no Currículo da Cidade (São Paulo, 2019), principalmente no que tange à continuidade com ampliação desses objetivos em alguns anos de escolaridade, pois percebemos que há um objetivo apontado para um dos anos de escolaridade e depois esse objetivo desaparece dos anos subsequentes e volta em outros, o que mostra uma falta de continuidade.

O mesmo pode se dizer em relação à dimensão cognitiva, a construção deveria ter mostrado que se no 1º ano o foco estivesse no reconhecimento e na compreensão, no 2º ano deveria privilegiar o reconhecimento, a compreensão e aplicação, no 3º ano o foco deveria estar na compreensão e na aplicação, no 4ª ano na aplicação e na análise e no 5º ano poderia ser da mesma forma que foi apresentado, trazer o foco para a análise.

Cabe destacar que, a elaboração do currículo da cidade deveria ser feita a partir da BNCC (Brasil, 2018). Todavia, na época da construção do currículo da cidade (São Paulo, 2019), a BNCC (Brasil, 2018) estava em sua terceira versão e houve mudanças na versão final do documento, inclusive com relação a elementos centrais como a troca de OADs da BNCC (3ª versão) para habilidade na homologação do documento final da BNCC, o que acabou provocando um descompasso entre nomenclaturas desses dois documentos, entre outros elementos que não dizem respeito a Álgebra, objeto de análise deste artigo.

Para finalizar, gostaríamos de mencionar que as características do Pensamento Algébrico, bem como a taxonomia de Bloom (1956), com foco na dimensão cognitiva, podem subsidiar elaboradores na construção de currículos.

## AGRADECIMENTOS

Ao Grupo de trabalho GT1- Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental da Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

## REFERÊNCIAS

BLOOM, B. S. et al. *Taxonomy of educational objectives*. New York: David McKay, 1956. 262 p. (v. 1)

PONTE, João Pedro da Ponte. (2010). *Investigação Matemática na Sala de Aula*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, v.36, n.5, p.412-46, 2004.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 2 out. 2024.

FERRAZ, Ana Paula do Carmo Marcheti; BELHOT, Renato Vairo. Taxonomia de Bloom: revisão teórica e apresentação das adequações do instrumento para definição de objetivos

instrucionais. **Gestão & Produção**, [S.L.], v. 17, n. 2, p. 421-431, 2010. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/s0104-530x2010000200015>.

GALHARDI, Antonio César; AZEVEDO, Marília Macorin de. Avaliações de aprendizagem: o uso da taxonomia de Bloom. Avaliações de aprendizagem: o uso da Taxonomia de Bloom. VIII Wokshop de Pós-Graduação e Pesquisa Do Centro Paula Souza, 237–247.

GODOY, Arlida Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de administração de empresas*, [s. l.], v. 35, p. 57-63, 1995.

KAPUT, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Lawrence Erlbaum Associates.

KAPUT, J. J. (2008). \*What Is Algebra? What Is Algebraic Thinking?\*. In Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds.), \*Algebra in the Early Grades\* (pp. 5-17). Lawrence Erlbaum Associates.

PONTE, João Pedro da Ponte. (2010). *Investigação Matemática na Sala de Aula*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

PONTE, J.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no Ensino Básico. Ministério da Educação, Portugal. Direção Geral de Integração e de Desenvolvimento Curricular (DGIDC). Portugal, 2009.

SÃO PAULO (Município). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. Currículo da Cidade: Ensino Fundamental: Matemática. São Paulo: SME/ COPED, 2019.

## Histórico

Recebido: 08 de agosto de 2024.

Aceito: 10 de novembro de 2024.

Publicado: 31 de dezembro de 2024.

## Como citar – ABNT

BORELLI, Suzete de Souza; MARTINS, Priscila Bernardo; CURI, Edda. Caracterizações do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: análise do Currículo da Cidade da Rede Municipal de São Paulo. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 50, e2024002, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n51.e2024002.id713>

## Como citar – APA

Borelli, S. de S., Martins, P. B., & Curi, E. (2024). Caracterizações do Pensamento Algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: análise do Currículo da Cidade da Rede Municipal de São Paulo. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (50), e2024002. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n51.e2024002.id713>

## Número temático organizado por

Ana Virginia de Almeida Luna  

João Alberto da Silva  

Edvonete Souza de Alencar  