

## Pensamento algébrico: explorando uma tarefa com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental

Algebraic thinking and manipulative materials: a proposal of didactic sequence for the early years of elementary education

Pensamiento algebraico: explorando una tarea con alumnos de los primeros años de educación primaria

Luana Gonçalves Moulin<sup>1</sup>  

Jorge Henrique Gualandi<sup>2</sup>  

### RESUMO

Para desenvolver o pensamento algébrico nos anos iniciais do ensino fundamental pode-se propor tarefas com a identificação de padrões e regularidades, de modo a promover generalizações. Este artigo busca investigar como promover o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos iniciais do ensino fundamental com o uso de materiais didáticos manipuláveis por meio de uma sequência didática. Trata-se de um estudo de natureza qualitativa, do tipo intervenção pedagógica. Participaram da pesquisa 19 alunos do 2º ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de um município localizado no sul do estado do Espírito Santo. Foi possível identificar a construção do conceito de sequência e padrão, proporcionando aos participantes a generalização da sequência da tarefa proposta.

**Palavras-chave:** Pensamento algébrico; Anos iniciais; Sequência didática; Materiais didáticos manipuláveis.

### ABSTRACT

To develop algebraic thinking in the early years of elementary education, tasks can be proposed that focus on the identification of patterns and regularities, in order to promote generalizations. This article seeks to investigate how to promote the development of algebraic thinking in students in the early years of elementary school using manipulable teaching materials through a didactic sequence. This is a qualitative study of a pedagogical intervention type. Nineteen second-grade students from a municipal school in a municipality located in the south of the state of Espírito Santo participated in the research. It was possible to identify the construction of the concepts of sequence and pattern, allowing participants to generalize the sequence of the proposed task.

**Keywords:** Algebraic thinking; Early years; Didactic sequence; Manipulative teaching materials.

### RESUMEN

Para desarrollar el pensamiento algebraico en los primeros años de la educación primaria, se pueden proponer tareas que se centren en la identificación de patrones y regularidades, con el fin de promover generalizaciones. Este artículo busca investigar cómo promover el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de los primeros años de la educación primaria mediante el uso de materiales didáticos manipulables a través de una secuencia didáctica. Se trata de un estudio de naturaleza cualitativa, del tipo intervención pedagógica. Participaron en la investigación 19 alumnos de segundo grado de una escuela de la red municipal de un municipio ubicado en el sur del estado de Espírito Santo. Se pudo identificar la construcción del concepto de secuencia y patrón, permitiendo a los participantes generalizar la secuencia de la tarea propuesta.

**Palabras clave:** Pensamiento algebraico; Primeros años; Secuencia didáctica; Materiales didáticos manipulativos.

1 Licenciada em Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) campus Cachoeiro de Itapemirim.

2 Doutor em Educação Matemática (PUC-SP). Professor do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES) campus Cachoeiro de Itapemirim. Professor credenciado do Programa de Pós-Graduação em Ensino, Educação Básica e Formação de Professores da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) campus Alegre. E-mail: jhgualandi@ifes.edu.br.

## MOTIVAÇÃO E CONTEXTO

No 5º período do curso de Licenciatura em matemática do Instituto Federal do Espírito Santo—*campus* Cachoeiro de Itapemirim, consta, na grade curricular, a disciplina Instrumentação para o Ensino, a qual é ministrada no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Após as primeiras aulas, abriu edital para monitoria no LEM e por meio dele identifiquei-me com a disciplina e candidatei-me à vaga, e eu e mais três colegas fomos selecionadas. No decorrer da disciplina, aprendíamos sobre diversos materiais didáticos manipuláveis (MDM) e suas adaptações para que um mesmo material pudesse ser aplicado em diferentes níveis de ensino. Em uma visita na qual o LEM recebeu alunos do 3º e 4º anos do ensino fundamental de uma escola localizada em um distrito da cidade de Mimoso do Sul—ES, em um dos momentos, após manipularem a “Torre de Hanói”, os estudantes foram provocados a responder algumas perguntas conduzidas pelo coordenador do LEM. O propósito dos questionamentos era para que os alunos, a partir da manipulação do material, generalizassem padrões. Durante a disciplina, eu já havia visto a Torre de Hanói e como trabalhar com esse material na sala de aula da educação básica. Porém, vivenciar essa experiência com alunos dos anos iniciais do EF e perceber como esses participantes buscavam encontrar as respostas a partir do reconhecimento dos padrões, fez com que me interessasse a pesquisar um pouco mais sobre esse assunto.

A álgebra, formalizada, sempre esteve presente nos anos finais do ensino fundamental e no ensino médio, diferente dos anos iniciais. A álgebra proposta para esse nível de ensino é voltada para desenvolver o pensamento algébrico, trabalhando com a identificação de padrões e regularidades, de modo a promover generalizações.

Considerando os aspectos mencionados, este estudo tomou como ponto de partida a seguinte questão: Como promover o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos iniciais do ensino fundamental com o uso de materiais didáticos manipuláveis? A partir desse questionamento, objetivamos propor uma sequência didática (SD) que promova o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos iniciais do ensino fundamental com o uso de material didático manipulável.

A hipótese levantada para este estudo é que o MDM propicia o desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos dos anos iniciais do ensino fundamental.

## PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

O ensino da álgebra, frequentemente, é focalizado nos aspectos de abstração e formalização matemática. Tais aspectos, por vezes, dificultam a reflexão dos alunos sobre esses conhecimentos em suas variações, pois a álgebra tem sido ensinada como um conjunto de conhecimentos matemáticos sem conexão e contextualização entre si (Lacerda; Gil, 2022). No entanto, Lima e Bianchini (2017, p.102), evidenciam que há “uma tendência de considerar seu desenvolvimento, o do pensamento algébrico, inicialmente, desde os primeiros anos de escolaridade por meio do estudo de padrões e regularidades”. Nos anos iniciais do ensino fundamental, a álgebra pode ser explorada a partir do desenvolvimento de ensino e de

---

3 O texto está na primeira pessoa por explicar a motivação da primeira autora em investigar as práticas desenvolvidas no LEM. Destaca-se que o segundo autor é o professor da disciplina de Instrumentação para o Ensino e coordenador do LEM.

aprendizagem, por meio de tarefas exploratórias (TE), por meio de situações-problema nas quais o aluno reconheça as diferentes funções da álgebra, abarcando as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade (Gualandi, 2019). Para Vale et al. (2011, p. 09) o termo padrão “é usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjos de números, formas, cores ou sons onde se destacam regularidades”.

Vale et al. (2011) enfatizam que é possível desenvolver o pensamento em qualquer nível de ensino por meio das regularidades ou padrões. Esse argumento corrobora com as ideias de Threlfall (1999), ao evidenciar que o estudo dos padrões, pode promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desde a educação infantil. Nessa linha de pensamento, Molina (2009, p. 136) considera que diferentes modos de pensamento algébrico podem emergir com naturalidade ao se trabalhar as matemáticas próprias da educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental.

No Brasil, com a implementação da Base Nacional Comum Curricular, a álgebra passou a ser incluída em todo ensino fundamental a partir do primeiro ano, com a finalidade de desenvolver o pensamento algébrico, que é “essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos” (Brasil, 2018).

Destacamos que, para o desenvolvimento do pensamento algébrico, é importante que as tarefas trabalhadas sejam desafiadoras, proporcionando descobertas e reflexões, de forma que os estudantes sejam os protagonistas no processo de resolução dessas tarefas, o que é defendido por Gualandi (2019) e Moraes da Silva; Almeida (202). Enfatizamos que as tarefas devem possuir uma intencionalidade para que no processo de resolução dessas tarefas sejam explorados e proporcionados o desenvolvimento desse tipo de pensamento desde os primeiros anos do ensino fundamental, podendo, assim, contribuir para que os estudantes tenham um melhor desempenho na aprendizagem da álgebra, que Squalli (2002) define como um “tipo de atividade matemática e o pensamento matemático um conjunto de habilidades intelectuais que intervêm nessas atividades” (p. 277, tradução nossa), sendo formada por três componentes essenciais e indissociáveis:

- 1) construção e interpretação de modelos algébricos de situações reais ou matemáticas;
- 2) manipulação de expressões algébricas seguindo regras pré-definidas; e
- 3) elaboração e aplicação de estruturas (estruturas algébricas, estruturas de situações reais ou matemáticas) e de procedimentos (regras, algoritmos, heurísticas, etc.) (Squalli, 2002, p. 277, tradução nossa)

Lima e Bianchini (2021) consideram a álgebra como componente do pensamento matemático, e trazem a concepção da álgebra como elemento pertencente da cultura matemática de todo indivíduo, bem como do pensamento algébrico. No entanto, para Lins e Gimenez (1997), destacam que uma forma de produzir significado para a álgebra, é por meio de situações em termos de números, operações aritméticas, igualdades ou desigualdades, e transformando expressões obtidas seguindo três características:

- 1) produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmetismo);

- 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e,
- 3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (Lins; Gimenez, 1997, p 151).

O pensamento algébrico é composto por habilidades que possibilitam o pensamento analítico sobre esses três componentes apresentados por Squalli (2002), permitindo que haja a generalização e abstração de relações, estruturas e regras da linguagem algébrica (Nacarato, Custódio, 2018).

No processo do desenvolvimento do pensamento algébrico, segundo Blanton e Kaput (2005), os estudantes generalizam ideias matemáticas, e ao estabelecer as generalizações, expressam de forma progressiva, com tentativas e erros, até se habituarem com esse tipo de pensamento. Para estes autores, esse processo vai se tornando mais formal de acordo com o nível escolar dos estudantes, que vão utilizando conceitos matemáticos de forma mais conexa, o que irá possibilitar uma maior compreensão com o avançar do nível escolar, proporcionando com o desenvolvimento do pensamento algébrico perpassem pelos processos de generalização e sintetização. Machado e Bianchini (2013) apontam que generalizar e sintetizar são processos indissociáveis, no qual generalizar permite ao estudante tirar como consequência ou induzir do particular, identificar o que há de comum, expandir o domínio de validade. Enquanto o processo de sintetizar significa combinar ou compor partes de tal forma, que elas formem um todo, isto é, um objeto matemático.

A generalização é uma das maneiras de promover o desenvolvimento do pensamento matemático, que podem acontecer quando o professor provoca atitudes investigativas em seus estudantes fazendo uso de TE que envolvem a generalização de padrões (Gualandi, 2019). Vale e Pimentel (2013) relatam que a visualização, por meio do padrão repetitivo, é um facilitador para o contato inicial da TE, proporcionando uma exploração inicial que irá contribuir para o raciocínio, se tornando parte da estratégia para a resolução do problema proposto. Falamos em padrão quando queremos encontrar uma ordem ou estrutura, dessa forma, utilizamos de termos como regularidade, repetição e simetria (Orton et al., 1999 apud Vale e Pimentel, 2013).

Os padrões podem contribuir no aumento da motivação e compreensão matemática dos alunos, pois permitem:

- [...] experienciar o poder e a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento de novos conceitos;
- evidenciar como os diferentes conhecimentos matemáticos se relacionam entre si e com outras áreas do currículo;
- promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos tornando-os bons solucionadores de problemas e pensadores abstratos;
- melhorar a compreensão do sentido do número, da álgebra e de conceitos geométricos (Vale; Pimentel, 2005, p. 16).

Para identificar padrões, mobiliza-se a ideia de variáveis, que de acordo com Canavaro (2007), é importante que essas sejam identificadas e analisadas a partir de um estabele-

cimento de uma relação explícita, pois desta maneira, favorece a abordagem funcional por correspondência, possibilitando o processo de generalização.

## METODOLOGIA

Para atender os objetivos propostos foi desenvolvido um estudo de natureza qualitativa, do tipo intervenção pedagógica. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa possui caráter flexível, os participantes podem responder segundo suas perspectivas pessoais, sendo o objetivo do pesquisador, compreender como os sujeitos pensam e desenvolvem seus quadros de referência sobre determinado assunto. Para esses autores, a investigação qualitativa pode apresentar cinco características, sendo elas: ter o ambiente natural como fonte direta de dados; ser descritiva; o processo é mais interessante que o resultado para o pesquisador; os dados são analisados de forma indutiva, e; o significado é de importância vital nesta abordagem.

Uma pesquisa do tipo intervenção pedagógica envolve o planejamento e a implementação de interferências, com o objetivo de produzir avanços nos processos de aprendizagem (DAMIANI et al, 2013). Entendemos que essa pesquisa é intervenção pedagógica pois será aplicada uma TE por meio de uma SD elaborada com auxílio de MDM.

Os instrumentos utilizados para a produção de dados foram uma tarefa exploratória envolvendo padrões que será mediada por meio de aula exploratória e para as análises serão os registros da pesquisadora, bem como as gravações de áudio e vídeo, e os protocolos com o desenvolvimento das TE.

Optamos por utilizar uma tarefa exploratória para que, de acordo com Canavarro (2011), os alunos possam aprender a partir do desenvolvimento de tarefas que fazem emergir a necessidade de ideias matemáticas sistematizadas em discussão coletiva.

Para a realização das TE, os alunos trabalharam em duplas na intenção de proporcionar o diálogo e a troca de experiências entre os pares, promovendo assim discussões e reflexões acerca da tarefa que estava sendo desenvolvida, o que é enfatizado por Gualandi (2019).

### Contexto da pesquisa

Essa intervenção pedagógica foi realizada em uma turma de 2º ano do ensino fundamental de uma escola da rede municipal de um município localizado no sul do estado do Espírito Santo, que possui cerca de 200 alunos matriculados nos anos iniciais do ensino fundamental que acontece no turno matutino, sendo o turno vespertino destinado aos anos finais do ensino fundamental.

A investigação ocorreu dia 18 de setembro de 2023, e estavam presentes 19 alunos e todos participaram da intervenção pedagógica, sendo dois alunos com deficiência intelectual, acompanhados por uma cuidadora. Antes de entrar para as salas, os alunos são organizados em filas na quadra da escola e são direcionados para suas salas. Logo após, saem novamente em fila para tomar café da manhã. Tais procedimentos são rotineiros da escola na qual aconteceu a investigação. Nossa Intervenção aconteceu após os alunos tomarem o

café da manhã. A sala de aula era ampla, bem espaçosa para a quantidade de alunos, com cartazes nas paredes com situações que podem proporcionar o ensino e a aprendizagem, visto que eram materiais que continham o alfabeto, tabuada, dentre outros.

Para a análise dos dados, identificamos a pesquisadora como P e os alunos como A1, A2, ..., A19, para preservar a identidade dos participantes desta investigação.

### Percurso metodológico

De modo a provocar o desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes dos anos iniciais do ensino fundamental, foi proposta uma SD que, de acordo com Zabala (1998), se constituem como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos” (p. 18). Esta estratégia proporciona um avanço na apropriação do ensino, permitindo que o docente intervenha quando necessário, favorecendo uma ação democrática aos discentes (Franco, 2018).

Nessa SD, fez-se o uso de MDM com a intenção de despertar o interesse dos alunos e promover a aprendizagem matemática. Nesta pesquisa consideramos material didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem” (Lorenzato, 2012, p. 18), como o giz, calculadora, jogos, cartaz, caderno, caneta e etc. Diante a tantos materiais, o autor destaca, o material didático manipulável, que pode ter duas interpretações: “uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas”. (Lorenzato, 2012, p. 22).

Unindo a utilização do MDM com a SD, pretendemos promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, oportunizando a aprendizagem, de forma criativa, para que eles permaneçam interessados e motivados em participar da aula e da tarefa proposta.

### A sequência didática

A SD proposta foi adaptada de Vale e Pimentel (2015), na qual utilizamos a seguinte sequência:

**Figura 1** – Sequência utilizada.



**Fonte:** Vale e Pimentel (2015)

Para nos orientar durante a aplicação, elaboramos os seguintes passos:

**1º Passo:** Antes de entregar o MDM, inicia-se com uma questão disparadora.

Professor: O que vocês entendem por sequência?

Deixar os estudantes externarem seus entendimentos acerca do que é uma sequência.

**2º Passo:** dialogar com os estudantes, à partir de suas respostas ao questionamento, sobre o que é uma sequência e pedir que eles exemplifiquem ou ilustrem alguns tipos de sequência que conhecem.

**3º Passo:** Entregar a tirinha. E perguntar: “O que vocês observam nessa sequência?”

1. Se você tiver que explicar para um colega a regularidade dessa sequência, como você faria?

2. Vocês observam alguma repetição nessa sequência? Explique.

3. Qual é o animal que está na 6ª posição?

4. Qual é o animal que está na 7ª posição?

5. Qual é o animal que está na 9ª posição?

6. Qual é o animal que está na 10ª posição?

7. Se você continuar a sequência para a direita, qual animal vai estar na 17ª posição?

8. E o que está na 20ª posição?

9. Qual animal que está na 35ª posição?

10. Qual animal que está na 40ª posição?

11. Qual animal que está na 53ª posição?

12. E se essa sequência continuasse para a esquerda? Como ficaria?

13. Qual animal aparece mais vezes?

14. Se você tiver que explicar a posição que o macaco está, como você explicaria?

## ANÁLISES E RESULTADOS

Para a análise dos dados, apresentaremos recortes dos diálogos estabelecidos durante a investigação, que foram obtidos por meio da gravação de áudio durante a aplicação da tarefa.

Com os alunos sentados individualmente, iniciamos questionando o que eles entendiam como sequência:

A1: Lembra números.

P: Mas como seria esse número em uma sequência? Pode falar.

A1: 1

P: E depois do 1 vem o que?

A1, A2, A3, [...], A19: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

Ao serem questionados o porquê desses números serem considerados uma sequência, os participantes ficaram pensativos e em seguida a pesquisadora prosseguiu com o diálogo.

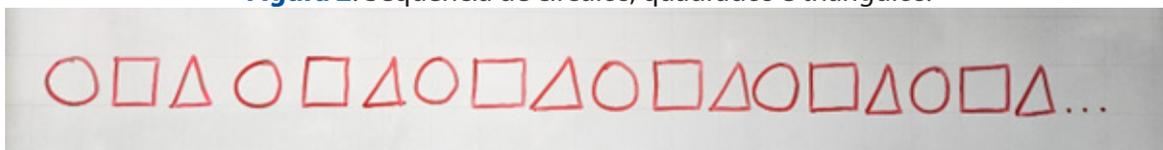
- P:** *Eu posso escrever assim: 1, 5, 8, ...?*  
**A2:** *Não.*  
**P:** *Por que não?*  
**A2:** *Precisa ter uma sequência.*  
**P:** *E o que uma sequência precisa de ter?*  
**A2:** *Uma ordem.*

Observamos que A2 especificou o termo sequência e logo após explicitou que uma sequência precisa ter uma ordem. No contexto do questionamento feito pela pesquisadora, imaginamos que A2 está se referindo a sequência numérica que de acordo com Stewart (2001, p. 693) “uma sequência pode ser pensada como uma lista de números escritos em uma ordem definida:  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n, \dots$  O número  $a_1$  é chamado de primeiro termo,  $a_2$  é o segundo termo, e em geral  $a_n$  é o  $n$ -ésimo termo.” Para tanto, nas abordagens associadas no decorrer dessa investigação, destaca-se que o termo sequência pode ser aplicado a padrões numéricos, figurais, de repetição, de crescimento, entre outros, conforme destacado por Vale et al (2013).

Seguimos conversando acerca de outras sequências que eles conheciam... A1, A3, A10 e A12 identificaram apontando para os cartazes que estavam na sala que o alfabeto pode ser considerado uma sequência. Outra sequência apresentada estava associada aos lugares em que eles ocupavam sentados nas filas da sala e sequências de números pares e ímpares.

Escrevemos no quadro uma sequência composta por círculo-quadrado-triângulo-círculo-quadrado-triângulo, conforme ilustrada na figura 2.

**Figura 2:** Sequência de círculos, quadrados e triângulos.



**Fonte:** Dados síntese da pesquisa (2023)

No início os alunos demoraram a identificar qual era o elemento seguinte. Após algumas tentativas, eles foram explicitando verbalmente que os elementos que completavam a sequência. Apresentamos um recorte do diálogo que foi estabelecido após os participantes identificarem o padrão da sequência ilustrada no quadro.

- P:** *O que difere essa sequência das outras apresentadas anteriormente?*  
 [Alunos em silêncio.]  
**P:** *Como se dá a repetição dela?*  
**A3:** *Seis.*  
**P:** *O que seria o seis?*  
**A3:** *A quantidade de figuras.*  
**P:** *Mas nessa quantidade tem algum padrão de repetição?*  
**A3:** *Duas.*  
**P:** *Explique melhor o que você está pensando*  
**A3:** *Dois grupos.*

Observamos à partir do diálogo estabelecido que o participante A3 identificou o padrão de repetição conforme explicitado por Vale e Pimentel (2013), permitindo que essa exploração inicial contribua para o raciocínio e a identificação do padrão, para posteriormente alcançar a generalização. Aumentamos a sequência desenhada anteriormente para que ela apresentasse quatro grupos de repetição e continuamos a questionar:

**P:** *E se eu tenho essa sequência, apontando para os desenhos que estavam no quadro, como ela se repete?*

**A3:** *Quatro.*

**P:** *Por que aqui você respondeu quatro e na anterior duas?*

**A3:** *Porque ali tem quatro quadrados e em cima tem dois.*

**P:** *Entendi... e quantos quadrados essa sequência pode ter?*

**A3:** *Até o final.*

**P:** *E onde é o final?*

**A3:** *Ali no final do quadro.*

Percebemos que o estudante não compreendia que a sequência poderia continuar infinitamente, logo considerava que o final do quadro seria o máximo que a sequência poderia alcançar. Apontamos duas possíveis causas: a primeira é que todas as sequências trabalhadas até então eram finitas e a segunda é que além disso, as sequências expostas no quadro eram escritas em apenas uma linha, o que limitava o entendimento que ela poderia continuar.

Com a intenção de proporcionar a ideia de que a sequência poderia continuar infinitamente, explicitou-se o significado da reticência no final da linha.

**P:** *Esses três pontinhos significam que a sequência continua. Quais figuras vão se repetir ali?*

**Todos os alunos:** *Círculo, quadrado, triângulo.*

**P:** *Aqui existe um padrão, vocês já me explicaram que para ser sequência precisa ter uma ordem. E o que vocês acham que é um padrão?*

[Alunos em silêncio.]

**P:** *Vocês já me falaram que repete: círculo, quadrado e triângulo. Ele repete de três em três. E aí o que vocês acham que seria o padrão?*

**A4:** *Igual.*

**P:** *As figuras são iguais? E elas repetem do mesmo jeitinho?*

**A4:** *Sim.*

**A5:** *Vai repetir sempre em grupos de 3, o círculo, o quadrado e o retângulo.*

**P:** *E você acha que isso é um padrão?*

**A5:** *Sim, por quê vou sempre completar com essas três figuras.*

**A7:** *Agora entendi que padrão é o que repete.*

**P:** *Isso, é a forma como repete.*

Falamos em padrão quando queremos encontrar uma ordem ou estrutura, dessa forma, utilizamos de termos como regularidade, repetição e simetria (Orton et al., 1999 apud Vale e Pimentel, 2013).

Apresentado à ideia de padrão, pedimos para que eles se organizassem em duplas e entregamos a sequência de bichinhos, explicitada na seção intitulada como “a sequência didática”. Destacamos que foi entregue a cada um dos alunos uma sequência de bichinhos

impressas e vários bichinhos cortados individualmente. Dado alguns minutos para se organizarem e manipularem o material, iniciamos o diálogo para investigar se a ideia de sequência e padrão havia sido compreendida.

**P:** *O que vocês observam sobre essa tirinha?*

**A5:** *É uma sequência de animais.*

**P:** *Quais são os animais que têm essa tirinha?*

**Todos os alunos:** *macaco.*

**P:** *Só macaco?*

**A5:** *Cachorro.*

**P:** *E depois?*

**A5:** *Macaco de novo.*

**P:** *E depois?*

**Todos os alunos:** *Gato.*

**P:** *Qual animal está na 6ª posição?*

**Vários alunos:** *Cachorro.*

**P:** *Qual animal está na 7ª posição?*

**Vários alunos:** *Macaco.*

**P:** *Qual animal está na 9ª posição?*

**A6:** *Cachorro.*

**P:** *Observem direitinho.*

**A6:** *Macaco.*

Observamos que os participantes já estavam familiarizados com a sequência apresentada na tirinha e que a exploração dos padrões e regularidades proporcionaram aos estudantes uma articulação entre a matemática estudada em sala de aula e a articulação com o desenvolvimento do pensamento algébrico, conforme destacado por Molina (2009). Após a exploração da tirinha, perguntamos aos estudantes como poderíamos simplificar, por meio de uma letra ou símbolo, a escrita dos nomes dos animais. Nesse momento, **A8** perguntou se poderia ser com a letra inicial do nome dos animais. Indagamos se todos concordavam em representar dessa forma e, em uníssono disseram que sim.

Passamos a escrever a sequência no quadro para que todos pudessem acompanhar juntos o que estava sendo discutido, utilizando as iniciais do nome desses animais (Macaco – M, Cachorro- C e Gato – G).

**P:** *Nessa tirinha tem até que posição?*

**A7:** *12.*

**P:** *Se você for completar aqui na frente, que animal você vai colocar?*

**A7:** *Macaco.*

**P:** *E o próximo?*

**Vários alunos:** *Cachorro e depois macaco.*

**P:** *E depois do macaco?*

**Vários alunos:** *Gato.*

**P:** *O macaco vai sempre repetindo, não vai?*

**Vários alunos:** *Sim.*

Uma vez compreendido o padrão presente na sequência de bichinhos, seguimos questionando os alunos de modo com que fossem provocados a generalizarem o padrão:

**P:** Vocês falaram para mim de números ímpares e números pares são tipos de sequência. [Escrevendo no quadro] Os números ímpares que vocês falaram foram 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, os pares, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12. Será que é possível falar a partir dessa sequência de bichinhos e das sequências dos números pares e ímpares a posição, ou o lugar, de cada animal?

[Alunos confusos com a pergunta.]

**P:** Vocês falaram que o macaco está na primeira, na terceira, na quinta, na sétima, na nona. Será que a gente consegue falar o lugar que os macacos vão ficar? O que vocês acham?

**A8:** Ímpares.

**P:** A8 falou que os macacos estão nos lugares ímpares, vocês concordam?

**Vários alunos:** Sim.

**P:** Então, olhem só, e se eu falar assim agora: eu quero saber qual é o animal que está no lugar 95. E aí? Vocês sabem dizer qual é esse animal? (destaca-se que, de acordo com a professora responsável pela turma, os estudantes já reconheciam números até 100).

**A9:** Ímpar.

**P:** Isso, 95 é um número ímpar. Então quem está nesse lugar?

**A9:** Macaco.

**P:** A9 falou que se está no lugar ímpar, então o animal que teria é o macaco. Então, como podemos fazer para identificar em quais posições os macacos estarão?

**A9:** Ver se o número é ímpar.

Ao associarem a posição dos macacos com os números ímpares, os alunos estabeleceram uma relação explícita possibilitando o processo de generalização da posição dos macacos, conforme apresentado por Canavarro (2007).

Passado este momento, solicitamos que os participantes criassem uma sequência diferente da fichinha. Depois de realizado, convidamos para que pudessem ir ao quadro para socializar a sua sequência com os colegas, proporcionando a descoberta de que com os mesmos elementos pode-se ter sequências distintas. Para tanto, os alunos identificaram que a sequência independe da quantidade de figuras e sim dos padrões que podem ser estabelecidos.

## CONSIDERAÇÕES

Buscamos identificar, nesta pesquisa, como o material didático manipulável pode ser usado para promover o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Para tal, foi organizada uma sequência didática com tarefa exploratória utilizando MDM.

Durante a investigação, os alunos demonstraram conhecer vários tipos de sequências, destacando que uma sequência é algo que precisa seguir uma ordem. Explorando seus conhecimentos de sequência, foi possível conduzi-los ao entendimento de padrão como algo que se repete. A generalização foi alcançada no momento em que os alunos conseguiram associar a posição dos macacos com os números ímpares, permitindo que identificassem independente da posição estar contida na sequência entregue ou não.

A investigação mostrou que é possível promover o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do segundo ano do ensino fundamental utilizando o MDM considerando seus conhecimentos prévios como o entendimento de números pares e ímpares. A interação das crianças com o MDM provocou interesse na tarefa desenvolvida e possibilitou a construção de novas sequências.

Vale destacar que exploramos somente a posição do macaco porque os alunos conheciam bem números pares e ímpares. Para a posição do gato e do cachorro era necessário que entendessem também entendessem os múltiplos de quatro, um conteúdo que ainda não fora visto por eles.

Entendemos que esta sequência pode ser aplicada em todos os níveis de ensino, desde que haja uma adaptação de acordo com a escolaridade dos alunos, destacando a intencionalidade das investigações a serem desenvolvidas. Por exemplo, aos estudantes que já aprenderam divisão, podemos usar a ideia de congruência aritmética ao relacionar as posições dos animais (Gato:  $4n$ ; Macaco:  $4n - 1$  ou  $4n - 3$  e Cão:  $4n - 2$ ).

O desenvolvimento desta investigação nos permitiu trabalhar com as ideias aqui apresentadas. Para futuras pesquisas, sugerimos a realização de mais encontros, permitindo um aprofundamento de conceitos e a exploração de novas tarefas que possa contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico em estudantes da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental.

## REFERÊNCIAS

BLANTON, Maria; KAPUT, James. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 36, n. 5, 2005.

BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília: MEC, 2018.

CANAVARRO, Ana Paula. O pensamento algébrico na aprendizagem da Matemática nos primeiros anos. **Quadrante**, vol. XVI, n. 2, 2007.

CANAVARRO, Ana Paula. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. **Educação Matemática**. n. 115, p. 11-17, 2011.

DAMIANI, Magda Floriana et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, Pelotas, n. 45, p. 57-67, 2013.

GUALANDI, Jorge Henrique. **Os reflexos de uma formação continuada na prática profissional de professores que ensinam matemática**. 2019. 169 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2019.

FRANCO, Donizete Lima. A importância da sequência didática como metodologia no ensino da disciplina de Física moderna no Ensino Médio. **Revista Triângulo**, Uberaba-MG, v. 11,

n. 1, p. 151–162, 2018. Disponível em: <https://seer.uftm.edu.br/revistaeletronica/index.php/revistatriangulo/article/view/2664>. Acesso em: 5 dezembro de 2022.

LACERDA, Sara Miranda de; GIL, Natália. Desenvolvimento do pensamento algébrico e estudo de padrões e regularidades com crianças: perscrutando possibilidades para educação infantil e anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 103, n. 264, p. 486-504, maio/ago. 2022. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbeped/a/57RWnr4b8pDPHqj3rXhrC7B/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 14 de novembro de 2022.

LIMA, José Roberto de Campos; BIANCHINI, Bárbara Lutaif. A álgebra e o pensamento algébrico na proposta de Base Nacional Curricular Comum para os anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Produção Discente em Educação Matemática**, São Paulo, v.6, n.1, pp. 197-208, 2017. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/pdemat/article/view/32595>. Acesso em: 14 de novembro de 2022.

LIMA, Gabriel Loureiro de; BIANCHINI, Bárbara Lutaif. Álgebra como integrante da cultura matemática do cidadão. In: GUALANDI, Jorge Henrique (org.). **Ensino de matemática: desafios e possibilidades**. Curitiba: Bagai, p. 10-28, 2021.

LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. Campinas: Papyrus, 1997.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de matemática na formação de professores**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

MACHADO, Sílvia Dias de Alcântara. BIANCHINI, Bárbara Lutaif. Aportes dos processos do pensamento matemático avançado para a reflexão do professor sobre sua “forma” de pensar a matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. 3, p. 590-605, 2013.

MOLINA, Marta. Uma Propuesta de Cambio Curricular: Integración del Pensamiento Algebraico em Educación Primaria. **PNA**, Granada, v.3, n. 3, p. 135-156, 2009.

MORAES DA SILVA, Rayssa de; DE ALMEIDA, Jadilson Ramos. Os meios semióticos de objetivação e o pensamento algébrico: uma análise à luz da Teoria da Objetivação. **REMATEC**, Belém, v. 16, n. 39, p. 19–38, 2021. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/23>. Acesso em: 2 nov. 2024

NACARATO, Adair Mendes; CUSTÓDIO, Iris Aparecida. **O Desenvolvimento do pensamento algébrico na educação básica**: compartilhando propostas de sala de aula com o professor que ensina (ensinará) matemática. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018. Disponível em: [http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook\\_desenv.pdf](http://www.sbembrasil.org.br/files/ebook_desenv.pdf). Acesso em: 14 de novembro de 2022.

SQUALLI, Hassane. Une reconceptualisation du curriculum d’algèbre dans l’éducation de base. National Library of Canada – Bibliothèque nationale du Canada, Ottawa, 2002.

THRELFALL, James. Repeating patterns in the primary years. In A. Orton (Ed). **Patterns in the teaching and learning of mathematics**. London: Cassel, p. 18-30, 1999.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. Padrões Visuais, Generalização e Raciocínio. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara Machado; BIANCHINI, Barbara Lutaif; MARANHÃO, M. Cristina S. A. (Orgs). **Teoria Elementar dos Números: da Educação Básica à Formação dos Professores que Ensinam Matemática**. São Paulo: Iglu, p. 167 – 198, 2015.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. O pensamento algébrico e a descoberta de padrões na formação de professores. **Da investigação às práticas**. v. 3, n. 2, p. 98-124, 2013.

VALE, Isabel; PIMENTEL, Teresa. Padrões: um tema transversal no currículo. **Revista Educação e Matemática**. Lisboa, n. 85, p. 14-20, 2005.

VALE, Isabel; BARBOSA, Ana; FONSECA, Lina; PIMENTEL, Teresa; BORRALHO, António; CABRITA, I; BARBOSA, Elsa. **Padrões em Matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico**. Lisboa: Texto Editores, 2011.

ZABALA, Antoni. **A Prática Educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1988.

### Histórico

Recebido: 08 de agosto de 2024.

Aceito: 10 de novembro de 2024.

Publicado: 31 de dezembro de 2024.

### Como citar – ABNT

MOULIN, Luana Gonçalves; GUALANDI, Jorge Henrique. Pensamento algébrico: explorando uma tarefa com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 51, e2024004, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n51.e2024004.id715>

### Como citar – APA

Moulin, L. G., & Gualandi, J. H. (2024). Pensamento algébrico: explorando uma tarefa com alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (51), e2024004. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n51.e2024004.id715>

### Número temático organizado por

Ana Virginia de Almeida Luna  

João Alberto da Silva  

Edvonete Souza de Alencar  