

Aplicações e Estratégias Didáticas para o Ensino de Matrizes no Ensino Médio: Um Estudo Baseado na Resolução de Problemas e Tecnologias Educacionais

Applications and Didactic Strategies for Teaching Matrices in High School:
A Study Based on Problem Solving and Educational Technologies

Aplicaciones y estrategias didácticas para la enseñanza de las matrices
en secundaria: un estudio basado en la resolución de problemas y las
tecnologías educativas

Gecirlei Francisco da Silva¹  

Íris Martins de Moura²  

Relicler Pardim Gouveia³  

RESUMO

O ensino de matrizes no Ensino Médio apresenta desafios relacionados à abstração do conceito e à falta de conexão com situações reais. Este estudo, oriundo de uma dissertação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (ProfMat) da Universidade Federal de Jataí, investiga estratégias didáticas para tornar esse conteúdo mais significativo. A metodologia adotada baseia-se na resolução de problemas e no uso de tecnologias educacionais, visando ampliar a compreensão e a aplicação prática das matrizes. Os resultados indicam que a abordagem contextualizada favorece a aprendizagem ativa e aumenta o engajamento dos alunos. Além disso, as ferramentas digitais potencializam a visualização dos conceitos e estimulam o pensamento crítico. Conclui-se que metodologias inovadoras, alinhadas às demandas contemporâneas, podem tornar o ensino de matemática mais dinâmico e eficaz.

Palavras-chave: ensino de matrizes; resolução de problemas; tecnologias educacionais; aprendizagem significativa.

ABSTRACT

The teaching of matrices in high school presents challenges related to the abstraction of the concept and the lack of connection with real-life situations. This study, derived from a dissertation of the Professional Master's Program in Mathematics in National Network (ProfMat) at the Federal University of Jataí, investigates didactic strategies to make this content more meaningful. The adopted methodology is based on problem solving and the use of educational technologies, aiming to expand students' understanding and practical application of matrices. The results indicate that a contextualized approach fosters active learning and increases student engagement. In addition, digital tools enhance the visualization of mathematical concepts and stimulate critical thinking. It is concluded that innovative methodologies, aligned with contemporary demands, can make the teaching of mathematics more dynamic and effective.

Keywords: teaching of matrices; problem-solving; educational technologies; meaningful learning.

RESUMEN

La enseñanza de matrices en la educación secundaria presenta desafíos relacionados con la abstracción del concepto y la falta de conexión con situaciones reales. Este estudio, derivado de una disertación del Máster Profesional en Matemáticas en Red Nacional (ProfMat) de la Universidad Federal de Jataí, investiga estrategias didácticas para hacer que este contenido sea más significativo. La metodología adoptada se basa en la resolución de problemas y en el uso de tecnologías educativas, con el objetivo de ampliar la comprensión y la aplicación práctica de las matrices. Los resultados indican que un enfoque contextualizado favorece el aprendizaje activo y aumenta la participación del alumnado. Además, las herramientas digitales potencian la visualización de los conceptos matemáticos y estimulan el pensamiento crítico. Se concluye que las metodologías innovadoras, alineadas con las demandas contemporáneas, pueden hacer que la enseñanza de las matemáticas sea más dinámica y eficaz.

Palabras clave: enseñanza matricial; resolución de problemas; tecnologías educativas; aprendizaje significativo.

¹ Doutor em matemática computacional e ciência da computação, com ênfase em Estatística, pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCAR). Docente na Universidade Federal de Jataí (UFJ), Jataí, Goiás, Brasil. Rua Riachuelo, Samuel Graham, 75800-000 - Jataí, GO – Brasil. E-mail: gecirlei@ufj.edu.br.

² Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Goiás (UFG). Professora de matemática efetiva na Secretaria Municipal de Educação da cidade de Mineiros - GO e na Secretaria de Estado da Educação do Estado de Goiás, Mineiros, Goiás, Brasil. E-mail: yrysmoura@hotmail.com.

³ Doutor em Ciências pela Universidade Federal de São Paulo (UNIFESP). Instituto Federal de Goiás – Campus Jataí. Endereço para correspondência: Av. Manoel Inacio, 141, Vila Olavo, Jataí, Goiás Brasil, CEP 75801-125. E-mail: reliclerpardim@gmail.com.

INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática no Ensino Médio frequentemente se depara com desafios relacionados à abstração dos conceitos e à dificuldade dos alunos em visualizar sua aplicação prática. Dentre os tópicos abordados nessa etapa da educação básica, o estudo de matrizes se destaca por sua relevância em diversas áreas do conhecimento, incluindo a computação, a física e a economia. No entanto, a abordagem tradicional baseada na exposição teórica e na resolução mecânica de exercícios pode contribuir para um ensino pouco motivador e distante da realidade dos estudantes.

Nesse contexto, a presente pesquisa visa explorar estratégias didáticas inovadoras para o ensino de matrizes no Ensino Médio, com ênfase na resolução de problemas e na utilização de tecnologias educacionais. Ao incorporar elementos que promovem o pensamento crítico e a conexão dos conteúdos matemáticos com situações do cotidiano, busca-se favorecer uma aprendizagem mais significativa e engajadora.

Este artigo apresenta os resultados de uma dissertação de mestrado profissional desenvolvida no âmbito do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (ProfMat) da Universidade Federal de Jataí. A pesquisa teve como objetivo analisar e propor metodologia de ensino de matrizes que integrem a resolução de problemas e o uso de tecnologias digitais, investigando seus impactos no processo de ensino-aprendizagem.

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte forma: inicialmente, discute-se a história e a relevância das matrizes, contextualizando sua evolução e importância em diferentes campos do conhecimento. Em seguida, são abordadas suas principais aplicações práticas, destacando situações em que a utilização de matrizes é essencial. Posteriormente, explora-se a abordagem baseada na resolução de problemas como estratégia para o ensino desse conteúdo, apresentando exemplos e estudos de caso. Por fim, são discutidas as contribuições e limitações da pesquisa, bem como as perspectivas para futuras investigações na área.

HISTÓRIA E RELEVÂNCIA DAS MATRIZES

As matrizes surgiram da necessidade de resolver sistemas de equações lineares. Desde a Antiguidade, os chineses utilizavam métodos de organização numérica semelhantes ao que hoje chamamos de matrizes. Segundo Strang (2009), a estrutura matricial tem suas origens no estudo de coeficientes em sistemas lineares, e sua aplicação remonta a textos matemáticos antigos, como *Os Nove Capítulos sobre a Arte da Matemática*, um tratado chinês do século III a.C.

No século XVII, o matemático japonês Seki Kowa (1637-1708) introduziu métodos relacionados ao conceito de determinantes em seus estudos sobre sistemas lineares, sendo considerado um precursor da álgebra matricial (DIEUDONNÉ, 1985). No entanto, o uso sistemático de matrizes como ferramenta algébrica começou com Joseph Louis Lagrange (1736-1813), que, em 1790, aplicou esses conceitos implicitamente em suas investigações matemáticas. Augustin-Louis Cauchy (1789-1857) foi um dos primeiros a utilizar a notação tabular para representar sistemas numéricos, referindo-se a esses arranjos como *tabelas* (BOYER,

1990). O termo *matriz* foi introduzido formalmente por James Joseph Sylvester (1814-1897), que, juntamente com Arthur Cayley (1821-1895), desenvolveu os primeiros fundamentos da teoria das matrizes (CAYLEY, 1858).

No século XX, a teoria das matrizes se consolidou como um dos pilares fundamentais da matemática aplicada. Segundo Anton e Rorres (2013), as matrizes são essenciais para a álgebra linear, desempenhando um papel crucial em diversas áreas, como computação gráfica, estatística, física quântica e análise de dados. Strang (2009) ressalta que seu impacto vai além da matemática pura, sendo amplamente utilizado no processamento de imagens, redes neurais e modelagem computacional.

Atualmente, as matrizes são empregadas em múltiplos campos, como engenharia, economia e biomedicina. Na computação, elas são essenciais para a manipulação de gráficos e a representação de transformações geométricas (HEATH, 2018). Na física, são utilizadas para estudar movimentos e interações entre partículas subatômicas (GRIFFITHS, 2005). Em economia, auxiliam na análise de matrizes de insumo-produto e modelagem de fluxos de mercado (LEONTIEF, 1986). Além disso, seu uso é evidente na vida cotidiana, estando presente em tabelas estatísticas, processamento de sinais digitais e sistemas de navegação (LAY, 2015).

Diante de sua relevância histórica e prática, o ensino de matrizes no ensino médio deve ir além da mera exposição teórica, explorando suas aplicações concretas para proporcionar uma aprendizagem significativa. Conforme afirmam Dante (2010) e Polya (1995), a inserção de problemas reais no ensino da matemática estimula o pensamento crítico dos alunos e favorece a internalização dos conceitos, tornando o aprendizado mais eficaz.

APLICAÇÕES PRÁTICAS DE MATRIZES

As matrizes são amplamente aplicadas em diversas áreas do conhecimento, desempenhando um papel fundamental na organização e manipulação de dados. No ensino médio, sua abordagem prática pode auxiliar os alunos na compreensão de conceitos matemáticos, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade analítica. A seguir, apresentamos algumas das principais aplicações de matrizes no cotidiano e na educação matemática.

Matrizes no Cotidiano

O uso de matrizes pode ser observado em diversas situações do dia a dia, muitas vezes sem que as pessoas percebam sua presença. Segundo Lay (2015), as matrizes são essenciais para a organização de informações e aparecem em áreas como economia, engenharia e computação gráfica. Um exemplo clássico é a utilização de matrizes na organização de tabelas, como no caso de planilhas eletrônicas e estatísticas populacionais. Em competições esportivas, os rankings e tabelas classificatórias são estruturados em formato matricial, permitindo a rápida análise do desempenho de equipes e atletas.

Na computação gráfica, as matrizes são utilizadas para representar e manipular imagens digitais. Cada pixel de uma imagem pode ser associado a uma matriz numérica que ar-

mazena seus valores de cor e intensidade luminosa. Essa técnica é amplamente empregada em programas de edição de imagem, como Photoshop e GIMP, além de jogos eletrônicos e animações digitais. Segundo Heath (2018), a multiplicação de matrizes é frequentemente utilizada para aplicar transformações geométricas em imagens, permitindo operações como rotação, escala e translação de objetos virtuais.

Uso de Tecnologia no Ensino de Matrizes

O uso de ferramentas tecnológicas tem revolucionado o ensino da matemática, tornando a aprendizagem mais dinâmica e interativa. De acordo com Dante (2010), a tecnologia deve ser incorporada ao ensino de matemática para facilitar a visualização de conceitos abstratos e estimular o interesse dos alunos. No estudo de matrizes, softwares matemáticos, como GeoGebra, MATLAB e Wolfram Alpha, possibilitam a manipulação interativa de elementos matriciais, permitindo a exploração de conceitos complexos de forma visual.

Além disso, ambientes virtuais de aprendizagem, como plataformas de ensino a distância e simuladores educacionais, oferecem recursos para o ensino de matrizes de maneira intuitiva. A modelagem computacional, por exemplo, permite que os alunos explorem aplicações práticas das matrizes em contextos diversos, como análise de redes sociais, simulação de processos industriais e desenvolvimento de algoritmos de inteligência artificial.

A utilização dessas ferramentas não apenas aprimora a compreensão dos alunos, mas também promove o desenvolvimento de competências digitais essenciais para o mercado de trabalho atual. Segundo Strang (2009), a matemática computacional tem um impacto crescente em diversas áreas do conhecimento, tornando fundamental que os alunos desenvolvam habilidades para lidar com algoritmos baseados em matrizes.

ENSINO DE MATRIZES NO ENSINO MÉDIO: UMA ABORDAGEM BASEADA NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino de matrizes no nível médio tradicionalmente adota uma abordagem algébrica, enfatizando a manipulação de regras e operações, muitas vezes sem conexão explícita com aplicações reais. No entanto, estudos indicam que a utilização da resolução de problemas pode tornar esse conteúdo mais significativo e acessível para os alunos. Segundo Polya (1945), a resolução de problemas é uma das atividades fundamentais do pensamento humano, pois envolve a busca ativa por estratégias e soluções. Dessa forma, ensinar matrizes a partir dessa metodologia pode favorecer o desenvolvimento do pensamento crítico, da autonomia e da criatividade dos estudantes (Vale, Pimentel & Barbosa, 2015).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) enfatizam que a resolução de problemas deve ser o eixo central do ensino de Matemática, pois permite que os alunos mobilizem diferentes conhecimentos e estratégias para encontrar soluções (Brasil, 1997). No entanto, a prática docente ainda enfrenta desafios na implementação dessa abordagem, uma vez que muitos professores mantêm métodos tradicionalmente baseados na repetição mecânica de fórmulas, sem explorar as conexões entre o conteúdo matemático e sua aplicabilidade real (Lamin, 2000).

A aplicabilidade das matrizes em áreas como Economia, Engenharia e Computação reforça a necessidade de abordagens dinâmicas no ensino desse conteúdo. Segundo Ribeiro et al. (2019), a resolução de problemas permite que os alunos compreendam as matrizes não apenas como ferramentas algébricas, mas como modelos matemáticos capazes de representar e resolver situações reais. Em um estudo com turmas do Ensino Médio, esses autores propuseram atividades envolvendo a análise de custos de produção em uma confeitaria utilizando operações com matrizes. Os resultados indicaram maior engajamento e melhor compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos.

O uso de tecnologias digitais também pode favorecer a aprendizagem de matrizes por meio da resolução de problemas. Pesquisas apontam que o software GeoGebra, por exemplo, auxilia os alunos na visualização e manipulação de matrizes em diferentes contextos (Castro & Arruda, 2024). Um estudo com turmas da rede pública do Pará demonstrou que a utilização desse recurso, combinada com problemas contextualizados, proporcionou uma aprendizagem mais significativa e reduziu as dificuldades conceituais dos estudantes.

Entre os principais benefícios do ensino de matrizes por meio da resolução de problemas, destacam-se: (i) maior motivação dos alunos, uma vez que problemas contextualizados tornam o aprendizado mais atrativo (Siqueira, 2020); (ii) o desenvolvimento do pensamento crítico, pois a necessidade de buscar estratégias de resolução favorece a autonomia intelectual dos estudantes (Charnay, 1996); e (iii) a construção de conhecimentos matemáticos mais duradouros, dado que os conceitos são explorados em diferentes situações e perspectivas (Moreira, 2012).

Apesar de suas vantagens, essa abordagem enfrenta desafios. A falta de formação específica dos professores para trabalhar com metodologias ativas e a limitação de tempo no currículo escolar são obstáculos frequentemente apontados (Braga, 2020). No entanto, tais desafios podem ser superados com a inclusão de propostas pedagógicas inovadoras e a adoção de práticas que integrem a resolução de problemas ao ensino de Matemática desde as séries iniciais.

A metodologia de resolução de problemas no ensino de matrizes também contribui para o desenvolvimento de competências essenciais previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Entre essas competências, destaca-se a capacidade de formular, resolver e interpretar problemas matemáticos em contextos diversos, promovendo uma aprendizagem ativa e significativa. Segundo Van Harpen e Sriraman (2013), a resolução de problemas estimula não apenas o raciocínio lógico, mas também a criatividade matemática, ao desafiar os alunos a pensar além da simples aplicação de algoritmos e regras formais.

Nesse sentido, o ensino de matrizes pode ser estruturado a partir de situações-problema que contextualizem conceitos matemáticos em diferentes áreas do conhecimento. Por exemplo, a modelagem de sistemas financeiros utilizando matrizes pode ser explorada para discutir conceitos como juros compostos e análise de investimentos. Já na Física, as matrizes são fundamentais para a resolução de sistemas de equações diferenciais em problemas de movimento e circuitos elétricos, podendo ser trabalhadas com experimentação e simulações computacionais (Lamin, 2000).

Outro aspecto relevante na aplicação da resolução de problemas ao ensino de matrizes é a necessidade de um ensino que promova a colaboração e a construção coletiva do conhecimento. Atividades em grupo que envolvem desafios matemáticos permitem que os alunos compartilhem estratégias, discutam diferentes abordagens e desenvolvam a argumentação matemática. Segundo Vale, Pimentel e Barbosa (2015), a interação social na resolução de problemas potencializa o aprendizado, pois os estudantes são incentivados a justificar suas escolhas e a reformular suas estratégias com base no diálogo e na troca de ideias.

Do ponto de vista prático, a estruturação de aulas baseadas na resolução de problemas pode seguir diferentes abordagens metodológicas. Uma possibilidade é a aplicação do ciclo de resolução proposto por Polya (1945), que consiste em quatro etapas principais: (1) compreensão do problema, na qual os alunos identificam os elementos envolvidos e a pergunta a ser respondida; (2) elaboração de um plano de resolução, escolhendo estratégias adequadas para resolver o problema; (3) execução do plano, aplicando os conceitos matemáticos necessários; e (4) verificação da solução, analisando a coerência e validade do resultado obtido. Esse modelo pode ser adaptado para diferentes níveis de complexidade, dependendo do contexto e do perfil dos alunos.

A MATEMÁTICA E A NECESSIDADE DE UMA NOVA ABORDAGEM NO ENSINO DE MATRIZES

Ainda persiste na sociedade a visão de que a Matemática é excessivamente difícil e acessível apenas a um grupo seleto de pessoas. No entanto, essa percepção não reflete a realidade, pois todos têm a capacidade de aprender essa ciência. A dificuldade generalizada pode ser atribuída ao fato de que a maioria das pessoas não compreende a Matemática em sua essência, o que leva muitos a negligenciarem seu estudo e subestimarem sua importância no cotidiano. A crença de que as ciências exatas são mais complexas do que outras áreas, associada ao rigor formal da disciplina e à metodologia de ensino adotada, contribui para essa resistência.

Frequentemente, o ensino da Matemática é marcado por um distanciamento da realidade dos alunos, limitando-se à aplicação mecânica de fórmulas sem explorar seu significado e aplicabilidade. Como mencionado anteriormente, grande parte do desinteresse dos estudantes decorre da falta de uma abordagem pedagógica que contextualize os conteúdos e os torne mais próximos do dia a dia. O papel do professor é fundamental nesse processo, pois cabe a ele demonstrar a relevância dos conceitos matemáticos para diferentes aspectos da vida e para outras áreas do conhecimento.

Polya (1986) destaca que a Matemática, por muito tempo, tem sido uma das disciplinas menos apreciadas pelos estudantes, o que resulta em um ciclo de rejeição ao longo das gerações. Isso acontece porque muitos futuros professores vivenciam experiências negativas durante sua formação e, posteriormente, perpetuam essa dificuldade no ensino básico. Dessa forma, ao concluir o ensino médio, espera-se que os alunos tenham desenvolvido habilidades matemáticas suficientes para resolver problemas práticos, compreender a estrutura da Matemática como ciência e reconhecer sua importância histórica e tecnológica.

Diante desse cenário, este estudo propõe uma abordagem mais prática para o ensino de matrizes, enfatizando sua aplicação no cotidiano dos alunos. De nada adianta ensinar as propriedades algébricas das matrizes sem demonstrar sua utilidade em situações concretas. Muitos estudantes concluem o ensino médio sem compreender a real aplicação desse conceito, o que reforça a necessidade de metodologias inovadoras, como a resolução de problemas contextualizados.

A abordagem baseada na resolução de problemas não apenas favorece a compreensão conceitual das matrizes, mas também promove mudanças significativas na forma como professores e alunos interagem com o conteúdo. A contextualização é um elemento essencial nesse processo, pois permite estabelecer conexões entre a teoria matemática e situações reais, tornando a aprendizagem mais dinâmica e significativa.

Infelizmente, muitos professores encontram dificuldades em apresentar aplicações práticas de matrizes em sala de aula. Essa limitação ressalta a necessidade de revisar as orientações curriculares e buscar formas inovadoras de ensinar esse conteúdo. O ensino de matrizes, frequentemente desconectado da realidade dos alunos e dos avanços tecnológicos, precisa ser repensado à luz dos estudos da Psicologia Educacional e das metodologias ativas de ensino (Sanches, 2002, p.6).

Outro fator que dificulta a aprendizagem é a inadequação de muitos livros didáticos, que apresentam confusões conceituais, linguagem pouco acessível e uma abordagem excessivamente mecânica, sem espaço para contextualizações. Essa limitação deve ser encarada como um desafio a ser superado pelos professores, incentivando-os a explorar novas estratégias e a buscar formas práticas de demonstrar a importância das matrizes no cotidiano.

Para superar esses desafios, o desenvolvimento de projetos interdisciplinares se apresenta como uma alternativa viável. A utilização da história da Matemática como recurso pedagógico pode contribuir para uma compreensão mais ampla dos conceitos e incentivar a integração entre diferentes disciplinas. Ao demonstrar como os conteúdos matemáticos estão interligados com o desenvolvimento científico e tecnológico, é possível despertar nos alunos um maior interesse pela disciplina.

Libâneo (1994, p. 189) ressalta que a aplicação dos conhecimentos deve estabelecer uma conexão entre a teoria e a prática, permitindo que os alunos desenvolvam pensamento crítico e independência intelectual. Nesse sentido, o ensino de Matemática deve ir além da simples transmissão de conteúdos, tornando-se um processo que estimule a reflexão e a criatividade dos estudantes.

Com base nesses princípios e na metodologia de resolução de problemas proposta por Polya, este estudo apresenta sugestões de atividades voltadas à aplicação prática de matrizes no ensino médio. Essas atividades têm como objetivo auxiliar os professores a tornar o ensino mais dinâmico e engajador, incentivando os alunos a perceberem a Matemática como uma ferramenta essencial para compreender e transformar a realidade.

Sugestão 1: No dia 25 de fevereiro de 2013, em uma coletiva de imprensa, acompanhado pelas seguintes autoridades: Secretário de Vigilância em Saúde, Jarbas Barbosa; Secretário Executivo do CONASS–Conselho Nacional dos Secretários de Saúde, Jurandi Fru-

tuoso; Secretário Executivo do CONASEMS–Conselho Nacional de Secretarias Municipais de Saúde, José Ênio; Coordenador Nacional do Programa da Dengue, Giovanini Coelho; o Ministro da Saúde Alexandre Padilha anunciou os novos dados da Dengue no Brasil até a 7ª semana epidemiológica.

Figura 1 – Comparativo de casos notificados 2012 e 2013⁴

UF	CASOS NOTIFICADOS		INCIDÊNCIA (nº de casos por 100 mil habitantes)		Percentual de aumento
	2012	2013	2012	2013	
Norte	11.446	18.435	70	112,8	61%
RO	514	3.711	32,3	233,4	622%
AC	688	3.116	90,7	410,7	353%
AM	1.883	4.866	52,4	135,5	158%
RR	218	155	46,4	33	-29%
PA	4.819	1.985	61,6	25,4	-59%
AP	78	181	11,2	25,9	132%
TO	3.246	4.421	229	311,8	36%
Nordeste	24.574	11.943	45,6	22,2	-51%
MA	1.128	313	16,8	4,7	-72%
PI	1.154	346	36,5	10,9	-70%
CE	3.481	1.711	40,4	19,9	-51%
RN	2.310	955	71,6	29,6	-59%
PB	244	522	6,4	13,7	114%
PE	6.837	476	76,6	5,3	-93%
AL	2.316	378	73,2	11,9	-84%
SE	835	199	39,6	9,4	-76%
BA	6.269	7.043	44,2	49,7	12%
Sudeste	25.062	80.876	30,7	99,2	223%
MG	3.755	35.334	18,9	178	841%
ES	1.445	9.013	40,4	251,9	524%
RJ	16.398	14.838	101	91,4	-10%
SP	3.464	21.691	8,3	51,8	526%
Sul	423	12.420	1,5	44,8	2836%
PR	361	12.040	3,4	113,8	3235%
SC	30	172	0,5	2,7	473%
RS	32	208	0,3	1,9	550%
Centro-Oeste	8.984	80.976	62,3	561,4	801%
MS	865	42.015	34,5	1677,2	4757%
MT	3.791	10.765	121,7	345,5	184%
GO	4.080	27.376	66,3	444,8	571%
DF	248	820	9,4	31	231%
Total	70.489	204.650	36,3	105,5	190%

Fonte: Ministério da Saúde

Qual Estado da região Centro-Oeste teve maior índice de caso de Dengue em 2012? E o menor do Brasil em 2013?

Solução: Para respondermos este problema devemos analisar tanto às linhas, para saber o Estado, quanto às colunas, para verificação do ano; ao fazermos essa análise utilizamos, quase que inconscientemente o conceito de Matrizes. Contando apenas os estados, verificamos que o estado com maior índice em 2012, está na linha 26 com a segunda coluna, sendo Goiás com 4080 casos. Enquanto o Estado com menor índice em 2013 está na linha 4, terceira coluna, ou seja, o estado de Roraima.

Sugestão 2: Antônio, Bernardo e Cláudio saíram para jogar no Playground, do shopping de sua cidade, tanto no sábado quanto no domingo. No lugar onde eles foram jogar, era necessário comprar fichas para cada partida. As matrizes a seguir resumem quantas fichas cada um comprou e como a despesa foi dividida:

⁴ até 16 de fevereiro 2013

$$S = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix} \text{ e } D = \begin{vmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

Neste caso, representamos de S a matriz com as despesas realizadas no Sábado e D a matriz de despesas no Domingo. Cada elemento nos dá o número de fichas que a pessoa i pagou para a pessoa j que, aqui, vamos considerar Antônio sendo o número 1, Bernardo o número 2 e Cláudio o número 3.

Assim, no sábado Antônio pagou 4 fichas para ele próprio, 1 ficha para Bernardo e 4 para Cláudio (primeira linha da matriz S).

a) Quem jogou mais partidas no fim de semana?

b) Quantas fichas Cláudio ficou devendo a Antônio?

Solução: a) Como as linhas correspondem a quem comprou as fichas e as colunas a quem jogou, então, a primeira coluna representa as partidas que Antônio jogou; a segunda corresponde as que Bernardo jogou e a terceira as que Cláudio jogou.

Portanto, Antonio jogou 7 vezes no sábado e 7 vezes no domingo, totalizando assim, 14 partidas; Bernardo jogou 4 vezes no sábado e 9 no domingo, totalizando 13 partidas e enquanto Cláudio jogou 9 no sábado e 6 no domingo, totalizando 15 partidas. Isso significa que quem jogou mais vezes foi o Cláudio.

b) Em cada uma das matrizes, o elemento a_{13} significa Antônio pagando para Cláudio e o elemento a_{31} representa Cláudio pagando para Antônio.

Então: Antônio pagou para Cláudio: $4 + 3 = 7$ fichas

Cláudio pagou para Antônio: $3 + 2 = 5$ fichas.

Logo, Cláudio ficou devendo 2 fichas para Antônio.

Sugestão 3: Nos meses de abril e maio foram pesquisados os preços dos combustíveis: etanol, gasolina e diesel em dois postos de um mesmo bairro.

Preço dos combustíveis em abril (R\$/l)

Combustível\Posto	X	Y
Etanol	2,29	2,27
Gasolina	3,49	3,49
Diesel	3,10	3,12

Preço dos combustíveis em maio (R\$/l)

Combustível\Posto	X	Y
Etanol	2,32	2,31
Gasolina	3,53	3,55
Diesel	3,12	3,10

Houve redução no preço de algum combustível em um desses postos? Em qual posto e em qual combustível?

Solução: Para responder tais perguntas devemos comparar cada dado correspondente das tabelas, nos dois meses e então, chegar à resposta correta.

Uma maneira prática para responder essas perguntas é representar os dados das tabelas em forma de matrizes. Neste caso, as linhas representam o preço de cada combustível e as colunas representam o posto.

Chamaremos de A , a matriz referente ao mês de abril e de M a matriz referente ao mês de maio.

Dessa forma temos:

$$A = \begin{bmatrix} 2,29 & 2,27 \\ 3,49 & 3,49 \\ 3,10 & 3,12 \end{bmatrix} \text{ e } M = \begin{bmatrix} 2,32 & 2,31 \\ 3,53 & 3,55 \\ 3,12 & 3,10 \end{bmatrix}$$

Agora vamos calcular a diferença entre elas e assim, verificar qual dos combustíveis teve redução.

$$M - A = \begin{bmatrix} 2,32 & 2,31 \\ 3,53 & 3,55 \\ 3,12 & 3,10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2,29 & 2,27 \\ 3,49 & 3,49 \\ 3,10 & 3,12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,03 & 0,04 \\ 0,04 & 0,06 \\ 0,02 & -0,02 \end{bmatrix}$$

Assim, concluímos que o posto que obteve tal redução foi o posto Y no combustível Diesel.

Sugestão 4: Aplicação à Matrizes da Criptografia

Diante de tantas possibilidades de aplicação prática do estudo de Matrizes voltadas ao nosso cotidiano podemos salientar uma forma diferente e muito interessante de ensinar matrizes inversas e multiplicação de matrizes, à criptografia.

A criptografia é o estudo dos princípios e técnicas pelas quais uma informação pode ser transformada de sua forma original para outra ilegível, de uma maneira específica e que possa ser conhecida apenas por seu destinatário. A palavra criptografia é derivada de kriptos, que em grego significa oculto, escondido. Contudo, a mesma não tem como objetivo ocultar a existência de uma mensagem, somente de esconder o seu significado.

Podemos ressaltar alguns exemplos de criptografia utilizados em nosso cotidiano para manter o sigilo de dados: transações eletrônicas, serviços disponíveis na internet e movimentações bancárias. Isso ocorre devido à existência de um protocolo específico que recebe o nome de chave, estabelecido, previamente, pelo receptor e pelo transmissor. O texto passa a ser codificado, tornando então, a mensagem incompreensível a terceiros e posteriormente, podendo o receptor torná-la compreensível novamente ao decodificá-la por meio de uma chave, não sofrendo nenhum tipo de alteração em seu significado.

É importante ressaltarmos ainda, que um dos métodos utilizados para criptografar mensagens é realizado através de matrizes. Este método simples e curioso envolve matrizes

inversas, no qual, relacionamos as letras do alfabeto e o símbolo #, que representa um espaço em branco, a números primos; qualquer outra numeração dos 27 símbolos tipográficos poderia ser possível, contudo, tanto o remetente quanto o destinatário teriam de combiná-la previamente.

Vejamos a seguinte aplicação:

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103

Como já foi dito, se o número de elementos da mensagem for ímpar, podemos acrescentar um caractere branco (#), não alterando em nada a mensagem.

Convertendo a mensagem CÓDIGO SECRETO para a forma numérica mostrada acima, obtemos:

C	O	D	I	G	O	#	S	E	C	R	E	T	O
7	53	11	29	19	53	2	71	13	7	67	13	73	53

Suponhamos que a chave utilizada seja uma matriz quadrada $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, cuja inversa é $A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$. Como essa matriz é de ordem 2, organizamos a sequência de números como elementos de uma matriz B com duas linhas, ou seja:

$$B = \begin{bmatrix} 7 & 53 & 11 & 29 & 19 & 53 & 2 \\ 71 & 13 & 7 & 67 & 13 & 73 & 53 \end{bmatrix}$$

Sendo assim, o remetente usa a matriz A para codificar a mensagem enquanto o destinatário usa a Matriz A^{-1} para decodificá-la. O objetivo deste método é que a mensagem seja codificada utilizando pares de caracteres, de modo que tabelas de frequência de letras não ajudem em nada a um decodificador não-amigável. O remetente vai realizar a multiplicação $A \cdot B$, obtendo a matriz C, que é enviada ao receptor.

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 53 & 11 & 29 & 19 & 53 & 2 \\ 71 & 13 & 7 & 67 & 13 & 73 & 53 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 383 & 277 & 79 & 451 & 141 & 577 & 273 \\ 305 & 211 & 61 & 355 & 109 & 451 & 218 \end{bmatrix}$$

Recebida a mensagem, ele a decodifica multiplicando a inversa da chave por C, ou seja, $A^{-1} \cdot C = B$,

$$\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 383 & 277 & 79 & 451 & 141 & 577 & 273 \\ 305 & 211 & 61 & 355 & 109 & 451 & 218 \end{bmatrix} = B$$

Ou seja,

$$B = \begin{vmatrix} 7 & 53 & 11 & 29 & 19 & 53 & 2 \\ 71 & 13 & 7 & 67 & 13 & 73 & 53 \end{vmatrix}$$

Por fim, o receptor, utilizando a associação entre letras e números, pode obter a mensagem original.

Isso é possível já que: $A \cdot B = C$

Multiplicando os dois membros à esquerda por A^{-1} , $A^{-1} \cdot (A \cdot B) = A^{-1} \cdot C$.

Aplicando a associativa, a definição de matriz inversa e o elemento neutro:

$$(A^{-1} \cdot A) \cdot B = A^{-1}C \Rightarrow I \cdot B = A^{-1}C \Rightarrow B = A^{-1}C$$

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo inicial auxiliar professores de Matemática e alunos do Ensino Médio no ensino-aprendizagem do conteúdo de Matrizes. No decorrer da pesquisa e da construção dos problemas matemáticos, percebeu-se que a contribuição poderia ser ampliada por meio do ensino das técnicas de resolução de problemas de Polya e da contextualização das matrizes em situações do cotidiano.

A necessidade dessa contribuição se reforça diante das constantes mudanças tecnológicas, sociais, culturais e econômicas, que impactam diretamente os modelos educacionais. As abordagens tradicionais já não conseguem acompanhar tais transformações, tornando-se insuficientes no processo de ensino-aprendizagem. Assim, é essencial promover metodologias que permitam aos alunos desenvolver habilidades de representação, compreensão, comunicação, investigação e contextualização sociocultural, tornando-os capazes de utilizar o conhecimento matemático de forma crítica e contextualizada.

Dessa maneira, buscamos neste trabalho explorar a origem, definição, propriedades e formas de resolução de Matrizes, além de sugerir aplicações práticas e inovadoras para o ensino desse conteúdo em sala de aula. Enfatizamos a importância de relacionar as matrizes ao cotidiano dos alunos, visando a uma melhor compreensão e desmistificação do tema, evidenciando sua utilidade no dia a dia.

Concluimos que a abordagem das técnicas de resolução de problemas de Polya, aliadas a propostas inovadoras para o ensino de matrizes, contribui para um aprendizado mais significativo. A construção do Roteiro de Aula, com problemas contextualizados, representa um recurso prático para professores e alunos, favorecendo a aplicação do conhecimento matemático em situações reais.

Dessa forma, a inserção da aplicação de Matrizes no cotidiano dos alunos mostra-se como uma ferramenta eficaz para a melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática. Esperamos que este material possa ser utilizado como recurso didático e que inspire novos estudos voltados à inovação metodológica no ensino da disciplina. Além disso, sugerimos que pesquisas futuras aprofundem o impacto dessas metodologias na aprendizagem e na motivação dos alunos, buscando ampliar cada vez mais a efetividade do ensino de Matemática.

Considerando os resultados obtidos, entende-se que a abordagem das técnicas de resolução de problemas de Polya, aliada à contextualização das matrizes em situações do cotidiano, constitui um caminho promissor para o ensino significativo da Matemática. Para pesquisas futuras, recomenda-se investigar a aplicação dessa metodologia em outros conteúdos da matemática escolar, como sistemas lineares, funções, estatística, geometria analítica e probabilidade, verificando de que modo a resolução de problemas e o uso de tecnologias podem potencializar a aprendizagem.

Além disso, sugere-se ampliar o estudo para diferentes níveis de ensino, incluindo o Ensino Fundamental e o Ensino Superior, a fim de compreender como a adaptação da proposta a públicos distintos pode impactar o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico, comunicação e resolução de problemas. Também seria relevante explorar a integração com projetos interdisciplinares, conectando a Matemática a áreas como Física, Química, Geografia e Ciências da Computação, fortalecendo a relação entre teoria e prática.

Por fim, recomenda-se avaliar, por meio de estudos longitudinais, os efeitos dessa abordagem na motivação, autonomia e desempenho acadêmico dos alunos, bem como analisar sua viabilidade para formação continuada de professores, contribuindo para a construção de práticas pedagógicas inovadoras e sustentáveis.

REFERÊNCIAS

- ANTON, H.; RORRES, C. *Álgebra Linear com Aplicações*. 11. ed. Pearson, 2013.
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1990.
- BRAGA, E. S. O. Resolução de problemas no ensino da matemática: algumas considerações. *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, v. 11, n. 1, 2020.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CASTRO, A. S. P.; ARRUDA, S. C. Q. O uso do GeoGebra na resolução de problemas para o ensino de matrizes. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, v. 13, n. 32, p. 1-24, set.-dez. 2024.
- CAYLEY, A. *Memoir on the Theory of Matrices*. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1858.
- CHARNAY, R. *Resolução de problemas: um desafio para os professores de matemática*. Porto Alegre: Artmed, 1996.
- DANTE, L. R. *Didática da Matemática*. São Paulo: Ática, 2010.
- DIEUDONNÉ, J. *History of Algebraic and Differential Topology: 1900-1960*. Birkhäuser, 1985.
- FREIRE, P. *Pedagogia do Oprimido*. 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.
- GRIFFITHS, D. *Introduction to Quantum Mechanics*. 2. ed. Pearson, 2005.
- HEATH, M. *Scientific Computing: An Introductory Survey*. McGraw-Hill, 2018.

- LAMIN, M. R. N. *Resolução de problemas modelados com sistemas de equações lineares*. 2000.
- LAY, D. *Linear Algebra and Its Applications*. Pearson, 2015.
- LEONTIEF, W. *Input-Output Economics*. Oxford University Press, 1986.
- MASETTO, M. T. *Didática: A aula como centro*. São Paulo: FTD, 2012.
- MOREIRA, M. A. *Aprendizagem significativa: teoria, pesquisas e aplicações*. São Paulo: Centauro, 2012.
- PÓLYA, G. *A Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- POLYA, G. *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. Princeton: Princeton University Press, 1945.
- RIBEIRO, D. M. et al. Uma abordagem de matrizes na perspectiva de resolução de problemas. *ReBECM*, v. 3, n. 3, p. 854-869, 2019.
- SAVIANI, D. *História das Ideias Pedagógicas no Brasil*. Campinas: Autores Associados, 2007.
- SIQUEIRA, J. C. O ensino de matrizes e suas dificuldades no ensino médio. *Revista Brasileira de Ensino de Matemática*, v. 15, n. 2, p. 10-18, 2020.
- STRANG, G. *Introduction to Linear Algebra*. Wellesley-Cambridge Press, 20
- VALE, I.; PIMENTEL, T.; BARBOSA, A. Ensinar matemática com resolução de problemas. *Quadrante*, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.
- VAN HARPEN, X. Y.; SRIRAMAN, B. Creativity and mathematical problem posing: an analysis of high school students' mathematical problem posing in China and the USA. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 82, n. 2, p. 201–221, 2013.

Histórico

Recebido: 15 de abril de 2024.

Aceito: 30 de julho de 2024.

Publicado: 20 de agosto de 2025.

Como citar – ABNT

SILVA, Gecirlei Francisco da; MOURA, Íris Martins de; GOUVEIA, Relicler Pardim. Aplicações e Estratégias Didáticas para o Ensino de Matrizes no Ensino Médio: Um Estudo Baseado na Resolução de Problemas e Tecnologias Educacionais. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 53, e2025013, 2025. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n53.e2025013.id748>

Como citar – APA

Silva, G. F. da., & Moura, Í. M. de., & Gouveia, R. P. (2025). Aplicações e Estratégias Didáticas para o Ensino de Matrizes no Ensino Médio: Um Estudo Baseado na Resolução de Problemas e Tecnologias Educacionais. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (53), e2025013. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n53.e2025013.id748>