

Por quê Cevianas? Dados históricos do matemático cesáreo Giovanni Benedetto Ceva (1647-1734)

Why cevianas? Historical data on the Caesarean mathematician
Giovanni Benedetto Ceva (1647-1734)

¿Por qué Cevianas? Datos históricos sobre el matemático cesáreo
Giovanni Benedetto Ceva (1647-1734)

Jorge da Silva Melo¹  

Elenice de Souza Lodron Zuin²  

RESUMO

O presente artigo encerra os resultados de uma pesquisa documental no campo da História da Matemática, trazendo para a cena o matemático italiano Giovanni Benedetto Ceva (1647-1734), que não é mencionado na maioria dos livros didáticos de Matemática do Ensino Básico. A finalidade do estudo realizado se concentrou em preencher lacunas na biografia desse personagem, apresentando algumas passagens de sua vida, suas obras e suas contribuições à geometria, com destaque para a sua obra de maior notoriedade "*De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio*", publicada em 1678. Neste livro, o autor enuncia um teorema da geometria elementar que fornece uma condição necessária e suficiente para que três cevianas de um triângulo sejam concorrentes – com o passar do tempo, o mesmo ficou conhecido como *Teorema das Cevianas* ou *Teorema de Ceva*.

Palavras-chave: História da Matemática; Geometria; Cevianas; Triângulo; Teorema de Ceva.

ABSTRACT

This paper presents the results of a documentar research in the field of the History of Mathematics, bringing into focus the Italian mathematician Giovanni Benedetto Ceva (1647-1734), who isn't mentioned in most mathematics textbooks used in basic education level. The main objective of this research was to fill biographical gaps in the Ceva's biography by presenting selected episodes of his life, works and contributions to geometry, with particular emphasis on his most well-known publication "*De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio*" released in 1678. In this book, the author states a theorem of elementar geometry that provides a necessary and sufficient condion for three cevians of triangle to be concurrent – a result which, over time, came to be known as the Cevian Theorem or Ceva's Theorem.

Keywords: History of Mathematics; Geometry; Cevians; Triangle; Ceva's theorem.

RESUMEN

Este artículo presenta los resultados de una investigación documental en el campo de la Historia de las Matemáticas, destacando al matemático italiano Giovanni Benedetto Ceva (1647-1734), quien no se menciona en la mayoría de los libros de texto de matemáticas. El propósito de este estudio fue completar la biografía de este matemático, presentando algunos pasajes de su vida, obra y contribuciones a la geometría, destacando su obra más famosa, "*De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio*", publicada en 1678. En este libro, el autor enuncia un teorema de la geometría elemental que establece una condición necesaria y suficiente para la concurrencia de tres cevianas de un triángulo – con el paso del tiempo, se le conoció como el *Teorema de las Cevianas* o *Teorema de Ceva*.

Palabras clave: História de las Matemáticas; Geometría; Cevianas; Triángulo; Teorema de Ceva.

¹ Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC Minas). Docente do Colégio Tiradentes da Polícia Militar de Minas Gerais (CTPM) e do Centro Educacional de Manhuaçu (CEM), Manhuaçu, Minas Gerais, Brasil. Endereço para correspondência: Praça Dr. César Leite, 500, Centro, Manhuaçu, Minas Gerais, Brasil, CEP: 36900-073. E-mail: jorge.melo@educacao.mg.gov.br.

² Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC SP) e Universidade de Lisboa. Docente do Programa de Pós-Graduação em Educação da PUC Minas, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil. Endereço para correspondência: PUC Minas - Av. Itaú, 505 - 3º andar - sala 319 - Dom Cabral - Belo Horizonte - MG, 30535-012. E-mail: elenicezuin@gmail.com

INTRODUÇÃO

A História das Ciências é impregnada por uma sucessão de notáveis personagens que, ao longo do tempo, desempenharam papéis fundamentais na formação e no enriquecimento do conhecimento humano. No campo específico da Matemática, destacam-se indivíduos cujas contribuições transcenderam épocas e deixaram um legado duradouro. Entre eles, podemos citar: Euclides (c. 300 a.C.), Leonardo Fibonacci (1170-1250), Bonaventura Cavalieri (1598-1647), Pierre de Fermat (1601-1665), Isaac Newton (1643-1727), Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e Giovanni Ceva (1647-1734), a quem dedicamos este artigo.

A esses personagens são creditadas inúmeras elaborações e descobertas, as quais, geralmente, foram denominadas tendo como base o nome de seu criador. Em relação a este evento, Nobre (2004) explicita que, ao longo da trajetória do conhecimento científico, é habitual denominar certas teorias fazendo referência ao nome do seu descobridor ou do cientista que desempenhou um papel preponderante para alcançar um resultado específico. Ele acrescenta que, “seja em Física, Química, ou Matemática, o batismo de determinado assunto representa uma forma de evidenciar a importância que o personagem teve em seu desfecho” (Nobre, 2004, p.512). Um exemplo ilustrativo desse padrão é observado no termo “Ceviana” ou no “Teorema de Ceva”, cuja origem está intrinsecamente ligada ao sobrenome do matemático Giovanni Ceva.

A Ceviana se constitui em qualquer segmento de reta num triângulo que possui uma das extremidades no vértice do triângulo e a outra no lado oposto ao vértice ou em sua reta suporte. São exemplos de cevianas: altura, mediana e bissetriz interna, estas também sendo denominadas *cevianas notáveis do triângulo*.

Deve-se considerar que, embora a atribuição do nome do matemático à sua teoria seja uma forma de reconhecimento e homenagem, a escassez de registros históricos pode limitar nosso entendimento e disseminação do conhecimento científico em contextos educativos e mesmo entre os estudiosos da área. Além disso, nem sempre teremos em mãos fontes primárias que nos auxiliam na interpretação e na reescrita de alguns acontecimentos históricos. Zuin e Melo (2023) argumentam, em seu estudo, que, em algumas áreas temáticas, como as cevianas notáveis do triângulo, são escassos os registros e o que se encontra é apenas uma abordagem histórica limitada ou, em alguns casos, inexistente, nos livros didáticos do Ensino Básico e até mesmo nos livros-texto de História da Matemática³.

Em relação aos estudos acadêmicos, é preciso sinalizar que “a pesquisa em História da Matemática tem se firmado no Brasil como uma importante área de investigação científica, reconhecida tanto nacionalmente, quanto internacionalmente” (Fossa, 2025, p.1). Dentro dessa perspectiva, o presente artigo traz os resultados de uma investigação de cunho documental, a partir de fontes primárias e secundárias, visando preencher algumas lacunas na escassa biografia de Giovanni Benedetto Ceva, encontrada até então, principalmente em língua italiana. Temos por objetivo apresentar alguns tópicos da vida e das contribuições

³ Na história vinculada a Giovanni Ceva e suas contribuições para as cevianas de um triângulo, constatou-se que, nos principais livros e compêndios de História da Matemática utilizados nos cursos de licenciatura em Matemática, como os escritos por Eves (2008) e Boyer (1974, 1996, 2002), as informações são resumidas, carentes de detalhes e, por vezes, incompletas. Além disso, em obras como as de Struik (1989) e Roque (2012), esses dados estão ausentes (Melo, 2022).

desse personagem à geometria, destacando sua obra de maior notoriedade *“De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio”*, publicada em 1678, na qual é enunciado o *Teorema das Cevianas*, posteriormente conhecido como *Teorema de Ceva*.

ALGUMAS PASSAGENS DA VIDA E OBRA DE GIOVANNI CEVA

Os primeiros anos de vida

Giovanni Benedetto Ceva nasceu em primeiro de setembro de 1647, na comuna⁴ de Milão, capital do Ducado de Milão⁵, situado na Lombardia ao norte da Península Itálica, território que hoje conhecemos como Itália⁶. Foi o quinto filho de Carlo Francesco Ceva (1610-1690) e de Paola Colombo (1628-1703). As datas de nascimento e morte deste personagem foram, por muito tempo, incertas, tanto que Eves (2011) e Boyer & Merzbach (2012) afirmam que ele teria nascido em 1648. Nesse caminho, Melo (2022) cita como exemplo as incoerências contidas em uma

[...] biografia publicada por Giancarlo Gandolfo, no *The New Palgrave Dictionary of Economics*, na edição de 2008, a qual aponta que Ceva possivelmente teria nascido em 1647 ou 1648, e, ainda, uma publicação on-line do Projeto de Pesquisa Histórica e Metodológica da Universidade Bocconi de Milão, onde consta a informação de que seu nascimento ocorreu em 07/12/1647 e o óbito em 15/06/1734. (Melo, 2022, p. 28).

Paola Landra apresentou, no seu estudo doutoral, o trabalho intitulado *“Ceva e Manfredi: una polemica tra matematici del Settecento”*, realizado no Centro Politécnico de Milão. A pesquisadora sinaliza que Mercanti (2004)⁷ encontrou, nos registros da extinta Paróquia de São Tomazio, no Arquivo Histórico Diocesano de Milão, um documento certificando que Ceva foi batizado em 3 de setembro de 1647, dois dias após seu nascimento, conforme revelado no excerto a seguir:

ATO DE BATISMO DE GIOVANNI BENEDETTO CEVA ADMi, ARQUIVO DA EXTINTA PARÓQUIA DE S. TOMASO IN TERRA AMARA, “NASCIMENTOS E CASAMENTOS A PARTIR DO ANO DE 1622 ATÉ O ANO DE 1652”. Em 3 de setembro de 1647 Gio. Benedetto Ceva, filho do Senhor Carlo Francesco e da Senhora Paola, sua esposa, nascido no dia primeiro de setembro, foi batizado por mim abaixo assinado e o padrinho de batismo foi o Senhor Ambrogio Cazzola paróquia de S. Ambrogio in Solarolo. P. Bartholomeo Fassio Arcipreste preposto de S. Thomaso. (Landra, 2009, p. 152, tradução nossa).

Ceva descendia de uma linhagem nobre e detinha certo prestígio⁸ na sociedade da época. Seu pai era oriundo de uma família de marqueses e estava envolvido em atividades comerciais associadas a cargos políticos e administrativos, tanto no Ducado de Milão quanto no Ducado de Mântua, no quais fazia compra e venda de propriedades e arrecadação de tri-

⁴ A comuna tem características semelhantes ao que denominamos município no Brasil.

⁵ Após a morte de Francisco II, o ducado de Milão (também conhecido como Milanesado) foi incorporado ao Império Espanhol e ficou sob seu domínio até 1713.

⁶ É importante destacar que “de fato, não existia, então, Itália como país, e sim como expressão geográfica” (Vicentino; Dorigo, 2013, p.51). Desse modo, usamos a designação “Itália” para que o leitor possa localizar-se geograficamente com mais facilidade. Na verdade, a Itália como Estado-Nação, tal qual compreendemos atualmente, passou a existir após a unificação dos pequenos reinos e ducados da península itálica, na segunda metade do século XIX. (Arruda; Piletti, 2000).

⁷ Infelizmente não conseguimos ter acesso a este trabalho, pois o mesmo teve uma única edição e encontra-se esgotado em seu país de origem.

⁸ Essa questão pode ser percebida em uma pintura realizada no sepulcro de Carlo Francesco, dentro da Igreja de Santa Teresa, em Mântua, Landra (2009) afirma que é a “mesma crista que aparece nos túmulos dos primeiros marqueses, sendo composta por três faixas de ouro em um fundo preto” (Landra, 2009, p.4, tradução nossa). Este brasão está presente no trabalho de Mercanti (2003) e o incorporamos à imagem de representação da árvore genealógica da família Ceva.

butos. Sua mãe, filha de Cristoforo Colombo e Elisabetta Cabalina, provinham de uma família de marqueses e banqueiros, possuidores de grande quantidade de bens (Landra, 2009).

Em nossa busca por mais informações, encontramos poucos registros relativos à infância e à adolescência de Giovanni Ceva. Roero (2024) indica que alguns detalhes podem ser encontrados nas correspondências que ele mantinha ou, até mesmo, no prefácio de algumas de suas obras. No entanto, por ser oriundo de uma família com considerável riqueza, é plausível supor que ele tenha estudado no *Collegio dei Gesuiti* (figura 1), localizado na *Via Brera*, em Milão – assim como alguns de seus irmãos e, muito provavelmente, teria maior aptidão para ciências exatas, em especial, para a Matemática, o que pode ser evidenciado pelas contribuições significativas que ele produziu em sua vida adulta (Baldini, 1980, p. 316 *apud* Landra, 2009, p. 7).

Figura 1 – Collegio dei Gesuiti, representação do início do século XVIII



Fonte: Latuada (1737)

A *Encyclopaedia Britannica* traz um texto de Clara Silvia Roero (2024) informando que Ceva prosseguiu com seus estudos na Universidade de Pisa, onde os trabalhos de Galileu Galilei (1564–1642) e seus seguidores nos campos da Geometria e da Mecânica impactaram não somente sua formação acadêmica, como também seus interesses científicos. Mantovani (2002) também confirma os estudos de Ceva nesta universidade.

Desde muito cedo, Ceva foi incentivado por seu pai a acompanhá-lo⁹ nas atividades administrativas e políticas desenvolvidas por ele em Milão, Gênova e Mântua – atribuições estas que, futuramente, Giovanni Ceva também viria a exercer até o fim de sua vida, paralelamente ao tempo em que se dedicava aos estudos nos campos da Geometria e Hidráulica, como trataremos mais adiante.

A vida adulta e sua primeira obra: *De lineis rectis*

De acordo com Landra (2009), é provável que Ceva tenha se mudado para Pisa entre os anos de 1670 e 1672, período em que buscou estabelecer contato com Donato Rossetti (1633-1688) e Michelangelo Ricci (1619-1682)¹⁰. Este último, um renomado matemático

⁹ Talvez, até mesmo como uma forma de opor-se aos desejos científicos do pequeno Ceva, já que quase todos os seus irmãos seguiram a vida religiosa.

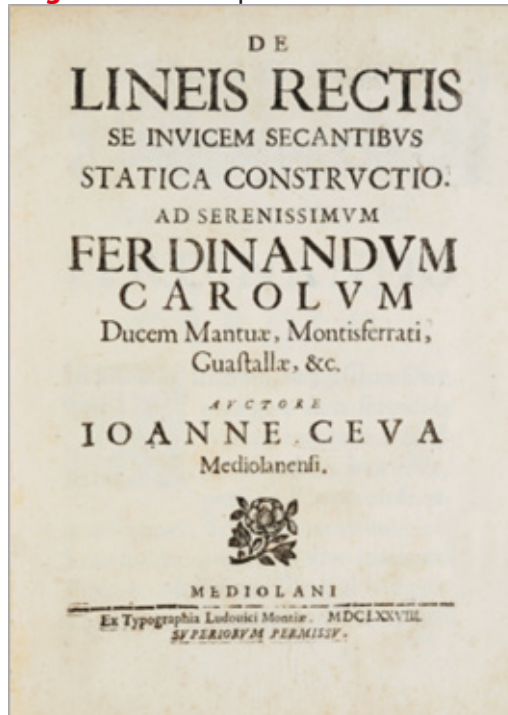
¹⁰ Ceva dedicou sua obra *Opuscula mathematica* a Ricci, pela ocasião de sua ordenação como cardeal em 1681 (Landra, 2009).

romano. Adentrar-se por outros estudos, possivelmente, o influenciou a se estabelecer em Roma e, mesmo, frequentar a Academia Físico-Matemática. Essa hipótese é reforçada pelo fato de que, ao publicar sua segunda obra, ele se apresenta como “*Ioannes Ceva Academiae Phisico-mathematicae Romanae Socius*”.

Aproximadamente aos 31 anos de idade, Ceva lançou, em 1678, sua primeira obra e de maior destaque: *De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio* – em português, esse título pode ser compreendido como *Estática da construção das linhas retas que cortam outras* (figura 2). Ceva dedica o livro a Ferdinando Carlo I Gonzaga¹¹, conhecido também como Carlo III di Mantova, o Duque de Mântua, Montferrate Guastalla (Melo; Zuin, 2021).

No prefácio do livro, Ceva declara que, para se proteger de experiências negativas, ele encontrou o seu refúgio na matemática e, apesar da oposição familiar, ele continuou os seus estudos nessa área.

Figura 2 – Frontispício de *De lineis rectis*



Fonte: Ceva (1678)

De lineis rectis é dividido em duas partes conceituais e contém um apêndice com as figuras que servem como apoio para a demonstração realizada para cada um dos teoremas. Sobre essa divisão, Baldini expõe que o

[...] apêndice contém resultados novos e brilhantes, mas trata de temas diferentes daqueles indicados no título e é bastante tradicional no método. As primeiras partes, por outro lado, apresentam resultados obtidos pela aplicação de conceitos da estática, especialmente do baricentro, a situações geométricas. Ceva assim identifica novos campos de análise, relacionados aos pontos de encontro das bissetrizes de polígonos e poliedros e às proporções entre os segmentos formados nos lados de um polígono por uma seção cônica inscrita. Ele também estabelece, de forma autônoma, mais geral e sistemática, resultados que anteriormente foram alcançados de forma esporádica pela geometria, como o Teorema de Menelau (Baldini, 1980, n.p. tradução nossa).

¹¹ Último duque da linhagem dos Gonzaga a governar o Ducado de Mântua.

Neste estudo, Ceva evidencia um teorema que, com o tempo, passou a ser conhecido como *Teorema de Ceva* ou, por vezes, como *Teorema das Cevianas*¹². Ele estabelece uma condição necessária e suficiente para que três cevianas de um triângulo sejam concorrentes, conforme excerto a seguir:

PROPOSIÇÃO II. PROBLEMA II. ELEMENTO II

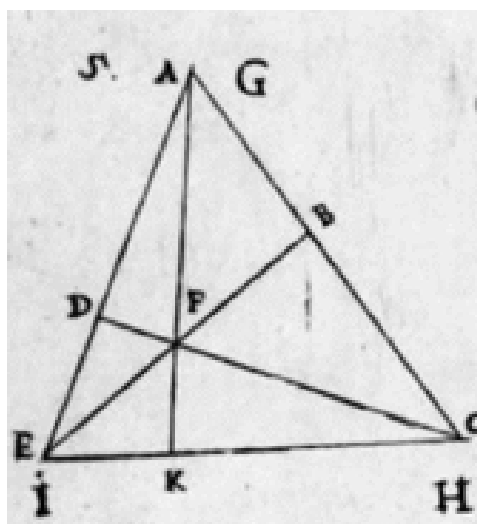
Seja um triângulo EAC e F um ponto interno ao triângulo (figura 3), traçar as semirretas EF, AF, CF, obtendo os pontos B, K e D, que interceptam, respectivamente, os lados AC, AE e CE. Desse modo, supondo que os pesos I, G e H estão suspensos nos vértices E, A e C, respectivamente, tal que sejam satisfeitas as condições:

$$\frac{G}{I} = \frac{ED}{DA}, \quad \frac{G}{H} = \frac{CB}{BA}, \quad \text{E, conseqüentemente, } \frac{H}{I} = \frac{EK}{KC}.$$

Desenvolvendo cada parte, teríamos: $\frac{I}{G+H} = \frac{BF}{FE}$, $\frac{H}{I+G} = \frac{DF}{FC}$ e $\frac{G}{I+H} = \frac{KF}{FA}$.

Desse modo, deduzimos (de acordo com o que está proposto) que o centro de gravidade dos três pesos, coincide com F, ou F é o centro de gravidade do triângulo. (Zuin; Melo, 2023, p.53).

Figura 3 – Cevianas AK, EB e CD concorrem no ponto F



Fonte: Ceva (1678, p. I)

Atualmente, o *Teorema de Ceva* pode ser reescrito de forma simplificada com o seguinte dizer: *Dado $\triangle AEC$, um triângulo qualquer (figura 3), e sejam K, B e D, três pontos situados respectivamente sobre as retas EC, CA e AE e. As cevianas AK, EB e CD são concorrentes, em um ponto F, se e somente se*¹³

$$\left(\frac{KE}{KC}\right) \cdot \left(\frac{BC}{BA}\right) \cdot \left(\frac{DA}{DE}\right) = 1$$

É necessário sinalizar que Ceva faz a sua apresentação do teorema a partir de uma ideia que considera F (figura 3) como centro de gravidade e propõe “pesos” que seriam inversamente proporcionais aos segmentos do triângulo considerados (Roero, 2024). Apesar de

¹² Eves (2008, p. 585) indica que, exceto “algumas descobertas isoladas, como o Teorema de Commandino, de 1565 e o Teorema de Ceva de 1678, poucas contribuições novas e significativas foram dadas à Geometria Sintética do triângulo e do tetraedro antes do século XIX.”

¹³ Sobre a demonstração dos Teoremas de Ceva e Menelau, recomendamos consultar o livro “Elementos históricos e didáticos das cevianas notáveis do triângulo”, de Zuin e Melo, publicado em 2023, pela Editora da Física.

essa descoberta ser creditada a Ceva, devido a inclusão de uma demonstração do teorema em sua obra, há registros que indicam que o referido teorema já havia sido provado anteriormente por Ysuf al-Mu'taman ibn Hud, rei de Saragoça, que viveu por volta do século XI (Zuin; Melo, 2023).

Pode-se afirmar que o Teorema de Ceva tem suas raízes intrinsecamente ligadas ao Teorema de Menelau¹⁴, com a diferença de que este último trata da colinearidade entre três pontos.

O Teorema de Menelau vai estabelecer uma relação entre os segmentos formados por uma reta que intersecta os lados de um triângulo, ou aos seus prolongamentos. Essa relação é expressa por uma igualdade, para a qual o produto das razões dos segmentos é igual a 1. O Teorema de Ceva pode ser considerado uma extensão do Teorema de Menelau, contudo, o primeiro apresenta maior possibilidade de outras aplicações (Zuin; Melo, 2023).

Em relação à presença deste teorema na obra de Ceva, Boyer (1996) levanta a hipótese de que Ceva possa ter redescoberto a proposição de Menelau. Essa suposição pode ter fundamento porque, quando foi publicada a obra *De lineis rectis*, o referido teorema já havia caído em desuso e, portanto, era pouco provável que ele tivesse obtido acesso ao mesmo. Contudo, essas são apenas hipóteses do que possa ter ocorrido. Não encontramos documentos ou elementos os quais comprovem que Ceva não soubesse dos estudos de Menelau e, também, é uma suposição de que Ceva tivesse conhecimento da obra de Ysuf al-Mu'taman ibn Hud.

A vida política e familiar em Mântua

Estima-se que Carlo Francesco Ceva tenha se mudado de Milão para Mântua – em italiano, *Mantova* – (figura 4), entre os anos de 1670 e 1674, vindo a assumir os cargos de *Revisor Ducale* e *Commissario Ducal Camera* (Auditor Ducal e Comissário da Câmara Ducal). Nesse sentido,

[...] é evidente que a ascensão de Carlo Francesco a um papel de destaque na administração pública do Ducado de Mântua permitiu que seu filho Giovanni trilhasse um caminho semelhante, que mais tarde se revelaria repleto de compromissos governamentais, particularmente na gestão de questões econômicas. Pode-se dizer, em linguagem moderna, que Ceva era uma espécie de chefe do ministério dedicado à economia do Ducado (Landra, 2009, p. 9, tradução nossa).

¹⁴ Menelau de Alexandria foi um matemático e astrônomo grego que viveu em Alexandria. Eves (2011) indica que ele foi contemporâneo de Plutarco (c. 46-100). Menelau escreveu um tratado, intitulado *"Sphaerica"*, no qual trata da geometria esférica e da trigonometria esférica. Esse trabalho é tido como um dos mais antigos com uma abordagem sobre trigonometria esférica. O livro III, de *Sphaerica*, contém o denominado "Teorema de Menelau" (Boyer, 1996). "Menelau assume o caso plano como bem conhecido e o usa para estabelecer o caso esférico." (Eves, 2011, p. 204).

Figura 4 – Mapa da Itália do século XVII, destacando o Ducado de Mântua



Fonte: <https://maps.nls.uk/atlas/blaeu-maior/browse/8/page/7>

De fato, em 26 de janeiro de 1682, por determinação do Duque Ferdinando Carlo, foi outorgado a Giovanni Ceva o direito à sucessão hereditária antecipada e vitalícia dos cargos então exercidos pelo seu pai. Tal concessão lhe conferiu estabilidade jurídica, garantido que, com o falecimento de seu pai – que aconteceu em 1690 – ele assumiria, irrevogavelmente, as mesmas honras, prerrogativas e autoridade inerentes às funções de Auditor e Comissário Ducal. Ao mesmo tempo, a nomeação foi antecipada, autorizando que, a partir desta data, ele poderia assinar pelo seu pai, com o intuito de dar continuidade ao trabalho executado, sem, no entanto, poder realizar aumento nas despesas ou honorários que já era devido a seu pai. Ao assumir estes cargos, Ceva ficou responsável pela economia dos Ducados de Mântua e Montferrat.

Em agosto do ano seguinte, foi concedida, tanto a Giovanni Ceva quanto ao seu pai, a cidadania¹⁵ de Mântua, em reconhecimento pelos valorosos serviços que eles haviam prestado à comunidade mantuana. Esta honraria era extensiva a todos seus descendentes.

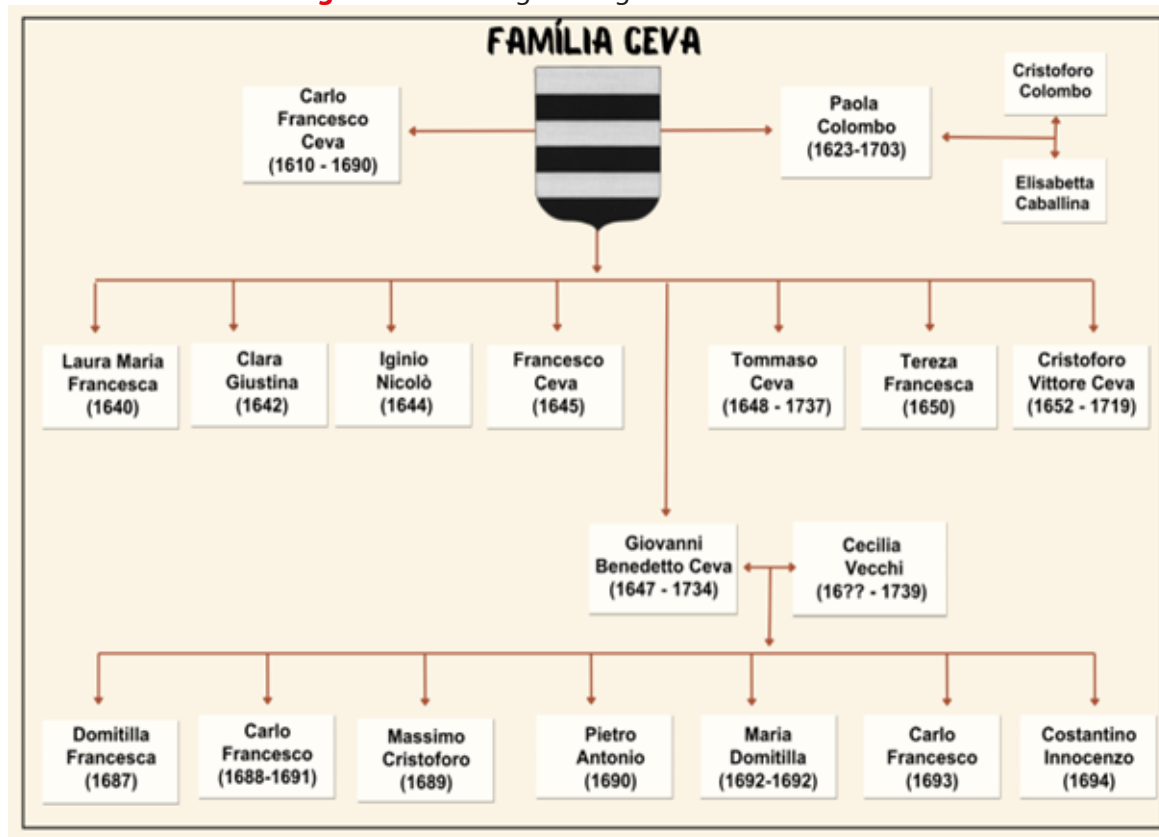
Landra (2009) relata que Ceva, mesmo sendo um homem ocupado pelos serviços desempenhados na corte, ainda continuou a dedicar-se aos estudos científicos.

Giovanni Ceva, aos 37 anos, uniu-se em matrimônio com Cecilia Vecchi, em 15 de janeiro de 1685. Desta união, nasceram sete filhos. Dois deles, Maria Domitilla e Carlo Francesco, vieram a óbito ainda na infância.

A árvore genealógica¹⁶ de Giovanni Ceva (figura 5) ilustra sua estrutura familiar. Por motivo de brevidade, optou-se por incluir, na maioria dos casos, o primeiro e segundo nome de cada descendente, tendo como base seus pais: Carlo Francesco Ceva e Paola Colombo.

¹⁵ Tudo indica que eles desfrutavam de muito prestígio e de plena confiança do Duque, pois, juntamente à cidadania mantuana, lhes era autorizada a aquisição de bens imóveis, a ser realizada no prazo máximo de um ano, mesmo que fosse necessário exceder os limites anteriormente definidos, sob pena da nulidade do ato. Nesse sentido, Landra (2009) cita que Ceva fez a compra de inúmeros imóveis de valor, dentre eles, um chamado de *La Faloria*, com cerca de oitenta *biolche* (antiga unidade de medida agrária mantovana, cada *biolca* equivale a aproximadamente 3.138,59 m²) de terra cultiváveis, contendo vinhedos, árvores, área de pastagem, edificações e uma casa senhorial.

¹⁶ Para uma visão mais aprofundada sobre as origens familiares de Ceva, leia o estudo do professor italiano Fábio Mercanti, intitulado *“Notizie sulla nascita di Giovanni Benedetto Ceva e sulla sua famiglia d'origine”*, publicado em 2003.

Figura 5 – Árvore genealógica de Giovanni Ceva

Fonte: Adaptado de Landra (2009) e Mercanti (2003)

No ano subsequente ao seu casamento, em 1686, Ceva foi nomeado para o cargo de professor de Matemática na Universidade de Mântua. Mantovani (2002) argumenta que a universidade era gerida pelos jesuítas, levando-nos a crer que, de certo modo, este fato pode ter sido um facilitador para seu ingresso na cátedra de Matemática, já que sua família possuía vários membros ligados ao clero. Durante esse período, Ceva fixou residência em *Unicorno*, na região da *Fiera* (Mantovani, 2002).

Principais obras e publicações

Voltando à sua produção bibliográfica, entre os anos de 1678 e 1728, além de sua obra mais importante, *De lineis rectis*, Ceva também publicou outros nove manuscritos, todos em latim:

1. *Opuscula mathematica*, em 1682;
2. *Geometria motus opusculum geometricum*, em 1692;
3. *Tria Problemata Geometris proposita*, em 1710;
4. *De re numaria*, em 1711;
5. *De mundi fabrica unico gravitatis principio innixa, deque flaminibus*, em 1715;
6. *Le conseguenze del Reno, se coll'aderire al progetto de'signori bolognesi si permettesse in Po grande*, em 1716;
7. *Replica di Giovanni Ceva, commissario dell'arciducal camera di Mantova, e matematico di s.m. ces., e cat. in difesa delle sue dimostrazioni, e ragioni per la quali non debbasi introdurre Reno in Po, contro la risposta datasi dal sig. dottor Eustachio Manfredi*;

8. *Rispostadi Giovanni Ceva alle osservazioni del signor dottor Eustachio Manfredi controladi lui replica in proposito dell'immissione del Reno in Pò grande, pretesa da' Signori Bolognesi*, em 1721;
9. *Opus hydrostaticum*, em 1728. (Landra, 2009).

Entre as obras intituladas, destacam-se as que se vinculam à Geometria. Necessário salientar um dado meritório, no livro *Geometria motus opusculum geometricum*, há o que poderia ser visto como um cálculo infinitesimal (Mantovani, 2002).

Figura 6 – Frontispício de *Geometria motus*



Fonte: Ceva (1692)

O título completo da obra é *Geometria motus, opusculum geometricum in gratiam aquarum excogitatum* (Geometria do movimento, um tratado geométrico concebido em benefício das águas), também dedicada a Ferdinando Carlo I Gonzaga. Ceva introduz curvas como parábolas e hipérboles, abordando a geometria de forma rigorosa, com definições, proposições, teoremas e demonstrações, chega a noções infinitesimais, a partir da teoria dos indivisíveis desenvolvida pelo matemático italiano Bonaventura Cavalieri (1598-1647)¹⁷. Diversas ilustrações, concernentes à teoria desenvolvida, se encontram distribuídas em nove páginas ao final da obra.

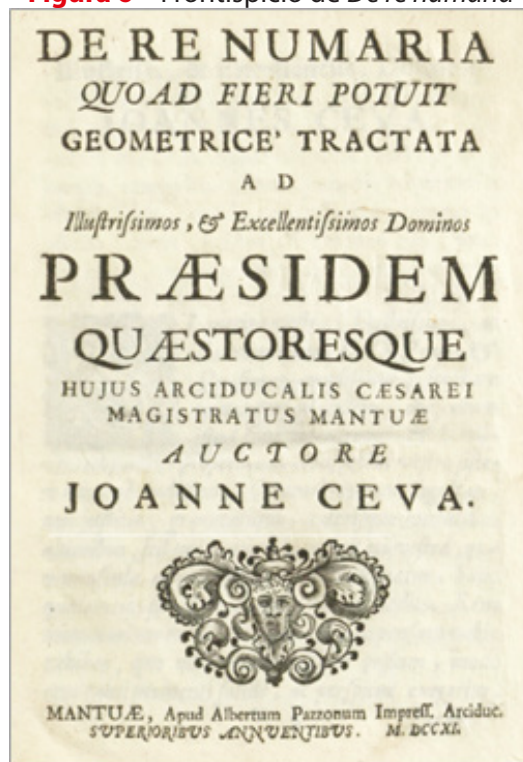
Integrando sessenta páginas, *De re numaria, quo ad fieri potuit geometricè tractatio*, um ensaio sobre as questões do dinheiro que podem ser tratadas geometricamente, no qual Ceva

[...] define conceitos econômicos, enfatizando o valor da economia pura, que ele declarou ser uma ciência exata. Ele busca as condições de equilíbrio de um sistema multimooeda em uma pequena área semelhante à da cidade de Mântua. (...) Eugenio Masè Dari, professor de Economia Política e Finanças Públicas na Universidade de Modena e presidente da Accademia Virgiliana de 1948 a 1961, afirmou, em uma publicação de 1935, que considerava Giovanni Ceva o precursor da econometria. Luigi Conte, na

¹⁷ O estudo de Cavalieri, sobre os indivisíveis, é denominado *Tratado de Cavalieri*, referente ao cálculo de áreas e volumes.

revista "Archimede", também afirmou que Ceva pode ser considerado o primeiro economista matemático: esta opinião também foi reiterada por J. A. Schumpeter, um distinto estudioso austríaco de teoria econômica, em seu famoso livro, *História da Análise Econômica*. Ceva iniciou, assim, o estudo de problemas econômicos com base em modelos matemáticos, mas somente dois séculos depois esse método seria concretizado (Mantovani, 2002, p. 171-172. tradução nossa).

Figura 6 – Frontispício de *De re numária*



Fonte: Ceva (1711)

O opúsculo *De re numaria* é desenvolvido através de postulados, definições, teoremas e comentários e não integra quaisquer ilustrações. Apesar de Ceva tratar somente dos índices monetários e não abordar outros aspectos, inerentes à economia, como fatores políticos ou sociais, trata-se de um texto relevante no contexto no qual foi escrito.

A última obra citada na relação anterior, *Opus hydrostaticum*, foi classificada como a mais relevante da época envolvendo aplicações matemáticas aos problemas hidráulicos e contém várias ilustrações ao final de cada um dos tópicos abordados. Este tratado comprova o conhecimento de Ceva na área de física e hidráulica (Mantovani, 2002). Essas constatações indicam que ele desenvolvia outros estudos e tinha interesses para além da geometria, atuando igualmente em ações ligadas à Engenharia, como, no ano de 1729, "medidas tiveram que ser tomadas para evitar a ruína iminente da famosa Abadia de San Benedetto, em Polirone". Antecipando os problemas, em dezembro de 1726, Ceva já "havia elaborado um mapa fiel para combater tal corrosão impetuosa" idealizando "construir 20 linhas de paliçadas para serem colocadas no Rio Pó" (Mantovani, 2002, p. 171, tradução nossa).

Como os livros estão escritos em latim, em alguns deles, a denominação do autor é indicada como *Joannis Cevae Mediolanensis*, que significa Giovanni Ceva, de Milão. As obras, ancoradas na geometria, seguem um desenvolvimento similar, a teoria é exposta através de definições, proposições, teoremas, corolários, demonstrações e comentários.

Últimos anos de vida

Após a morte de Carlos II da Espanha (1661-1700), sem deixar herdeiros e com a pressão do duque de Anjou de assumir o trono espanhol, foi deflagrada a Guerra de Sucessão Espanhola (1702 – 1714), ao norte da Península Itálica e, em decorrência da invasão das tropas de Leopoldo I – Imperador do Sacro Império Romano-Germânico –, em 1708, Mântua foi anexada ao Ducado de Milão. E, por fim,

A paz de Utrecht (1713) reconheceu o duque de Anjou como Felipe V da Espanha, mas entregou Milão, Nápoles, Sardenha e Mântua a seu rival, o arquiduque Carlos de Habsburgo¹⁸. Vitor Amadeu II, duque da Savóia, recebeu Montferrat e a Sicília. Assim, a Áustria substituiu a Espanha como potência dominante da Itália (Barsa, 1984, p. 384).

Após a queda da dinastia Gonzaga, Giovanni Ceva continuou a ser reconhecido com os títulos de *Comissário Arquiducal da Câmara* e de *Matemático Cesáreo*. Ou seja, mesmo com a mudança na estrutura política época, ele manteve seu *status* e prestígio. Essa prerrogativa pode indicar sua importância tanto para a corte – devido ao trabalho técnico prestado – como para a população em geral. Corroborando com essa premissa, Baldini (1980) expõe que a sua posição de destaque, o faz ser escolhido como representante dos moradores de um bairro da cidade, com o intuito de jurar lealdade ao novo soberano.

Conforme registros do Governo de Mântua, em março de 1718, por intervenção do governo arquiducal, junto ao Imperador do Sacro Império Romano-Germânico, foi concedida à Ceva a renovação do título de *Matemático Cesáreo*, além da concessão de uma pensão em seu favor.

No sentido histórico, “Cesáreo” vem de “*Cæsar*”, cognome de Caio Júlio Cesar¹⁹, que era um título utilizado na Roma Antiga, como sinônimo de “imperador”. No contexto europeu moderno, *Cesáreo* indicava algo diretamente ligado ao Imperador do Sacro Império Romano-Germânico. Neste sentido, podemos entender o título *Matemático Cesáreo* como Matemático Real ou Matemático da Corte; tanto que, nos documentos oficiais e publicações, era comum ele ser identificado como *Matematico Cesareo e Commessario Generale dell’Acque di tutto lo Stato*²⁰, especialmente em alguns relatórios que redigiu ou nos que foram citados, sobre a famosa controvérsia sobre a necessidade ou não de se canalizar o rio Reno para o rio Pó, uma questão na qual sempre foi opositor ferrenho.

O historiador da matemática Gino Loria destaca que Ceva também atuou como Comissário Geral das Águas (posição muito exigente na época para uma cidade como Mântua (figura 7), quase completamente cercada por água), provando ser um valioso especialista técnico na construção de obras hidráulicas e na preparação de edifícios para defender a cidade, sempre como um colaborador ativo do novo regime austríaco. O primeiro livro que publicou após sua chegada a Mântua foi uma obra sobre sistemas hidráulicos, na qual demonstrou grande expertise em engenharia hidráulica (Mantovani, 2002, p. 170-171, tradução nossa).

¹⁸ Também era designado como Arquiduque da Áustria. Era filho de Leopoldo I e ascendeu ao trono, em 1711, como Carlos VI do Sacro Império Romano-Germânico, após a morte de seu irmão José I.

¹⁹ Em latim, *Caius Julius Cæsar*.

²⁰ *Matematico Cesareo e Commessario Generale dell’Acque di tutto lo Stato*, em português, Matemático Cesáreo e Comissário Geral de Águas de todo o Estado – o que também é destacado por Frederigo Amadei, contemporâneo de Ceva, em seu necrológico.

Figura 7 – Mântua, vista em perspectiva da cidade e arredores em 1575

Fonte: <https://mantovafortezza.it/wp-content/uploads/2017/08/03-s.jpg>

Com o avançar da idade, ao que parece, Ceva passou a se retirar a cada vez da vida pública. Não há registros de sua atuação técnica ou política após meados de 1731. Ele veio a óbito, em Mântua, no dia 13 de maio de 1734, por causas naturais, aos 86 anos, tendo recebido várias homenagens póstumas. Seu corpo encontra-se sepultado na *Iglesia S. Teresa dei Carmelitani Scalzi* (Igreja de Santa Tereza das Carmelitas Descalças), junto a seus pais.

O historiador mantovano Federigo Amadei (1684-1755), que viveu na época de Ceva, relata que ele teve sua efígie pintada sobre tela no dia anterior a sua morte, e acrescenta: “Era um homem de estatura mediana, magro, sempre com um sorriso jovial e amável, quando estava falando, e mantendo uma conversa agradável” (Landra, 2009, p. 13-14, tradução nossa). Contudo, até o momento, essa pintura não foi localizada.

À GUIA DE CONSIDERAÇÕES FINAIS

História biográfica, como ensinada em nossas escolas, ainda é grande parte uma história de tolos: ridículos reis e rainhas, líderes políticos paranoicos, viajantes compulsivos, generais ignorantes–destróços das correntes históricas. Os homens que alteram radicalmente a História, os grandes cientistas e matemáticos criativos, são raramente mencionados, se é que chegam a sê-lo. (Martin Gardner *apud* Simmons, 1987, p. 669)

Em mais de uma oportunidade, nas quais ofertamos um minicurso sobre as Cevianas, com participantes de várias regiões do Brasil e mesmo estrangeiros, pudemos constatar que há um desconhecimento do termo Cevianas e, também, de Giovanni Benedetto Ceva, por parte de professores de Matemática e de licenciandos e bacharelados de cursos de Matemática e áreas afins. Essa insciência pode estar atrelada ao fato de os livros-texto de História da Matemática não apresentarem dados mais acurados, ou mesmo não trazerem quaisquer informações, sobre as Cevianas e Ceva. Essa ausência também se reflete nos livros didáticos

de Matemática destinados ao Ensino Básico e, em geral, nas disciplinas de História da Matemática e Geometria nas licenciaturas.

A partir de nossas pesquisas, tivemos o intuito de trazer mais informações sobre Giovanni Benedetto Ceva, suas obras e o teorema que leva seu nome, uma vez que algumas referências atualizadas sobre esse personagem são encontradas apenas em língua italiana.

Apesar de haver um reconhecimento de Ceva em relação aos estudos de geometria sintética, como mencionado anteriormente, ele também desenvolveu trabalhos relacionados à economia, hidráulica e foi uma voz relevante ao se opor ao Projeto de Bolonha o qual visava mudar o curso do Rio Reno de modo a conectá-lo ao Rio Pó.²¹ Esse projeto não veio a ser executado.

É necessário lembrar que um dos irmãos de Giovanni Ceva, o jesuíta Tommaso Ceva (1648-1737), também se dedicou à matemática, vindo a ter estudos no campo da aritmética, geometria, gravidade, sendo o autor de *Opuscola mathematica* (1699). Outro feito de Tommaso Ceva, a invenção de um instrumento para dividir o ângulo reto em um determinado número de partes iguais (Colombo, 2010). O DNA da matemática não estava apenas em Giovanni Ceva.

Esperamos que os dados sobre Ceva possam trazer mais informações, principalmente para os professores de Matemática²², de modo a incluir aspectos históricos em suas aulas. Ressaltamos que o “Teorema de Ceva” é acessível aos estudantes do Ensino Médio. O referido teorema sintetiza resultados relativos à condição necessária e suficiente para que três cevianas sejam concorrentes e pode ter aplicações em outras situações, como em problemas que envolvem as cevianas e suas relações com os lados do triângulo; problemas de geometria que compreendem a análise das cevianas e seus pontos de interseção.

REFERÊNCIAS

ARRUDA, José Jobson; PILETTI, Nelson. **Toda a História**. 4. ed. São Paulo: Ática, 1996.

BALDINI, Ugo. Biografia de Giovanni Ceva. In: TRECCANI. **Enciclopédia Italiana**. Dizionario Biografico degli Italiani, 1980. v. 4. Disponível em: [https://www.treccani.it/enciclopedia/giovanni-ceva_\(Dizionario-Biografico\)/](https://www.treccani.it/enciclopedia/giovanni-ceva_(Dizionario-Biografico)/). Acesso em: 2 abr. 2024.

BLAEU, Joan. **Atlas Maior**. Volume 8, Itália. 1662-5. Disponível em: <https://maps.nls.uk/atlas/blaeu-maior/browse/8/page/7> . Acesso em: 10 abr. 2024.

BOYER, Carl; MERZBACH, Uta C. **História da Matemática**. 2. ed. rev. Tradução Elza Furtado Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2002.

BOYER, Carl. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

²¹ O documento em que se encontra essa oposição de Ceva sobre o projeto de Bolonha é “*Replica di Giovanni Ceva, commissario dell'arciducal cameradi Mantova, e mathematicodi s.m. ces., e cat. in difesadelle sue dimostrazioni, e ragioni per laquali non debbasiintrodurre Reno in Po, controlarispostadatasidalsig. dottor Eustachio Manfredi*” (Ceva, 1717).

²² Mais aspectos históricos, demonstrações do Teorema de Ceva e sugestões de atividades relativas às Cevianas podem ser encontradas no livro de Zuin e Melo (2023).

BOYER, Carl. **História da Matemática**. Tradução Elza Furtado Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

CEVA, Giovanne Benedetto. **De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio**. Milano: Ex Typographia Ludouici Montiae, 1678.

CEVA, Giovanne Benedetto. **De re numária quo ad fieri potuit geometricæ tractatio**. Milano: Albertum Pazzonum impress. arciduc., 1711.

CEVA, Giovanne Benedetto. **Geometria motus opusculum geometricum in gratiam aquarum excogitatum**. Bononiae: H. H. Antonij Pisarij, 1692.

CEVA, Giovanne Benedetto. **Replica di Giovanni Ceva, commissario dell'arciducal câmera di Mantova, e matematico di s.m. ces., e cat. in difesa delle sue dimostrazioni, e ragioni per la quali non debbasi introdurre Reno in Po, contro la risposta datasi dal sig. dottor Eustachio Manfredi**. Mantova: Alberto Pazzoni, 1717.

COLOMBO, Emanuele. Milano Bilingue. Il Gesuita Tommaso Ceva (1648-1737). In: CARPANI, Roberta; CASCETTA, Annamaria; ZARDIN, Danilo. (ed.). *GIORNATE DI STUDIO*, 2009, Milano. **La cultura dela rappresentazione nella Milano del Settecento**: discontinuità e permanenze, Milano: Bulzoni, 2010. v.2. p. 77-97.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. 9. ed. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. 5. ed. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora Unicamp, 2008.

FOSSA, John Andrew. Pesquisa em História da Matemática: um romance místico. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, n. 53, e2025009, 2025.

ITÁLIA. In: ENCICLOPÉDIA Barsa. Rio de Janeiro: Encyclopaedia Britannica, 1994. v. 9, p. 375-394.

LANDRA, Paola. **Ceva e Manfredi**: una polemica tra matematici del Settecento. 2009. 266f. Tesi (Dottorato in Epistemologia Dell'informatica e Mutamenti Sociali) – Politecnico de Milan, Milan, 2009.

LATUADA, Serviliano. **Descrizione di Milano**. Milano: Regio-Ducal Corte, 1737. v. 5.

Disponível em: <https://archive.org/details/descrizedimil05latu/mode/2up?q=brera> . Acesso em: 21 jun. 2025.

MANTOVANI, Walter. Giovanni Ceva (1647 – 1734). **Atti e Memorie**, Nova série, v. LXX, p. 169-177. Mantova: Accademia Nazionale Virgiliana di Scienze Lettere e Arti, 2002.

MELO, Jorge da Silva. **As cevianas notáveis do triângulo**: uma análise de livros didáticos na perspectiva da história das disciplinas escolares (1969-2019). São Paulo: Livraria da Física, 2022.

MELO, Jorge da Silva. **Cevianas notáveis do triângulo**: uma análise de livros didáticos (1970- 2019). 2021. 253 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino

de Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2021.

MELO, Jorge da Silva; ZUIN, Elenice de Souza Lodron. As cevianas notáveis do triângulo em livros didáticos de matemática. SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2021, Uberlândia. **Anais [...]**. Brasília: SBEM/Even, 2021. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/viiiisipemvs2021/381881-as-cevianas-notaveis-do-triangulo-em-livros-didaticos-de-matematica/>. Acesso em: 10 abr. 2025.

MERCANTI, Fabio. Notizie sulla nascita di Giovanni Benedetto Ceva e sulla sua famiglia d'origine. **Atti e Memorie**. Nova série, v. LXXI, p. 101-127. Mantova: Accademia Nazionale Virgiliana di Scienze Lettere e Arti, 2003.

NOBRE, Sérgio Roberto. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. **Ciência & Educação**, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2004.

ROERO, Carla Silvia. Giovanni Ceva. In: BRITANNICA on-line, 2024. Disponível em: <https://www.britannica.com/print/article/103942>. Acesso em: 4 abr. 2025.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SIMMONS, George F. **Cálculo com Geometria Analítica**. Rio de Janeiro: McGraw-Hill, 1987. v.1.

STRUIK, Dirk Jan. **A concise History of Mathematics**. New York: Dover, 1987.

VICENTINO, Cláudio; DORIGO, Gianpaolo. **História Geral e do Brasil**. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2013. v. 2.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron; MELO, Jorge da Silva. **Elementos históricos e didáticos das cevianas notáveis do triângulo**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2023.

Histórico

Recebido: 02 de abril de 2025.

Aceito: 30 de outubro de 2025.

Publicado: 28 de novembro de 2025.

Como citar – ABNT

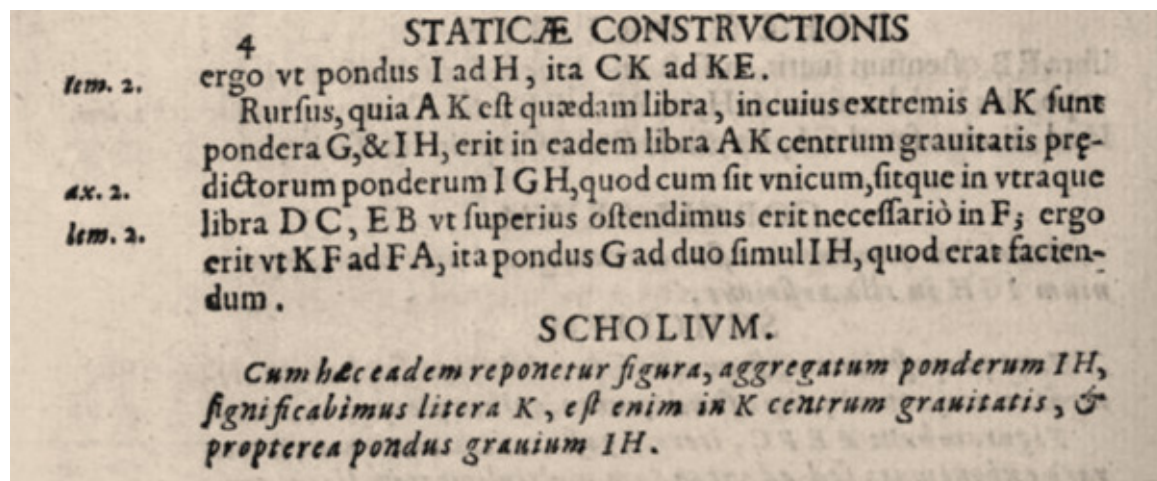
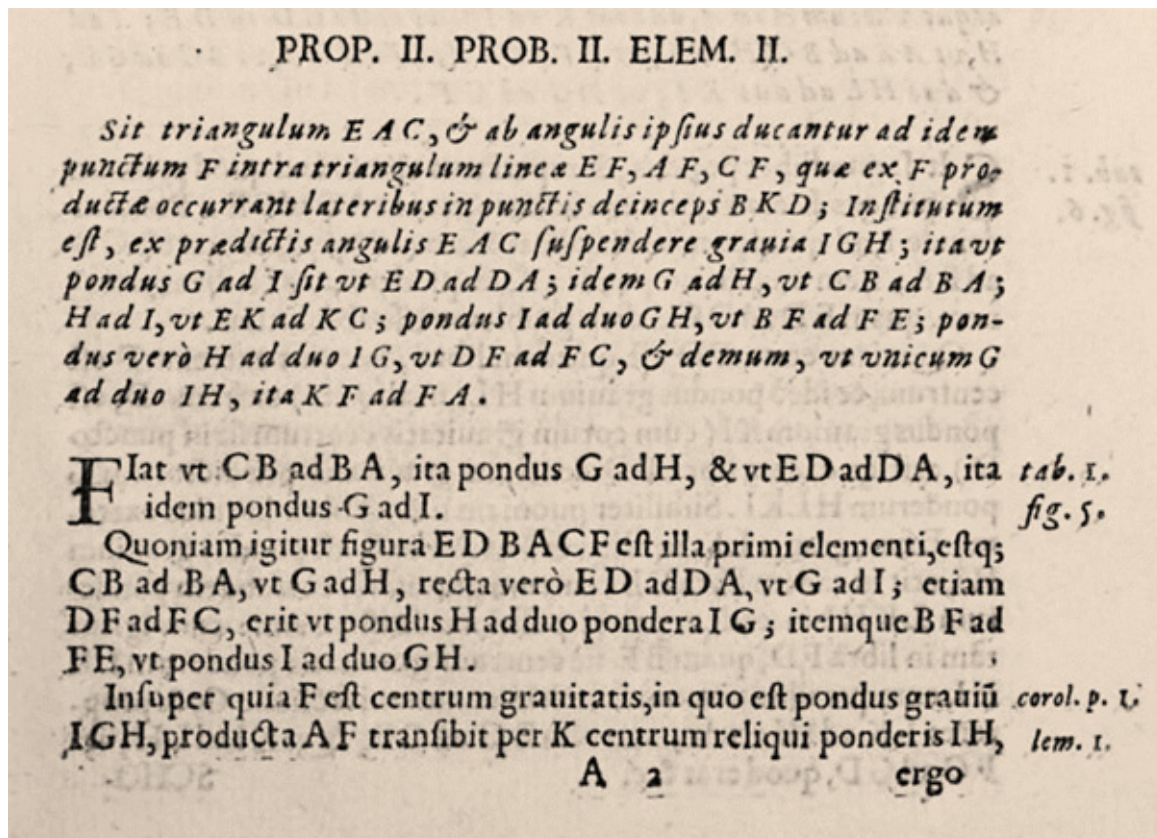
MELO, Jorge da Silva; ZUIN, Elenice de Souza Lodron. Por quê Cevianas? Dados históricos do matemático cesáreo Benedetto Giovanni Ceva (1647-1734). **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 53, e2025022, 2025. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n53.e2025022.id818>

Como citar – APA

Melo, J. da S., & Zuin, E. de S. L. (2025). Por quê Cevianas? Dados históricos do matemático cesáreo Benedetto Giovanni Ceva (1647-1734). **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, (53), e2025022. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n53.e2025022.id818>

ANEXOS

Teorema de Ceva em sua versão original



Fonte: Ceva (1678, p. 3-4)