Ensino dos números racionais a partir de materiais manipuláveis e objetos de aprendizagens

Teaching rational numbers from manipulable materials and learning objects

José Ronaldo Melo
Universidade Federal do Acre (UFAC)

Elisabeth Machado Bastos
Secretaria de Estado da Educação do Amazonas (SEEA)

RESUMO

Esta pesquisa teve por escopo investigar na sala aula de Matemática, do 6° ano do Ensino Fundamental, em qual perspectiva se desenvolve o ensino dos números fracionários. Para a produção dos dados foram aplicados dois questionários, que resultaram num mapa conceitual, bem como sete atividades que se deram com o uso de materiais manipuláveis e digitais. Os resultados obtidos através desses recursos revelaram apropriação do algoritmo comum, apresentados nos livros didáticos, assim como a não compreensão do conceito de equivalência, o que caracteriza a aprendizagem como mecânica, em que o aprendiz não vincula os conceitos prévios aos conceitos presentes em sua estrutura cognitiva. Considerando que o mapeador desenha as proposições de acordo com o objetivo focal proposto pelo professor e o seu conhecimento prévio, foi possível estabelecer a comparação dos dois mapas e, assim, verificar um avanço considerável na abstração dos conceitos de equivalência, potencializados mediante o uso do material desenvolvido para esse fim. Sabe-se que a aprendizagem significativa é dependente da estrutura cognitiva idiossincrática do indivíduo e requer a associação de um conceito a outro dentro de um sistema hierarquicamente organizado, uma vez a aprendizagem sendo formal depende de mecanismo para a apresentação dos conceitos e da retenção pelo indivíduo. Nessa perspectiva, é emergente a mudança na prática docente, no sentido do uso de uma variedade maior de recursos que fomentem a assimilação de informações.

Palavras-chave: Frações. Geogebra. Mapas conceituais. Materiais manipuláveis.

ABSTRACT

The purpose of this research was to investigate in the Mathematics classroom, the 6th year of elementary school, in which perspective the teaching of fractional numbers develops. For the production of the data, two questionnaires were applied, which resulted in a conceptual map, as well as seven activities that occurred with the use of handling and digital materials. The results obtained through these resources revealed appropriation of the common algorithm presented in the textbooks, as well as the lack of understanding of the concept of equivalence, which characterizes learning as mechanics, in which the learner doesn't link the previous concepts to the concepts present in their structure cognitive. Considering that the mapper draws the propositions according to the focal objective proposed by the teacher and his previous knowledge, it was possible to establish the comparison of the two maps and, thus, to verify a considerable advance in the abstraction of the concepts of equivalence, potentialized through the use of the material developed for this purpose. It is known that meaningful learning is dependent on the individual's idiosyncratic cognitive structure and requires the association of one concept with another within a hierarchically organized system, since learning being formal depends on the mechanism for the presentation of concepts and retention by the individual. In this

Submetido em: : 15 de agosto de 2020.
Aprovado em: : 15 de novembro de 2020.
DOI: http://dx.doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p46-62.id285

perspective, the change in the teaching practice, in the sense of the use of a greater variety of resources that foment the assimilation of information, is emerging.
Keywords: Fractions. Geogebra. Conceptual maps. Handling materials.

Introdução

Certamente o professor comprometido com uma aprendizagem significativa terá a sensibilidade de fazer com que suas aulas abram horizontes. Dessa forma, em seus planejamentos terá como prioridade mobilizar situações de aprendizagens que envolva uma relação intrínseca em busca do conhecimento.

Conforme Ausubel (2000), o fator isolado mais importante capaz de influenciar a aprendizagem é tomar o conhecimento prévio do aprendiz como ponto de partida. Descobrindo o que ele já conhece, o professor poderá repensar a sua prática pedagógica fazendo a diferença para que o estudante se mostre capaz de estabelecer relações e vínculos em sua estrutura cognitiva com conhecimentos adquiridos, ocorrendo assim, a aprendizagem significativa. É nessa perspectiva de investigação que foi desenvolvido este estudo, fundamentado especialmente na experiência em sala de aula, que se deu por cinco anos consecutivos, na prática de sala de aula.

Nessa experiencia, observou-se que os alunos ao resolverem problemas relacionados com semelhança de polígonos, potenciação, racionalização, construções de gráficos e equações que exigiam cálculos, sobretudo com os números racionais apresentavam dificuldades. Essas dificuldades transpassava a sala de aula refletindo nas avaliações externas – Prova Brasil e SADEAM (Sistema de Avaliação do Desempenho Educacional do Amazonas), onde as Matrizes de referências para avaliação em Matemática têm como foco a habilidade de resolver problemas contextualizados.

Uma análise das planilhas do 9° ano, das duas escolas investigadas, revelaram índices de baixos rendimentos nas habilidades de efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais e habilidade de resolver problemas envolvendo as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação). A partir dessas informações refletiu-se sobre o motivo pelo qual o aluno estava chegando ao 9° ano sem saber operar com os números racionais, indagando-se sobre quais seriam as causas dessa situação? E como intervir para que a aprendizagem dos alunos fosse efetiva?

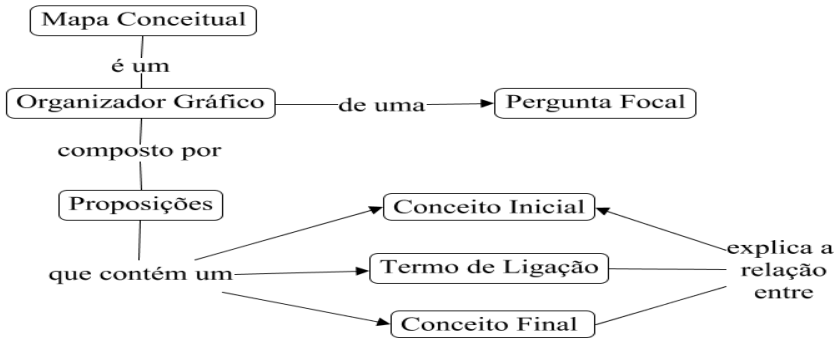
Deste modo, com o objetivo de investigar em qual perspectiva se desenvolve o ensino dos números fracionários no 6° ano do Ensino Fundamental, foi proposto verificar se uma das causas, da não abstração dos conceitos de fração, refere-se a obstáculos epistemológicos ou à aprendizagem mecânica dos conceitos, que exige somente a memorização dos algoritmos e, por isso, são esquecidos com o passar do tempo. Também foi especulado se com o uso de materiais didáticos os alunos poderiam se apropriar desses conceitos.

A partir daí, foi elaborado um estudo à luz da Teoria da Assimilação, que foi pensada para um contexto de sala de aula no aprendizado por receptividade, sobre a origem e os conceitos fundamentais dos números fracionários, apresentados por Roque (2012) e Caraça (1970), além de se refletir sobre os obstáculos epistemológicos e os aspectos de um número fracionário discutidos por Mandarino (2010), Barbosa (1966) e em Toledo e Toledo (2010). E para a construção de materiais que abordam frações com esquemas

geométricos utilizados na investigação das questões de pesquisa, buscou-se orientações em Lorenzato (2009).

Materias e Metodos

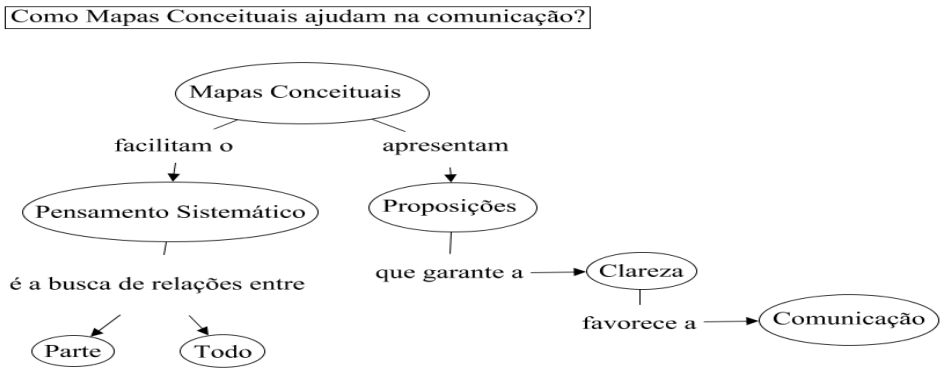
Para produção de dados foi utilizado Mapa Conceitual que é uma estrutura esquemática para representar um conjunto de conceitos imersos numa rede de proposições e que pode ser entendido como uma representação visual utilizada para partilhar significados, que segundo Novak e Gowin (1984) "envolve a assimilação de conceitos e de proposições novas em estruturas cognitivas preexistentes através do uso de diagramas (mapas) especiais para estimular e organizar a geração e a comunicação de ideias complexas". Exemplo de um Mapa Conceitual, ver Figura abaixo:



De acordo com Correia (2015), com esse organizador gráfico pode-se representar um conhecimento de forma sistematizada, sendo que as proposições mapeadas os diferenciam de outros organizadores gráficos, tais como mapas mentais, infográficos, fluxogramas, etc. As proposições são o conjunto formado pelo conceito inicial, um termo ou frase de ligação e um conceito final. A frase de ligação por sua vez a rigor precisa conter um verbo formando uma oração, pois externaliza a relação conceitual entre o conceito inicial e o conceito final, por isso, é importante colocar setas para indicar o sentido de leitura.

Em síntese, os elementos que constituem um mapa conceitual são os seguintes: o Conceito: representado graficamente por um círculo, oval ou retângulo; frase de ligação: que forma as unidades semânticas (unidades de significado) e as setas ou linhas: que direcionam o sentido da leitura. "As proposições constituem uma declaração significante. Às vezes podem ser chamadas de unidades semânticas ou unidades de significado." (OLIVEIRA e PACHECO, 2010, p. 36).

Como na figura abaixo:



Segundo Correia (2015), o grau de clareza semântica das proposições é garantido pela frase de ligação quando esta apresenta um verbo, explicitando as relações entre os conceitos. Cada proposição carrega um conteúdo semântico, claro e preciso, passível de um julgamento. Podendo ser avaliado se está certo ou errado, e, se um conteúdo revelado é conveniente ou não ao tema que está em debate. Por isso é importante definir uma questão focal que vai orientar a construção do mapa conceitual. O conteúdo é revelado de acordo com o verbo do termo de ligação.

Para construir mapas conceituais espera-se do aluno produção individual, no qual, deverá descrever e relacionar os conceitos hierarquicamente internalizados por ele. Nesse momento, de acordo com Novak e Gowin (1984), o aluno busca dentro de sua estrutura mental tudo o que está relacionado com o tema investigado, exteriorizando seus conhecimentos. Conjectura-se que com mapeamento de uma questão, o professor terá informações sobre como está se desenvolvendo a aprendizagem do aprendiz do ponto de vista conceitual, possibilitando interferência e esclarecimentos dos conceitos ou proposições que não estão esclarecidos ou adequadamente apresentados nas construções. Oliveira e Pacheco (2010) dizem que ao fazer a leitura de um mapa conceitual estamos frente ao desenho cognitivo dos conceitos que o aprendiz possui.

Produção de Dados

A produção de dados ocorreu através da proposta do mapeamento na resolução de dois questionários A e B e no desenvolvimento de sete atividades realizadas pelos sujeitos da pesquisa. A aplicação do questionário ocorreu em dois momentos: o questionário A, foi aplicado no primeiro encontro com os participantes, na perspectiva de descobrir os conceitos prévios que os sujeitos tinham sobre os números fracionários e o questionário B, teve por objetivo verificar se houve avanços na aprendizagem dos números fracionários após o desenvolvimento das atividades.

Questionário A:

1. Um terreno terá $\frac{2}{15}$ de sua área ocupada por um jardim, $\frac{6}{15}$ por uma praça e $\frac{7}{15}$ por um estacionamento[1].

a) Que fração corresponde à área do terreno destinada: à praça e o jardim? à praça e o estacionamento? ao jardim e ao estacionamento?

b) Que fração corresponde à diferença entre as áreas destinadas ao: estacionamento e a praça? estacionamento e jardim? jardim e praça?

2. Pela manhã uma balsa percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e a tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ela percorreu nos dois períodos? [2]

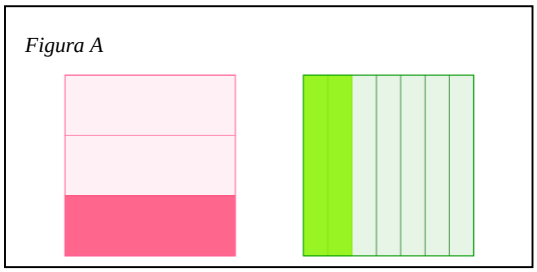
[1] Questão retirada do livro **Vontade de Saber Matemática**, 6° ano, pág.144 – 2017. Ed. FTD.

[2] Questão retirada do livro **Projeto Teláris**, 6° ano, pág.178 – 2016. Ed. Ática.

Questionário B

1. A figura A mostra duas barras idênticas de chocolate que foram divididas, cada uma delas em partes iguais, sendo que a área destacada representa a quantidade de chocolate consumido por uma pessoa.

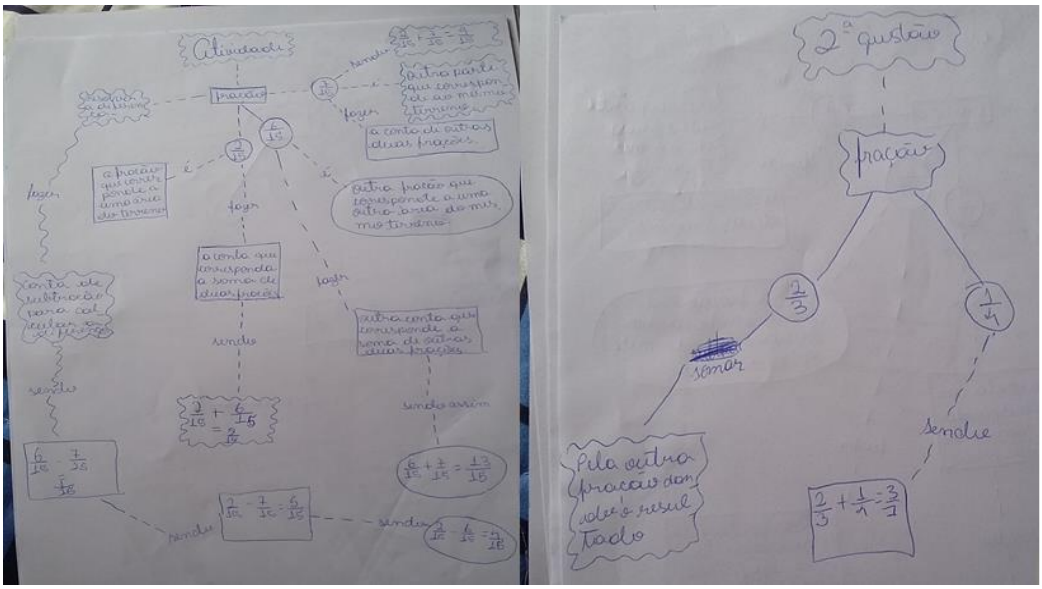
Figura A



1. Júlia comeu a parte destacada da primeira barra e Matheus comeu a parte destacada da segunda barra. [3] a) Quem comeu mais, Júlia ou Matheus? Por quê? b) Qual a fração que representa a quantia que os dois comeram juntos?

2. Pela manhã uma balsa percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e à tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ela percorreu nos dois períodos? [4]

No primeiro encontro com os participantes, foram fornecidas informações verbais, impressas sobre o que é um mapa conceitual e um exemplo de como construir o mapeamento de uma questão através do *software cmaptools*. Com exposição visual em projetor foi mostrado como se estrutura um mapa conceitual. Com informações necessárias sobre como fazer um mapa conceitual, os participantes mapearam por fim a resolução do questionário A, como mostra o mapa de dos participantes:



No segundo encontro, foram aplicadas sete atividades, sucessivas, com os materiais manipuláveis e digitais. Cada atividade com o foco em um ou mais conceitos dos números fracionários que de acordo com o objetivo foram se externalizando. E com a conclusão das

[3] Questão formulada pela pesquisadora.

[4] Questão retirada do livro **Projeto Teláris**, 6° ano, pág.178 – 2016. Ed. Ática.

atividades, os participantes foram desafiados novamente ao mapeamento da resolução do questionário B, finalizando os encontros.

Para apresentação dos resultados, foram analisados e comparados os mapeamentos dos questionários e observados os conceitos que iam se externalizando de acordo com as sete atividades sugeridas. Analisou-se também a relevância de uso de mapa conceitual como instrumento para investigação e dos materiais manipuláveis digitais para o ensino e aprendizagem de frações.

Resultados e Discussões

Com o propósito de investigar as habilidades de representar e identificar frações equivalentes através de dobraduras utilizou-se papéis sulfites para representar meio, um terço, e as frações equivalentes a elas, dobrando a folha ora em um lado ora outro. Esta atividade possibilitou a realização das primeiras operações com frações, abstração dos primeiros conceitos e a noção de equivalência através das áreas, além da construção de significados aos termos das frações, conforme Toledo e Toledo (2010).

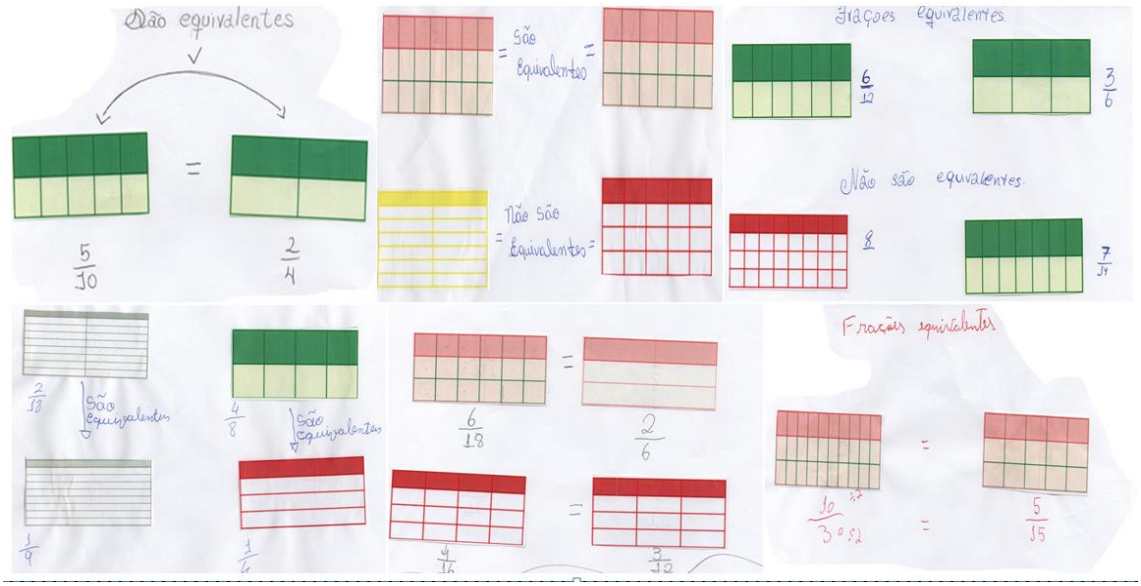
Foram distribuídas folhas de sulfites aos participantes solicitando que dobrassem a folha ao meio, tracejassem uma parte e escrevessem a fração que representa a parte tracejada em relação à folha toda. Em seguida dobrasse do outro lado ao meio e fizessem novamente a escrita da fração que representa a parte tracejada.

Com uma nova folha, foi solicitado o mesmo procedimento, utilizando-se de três partes iguais. Alguns alunos precisaram de ajuda para dobrar a folha em três partes iguais, ocasião em foram orientados que dobrassem ao meio, abrissem a folha e fizessem coincidir as laterais da folha com o centro, vinculando as dobras, abrissem e retirasse uma das partes. Observou-se que o todo por vez ficaria de tamanho menor, porém não influenciou na compreensão do reconhecimento das frações. Esta atividade apresentou-se familiar para a maioria dos participantes, pois relataram que já haviam participado de uma atividade similar, em outras ocasiões. Os participantes identificaram as frações pedidas como $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$, porém, pareceu não ser perceptível a relação de equivalência com o processo de dobradura.

Na sequência aplicou-se a outra atividade com objetivo de investigar as habilidades de comparar frações de uma grandeza contínua através de esquemas geométricos, principalmente a equivalência. Distribuiu-se, portanto, retângulos de mesmo tamanho com partes coloridas nos quais os participantes foram desafiados a representar as frações, a partir da observação das partes coloridas mais acentuada, e relacionar com suas equivalentes.

Esperava-se a representação numérica das frações e a comparação pelo algoritmo comum ou visualmente pelo esquema geométrico, através da contagem dos retângulos das partes coloridas relacionando com o numerador e a quantia total de retângulos relacionando com o denominador. Para visualmente concluir que as frações são equivalentes observou-se a ocorrência de duas situações: se a quantias de retângulos dos esquemas que representam os denominadores e as quantias de partes coloridas têm a

mesma quantia, ou se é o dobro, triplo, quádruplo, etc., como por exemplo $\frac{3}{6}$ e $\frac{6}{12}$ nos registros abaixo:



Notou-se com esta atividade que todos os sujeitos representaram corretamente as frações, porém a minoria (8) relacionou-as com as equivalentes, dentre esses apenas um recorreu à leitura da imagem e dos cálculos de simplificação para relacionar as frações equivalentes, os demais se ativeram às cores das figuras ou aos critérios dos naturais para definir equivalência. Certamente porque os conteúdos, geralmente, sejam culturalmente tratados em sala de aula de forma isolada, pois "de modo geral, parece não se levar em conta que, para o aluno consolidar e ampliar um conceito, é fundamental que ele o veja em novas extensões, representações ou conexões com outros conceitos" (PCN, p. 22).

Ao ser apresentadas aos sujeitos as frações $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$, com as perguntas: Qual delas é a maior? Não hesitaram em responder que $\frac{2}{5}$ era maior, com a justificativa de que 2 é maior que 1, e de que 5 é maior que 3, relacionando os numeradores e denominadores como números naturais, o que está de acordo com Pires (2010) e Toledo e Toledo (2010), que em suas pesquisas notaram que os alunos estariam acostumadas com a relação 5 > 3, assim acabam achando que frações com numeradores ou denominadores maiores serão maiores.

Com mais uma atividade investigou-se as habilidades em identificar os termos das frações relacionando a parte colorida com o numerador e a divisão com o denominador. Para isso foram distribuídas aos sujeitos seis impressões quadrangulares, com divisões iguais, possíveis para representar frações de $\frac{1}{2}$ até $\frac{7}{7}$ de forma geométrica. Propôs-se que colorissem partes dos quadrados representando as frações $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}$ e $\frac{1}{7}$, .

No desenvolvimento desta atividade não houve obstáculos para representarem as frações, os participantes justificaram adequadamente a escolha do quadrado fracionário para colorir e representar as frações e relacionaram a divisão dos quadrados com o denominador, indicando que a utilização de figuras geométricas divididas em partes para a criança hachurar ou colorir as partes indicadas favorece a formação do conceito de fração,

significado de seus termos e denominação, uma vez que possibilitou o aluno intuitivamente compreender a necessidade de dois números inteiros para expressar um número fracionário, estando de acordo com conclusões de Barbosa (1966, p. 150).

A quarta atividade investigou habilidades em operar com adição de frações através de observação dos esquemas geométricos, pediu-se que considerassem dois dentre os quadrados fracionários que os participantes haviam colorido na terceira atividade, identificassem os termos das frações, representassem numericamente em uma folha e executassem os seguintes procedimentos: Como exemplos as frações $r = \frac{m}{n} = \frac{1}{3}$ e s $= \frac{p}{q} = \frac{2}{5}$. 1° - Segure dois quadrados fracionários coloridos, frente ao olhar, com as divisões no sentido vertical; 2° - Rotacione (90°) uma delas, deixando as divisões no sentido horizontal, nesse caso $\frac{2}{5}$; 3° - Sobreponha uma figura a outra, alternando, como na figura abaixo:

Figura – Fração 2/5 rotacionada

Figura – Frações equivalentes a *r* e *s*.

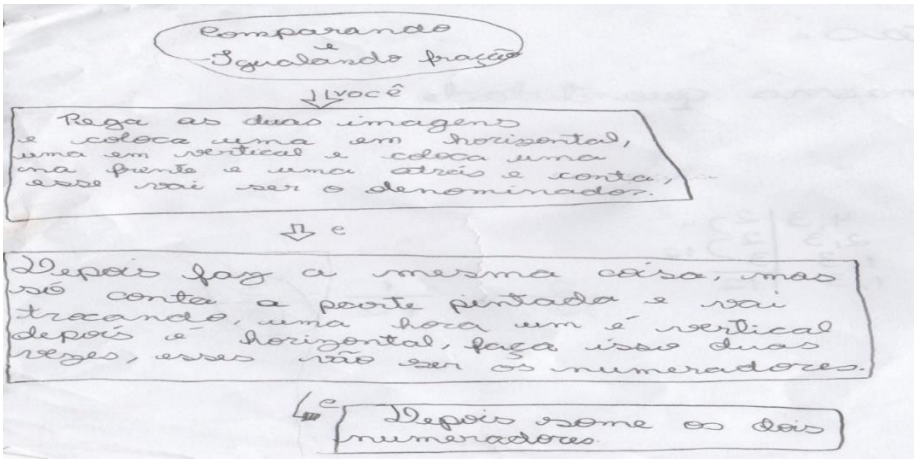
Neste passo, foram reforçadas as observações das subdivisões que ocorrem nas figuras com o efeito da sobreposição. As áreas totais, das duas figuras, ficaram subdivididas em retângulos de mesmos tamanhos, cujas quantias representam o 'novo' denominador e as partes coloridas os 'novos' numeradores, que representam frações equivalentes às primeiras com denominadores iguais. De forma geral, pode-se relacionar a subdivisão, que ocorre pela sobreposição das imagens, com o processo de encontrar frações equivalentes com os mesmos denominadores.

Com esta atividade, buscou-se verificar se os sujeitos compreendem a necessidade de troca de um número por outro para operar com a adição de frações com denominadores diferentes, através da percepção de subdivisão das áreas.

Segundo Barbosa (1966, p. 151), através de esquemas geométricos é possível "compreender que a multiplicação do denominador aumenta o número de divisões efetuadas sobre o inteiro, e a multiplicação do numerador aumenta o número de partes consideradas". O despertar com a coincidência dos resultados poderá levar o aluno à aquisição da aprendizagem das frações equivalentes e das propriedades correspondentes. Além da possibilidade de levá-los a entender a obrigatoriedade da troca de um par de números por novo par para fazer a adição, dificuldade que Barbosa (1966) aponta como um dos fatores de suas dúvidas.

Os alunos realizaram todos os procedimentos, conforme iam sendo orientados, corretamente. Porém, observou-se que houve percepção dos conceitos de equivalências somente por dois participantes, como visto no mapa abaixo, que foi utilizado pelos alunos para dar explicações de como procederam citando frações equivalentes que surgiam com a

sobreposição dos dois quadrados fracionários. Os demais, não relacionaram as subdivisões com os conceitos de equivalência.



Considera-se o que diz Lorenzato (2009, p. 26), toda pessoa ao ter contato pela primeira vez com um material tende a observar suas características, são essas percepções que possibilitarão "com ou sem o auxílio do professor, a procura e a descoberta de novos conhecimentos". Com bases nas experiências, como argumenta Toledo e Toledo (2010, p. 179), o aluno poderá descobrir as regras para somar frações: "somam-se (ou subtraem-se) frações de denominadores iguais, conservando-se o denominador e somando-se os numeradores".

Na quinta atividade foi analisado as possibilidades e aceitação por parte do aluno ao utilizar-se de outras ferramentas como auxiliador na aprendizagem. Foi disponibilizado aos sujeitos, material impresso da apresentação do GeoGebra e do tutorial de construção de um cubo. Esta atividade permitiu a exploração do GeoGebra, possibilitando a formação de conceitos de geometria plana e de frações discretas, através de representações de pontos, segmentos, polígonos (quadrado), os elementos de um polígono (vértices, lados, diagonais), cubo e seus elementos (faces, arestas) e sua planificação, levando os alunos "a construir seu próprio conhecimento na realização do ciclo descrição – execução – reflexão – depuração – descrição." (CUNHA e SANTOS, 2008, p. 28). Isso indicou que os recursos visuais colaboram para compreensão, aumentando o interesse do alunos, melhorando a capacidade de retenção e permitindo o esclarecimento dos conceitos, confirmado o que estabelece a teoria ao considerar que "o uso de figuras elaboradas em aplicativos (*software*) de geometria dinâmica pode auxiliar o aluno a entender as figuras geométricas como classes, diferenciando-as do simples desenho de uma figura." (GITIRANA e CARVALHO, 2010, p. 49).

Na sexta atividade investigou-se as habilidades de reconhecer frações equivalentes através das áreas subdivididas. Utilizou-se um material digital, com as características similares ao da segunda atividade, construído através do GeoGebra, usando controles deslizantes para *m, n, p* e *q*, representando frações contínuas de forma geométrica, fracionária e decimal. Marcando a opção *Frações Equivalentes*, pode-se representar com a movimentação dos controles deslizantes *r* e *s*, até dez frações equivalentes às primeiras.

A possibilidade prática desse material permitiu comparar frações (ordenação) diretamente. Pode-se formar as frações e analisar os esquemas geométricos. Exemplo observando $\frac{1}{4}$ e $\frac{2}{5}$, visualmente chega-se a conclusão que $\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$. Ao marcar a opção *Frações com o mesmo denominador*, pode-se verificar que as áreas ficam subdivididas em retângulos o número de vezes que apresentam os denominadores das frações opostas. Exemplo: $\frac{1}{4}$ foi subdividido em 5, e $\frac{2}{5}$ foi subdividido em 4, isto é $\frac{1}{4} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{20}$ e $\frac{2}{5} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{20}$. Esse processo visou a compreensão da troca de uma fração por outras de denominadores iguais para fazer a soma de frações com denominadores diferentes.

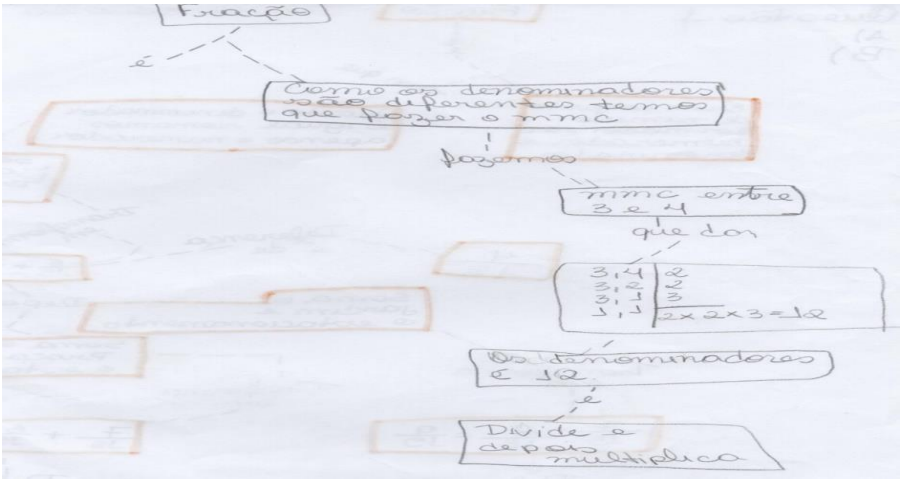
De acordo com Barbosa (1966, p. 160), na representação por esquemas gráficos, "há o reforço na visualização", uma vez que o aluno poderá observar a parte considerada e notar que não temos três partes (retângulos) grandes, nem três partes pequenas, têm-se uma grande e duas pequenas, são simplesmente três partes. Representam partes de tamanhos diferentes que deverão ser subdivididas em partes de mesmo tamanho, para assim efetuarem a soma das partes que agora serão iguais. Evidentemente é necessário ressaltar a substituição das duas frações, mais convenientes, apenas para conseguir a soma. Mas, para tanto é necessário que haja o teste, a observação e a verbalização dos pensamentos, isto é, a comunicação das ideias, raciocínios e conclusões deles. Então o professor poderá avaliar o que os alunos aprenderam, e assim, segundo Lorenzato (2009, p. 27) "após a verbalização, é recomendável que cada aluno tente registrar em seu caderno, conforme suas possibilidades, as novas conquistas decorrentes das atividades, concretas e abstratas, por eles realizadas".

A sétima atividade teve por objetivo investigar as habilidades de somar frações geometricamente, apresentou-se ainda produzido com as funções do *software* GeoGebra um material digital similar ao da quarta atividade, agora de forma dinâmica. Assim, movendo os controles deslizantes nota-se que as duas frações formadas aparecem também uma sobreposta à outra. Com a ocorrência de subdivisão das partes coloridas, que representam os numeradores, e do 'todo' que representam os denominadores, poderá ser executada a leitura e a escrita das frações equivalentes com o mesmo denominador, contando os retângulos e efetuando a soma.

Este objeto de aprendizagem pode favorecer o processo de formação do conceito de número racional, a partir do dinamismo de sua representação geométrica, numérica e em número decimal. Conforme Gitirana e Carvalho (2010, p. 51), "uma imagem vale mais que mil palavras", e neste contexto o suporte dado aos conceitos pelas imagens é essencial. Porém, deve-se ter o cuidado para que as representações não atrapalhem o aprendizado do aluno e nem se desvie do foco pretendido.

Análises dos mapeamentos dos questionários A e B

Com a leitura das proposições apresentadas nos mapeamentos dos 20 participantes do questionário A, foi possível identificar e representar os termos de uma fração em 18 participantes; operar com adição e subtração de frações com denominadores iguais (12) participantes; operar com adição de frações com denominadores diferentes (6) participantes. Neste último quesito um dos participantes apresentou o seguinte mapa:



Ao analisar as formas que se apresentam os conceitos de frações em alguns livros didáticos do Ensino Fundamental e no livro utilizado pelos sujeitos da pesquisa, verifica-se que tanto os primeiros conceitos, quanto a adição de frações com denominadores iguais é bastante explorada por esquemas gráficos, o que, talvez, justifique a porcentagem de acertos em relação à representação de fração e adição com denominadores iguais, porém as frações equivalentes e a adição de frações com denominadores diferentes são apresentados somente pelo algoritmo comum de resolução.

Como citados acima, observou-se também, que os autores apresentam um mesmo esquema para representar as frações com denominadores iguais, e trazem sempre grandezas homogêneas como exemplos.

> Utilizar só o raciocínio com grandezas homogêneas, não é recomendado; assim, só se adicionam grandezas homogêneas, poderá trazer confusão; 5 petecas com 2 petecas, mas também é possível reunir, juntar (adicionar no sentido comum) grandezas não homogêneas aparentemente, como 5 petecas com 2 bolas são 7 brinquedos (BARBOSA, 1966, p. 159).

Estas observações levam à reflexão de que, ao abordar os conceitos de equivalência através do algoritmo comum, não terá significado para o aluno, então não abstrairá o conceito, assim não representarão as diferentes escritas fracionárias de um número racional, restando aos de fácil memorização, as regras, que possivelmente esquecem com o passar do tempo.

Lorenzato (2010, p. 122) lembra que, ao comparar frações os alunos provavelmente descobrirão com a vida "que $\frac{3}{5}$ pode ser menor, igual ou maior que $\frac{5}{7}$, dependendo do contexto, do referencial de comparação (por exemplo, a metade do salário de algumas pessoas é maior que o salário inteiro de outras)". No entanto ao invés de ensinar regras aos alunos, deve-se manter uma postura metodológica facilitadora de aprendizagem oferecendo referenciais concretos na abordagem dos conceitos.

Indagou-se os seis participantes que conseguiram operar a adição de frações com denominadores diferentes sobre os porquês de usar o algoritmo comum para a resolução do questionário, a resposta foi de "que tinham aprendido daquela maneira e que não sabiam resolver de outro jeito".

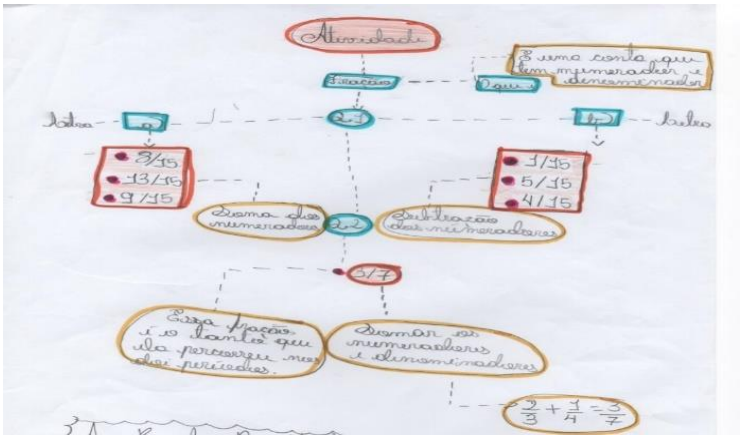
Gitirina e Carvalho (2010, p. 32) dizem que, "uma escolha metodológica bem distinta é a que se pauta, essencialmente, na participação do aluno nas resoluções de problemas, os quais devem ser planejados e organizados de forma a favorecer que os conhecimentos visados aflorem". Mandarino (2010, p. 116), acrescenta que é importante "não restringir a compreensão da equivalência a apenas alguns exemplos típicos, seguidos da apresentação de regras sem significados, e que parecem não ser validas para outras ideias associadas a frações". Assim a formulação de situações problemas que envolvam os conceitos de comparação de frações com estratégias diversificadas poderão aproximar o aluno ao pensamento adequado sobre equivalência.

Ainda, fez-se uma observação diante da fala de um sujeito da pesquisa que nos pergunta: resolvo primeiro a divisão ou a multiplicação depois que achar o mmc? Esta dúvida remete a uma reflexão sobre os passos para resolução de expressões numéricas, conteúdo ensinado anteriormente as operações com frações, em que o professor enfatizou que para resolvê-las devem seguir a ordens das operações, que segundo Dante (2015, p. 61), "efetuamos as multiplicações e divisões, na ordem em que aparecem". Ou seja, ora a multiplicação se resolverá primeiro, ora a divisão.

De acordo com Carvalho e Lima (2010, p. 25), "a memorização de conceitos e procedimentos é importante, mas deve ser conquistada pela via da compreensão e da sistematização". No caso de resolver adição de frações pelo algoritmo comum, diz que: acha-se o mmc por fatoração ou pelos múltiplos comuns dos dois denominadores e, divide-se o mmc pelos denominadores e multiplica-se pelos numeradores. Comparando com a regra da expressão numérica causa estranheza e confusão na hora da resolução confrontando com os conceitos por ele internalizados.

> A manifestação desse tipo de obstáculo está intimamente relacionada ao aparecimento de erros recorrentes, e não aleatórios, cometidos pelos alunos na construção de um novo conhecimento, sendo assim, o erro é visto como algo necessário, parte constituinte de processo ensino e de aprendizagem (BROSSEAU, 1983, apud PIRES, 2010, p. 53).

Como se ver no mapa abaixo o aluno faz a interpretação do problema, quando diz: essa fração é o tanto que ela percorreu nos dois períodos. Mas ele cita que: devem-se somar os numeradores e os denominadores, onde se conclui que não foi construído o conceito de equivalência.

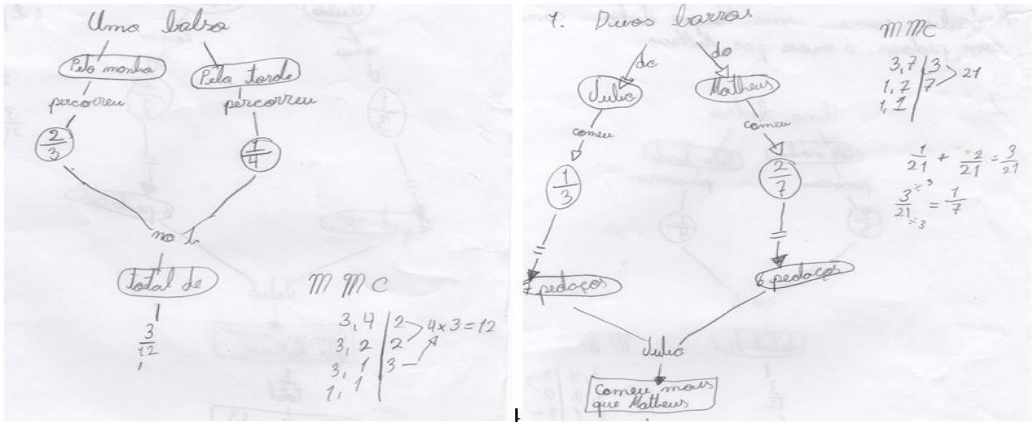


Provavelmente ele visualiza a fração como dois números inteiros separados por um tracinho, sem relação alguma, conforme afirma Barbosa (1966), e não compreende que esses dois números representam um único número fracionário.

Pires (2010) ressalta que para ter a habilidade de operar com adição de frações, é necessário realizar rupturas com as ideias construídas para os números naturais, além de aceitar ideias mais complexas. Uma das causas desses obstáculos afirma Barbosa (1966, p. 147), que "visto, não raras vezes, o professor se limita a dar regrinhas sem as necessárias explicações". Toledo e Toledo (2010, p. 163) dizem que, "é fundamental oferecer aos alunos a oportunidade de manipular materiais variados, que permitam a construção dos conceitos por meio da experimentação, da verificação de hipóteses, levantadas diante de situações-problema convenientemente apresentadas."

Após a apresentação das atividades, foi aplico o questionário B com o objetivo de fazer um paralelo com o questionário A e investigou-se se houve formação de conceitos ou mudança na estrutura cognitiva dos sujeitos referente ao objeto de estudo.

Considerando que não foi possível o aprofundamento das atividades nem a exploração de forma mais intensiva ou contextualizada com os materiais aqui utilizados, pode-se observar com o uso desses materiais avanços em relação aos conceitos de equivalência, como mostra os mapas baixo:



No mapeamento do questionário A, o participantes utilizam-se das regras para resolver a questão, fatora para achar o mínimo múltiplo comum entre os denominadores 3 e 4, portanto, não prossegue até o fim com o algoritmo e conclui erroneamente que $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$. O que significa que não memorizou todo o processo necessário para utilizar-se das regras.

No entanto, na resolução do questionário B, ele faz a interpretação do problema colocando como questão focal "duas barras" e como frase de ligação usa a palavra "da" e "do" dando a entender que destas duas barras uma é "da Julia" e a outra "do Matheus" e reforçando que Julia comeu $\frac{1}{3}$ e Matheus comeu $\frac{2}{7}$, chegando à conclusão que $\frac{1}{3}$ de 21 são 7 pedaços e $\frac{2}{7}$ de 21 são 6 pedaços e, concluindo que Júlia comeu mais que Matheus, o que está correto.

Ao fornecer esquemas gráficos no questionário B percebeu-se que o aluno se apropriou da imagem, subdividindo-a chegando a esse entendimento, o esquema gráfico possibilitou a interpretação e resolução do problema, porém é visto que o sujeito ainda não abstraiu o conceito de equivalência nem memorizou as regras.

Os materiais utilizados nas atividades foram manipulados de maneira rápida e experimental, mesmo assim, pode-se concluir que são relevantes como auxiliadores, uma vez que agregando combinação de texto e imagem, poderá instigar maiores significados aos conceitos de frações. Reforça-se ainda que, satisfaz o que diz Reys (1971, apud Mendes, 2008, p. 11), que os materiais devem ser "apropriados para serem usados em diferentes níveis de escolaridade e em níveis diversos de formação de um mesmo conceito, favorecendo a abstração matemática através da manipulação individual ou em grupo".

Convém que dispuséssemos de mais tempo para investigar sua eficácia como auxiliadores na formação de conceitos, no qual se pretendeu deixar como algo a investigar em momentos oportunos. Sendo o objetivo desta pesquisa, verificar quais as causas possíveis que levariam o aluno a não abstrair os conceitos de frações, conclui-se que:

> O conceito de equivalência, assim como a construção de procedimentos para a obtenção de frações equivalentes são fundamentais, para resolver problemas que envolvem a comparação de números racionais expressos sob a forma fracionária e efetuar cálculos com esses números (PCN, 1991, p. 103).

Diante dos resultados da pesquisa, verificou-se a necessidade de formação dos conceitos de equivalências. Somente com a abstração desse conceito é possível o aprendiz compreender a necessidade de troca de um número por outro para somar frações com denominadores diferentes. Entende-se que o conceito de equivalência é um subsunçor para a ancoragem dos procedimentos de adição de frações, que serão subsunçores de outros. Fica o desafio aos professores em alterar as práticas pedagógicas, dar mais ênfases à formação de conceitos para que esta dificuldade não provoque rejeições com a Matemática em possíveis resoluções de problemas futuros.

Considerações Finais

É comum a responsabilização aos docentes no que diz respeito ao fracasso escolar e inadequações dos discentes na disciplina de Matemática. Nesse sentido, é possível observar vários fatores contribuintes para tais dados, de modo que se torna injusto o peso dessa responsabilidade ser atribuído praticamente, exclusivamente à figura do professor. Ocorre que, mesmo que o professor acredite no potencial dos alunos, oferecendo-lhe condições de aprendizagem, os índices de notas baixas na disciplina de Matemática, infelizmente, nem sempre se reduzem como resposta à prática docente.

Buscou-se, assim, na presente pesquisa, de forma sistemática, saber os motivos pelos quais os estudantes chegam nas séries posteriores sem dominarem o conceito básico de fração, conteúdo este preferencialmente ensinado no 6º ano de Ensino Fundamental.

Em análises aos resultados, percebe-se que os alunos compreendem o conceito de fração, identificam e representam os termos, numerador e denominador, porém não construíram o conceito de equivalência. E quando desafiados aos cálculos, raciocinam sobre frações

como se fossem números inteiros. Ressalta-se que a investigação ocorreu no final do ano letivo e somente uma pequena parte dos sujeitos pesquisados mostraram habilidade de calcular com adição de frações com denominadores diferentes, assim prosseguem para séries seguintes com essas dificuldades.

Nota-se também que esses conteúdos são abordados em sala de aula de acordo com a proposta da escola e somente como apresentado no livro didático, pelas regras que exigem memorização, e, nessa perspectiva, tem se mostrado ineficaz a aprendizagem significativa.

Sabe-se que a aprendizagem significativa é dependente da estrutura cognitiva idiossincrática do indivíduo e requer da associação de um conceito a outro dentro de um sistema hierarquicamente organizado, uma vez a aprendizagem sendo formal depende de mecanismo para a apresentação dos conceitos e da retenção pelo indivíduo.

Nessa perspectiva, é emergente mudança na prática docente, uma delas é em avaliar constantemente seu método de ensino, repensar suas práticas procurando sempre potencializar as condições ideais de aprendizagem.

Os conceitos matemáticos precisam ser preservados, porém precisam ser apresentados de tal forma a serem assimilados pelos alunos. Para isso é necessária a ação didática criativa do professor de forma a transformar um saber científico a um saber ensinado. Nesse cenário, o professor deverá concentrar suas energias no ensino e planejar suas aulas calcadas em atividades que envolva o aprendiz, condições necessárias para que ocorra uma aprendizagem significativa. De uma forma geral espera-se que essas ideias possam contribuir para novas investigações, e reflexões sobre o processo ensino e aprendizagem, considerando que não deve existir limites, para quem pode e quer ir além.

Referências

AMAZONAS. Secretaria de Estado de Educação e Qualidade do Ensino. **Sadeam**, 2015/ Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. vol. 3 (jan./dez. 2015), Juiz de Fora, 2015 – Anual. Conteúdo: Revista do Sistema de Avaliação. Estadual ISSN 2238-0264.

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: Uma perspectiva cognitiva, 1 ed. Lisboa: Plátano, 2000.

BARBOSA, R. M. **Matemática, Metodologia e Complementos para Professores Primários.** vol. 2. Editora: L.P.M, 1966.

BRASIL. Ministério da Educação. PDE: Plano de Desenvolvimento da Educação: SAEB: ensino médio: matrizes de referência, tópicos e descritores. Brasília: MEC, SEB; Inep, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BROUSSEAU, Guy. Os obstáculos epistemológicos e os problemas em matemática. hal.archives-ouvertes.fr/.../Brousseau_1976_obstacles_et_problemes.pdf. Acesso em 06

junho 2011.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** 5 ed. Lisboa: Lda, 1970.

CORREIA, P. R. M. Psicologia da Aprendizagem – Vídeo Aula 13 - **O que são mapas conceituais.** Publicado em 24 de ago de 2015. Curso de Licenciatura - Univesp - Universidade Virtual do Estado de São Paulo- Disciplina: Psicologia da Aprendizagem (RPA-001). Disponível em: < https://youtu.be/aF0UbIdN1Eg> Acesso em: Fev. 2017.

CARVALHO, J. B. P.; LIMA, P. F. Escolha e uso do livro didático. In: PITOMBEIRA, J. B. (coord.) e CARVALHO, F. Coleção Explorando o Ensino. vol. 17. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. pp.15-30.

CUNHA, V.V.; SANTOS, P. R. P. Computador: ferramenta para a construção do conhecimento. In: OLIVEIRA. D.R.; SANTOS, P.R.P.; PACHECO, S.B.; CUNHA, V.V. Informática na Educação 2. vol. 2. mód. 1 e 2. Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2008.

DANTE, L. R. Projeto Teláris: Matemática 6. 2. ed. São Paulo: Ática, 2015.

GITIRANA, V.; CARVALHO, J.B.P. A metodologia de ensino e aprendizagem nos livros didáticos de Matemática. In: PITOMBEIRA, J. B. (coord.) e CARVALHO, F. Coleção Explorando o Ensino. vol. 17. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. pp.31-50.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, S. (Org.). O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção Formação de Professores). pp. 1-37.

MANDARINO, M. C. F. **Números e Operações**. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. (Coord.). Coleção Explorando o Ensino. vol. 17. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. pp. 97-134.

MENDES, I. A. Tendências Metodológica no Ensino de Matemática. Coleção Formação Continuada de Professores. vol. 41. Belém, PA: EdFPA, 2008.

NOVAK J. D. e GOWIN D. B. **Aprender a aprender.** 1.ed., Lisboa: Codex Plátano Edições Técnicas, 1984.

OLIVEIRA, D. R.; PACHECO, S.B. **Informática na educação 2**. vol. 3, Rio de Janeiro: Fundação CECIERJ, 2010.

PIRES, C. M. C. Números Racionais. In: PIRES, Célia Maria Carolino. Textos Formativos: Coletânea para formação de professores dos cincos anos iniciais, em Educação Matemática. mód. III. 1. ed. – São Paulo: Zapt Editora, 2010. pp. 50-71.

REYS, R. (1971) Considerations for teaching using manipulative materials. Arithmetic Teacher. In: Matos, J.M., Serrazina, M. (1996). Didática da Matemática. Lisboa: Didáctica da Matemática. Lisboa: Universidade Aberta.

ROQUE, T. História da Matemática – **Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas.** Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda, 2012.

SADEAM - Sistema de Avaliação do Estado do Amazonas - **Matrizes de Referência**, 2015. Disponível em: <http://www.sadeam.caedufjf.net/matrizes-de-referencia/>. Acesso em: 10 Dez. 2016.

TOLEDO, M. B. A.; TOLEDO, M. A. **Teoria e prática de matemática**: Como dois e dois. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

José Ronaldo Melo
Universidade Federal do Acre
E-mail: Ronaldo.ufac@gmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6379-589X

Elisabeth Machado Bastos
Secretária de Estado e Educação do Amazonas (SEDUC)
E-mail: elisa_bastinhos@hotmail.com
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3480-6817