# Atividade de modelagem matemática com o uso do Geogebra para o ensino de curva senoidal

# Mathematical modeling activity with the use of GeoGebra for teaching the senoidal curve

**Roberta Modesto Braga**
Universidade Federal do Pará - UFPA

**RESUMO**

O presente estudo objetivou discutir o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com estudantes de Licenciatura em Matemática. Do objetivo destaco a natureza qualitativa do estudo, fazendo uso de observação e registros dos sujeitos envolvidos em um minicurso de Modelagem Matemática, no âmbito do Encontro Paraense de Modelagem Matemática, realizado na Universidade Federal do Pará, no Instituto de Educação Matemática e Científica. Os elementos sujeitos, objeto, artefatos mediadores, regras, divisão do trabalho e comunidade estabeleceram entre si um sistema de atividade engestroniana, colocando a Modelagem Matemática nessa perspectiva permitiu a colaboração de artefatos como o uso do *GeoGebra* para compreensão dos parâmetros de uma curva senoidal. A pesquisa mostrou que uma atividade de Modelagem Matemática bem pensada pode provocar nos envolvidos impressões positivas, ao mesmo tempo em que permite refletir sobre a matemática desenvolvida no ambiente de sala de aula.
**Palavras-chave:** Atividade engestroniana. Modelagem Matemática. *GeoGebra*. Curva senoidal.

**ABSTRACT**

The present article objected to discuss the development activity of Mathematical Modeling developed with of graduate students in mathematics. From the objective, I highlight the qualitative nature of the study, making use of observation and records of the subjects involved in a short course of Mathematical Modeling, within the scope of the Paraense Meeting of Mathematical Modeling, held at the Federal University of Pará, at the Institute of Mathematical and Scientific Education. The elements, subject, object and community, artifacts mediators, rules and division of labor established a system of the engestronian activity. Placing Mathematical Modeling in this perspective allowed the collaboration of artifacts such as the use of GeoGebra to understand the parameters of a sine curve. The research showed that a activity of Mathematical Modeling provoke positive impressions in the involved while allowing to reflect on the mathematics developed in the classroom environment.
**Keywords:** Engestronian activity. Mathematical Modeling. *Geogebra*. Sine curve.

## Introdução

Resgatar o interesse dos alunos pelo estudo da Matemática nos diferentes níveis de ensino, ainda é um desafio. Nesse contexto a Modelagem Matemática assume o papel desafiador de realizar essa recuperação, na medida em que convida os alunos para investigar situações, nas quais os conteúdos matemáticos estão associados a problemas relacionados à realidade e ao cotidiano.

A exemplo dessa associação podemos citar o caso do vai e vem das marés, que pode ser explorado como tema de investigação, que envolve fenômenos periódicos, e que contempla uma vasta fonte de dados aqui na região amazônica, dado a quantidade de chuvas em períodos específicos, a temperatura durante o dia, dentre outros fatores.

***Submetido em***: 22 de agosto de 2020
***Aprovado em***: 19 de novembro de 2020
***DOI***: http://dx.doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p63-78.id286

Assim, as funções trigonométricas naturalmente constituem-se ferramentas necessárias para modelagem de fenômenos periódicos, como é o caso do vai e vem das marés que pode ser representada por uma curva senoidal, por descrever uma oscilação repetida, contínua. Fenômeno que foi destacado em um minicurso intitulado “O desafio de fazer Modelagem Matemática em sala de aula”. Isto, como forma de discutir que um fenômeno ligado ao meio ambiente pode ser trabalhado em sala de aula como forma de aproximar o aluno a questões outras e da própria matemática, bem como a utilização de tecnologia computacional de acesso livre, como é o caso do *GeoGebra*, mostrar que é possível fazer Modelagem Matemática em sala de aula por atividade.

Tal atividade de Modelagem Matemática configura-se um sistema de atividade na perspectiva engestroniana, por envolver elementos como os sujeitos de diferentes instituições que constituem a comunidade envolvida com um objeto de investigação, que por via de regras dividem um trabalho escolar e fazem uso de diferentes artefatos para alcançar um resultado.

Dito isto, entendo que ainda há necessidade de um espaço no ensino, para atividades em que os alunos possam interagir com materiais ou situações capazes de favorecer a compressão de relações matemáticas como fuga para uma Matemática como conteúdo estático e acabado. Desse modo, objetivei com esta pesquisa discutir o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com estudantes de Licenciatura em Matemática oriundos de diversas instituições de ensino, dentre elas destaco diversos *campus* da própria Universidade Federal do Pará, *campus* da Universidade do Estado do Pará e de Institutos Federais do Pará.

Para alcançar esse objetivo fiz uso de observação e registros dos sujeitos envolvidos em um minicurso de Modelagem Matemática, no âmbito do VI Encontro Paraense de Modelagem Matemática, realizado na Universidade Federal do Pará, no Instituto de Educação Matemática e Científica.

O texto em questão está estruturado em seções. A primeira seção trata sobre Modelagem Matemática e sua configuração como atividade engestroniana foi discutida na segunda seção. A terceira seção discutiu sobre a colaboração em atividade de Modelagem Matemática, inserindo nesse contexto o uso do *GeoGebra* como artefato mediador potencialmente favorável para discussão de conceitos matemáticos. Os encaminhamentos tomados na pesquisa são descritos na seção Metodologia, seguido da quinta seção que descreve a atividade de Modelagem Matemática “o movimento das marés”. A sexta seção trata de uma perspectiva de Modelagem Matemática e posterior considerações sobre este trabalho.

**Modelagem Matemática**

A Matemática Aplicada enquanto campo de conhecimento preocupa-se em resolver problemas das mais diversas áreas e é nesse sentido que a Modelagem Matemática se manifesta enquanto método, que cria modelos matemáticos capazes de representar, diagnosticar, prever e solucionar problemas. No entanto, a Modelagem não é tão recente, e apesar de não sabermos precisar suas raízes, é possível perceber que ao longo da história filósofos e matemáticos elaboraram e determinaram modelos para serem utilizados em situações diversas. Povos como os egípcios, babilônios e gregos foram os que mais modelaram situações da realidade prática, desenvolvendo modelos muito conhecidos até hoje (MIORIM, 1998).

Especialmente na Educação Matemática a Modelagem ganha destaque como forma de motivar os alunos a fazer matemática e aprender matemática com significado. A dinâmica desenvolvida nesse contexto inclui algumas etapas como forma de conduzir os estudantes na busca de modelos matemáticos de um tema de investigação previamente combinado, seja entre estudantes, entre estudantes e professor(a), ou mesmo proposto pelo(a) professor(a). Essa busca proporciona aos estudantes uma imersão aos conhecimentos matemáticos ou não que se relacionam com um tema, e que para além de construir/elaborar um modelo matemático, estimulam os estudantes a desenvolver autonomia, apropriar-se da própria matemática etc.

Essa dinâmica ou encaminhamento didático é sempre sugerido por etapas, procedimentos, fases, momentos, ações. Mas de um modo geral, uma Modelagem pode ser conduzida por etapas conforme Bassanezi (2012), a saber: a) *Escolha do tema*, considerada o início de processo de Modelagem, a partir de um levantamento de possíveis situações de estudo, podendo ser uma escolha dos estudantes, ou em conjunto com o(a) professor(a); b) *Coleta de dados*, que contempla a fase de busca de informações sobre o tema escolhido, podendo esta ser realizada através de entrevistas, pesquisa bibliográfica ou mesmo experiências executadas pelos alunos; c) *Análise de dados e formulação de modelos*, corresponde a etapa de busca por modelos matemáticos que se adequem às variáveis identificadas na análise dos dados coletados; d)*Validação*, que define a aceitação ou não do modelo matemático encontrado, podendo o processo ser retomado em qualquer etapa, caso o modelo encontrado seja rejeitado.

De modo sucinto, um modelo matemático tem o papel de descrever um fenômeno ou representá-lo, de diagnosticar ou de solucionar um problema, de prever ou de evitar fenômenos etc. Esse entendimento de modelo matemático também é assumido no âmbito da Educação Matemática. Os modelos matemáticos são resultado de um processo de Modelagem Matemática utilizado como uma forma de extrair características de um objeto ou situação e que apoiado em teorias, hipóteses, realiza-se aproximações que se constituem em estruturas matemáticas, no caso os modelos.

Para Cifuentes e Negrelli (2011) o modelo matemático é uma “teoria que pode estar dada por uma coleção de equações de diversos tipos (...) ou por uma coleção de sentenças que podem ser consideradas conjecturas (axiomas) sobre a realidade em estudo” (p. 131). Bassanezi (2004) concebe o modelo como “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (p.20) e que “[...] em determinadas situações é muito complicado ou mesmo impossível obter uma base de valores numéricos, mesmo assim se pode formular modelos matemáticos coerentes desta realidade ainda que, neste caso, não se possa validá-los.” (BASSANEZI, 2012, p.11)

Assim, entendo que colocar estudantes diante de temáticas que favoreçam um caráter problemático, de investigação, que sejam capazes de estimulá-los ao levantamento de questões, ao planejamento de experimentos simples, visando à coleta de dados e testagem de hipóteses, a observar, a discutir ideias e refletir sobre os passos tomados como decisão de grupo, não se constituem ações triviais, mas ações coordenadas que envolvem o saber fazer, enquanto ação para envolver, sobretudo o pensar enquanto reflexão.

Dessa conclusão é que no processo reflexão sobre a porção da realidade selecionamos argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (*modelo matemático*), que contemple as relações que envolvem tais argumentos (BASSANEZI, 2012). Ao mesmo tempo que por meio de atividades de Modelagem Matemática os estudantes são convidados "a construir/reconstruir, indagar/investigar, acertar/errar, interagir/dialogar, motivados por situações no ato de modelar/aprender" (BRAGA, 2009, p.153).

## Configuração de uma atividade de Modelagem Matemática

Os elementos sujeitos, objeto, artefatos mediadores, regras, divisão do trabalho e comunidade estabelecem entre si um sistema de atividade[1] a partir da Teoria da Atividade, no modelo proposto por Engeström (1987). Podem ser evidenciados em atividades de ensino, pois as discussões que envolvem o contexto de sala de aula, seus artefatos, os sujeitos e as relações por eles estabelecidas correspondem a aspectos da Teoria da Atividade.

Atividades de ensino podem ser conduzidas e motivadas de modos diferentes, assim os diferentes planejamentos de atividades de ensino podem gerar diferentes ambientes de aprendizagem. A exemplo, atividades orientadas pelas tendências em Educação Matemática que são planejadas intencionalmente, levando em consideração os sentidos atribuídos às ações, ao conteúdo e objetivo.

Ao participar de uma atividade escolar o aluno realiza ações e interage com os elementos constituintes em um ambiente escolar, em que as necessidades que levam esse aluno a participar de uma atividade escolar estão relacionadas aos elementos: sentido atribuído por ele às ações, ao conteúdo e objetivo. São esses elementos que geram diferentes ambientes de aprendizagem. Um desses ambientes é o de Modelagem Matemática, que ao buscar solução para uma situação problema advinda de temas de investigação, fazendo uso de modelos matemáticos, promove um ambiente de aprendizagem que como tal envolve alunos e professores no processo.

Desse modo a Modelagem Matemática é uma atividade de ensino intencional, que envolve ações externas "manifestadas por movimentos do corpo, são mediadas em geral, por instrumentos e ferramentas" (OLIVEIRA, 2001 apud ALMEIDA e VERTUAN, 2014, p. 2) e ações internas envolvendo instrumentos simbólicos. As interações nesse processo são mediadas por elementos da atividade engestroniana, a saber: sujeitos, objeto, artefatos mediadores, regras, divisão do trabalho e comunidade.

## Colaboração em atividades de Modelagem Matemática

As argumentações em torno das potencialidades do uso de tecnologias para o ensino da Matemática são notadamente descritas em resultados de pesquisas, comunicações científicas e relatos de experiências em periódicos e eventos da área. Em geral, tais argumentações baseiam-se na interação do estudante com as tecnologias, na visualização

[1] O termo *atividade* utilizado no texto é baseado na teoria da atividade de Engeström.

dos objetos matemáticos de forma prática e dinâmica, entre outros (CLÁUDIO e CUNHA, 2001; JAHN e ALLEVATO, 2010; BORBA e PENTEADO, 2010; BORBA e CHIARI, 2013).

Tais argumentações favorecem a dinâmica em atividades de Modelagem Matemática no sentido de potencializar o processo, com destaque para o fato de que "o uso das novas tecnologias propicia trabalhar em sala de aula com investigação e experimentação na Matemática, considerando que permite ao aprendiz vivenciar experiências, interferir, fomentar e construir o próprio conhecimento" (AGUIAR, 2008, 63).

Nesse sentido é que a atividade de Modelagem Matemática pensada no âmbito do estudo se deram no sentido de provocar os estudantes envolvidos para experimentar a matemática fazendo uso de tecnologias digitais, especificamente o uso do software livre *GeoGebra*, para que pudesse também gerar experiências diferentes da prática tradicional de sala de aula. Por software livre entende-se aquele que garante ao usuário a liberdade de execução e colaboração entre entres os usuários, melhorar e divulgar alterações, por exemplo. (GNU, 2016).

O Geogebra "é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos simbólicos em um único pacote fácil de usar" (GEOGEBRA, 2017). Por esse motivo, no sentido de otimizar os resultados alterados no decorrer do processo de Modelagem Matemática é que o *GeoGebra* é providencial, pois permite instantaneamente o movimento de parâmetros de uma função e permite uma visualização dinâmica dos resultados. Além disso o o *GeoGebra* usa uma linguagem de programação acessível para qualquer nível de ensino e proporciona a exploração de conteúdos de matemáticos.

O uso do *GeoGebra* fica então caracterizado como um artefato mediador para discussão de conceitos matemáticos, que pode ser potencialmente pedagógico na implementação de atividade de Modelagem Matemática.

**Metodologia**

O ambiente de ensino e aprendizagem provocado por uma atividade de Modelagem Matemática envolve uma expectativa prática de como se faz Modelagem Matemática enquanto processo de obtenção de modelo, ou de como usá-la na condição da prática de sala de aula. Ambos os casos constituem anseio dos sujeitos que participaram deste estudo. Esse mesmo ambiente é mote para discutir no âmbito da pesquisa qualitativa "microprocessos, por meio de ações sociais individuais e coletivas" (SILVA, 2008, p.27)

A implementação da atividade de Modelagem Matemática motivada pelo fenômeno das marés, ocorreu em formato de minicurso intitulado "O desafio de fazer Modelagem Matemática em sala de aula", ofertado pelo VI Encontro Paraense de Modelagem Matemática, realizado no Laboratório de Informática do Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, em outubro de 2016.

Para o alcance do objetivo foi utilizado como instrumento de coleta de dados o questionário aplicado, na intenção de verificar respostas dos participantes em relação ao minicurso, os registros produzidos, bem como observação do envolvimento dos estudantes na atividade de Modelagem Matemática. A escolha de participantes de um encontro científico sobre Modelagem Matemática se deu pelo fato de que eles estão em processo de formação e/ou estão atuando em sala de aula e buscam o saber fazer, discutido no parágrafo introdutório deste tópico, além de garantir que a comunidade do sistema seja variada, com experiências de instituições distintas.

A atividade foi desenvolvida em um esquema de pequenos grupos para que fosse possível tratar dados de diferentes praias do estado do Pará. Antes, porém, algumas discussões sobre o fenômeno foram levantadas por ocasião da interação do processo de Modelagem Matemática, bem como com o software *GeoGebra*. Os grupos, então, foram conduzidos a modelar matematicamente o movimento das marés a partir dos seguintes questionamentos: O que sabemos sobre o movimento das marés?; Onde encontramos dados sobre o movimento das marés?; É possível estabelecer uma relação matemática para o movimento das marés?; Essa relação matemática satisfaz o fenômeno (ou porção) estudado?

O encaminhamento da atividade de Modelagem Matemática se deu a partir das etapas sugeridas por Bassanezi (2012): escolha de temas, nesse caso foi pré-definido por conta da exequibilidade do tema para um minicurso de 4h; coleta de dados, nesse caso por pesquisas bibliográficas; análise de dados e formulação de modelos; validação do modelo.

Para a análise das informações, levei em consideração a atividade de Modelagem Matemática configurada como um sistema de atividade engestroniana, que a partir da sua constituição foi possível discutir trechos significativos alinhados ao objetivo da pesquisa.

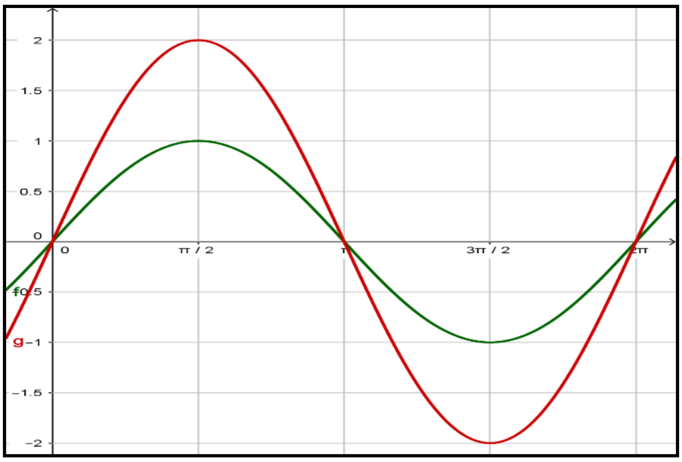
## A atividade de Modelagem Matemática: o movimento das marés

O minicurso propôs uma prática de Modelagem Matemática, usando para isso o tema *O movimento das Marés*, em colaboração com o uso do *GeoGebra* e foi organizado em quatro momentos.

No primeiro momento discutimos sobre fenômenos periódicos, e em especial "o movimento das Marés". Considerando que o cosseno é o seno do complemento, ou seja, $Cos(x) = Sen(90 - x)$, nos proporciona explorar apenas uma das funções trigonométricas. Nesse caso específico, fizemos uso da função $Sen(x)$, na forma $y = ASen(Bx + C) + D$, com A, B, C e D, parâmetros que interferem diretamente no comportamento da função, seja na amplitude, na frequência, no deslocamento horizontal ou vertical, respectivamente.

No segundo momento, foi estudado graficamente com auxílio do software de acesso livre, o *GeoGebra*, o comportamento dos parâmetros A, B, C e D da função $y = ASen(Bx + C) + D$, resumidamente dispostos nos gráficos: 1, 2, 3 e 4.

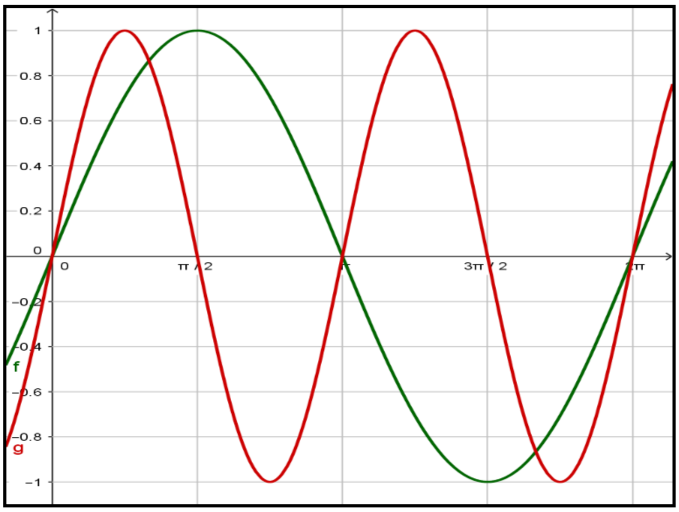
**Gráfico 1**: Variação do parâmetro A (Amplitude) da função $y = ASen(Bx + C) + D$




Fonte: Autora

Para evidenciar a variação da amplitude (A) foi utilizado inicialmente no gráfico os parâmetros A = 1, B = 1, C = 0 e D = 0 e depois sugerido a variação de A = 1 para A = 2, resultando em um gráfico com maior variação, ou seja, para **f(x) = 1.Senx**, a amplitude é 1, varia de -1 a 1 no eixo das ordenadas, para **g(x) = 2.Senx**, a amplitude varia de -2 a 2.

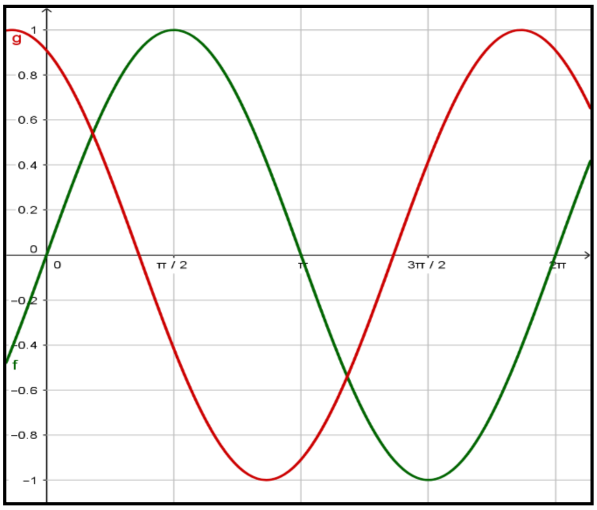
**Gráfico 2**: Variação do parâmetro B (Frequência) da função $y = ASen(Bx + C) + D$




Fonte: Autora

Para evidenciar a variação da frequência (B), foi utilizado inicialmente no gráfico os parâmetros A = 1, B = 1, C = 0 e D = 0 e depois sugeri a variação de B = 1 para B = 2, resultando na mudança de oscilações no mesmo intervalo, ou seja, o parâmetro B controla a frequência da função.

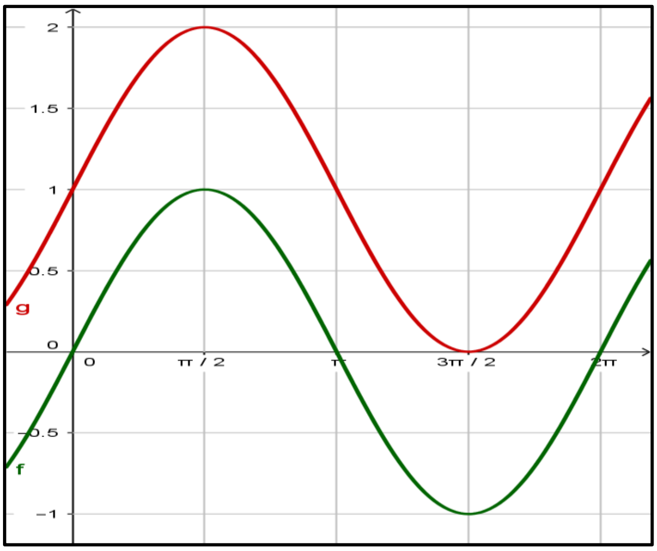
**Gráfico 3**: Variação do parâmetro C (deslocamento horizontal) da função $y = ASen(Bx + C) + D$




Fonte: Autora

O gráfico 3 mostra um deslocamento horizontal ou de fase, em que o comportamento **f(x)** e **g(x)** são exatamente os mesmos, apenas estão deslocados por uma constante, nesse caso específico variamos os parâmetros A = 1, B = 1, C = 0, D = 0 para A = 1, B = 1 , C = 2, D = 0.

**Gráfico 4**: Variação do parâmetro D (deslocamento vertical) da função $y = ASen(Bx + C) + D$




Fonte: Autora

Para evidenciar o deslocamento vertical usei inicialmente os parâmetros A = 1, B = 1, C = 0, D = 0 e sugeri alterar para A = 1, B = 1, C = 0, D = 1. Com essa alteração é possível perceber que o gráfico deslocou-se verticalmente 1 unidade.

Após as mudanças de parâmetros, os alunos foram conduzidos a desenvolver o processo de Modelagem Matemática com o tema “Movimento das Marés”, no terceiro momento do minicurso. Para tal fizeram levantamento bibliográfico de tábuas de marés via internet, para coleta de dados, de uma praia de sua escolha, para anotações de marés baixas e altas e seus respectivos horários de ocorrência.

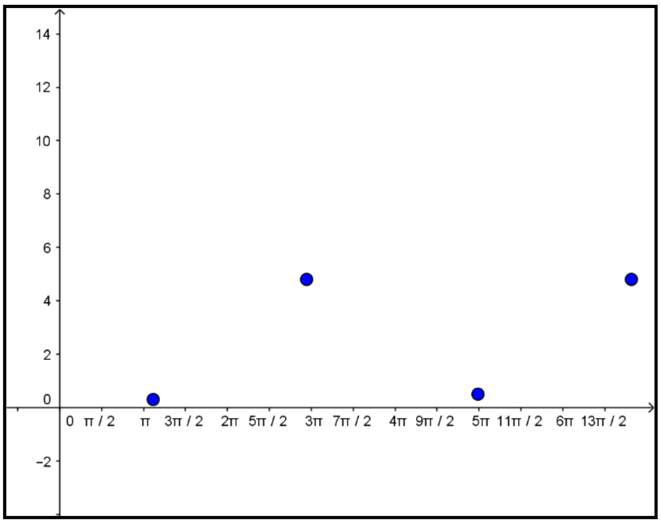
Nesse texto optei pelo movimento das marés do primeiro dia do mês de novembro de 2016, de uma das praias paradisíacas e mais visitada do estado do Pará, em Salinópolis/PA, escolha de um dos grupos. Cada grupo com os dados da localidade selecionada estudou o comportamento da altura da maré em relação ao tempo no decorrer de um dia. A opção por um dia se deu pelo fato de o minicurso ocorrer com apenas quatro horas de duração, não inviabilizando o objetivo do estudo. A tabela 1 e gráfico 5 mostram as decisões iniciais, tabulação de um dia referente a baixas e altas das marés e dispersão respectivamente.

**Tabela1**: Comportamento das marés no dia 1/11/2016 em Salinópolis

| Dia | Hora | Altura (m) |
|---|---|---|
| Terça 1/11/2016 | 3:30 | 0,3 |
| | 9:15 | 4,8 |
| | 15:40 | 0,5 |
| | 21:25 | 4,8 |

Fonte: Disponível em: < http://www.tabuademares.com/br/para/salinopolis>. Acesso em 3/11/2016

**Gráfico 5**: Dispersão da hora e altura das marés do dia 1/11/2016




Fonte: Autora.

Com os dados da tabela 1, assumiram o movimento das marés como um fenômeno periódico, podendo ser comparado a uma curva senoidal e, para tal, modelaram a função $y = ASen(Bx + C) + D$. Ao considerar que os valores referentes às alturas da maré corresponde ao mínimo de 0,4m (média das marés baixas) e um máximo de 4,8m, a imagem da função está contida no intervalo [0,4 ; 4,8], possibilitando calcular o parâmetro A (Amplitude), ou seja $A = \frac{4{,}8-(0{,}4)}{2} = \frac{4{,}4}{2} = 2{,}2$ e obtemos, a princípio a função $h(t) = 2{,}2sen\ t$.

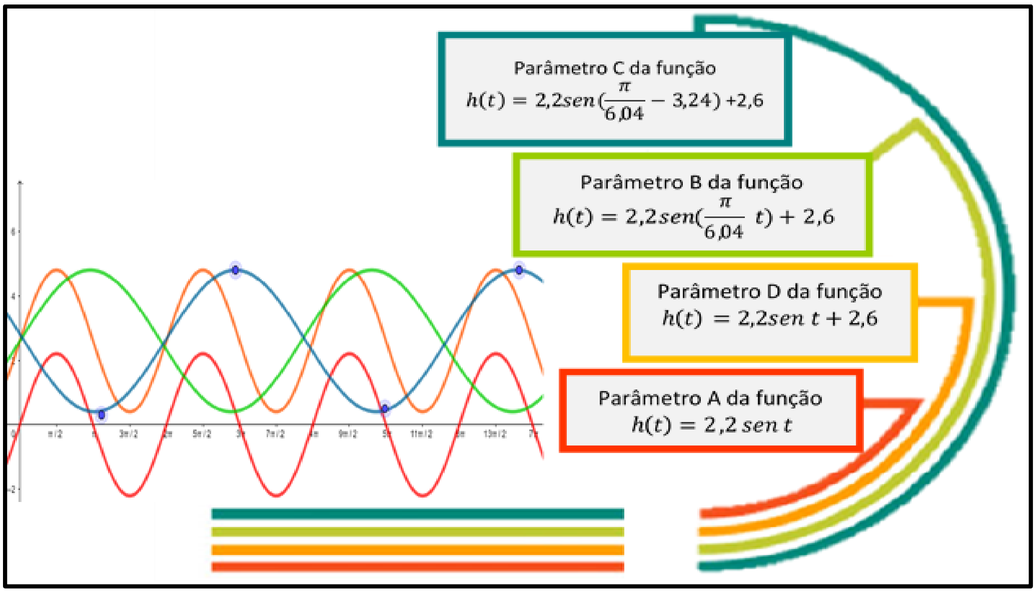
Notadamente a função obtida não contempla a imagem [0,4 ; 4,8]. Assim, outras alterações foram realizadas nos outros parâmetros, como o caso do parâmetro D em $h(t) = 2{,}2sen\ t + D$, determinando um deslocamento vertical de modo que a imagem corresponde a [-2,2 + D; 2,2 + D] = [0,4 ; 4,8]. Assim -2,2+ D = 0,4 e 2,2 + D = 4,8, resultando em D = 2,6 o que resulta na função $h(t) = 2{,}2sen\ t + 2{,}6$.

Em sequência, o parâmetro B (frequência) não altera a imagem da função, mas influencia no período da função, podendo ser encontrado considerando uma função f(x) = senBx, levando a expressão do período $p = \frac{2\pi}{|B|}$. No caso das marés, o tempo entre duas marés baixas ou duas marés altas em sequência equivale a 12, 08 horas, corresponde ao período da função seno. Realizando os devidos cálculos tem-se que $12{,}08 = \frac{2\pi}{|B|}$ resulta em $B = \frac{\pi}{6{,}04}$, o que permitiu escrever a função $h(t) = 2{,}2sen\left(\frac{\pi}{6{,}04}\ t\right) + 2{,}6$.

Como forma de adequar a função aos dados, ainda foi preciso trabalhar com o parâmetro C (deslocamento horizontal) que para tal foi usado um ponto (par ordenado) conhecido arbitrário, no caso (9h15min;4,8m) = (9,25h;4,8m) para resolver a equação $h(t) = 2{,}2sen\left(\frac{\pi}{6{,}04}\ t + C\right) + 2{,}6$, como segue:

$$4{,}8 = 2{,}2sen\left(\frac{\pi}{6{,}04}.9{,}25 + C\right) + 2{,}6$$
$$2{,}2 = 2{,}2sen\left(\frac{\pi}{6{,}04}.9{,}25 + C\right)$$
$$1 = 1sen\left(\frac{9{,}25.\pi}{6{,}04} + C\right)$$
$$sen\frac{\pi}{2} = sen\left(\frac{9{,}25.\pi}{6{,}04} + C\right)$$
$$\frac{\pi}{2} = \left(\frac{9{,}25.\pi}{6{,}04} + C\right)$$
$$C = \frac{\pi}{2} - \frac{9{,}25.\pi}{6{,}04}$$
$$C \cong -3{,}24$$

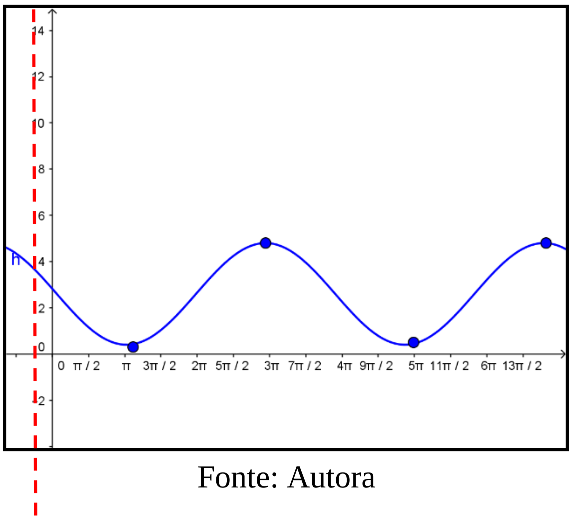
**Figura 1:** Síntese da determinação dos parâmetros da função $h(t) = Asen\ (Bt - C) + D$




Fonte: Autora

A compreensão dos parâmetros a partir dos dados da maré selecionada, foi o estopim para uma série de dúvidas e questionamentos entre os vários grupos. Era necessário entender as variações para a determinação dos parâmetros A, B, C e D, mas que foi fundamental para compreensão de todos as variáveis envolvidas numa curva senoidal (Figura 1). Daí, considerando todos os parâmetros encontrados, o modelo matemático que representou a altura das marés em relação ao primeiro dia do mês de novembro de 2016, de Salinópolis-PA, foi dado por $h(t) = 2{,}2sen\left(\frac{\pi}{6{,}04}\,t - 3{,}24\right) + 2{,}6$, para t horas no intervalo de 24h, conforme comparação gráfica do modelo após determinação dos parâmetros, gráfico 6.

**Gráfico 6**: Função $h(t) = 2{,}2sen\left(\frac{\pi}{6{,}04}\,t - 3{,}24\right) + 2{,}6$ com t no intervalo $0 \leq t \leq 24h$.




Fonte: Autora

Tal modelo restringiu-se ao estudo das marés no intervalo de 24 horas, podendo ser discutido uma dispersão de dados bem maior que a tomada para o minicurso. Foi determinada uma curva senoidal para todas as localidades selecionadas (Ilha de Mosqueiro, Vigia, Belém etc.), com exceção de dois grupos que tiveram dificuldades com a determinação do parâmetro C da função e com o período dos dados. A questão da validação matemática do modelo se deu pelo desvio entre os dados pontuais de um dia associado à curva senoidal. Ficou claro, no entanto, que a quantidade de dados não foi suficiente para garantir um modelo aceitável para a vida real, mas em termos didáticos foi fundamental para fazê-los perceber uma modelagem na prática.

Sobre a validação de modelos em ambiente de sala de aula Bassanezi (2012, p.08) pontua que "se vamos utilizar o processo de Modelagem Matemática para motivação de certos conteúdos matemáticos ou a valorização da própria matemática, muitas vezes a validação dos modelos não é um critério fundamental para sua qualificação", indicando para esse caso que o foco está no próprio aprendizado da matemática. Nesse sentido é que a discussão de uma implementação prática do modelo encontrado pelos grupos na vida real, merece uma disposição maior de dados.

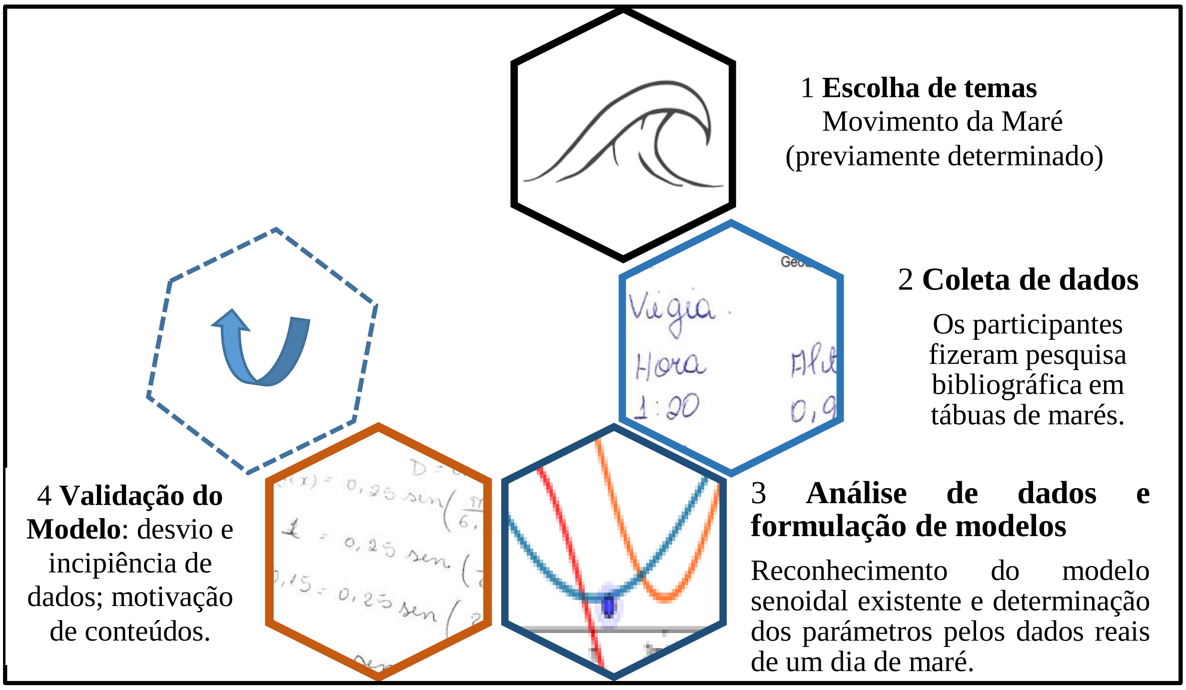
Destaco da atividade, a manipulação de parâmetros na função trigonométrica $Senx$ para o entendimento do fenômeno periódico "Movimento das Marés" como estopim para reflexão sobre o desafio de se fazer Modelagem Matemática em sala de aula.

O quarto momento, foi dedicado à reflexão teórica associada à atividade prática realizada, bem como discussão sobre o desafio de fazer Modelagem Matemática em sala de aula, que a partir da experiência efêmera, mais concluída neste minicurso, os participantes foram capazes de destacar suas impressões com relação à Modelagem Matemática.

**Perspectiva de uma atividade de Modelagem Matemática**

Ao levar em consideração que dos 27 participantes do minicurso, 17 registraram tratar-se de seu primeiro contato com Modelagem Matemática foi necessário transitar sobre o que caracteriza esse processo. Para tanto o esquema da figura 2, foi discutido com a comunidade, definindo assim as regras envolvidas na atividade, a saber: diálogos, decisões e relações matemáticas (figura 3). Tais regras implicam na recondução do processo de Modelagem Matemática, seja pela não validação do modelo, seja pelas relações matemáticas utilizadas, pelos dados coletados ou ainda pela insipiência sobre o tema investigado.

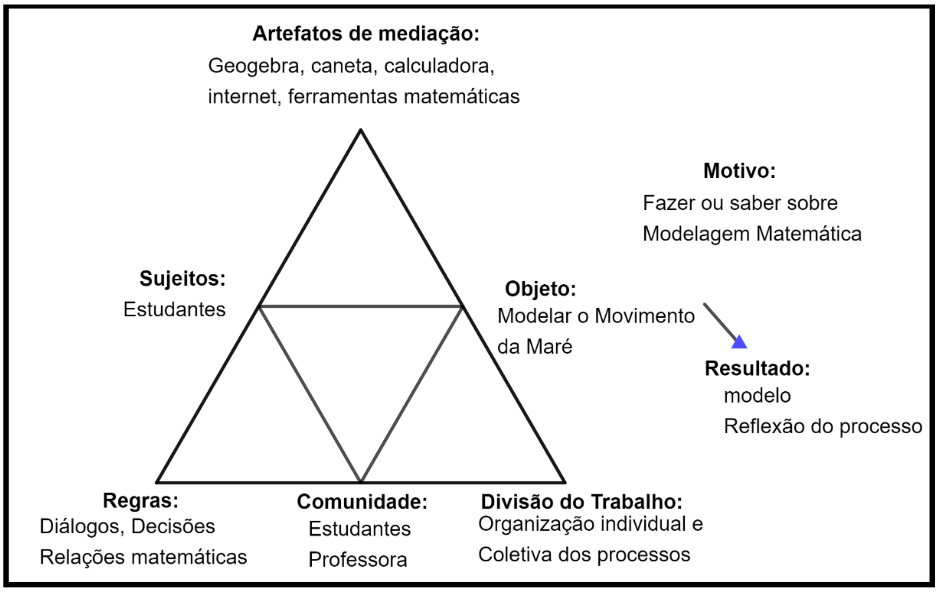
**Figura 2**: Síntese processo de Modelagem Matemática




Fonte: Adaptação Bassanezi, 2012.

Ao configurar a Modelagem como um sistema de Atividade reconheço-a como uma atividade humana potencialmente colaborativa, por envolver sujeitos como motivações e experiências diferentes, seja para cumprir a divisão de tarefas ou por decidir sobre as regras que envolve a comunidade.

**Figura 3:** Modelagem Matemática configurada como atividade engestroniana.




Fonte: Autora.

Esse sistema (figura 3) demonstra o fluxo que um processo (figura 2) é capaz de proporcionar ao ambiente de sala de aula, ou seja, sujeitos que fazem uso de uma série de artefatos de mediação, cuja interação com o objeto da atividade envolve uma comunidade a partir de regras e divisão do trabalho um motivo para alcançar o resultado. Nesse caso, os motivos dos participantes do minicurso estavam associados ao fazer ou ao saber sobre Modelagem Matemática, o que favoreceu o interesse pelo modelo enquanto resultado da atividade. Quando Engeström (1978) propõe uma estrutura para atividade, para além do processo de mediação entre sujeito e objeto, envolve outros elementos como artefatos, regras e divisão do trabalho, caracterizam essa estrutura como uma unidade básica de análise. Tais elementos são evidenciados em uma atividade de Modelagem Matemática a partir da interação dos mesmos, no sentido de alcançar um resultado, seja o modelo para o tema investigado ou mesmo a reflexão do processo.

Uma vez determinado o modelo, os estudantes perceberam que apesar das tomadas de dados em diferentes localidades, todos os grupos fizeram uso da curva senoidal, ou seja, todos os grupos utilizaram das mesmas ferramentas matemáticas, o que favoreceu uma compreensão de modelos predeterminados para uma variedade de fenômenos, situações. Esse episódio favoreceu a desmistificação de que Modelagem Matemática na educação não necessariamente determina novos modelos matemáticos, mas se apropria dos variados modelos existentes para discutir fenômenos, e a partir de parâmetros reais representa-os.

Daí em diante, com foco no desafio de fazer Modelagem Matemática, três pontos foram focados: 1 impressões sobre a atividade “Movimento das marés” realizada no minicurso; 2 Modelagem Matemática como estratégia para o entendimento de conceitos matemáticos; e 3 Viabilidade de utilizar Modelagem Matemática nas aulas de matemática na educação básica.

Com relação a impressões sobre a atividade “Movimento das marés” realizada no minicurso, mesmo aqueles que tiveram dificuldades em algum momento do processo reconheceram-na como significativa para a formação e consequentemente para compreensão de conceitos matemáticos pelos alunos. Nesse contexto entendo que "a utilização da modelagem na educação matemática valoriza o 'saber fazer' do cursista, desenvolvendo sua capacidade de avaliar o processo de construção de modelos matemáticos nos diferentes contextos de aplicações dos mesmos" (BASSANEZI, 2012, p. 10) ao mesmo tempo em que se preocupa com o fazer Modelagem Matemática em sala de aula.

Tal assertiva alinha-se à fala de um participante quando destaca que considerou "*muito produtivo e interessante, pois articula várias abordagens como o emprego computacional, processos investigativos, mediação dialógica, dentre outros*" (P5). Ou seja, além de determinar um modelo, compreender o processo com percepção de questões da prática de sala de aula e possíveis colaborações advindas de interações entre os elementos constituintes da atividade culminam no resultado demonstrado na figura 3.

Dessa maneira, o conceito de atividade tem sua concepção no processo social orientado para uma meta, que está diretamente relacionada às experiências de cada indivíduo. O que culmina no tratamento dado pelos participantes à Modelagem Matemática como estratégia de ensino. Das experiências de estudantes, estes percebem o conteúdo matemático envolvido ou situações de cotidiano:

> *usamos nossos conhecimentos básicos para chegarmos a uma parte mais elaborada da matemática, no caso estudado usamos as funções trigonométricas como ferramenta para determinar parâmetros (P17)*

> *a partir do conhecimento básico e da coleta de dados, para elaborar o gráfico desejado, foi mais fácil, já que foi envolvido situações do cotidiano (P23)*

Das experiências de participantes que já desenvolvem atividades de ensino a percepção passa pelas preocupações com a aprendizagem, como descrito no seguinte trecho:

> *A aprendizagem tem caráter subjetivo, particular, depende de processos pessoais de estabelecimento de relações próprias com o tema e instrumentos propostos, isto é, chegamos com experiências distintas sobre o tema e saímos com níveis também distintos. Porém sempre haverá aprendizagem em qualquer interação social, neste caso específico o tamanho foi soberbo na riqueza de situações que possibilitaram aprendizados (P5).*

Desse modo, a perspectiva de atividade engestroniana contempla a Modelagem Matemática como atividade de ensino capaz de articular diferentes artefatos de medicação, sujeitos com objetivos distintos para uma mesma atividade. Isso pôde ser evidenciado na fala do participante P5 quando da compreensão social que a atividade promoveu em consonância com possibilidades de aprendizado.

Sobre a viabilidade de utilizar Modelagem Matemática nas aulas de matemática na educação básica, os argumentos giram em torno da fuga de uma rotina escolar tradicionalmente imposta para o ambiente escolar, relacionando-se reflexivamente com a zona de conforto que tanto estudantes como professores estão habituados, bem como sobre professores superarem suas limitações. Nesse contexto, os estudantes optaram por relacionar essa viabilidade baseada em uma matemática mais interessante, aplicável, o trabalho em equipe, interação entre a comunidade envolvida, sem perder de vista questões estruturais da escola e compromisso do(a) professor (a) em desenvolver atividades de Modelagem Matemática.

## Considerações

É recorrente nos estudos sobre o uso de Modelagem Matemática para o ensino a indicação de que a mesma seja desenvolvida por grupos de alunos, o que a torna um processo cooperativo. Bassanezi (2012) corrobora com essa questão, o que não exclui um ou outro estudante querer desenvolver uma modelagem solo. Mesmo quando incialmente pretende desenvolver uma modelagem solo, o estudante acaba envolvendo-se nas discussões de outros grupos e “corrompido” pelas relações e interações proporcionadas pelo trabalho colaborativo. Justamente as experiências dos sujeitos envolvidos é que determinam as regras de um sistema para a tomada de decisões.

Assumir a Modelagem como atividade colaborativa permitiu que a atividade “o movimento das marés” fosse configurada como um sistema engestroniano, pois envolveu sujeitos, objeto, artefatos mediadores, regras, divisão do trabalho e comunidade que estabeleceram entre si interações que culminaram no alcance do resultado esperado, o modelo e reflexões do próprio processo. A colaboração de artefatos mediadores foi fortemente representada pelo uso do *GeoGebra* para compreensão dos parâmetros de uma função seno.

Além disso a pesquisa mostrou que uma atividade de Modelagem Matemática bem pensada pode provocar nos envolvidos impressões positivas ao mesmo tempo em que permite refletir sobre a matemática desenvolvida no ambiente de sala de aula, mas sobretudo levantou questionamentos sobre o desafio de fazer Modelagem Matemática em sala de aula. Desafio que envolve tanto o fazer modelagem quanto o saber sobre Modelagem Matemática para prática de sala de aula.

## Referências

AGUIAR, Eliane Vigneron Barreto. **As novas tecnologias e o ensino-aprendizagem. Vértices**. Campos dos Goytacazes, RJ, v. 10, n. 1/3, p. 63-72, jan./dez., 2008.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Matemática**. In: ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da S. *Modelagem Matemática em Foco.* Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2004.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Temas e modelos**. 1ª ed. Campinas: Edição do autor UFABC, 2012.

BORBA, Marcelo de Carvalho & PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática.** Coleção tendências em Educação Matemática. 4ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

BORBA, Marcelo de Carvalho Borba; CHIARI, Aparecida (org.) **Tecnologias digitais e educação matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

BRAGA, R. M. **Modelagem Matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias**. 2009. 180f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Científica e Matemática, Universidade Federal do Pará, 2009.

CIFUENTES, José Carlos; NEGRELLI, Leônia Gabardo. O processo de matemática e discretização de modelos contínuos como recursos de criação didática. In: ALMEIDA, L. M. W; ARAÚJO, J. de L.; BISOGNIN, E. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011.

CLÁUDIO, D. M.; CUNHA, M. L. da. **As novas tecnologias na formação de professores de matemática**. In: CURY, Helena Noronha (org.). Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada. Porto 16 Alegre: EDIPUCRS, 2001.

ENGESTRÖM, Yrjö. **Learning by expanding:** an activity-theoretical approach to developmental research. Helsinki, Orienta-Konsultit, 1987.

GEOGEBRA, Site, 2017. Disponível em http//www.geogebra.org> acessado em 16 de março de 2018 às 00: 18.

JAHN, Ana Paula; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Tecnologias e educação matemática**. Recife: SEBEM, 2010.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação Matemática.** São Paulo: Atual, 1998.

SILVA, Otto Henrique Martins. **Professor – Pesquisador no Ensino de Física**. Curitiba: Ibepex, 2008.

**Roberta Modesto Braga**
Professora Adjunta da Faculdade de Matemática, Campus Castanhal da Universidade Federal do Pará.
e-mail: robertabraga@ufpa.br
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-3747-5862