Atividades investigativas no ensino de função afim: desafios e possibilidades

Investigative activities when teaching affine function: challenges and possibilities

Ivan Bezerra de Sousa
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

José Joelson Pimentel de Almeida
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB

RESUMO

As atividades elaboradas por professores para suas aulas de Matemática apresentam diferentes ramificações, todas com um mesmo propósito, a aprendizagem dos alunos sobre os assuntos requeridos no currículo. No presente artigo expomos algumas reflexões sobre atividades investigativas em sala de aula, destacando uma que envolve o ensino de função afim, mostrando desde sua elaboração, até a aplicação e análise dos resultados obtidos. Trata-se de uma atividade investigativa desenvolvida no ano de 2017, envolvendo uma turma de primeiro ano do Ensino Médio. Considerando o contexto de aplicação, discutimos sobre o potencial de aulas investigativas como metodologia a ser adotada no ensino de Matemática, considerando que a produção de significados pode ocorrer de forma mais dinâmica a partir dos conhecimentos prévios e estratégias pessoais de resolução de problemas, ou seja, considerando o repertório de conhecimentos e de estratégias pessoais dos próprios alunos, podendo, inclusive, levar a diferentes resultados para uma mesma situação. A atividade foi elaborada com ênfase na venda de geladinhos e foi dividida em três etapas. Na primeira, foi discutido sobre isto como uma possibilidade de empreendedorismo; na segunda, foi explorado um quadro com os ingredientes de nove sabores de geladinhos; e, na terceira etapa, cada equipe trabalhou com um único sabor, com o objetivo de criar estratégias para as vendas desse produto, descobrir o valor do custo de produção, do preço de venda e do lucro obtido com dois geladinhos de tamanhos diferentes. A partir da investigação proposta e que era particular para cada equipe, pediu-se que os alunos determinassem as funções que representavam o preço de custo, de venda e de lucro de cada sabor de geladinho, os gráficos dessas funções e o ponto de vista de cada uma delas sobre a atividade que estava em pauta. Foi constatado uma maior interação entre os alunos, raciocínios diferentes para o mesmo fim e uma ótima oportunidade para discutirmos situações tão presentes em nosso dia a dia, como o empreendedorismo e o capitalismo que estão tão presentes em nosso cotidiano e na sociedade em que estamos inseridos.
Palavras-chave: Investigação matemática. Função afim. Produção e venda de geladinhos. Produção de significados.

ABSTRACT

The activities developed by teachers for their Mathematics classes have different ramifications, all with the same purpose, the students' learning about the subjects required in the curriculum. In the present paper, we present some reflections on investigative activities in the classroom, highlighting one that involves teaching affine function, showing since its elaboration, to the application and analysis of the results obtained. This is an investigative activity developed in the year 2017, involving a first-year high school class. Considering the context in which this strategy is applied, we discuss the potential of investigative classes as a methodology to be adopted in the teaching of Mathematics, considering that the production of meanings can occur more dynamically from

Submetido em: 21 de setembro de 2020
Aprovado em: 25 de novembro de 2020
DOI: http://dx.doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p122-142.id289

previous knowledge and personal problem solving strategies, that is, considering the repertoire of knowledge and personal strategies of the students themselves, which can even lead to different results for the same situation. The activity was designed with an emphasis on the sale of ice cups (geladinhos) and was divided into three stages. At first, it was discussed about this as a possibility of entrepreneurship; in the second, a table with the ingredients of nine flavors of ice cream was explored; and, in the third stage, each team worked with a single flavor, aiming to create strategies for selling this product, discovering the value of the production cost, the selling price and the profit obtained with two different sized ice creams. Based on the proposed investigation, which was specific to each team, students were asked to determine the affine functions that represented the cost, sales and profit prices of each flavor of ice cream, the graphics of these functions and the point of view of each of them about the activity that was on the agenda. It was found a greater interaction between students, different reasoning for the same purpose and a great opportunity to discuss situations that are so present in our daily lives, such as entrepreneurship and capitalism that are so present in our daily lives and in the society in which we are inserted.
Keywords: Mathematical research. Affine function. Production and sale of ice cups (geladinhos). Production of meanings.

Introdução

Aos professores de Matemática cabem preocupações sobre o planejamento de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, principalmente porque, de um lado, há alguns alunos que se identificam com a disciplina e se sentem satisfeitos com quaisquer atividades e, por outro lado, há aqueles, a maioria, que tendem a rejeitar mesmo as tentativas mais inovadoras, dificultando o trabalho do professor. A pergunta que os professores costumam fazer é: De que maneira chamar a atenção dos alunos para a execução de uma atividade? É uma boa pergunta, porém resposta definitiva não encontramos.

Não é apenas hoje que a Educação Matemática e os professores engajados com o fazer Matemática na sala de aula buscam respostas e alternativas para vencer esta pergunta. Na busca por isto, apontamos alternativas metodológicas que, dependendo das circunstâncias, podem incentivar os alunos a uma maior aproximação com o que é ensinado no cenário escolar. Neste sentido é que apontamos uma possibilidade por meio de investigações matemáticas na sala de aula, foco deste artigo.

Podemos afirmar que uma investigação matemática corresponde a uma possibilidade metodológica de exercício da docência em que o professor utiliza atividades que podem ser discutidas de forma individual ou em grupos, cujo objetivo envolve instigar os alunos a buscarem resoluções com base no seu repertório de conhecimentos abordados na escola e também nas suas vivências exteriores à sala de aula, aproximando, assim, os discentes com o seu cotidiano. Assim desenvolvida, a atividade investigativa possibilita uma aproximação entre os problemas propostos e os alunos, uma vez que estes são desafiados à investigação e busca de caminhos e resoluções genuínas para a atividade proposta.

> Em numerosas experiências já empreendidas com trabalho investigativo, os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela Matemática. Apesar disso, não encaramos as investigações matemáticas como a chave que permite por si só resolver todos os problemas do ensino da Matemática. Há muitas

> outras atividades a realizar na sala de aula. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 10-11)

É neste sentido que apresentamos uma experiência envolvendo investigação matemática desenvolvida em uma turma de 1º ano do Ensino Médio, na qual utilizamos a temática de produção e venda de geladinhos, em uma proposta que envolve empreendedorismo e reflexão sobre este tipo de atividade. Em termos de conteúdo matemático, a proposta envolve função afim.

Investigações matemáticas na sala de aula

O desenvolvimento de investigações matemáticas em sala de aula, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), favorecem a produção de significados por parte dos estudantes, além de seu potencial de levá-los ao entusiasmo para o estudo de Matemática. Diante disto, essa metodologia pode contribuir para que os alunos compreendam os conteúdos e procedimentos matemáticos abordados ao longo das aulas.

Diferentemente do que alguém possa julgar, investigações matemáticas em sala de aula não são propostas a partir de atividades de difícil solução, que exigem malabarismos do professor para poder explicar e resolver, são, na verdade, atividades sofisticadas no sentido de exigir dos alunos um esforço cognitivo e organizacional para traçar caminhos que possam levar à solução. Isto envolve os seus conhecimentos prévios e as estratégias pessoais de resolução, além, é claro, dos conhecimentos (conteúdos e procedimentos) que estão em discussão naquele contexto em sala de aula.

> Em contextos de ensino e aprendizagem, investigar não significa necessariamente lidar com problemas muito sofisticados na fronteira do conhecimento. Significa, tão só, que formulamos questões que nos interessam, para as quais não temos resposta pronta, e procuramos essa resposta de modo tanto quanto possível fundamentado e rigoroso. Desse modo, investigar não representa obrigatoriamente trabalhar em problemas muito difíceis. Significa, pelo contrário, trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam no início de modo confuso, mas que procuramos clarificar e estudar de modo organizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 9)

Assim, percebemos que uma investigação em matemática possui em seu cerne a capacidade de lidar com situações bem planejadas, que levem os alunos à busca de estratégias a partir de seu repertório de conhecimentos. Ao professor, essa metodologia permite perceber as capacidades cognitivas dos alunos e a gestão da resolução dos problemas por parte dos indivíduos reunidos em grupos, algo que é dificultado em atividades rotineiras.

Nesse sentido, uma atividade investigativa abordada na sala de aula, caracteriza-se em um momento desafiador, mas cheio de significados, pois possibilita os discentes a mobilizar suas ideias e conhecimentos prévios em diversos momentos durante a exploração

da atividade. Um problema desse tipo dá aos alunos a chance de descobertas fabulosas. Nesse sentido, Polya (2006, p. 5) afirma o seguinte:

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, para toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Estar envolvido em uma atividade de investigação pode implicar, para alunos e professores, no envolvimento em altos níveis de pensamento matemático, uma vez que se requer o comprometimento com processos matemáticos, como a busca por resultados usando recursos diversos, como elaboração e teste de conjecturas, generalização e registros (KWANG, 2002).

Tal qual previsto por Kwang (2002), como percebemos ao longo de nossa investigação – e isto está detalhado mais adiante neste artigo –, os alunos se concentram e entram em profunda discussão quando submetidos a atividades de cunho investigativo. Até alunos que no início se mostram pouco motivados para a aprendizagem de tal conteúdo matemático, acabam por participar ativamente da investigação.

Bird (1991) argumenta que há ganhos cognitivos e afetivos quando os professores ensinam e são produzidos significados por meio de atividades desta natureza.

Um ponto importante a acrescentar a essa discussão é aquilo que concebemos como *estudar* Matemática. Como discutimos em Almeida (2016), isto envolve toda uma comunidade de investigadores e professores de Matemática, mas deve envolver também os alunos dos diversos níveis de ensino, da escola básica à formação superior, inclusive em cursos de formação inicial e contínua de professores de Matemática. Com esse compromisso firmado em cada ambiente onde se desenvolve uma atividade matemática, de ensino, a partir do repertório de conhecimentos e de estratégias de abordagem do problema é que cada um dos envolvidos produz significados para as novidades com as quais se defronta. Podemos dizer mesmo que essa produção de significados se dá na relação dialógica entre o que já se sabe e as novidades com as quais nos defrontamos (ALMEIDA, 2016).

Dessa forma, como em Almeida (2016), propomos atividades envolvendo investigação matemática, levando os alunos à corresponsabilização nas atividades propostas em sala de aula, explorando significados. É dessa forma que entendemos e propomos o verbo *estudar*, de Chevallard, Bosch e Gascón (2000), o que inclui os pesquisadores, professores, os alunos e os pais dos alunos, estes que devem assumir o compromisso de participar ativamente da vida escolar de seus filhos.

Assim, na resolução de um problema investigativo, os alunos têm a oportunidade de organizar e desenvolver os seus modos de pensar, expressá-los aos seus colegas e registrá-los de maneira adequada e, tais procedimentos levam os alunos a ganharem confiança na sua capacidade cognitiva, pois aprendem a pensar e a chegar a resultados

interessantes com o seu repertório de conhecimentos advindos de outros momentos ao longo de sua trajetória de estudante e de sujeito que vive imerso no meio social.

Uma investigação matemática, quando bem planejada e executada, favorece a produção de significados de acordo com o contexto em que se desenvolve a atividade. Os alunos, partindo dos seus próprios saberes, formulam conjecturas, que devem ser negociadas e testadas, podendo ser confirmadas ou refutadas. A partir desta negociação linguística, retórica, do confronto de ideias tão diferentes quanto os grupos e o professor permitirem, os alunos devem alcançar um resultado que ainda pode ser contestado. Desta forma, desde o princípio desse processo há produção de significados, nesse confronto entre o que se sabe (o repertório dos alunos) e o que se vislumbra aprender.

Em suma, é possível perceber em uma investigação matemática na sala de aula uma metodologia que ajuda no desenvolvimento da aprendizagem, favorecendo uma rica fonte de exploração de conhecimentos, que permite novos direcionamentos tanto ao professor quanto aos alunos nas aulas.

Aos professores, o trabalho com investigação matemática, permite quatro etapas importantes: 1. desafiar os alunos; 2. avaliar o progresso dos alunos; 3. raciocinar matematicamente com os alunos; 4. apoiar o trabalho dos alunos. Durante a execução dessas etapas, o professor consegue perceber como os discentes trabalham matematicamente; permite observar as dificuldades individuais de cada um, suas tentativas e sua forma de pensar; ajuda a perceber como os alunos formulam suas conjecturas e como procuram testá-las e prová-las; permite uma visão melhor dos processos de ensino e aprendizagem em Matemática que se estabelecem na sala de aula, o que transforma a sala de aula em um ambiente de comunicação, investigação, formulação, demonstração e discussão de conhecimentos, fugindo à ótica da comum transmissão de saberes.

Já aos alunos, o trabalho com a investigação matemática permite que estes apresentem maior entusiasmo pela Matemática ensinada na sala de aula, uma vez que, ao agir como investigadores, estes começam com a formulação de questões e caminhem até as discussões finais, tendo nesse intervalo a discussão de vários conhecimentos tanto do conteúdo quanto de outros contextos. Uma aula investigativa também é capaz de dar voz ao aluno, pois, ao final de toda a investigação, os alunos são chamados para discutirem os seus resultados com todos os seus colegas, o que permite que a sua participação favoreça também o envolvimento na sua própria aprendizagem e na aprendizagem dos demais. Permite, por fim, que o aluno seja capaz de produzir significados de acordo com as circunstâncias do momento da exploração das atividades investigativas.

Diante do exposto, uma investigação matemática através de atividades pode favorecer um melhor desenvolvimento das capacidades cognitivas de uma turma, levando-a a agir como *detetives* em busca do saber matemático.

Em síntese:

> Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode realmente

> dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão "detetivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática. Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles. (BRAUMANN, 2002, p. 5 apud PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 19)

Dependendo da forma como for desenvolvida em sala de aula, a investigação matemática pode trazer muitos benefícios, tanto para o professor quanto para os alunos, favorecendo uma consolidação adequada dos conhecimentos matemáticos propostos.

Etapas de uma atividade investigativa

Envolvido no principal objetivo de uma aula investigativa está a busca pelo conhecimento daquilo que ainda não se sabe. A partir de uma atividade ou de um conjunto de atividades, o professor identifica as estratégias que os alunos utilizam para resolver os problemas propostos, de tal forma que, do início ao final da atividade, é possível ao docente perceber momentos de suma importância para que a investigação matemática seja exitosa.

Uma atividade investigativa, de fato, necessita que seja desenvolvida em algumas etapas, as quais podem ser denominadas *momentos na realização de uma investigação*, conforme sintetizadas no quadro a seguir.

Quadro 1: Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	• Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	• Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	• Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	• Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou o resultado do raciocínio

Fonte: Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 21)

Para estes autores,

> [...] a realização de uma investigação matemática envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E,

> finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 20).

No decorrer do acontecimento de cada uma dessas etapas, o professor é capaz de perceber a mobilização dos recursos cognitivos e afetivos dos seus alunos, pois os discentes são convidados a agirem como matemáticos, não como meros resolvedores de problemas e exercícios, como é costume ocorrer em boa parte das aulas de Matemática.

Um cenário de aula investigativa requer um maior engajamento dos alunos, como afirmam Ponte, Brocardo e Oliveira (2006, p. 23):

> Na disciplina de Matemática, como em qualquer outra disciplina escolar, o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fortes das investigações. Ao requerer a participação do aluno na formulação das questões a estudar, essa atividade tende a favorecer o seu envolvimento na aprendizagem.

Em uma aula de investigação, além de explorarem a fundo as situações propostas que lhes são apresentadas, os discentes também argumentam, demonstram o porquê de seus resultados e passam a ter voz dentro da sala de aula. Quanto aos professores, estes passam a ter o papel de observadores do que ocorre ao longo da investigação, minimizando o seu papel de resolvedor de problemas, passando assim a interrogar muito mais do que tirar dúvidas dos alunos durante a investigação.

O professor, ao planejar suas aulas, programa o percurso, assim tendo um controle sobre o modo como a aula deve se iniciar, porém não pode saber como vai terminar. Durante o desenvolvimento da atividade, há três fases que precisam ser levadas em consideração:

> (i) introdução da tarefa, em que o professor faz a proposta à turma, oralmente ou por escrito, (ii) realização da investigação, individualmente, aos pares, em pequenos grupos ou com toda a turma, e (iii) discussão dos resultados, em que os alunos relatam aos colegas o trabalho realizado (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 25)

Em resumo, podemos dizer que uma investigação matemática na sala de aula dispõe de três fases, que são: *I) o arranque da aula; II) o desenvolvimento do trabalho; e III) a discussão da investigação*, sendo cada uma dessas fases de suma importância para a concretização da investigação posta, ocorrendo em consonância com os momentos descritos no Quadro 1.

A primeira fase, o *arranque da aula*, diz respeito à introdução do trabalho, em que o professor vai anunciar os objetivos, apresentar o que se espera dos discentes. Este é o

momento inicial, aquele momento em que o professor precisa esclarecer os alunos sobre o sentido da atividade proposta. É nessa fase que ocorre a exploração e formulação de questões sobre a atividade a ser investigada.

Nessa primeira fase os alunos podem fazer perguntas sobre o que devem fazer a partir daquele momento, devendo se sentir acolhidos e livres para discutirem entre si e desenvolverem autonomia para o percurso de toda a investigação. A fase introdutória deve ser breve, para que o aluno não perca o seu interesse pela atividade.

Na segunda fase, o *desenvolvimento do trabalho*, distribuídos em pequenos ou grandes grupos, os alunos partem para a realização da tarefa, seguindo as etapas descritas anteriormente. Nessa fase os discentes começam a formular conjecturas e, a partir da elaboração destas, começam os testes e a reformulação das mesmas. Essa segunda fase abrange o segundo e o terceiro momentos de uma investigação.

> Durante essa fase o professor observa o trabalho dos alunos na atividade em andamento, presta apoio aos discentes sempre que necessário durante a execução da tarefa, mas nunca lhe dando as respostas, porém apontando o caminho para que os alunos raciocinem matematicamente e consigam se encontrar na investigação. (SOUSA, 2018, p. 90)

A terceira fase corresponde à *discussão da investigação*, momento em que se intensifica a partilha de conhecimentos, quando as principais ideias são colocadas em pauta. Cabe ao professor estimular questionamentos entre os membros das equipes. Quando a turma passa à justificação e avaliação como fatores preponderantes, os alunos devem ser incitados à exposição de suas reflexões e ideias.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2016, p. 41):

> A fase de discussão é, pois, fundamental para que os alunos, por um lado, ganhem um entendimento mais rico do que significa investigar, e por outro lado, desenvolvam a capacidade de comunicar matematicamente e de refletir sobre o seu trabalho e o seu poder de argumentação. Podemos mesmo afirmar que, sem a discussão final, se corre o risco de perder o sentido da investigação.

Vale salientar que essa metodologia tende ao sucesso quando o professor fica atento ao que ocorre em cada grupo, uma vez que é necessário saber sobre o comportamento de cada aluno diante dos enunciados estabelecidos.

> O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os seus colegas e o professor. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2016, p. 23)

A partir de atividades e sua gestão da forma como ora discutimos, por meio da investigação, há uma correlação intensa entre o enunciado posto e os conhecimentos prévios dos alunos, suas estratégias pessoais de resolução, que, no decorrer da discussão, são compartilhadas com todos os envolvidos. Estabelece-se, também, uma relação entre os conhecimentos requeridos e aqueles que estão como objetivos conceituais e procedimentais. Desta forma, permite-se que alunos e professores possam produzir significados acerca de conhecimentos matemáticos envolvidos nas atividades em discussão. Por isto, consideramos as aulas investigativas como algo que pode se mostrar eficaz para produção de significados.

Atividade investigativa: produção de geladinhos

A atividade que ora apresentamos foi elaborada para a pesquisa de campo do nosso estudo (SOUSA, 2018). Em Sousa e Almeida (2018) há uma proposição completa dessa atividade, na forma de produto educacional, intitulado *Empreendedorismo e função afim: contextos cotidianos e aulas investigativas.* Nesse espaço, destacamos, resumidamente, como aconteceu cada uma das três etapas de nossa investigação:

- Etapa I: apresentação do texto *Vender geladinho dá dinheiro?* Tínhamos por objetivo introduzir ideias sobre *empreendedorismo*;
- Etapa II: apresentação de um quadro com nove sabores de geladinhos, com seus respectivos ingredientes, para porções de 115 mℓ e de 180 mℓ;
- Etapa III: apresentação da atividade a partir da qual os alunos teriam que montar estratégias para a venda hipotética de 500 geladinhos por dia e, a partir disso, apresentar custos de produção, de venda e lucro, modelando as situações com a utilização da função afim, em suas formas algébrica e gráfica.

Etapa I: Leitura do texto

VENDER GELADINHO DÁ DINHEIRO?[1]

Vender geladinho pode não ser um grande negócio para se montar e nem tão pouco será algo que poderá render rios de dinheiro, mas dá para ganhar uma boa grana extra com isso.

Eu sinceramente não conheço ninguém que ficou rico vendendo geladinho, mas conheço pessoas que conseguem um bom dinheiro para gastar no final de semana, pagar suas contas no final do mês e até mesmo dar uma arrumada na vida, apenas fazendo e vendendo geladinho das mais variadas formas.

Como vender geladinho?

O processo para **começar a vender geladinho** *é muito simples e não requer toda a estrutura usada para montar um negócio grande. Digo isso, porque a venda de geladinho*

[1]Publicado em 26 de março de 2012, por José Neto. Disponível em https://www.montarumnegocio.com/vender-geladinho-da-dinheiro/. Acessado em 11 mai 2017.

é algo a se comparar com a venda de bijuterias ou de doces, pois é algo com um investimento inicial extremamente baixo.

A minha principal dica é que você foque em locais onde exista uma grande circulação de pessoas, como na porta de escolas, em parques de diversão e em locais onde as pessoas praticam esportes, pois assim será mais fácil vender geladinho. Existem pessoas que vendem também no semáforo, enquanto os carros estão parados, e pode ser uma alternativa interessante.

Para começar, você precisa apenas dos ingredientes para fabricar seus geladinhos, de um isopor ou de um carrinho para sair vendendo e de uma estratégia para vender. O investimento inicial pode ser muito baixo, dependendo das suas pretensões, e o lucro poderá vir de forma rápida, se você conseguir vender bastante todos os dias.

E aí, será que vender geladinho dá dinheiro?

Como eu disse no início, esse é aquele tipo de produto que não gera muito dinheiro para todas as pessoas, mas se o seu objetivo for ganhar uma grana extra, então essa pode ser uma ótima opção. A verdade é que tudo dependerá do seu desempenho nesse trabalho, pois quanto mais pessoas conseguir impactar com seus produtos, mais dinheiro conseguirá ganhar.

E você, o que acha desse tipo de empreendedorismo? Se você fosse um vendedor de geladinhos como você faria para vender e lucrar cada vez mais?

Etapa II: Apresentação de possíveis sabores e seus ingredientes

Após a leitura do texto, passamos a discutir possíveis sabores e os ingredientes relacionados a partir de um quadro que dispomos aos grupos. O quadro foi entregue com algumas lacunas a serem preenchidas pelos alunos. Havia a possibilidade de composição de geladinhos com porções de 115 mℓ ou 180 mℓ. Os geladinhos poderiam, então, variar no sabor, no tamanho da embalagem utilizada e no preço de venda.

Quadro 2: Sabores, ingredientes e porções de geladinhos (Etapa II)

Sabor	**Ingredientes**	**Preço dos ingredientes, em reais**
Geladinho de leite condensado (12 porções de 115 mℓ) (__ porções de 180 mℓ)	1 litro de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de sopa de leite em pó (100g).	
Geladinho de chocolate econômico (__ porções de 115 mℓ)	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	6 colheres de sopa de achocolatado (180g);	

(08 porções de 180 mℓ)	4 colheres de sopa de açúcar (66g).	
Geladinho azul **(15 porções de 115 mℓ)** **(__ porções de 180 mℓ)**	1 litro de leite;	
	2 colheres de sopa cheias de pó azul para sorvete (100g);	
	5 colheres de sopa de açúcar (82g).	
Geladinho de mousse de maracujá **(__ porções de 115 mℓ)** **(10 porções de 180 mℓ)**	1 caixa de leite condensado;	
	1 lata de creme de leite;	
	3 colheres de chá de açúcar (50g);	
	½ litro de suco de maracujá (ou 02 maracujás, aproximadamente 400g);	
	½ litro de leite.	
Geladinho de amendoim **(20 porções de 115 mℓ)** **(__ porções de 180 mℓ)**	1 litro de leite;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	400 g de amendoim torrado e moído.	
Geladinho de biscoito **(__ porções de 115 mℓ)** **(10 porções de 180 mℓ)**	1 litro de leite;	
	1 saquinho de suco artificial de sua preferência;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	100 g de bolacha Maisena ou Maria.	
Geladinho de coco **(06 porções de 115 mℓ)** **(__ porções de 180 mℓ)**	300 mℓ de leite;	
	2 colheres de açúcar (32g);	
	1 caixa de leite condensado;	
	1 pacote de 100 g de coco ralado.	
Geladinho de manga **(__ porções de 115 mℓ)** **(13 porções de 180 mℓ)**	4 mangas grandes sem fiapo (aproximadamente 2 unidades por kg);	
	1 litro de leite;	
	1 caixa de leite condensado;	
	3 colheres de açúcar (50 g).	
Geladinho de goiaba **(15 porções de 115 mℓ)** **(__ porções de 180**	½ litro de leite;	
	3 colheres de açúcar (50g);	
	4 goiabas cortadas ao meio (aproximadamente 1 Kg);	
	1 caixa de leite condensado.	

mℓ)		

Fonte: Receita da Hora[2].

Etapa III: Investigação e modelagem da situação

Após a leitura do texto e análise do quadro, os alunos discutiram o seguinte enunciado:

> Depois da leitura do texto e da análise feita do quadro, imagine que vocês se tornarão empreendedores da venda de geladinhos, sendo que na sua produção haja a venda de 500 geladinhos, que variam em dois tamanhos: uns de 115 mℓ e outros de 180 mℓ. Escolha uma das receitas do quadro da Etapa II e discutam em grupo de 4 pessoas, estratégias para que as suas vendas sejam bem-sucedidas. Coloque todas as suas ideias no papel, incluindo a escrita delas, as expressões matemáticas formuladas e os gráficos que vocês conseguirem elaborar. Use o conteúdo de função afim para a discussão de suas ideias. No final de tudo, elabore um cartaz para a divulgação de suas vendas.

Aspectos metodológicos

A atividade investigativa envolvendo a venda de geladinhos foi abordada em uma turma do primeiro ano do Ensino Médio durante os meses de agosto e setembro do ano de 2017 em uma escola localizada na cidade de Sousa, sertão da Paraíba. No momento em que essa investigação aconteceu, os alunos estavam estudando sobre função afim. Importante assinalar que primeiro o professor da turma apresentou o conteúdo de função afim, depois damos início à pesquisa envolvendo essa temática.

Por buscarmos compreender como uma investigação matemática na sala de aula acontece, optamos por usar nesse estudo uma abordagem metodológica qualitativa, uma vez que estivemos frente à frente com o objeto de pesquisa e com os seus participantes. Nesta perspectiva, Lüdke e André (1987) afirmam que a pesquisa qualitativa apresenta o ambiente natural como fonte direta dos dados e o pesquisador como o seu principal instrumento.

A pesquisa qualitativa permite ao pesquisador uma análise mais profunda da obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos, por isso, nossa escolha, pois estivemos o tempo todo em contato direto com a situação estudada, o que nos ajudou a compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos da situação em estudo.

Dentre as inúmeras modalidades de pesquisa qualitativa em Educação, a nossa pesquisa se enquadra em uma modalidade denominada pesquisa exploratória. Seu caráter exploratório está no fato dela explorar um determinado problema de estudo com vista a compreendê-lo com mais detalhes, pois a pesquisa exploratória permite uma maior aproximação entre o pesquisador e o assunto pesquisado, no qual, a partir do

[2] http://receitatodahora.com.br/7-receitas-de-geladinho-imperdiveis-para-fazer-e-vender/. Acessado em mai 2017.

aprofundamento na investigação posta, é possível encontrar as reais causas para os objetivos em estudo.

Para a realização dessa pesquisa algumas etapas foram seguidas, baseando-se nos princípios que regem as investigações matemáticas na sala de aula. Essas etapas foram regidas pela aplicação de questionários (sendo dois deles com questões objetivas e os outros dois com questões discursivas) e pelo desenvolvimento das etapas que precisam ser seguidas em uma atividade investigativa. Essa pesquisa contou com oito encontros e dezenove aulas.

Os dados obtidos no trabalho de campo foram levantados por meio dos registros dos alunos em cada etapa da atividade aplicada. Nessas observações utilizamos como instrumentos o diário de bordo, gravações de áudio e uma câmera fotográfica. No momento em que os sujeitos da pesquisa apresentavam alguma estratégia para a resolução da atividade em andamento fazíamos as observações necessárias, utilizando fotografias e anotações pertinentes àquele momento.

O processo avaliativo aconteceu continuamente durante toda a atividade através da participação dos alunos, dos questionamentos, da realização da investigação e nas reflexões feitas na sala de aula sobre o tema proposto.

Resultados e discussão da atividade investigativa

As discussões que ora apresentamos sobre a execução da atividade investigativa proposta têm por objetivo problematizar os resultados que encontramos em nossa pesquisa, a qual contou com a participação de 35 discentes, organizados em oito equipes.

No primeiro encontro, desenvolvemos a Etapa I da atividade, o que correspondeu a três aulas; a Etapa II durou três encontros, totalizando seis aulas; e a Etapa III durou três encontros, em um total de sete aulas. O último encontro foi dedicado à discussão da investigação, durando três aulas.

Percebemos no decorrer desses encontros diferentes atitudes e ações para uma mesma atividade. Percebemos caminhos diferentes, percursos diferenciados para uma mesma atividade. Percebemos que o repertório de leitura e a busca por estratégias já conhecidas e reconhecidas para abordagem do problema são diferentes para cada equipe e, no interior de cada uma delas, diferentes entre os membros. Como vimos em Almeida (2016), a negociação discursiva ocorrida no interior das equipes leva à percepção de que há produções de significados amplos a partir de uma mesma atividade. Percebíamos entre as equipes bastante empenho em resolver a atividade, pois os alunos em sua grande maioria, como previa Bird (1991), se sentiam motivados para a investigação.

Na Etapa I começamos com o texto *Vender geladinho dá dinheiro?* E, a partir dessa leitura, os alunos deram a sua primeira ideia sobre o que achavam da venda de geladinhos e que estratégias eles adotariam, caso fossem um empreendedor desse ramo de negócio. Algumas equipes comentaram que vender geladinhos era um bom negócio para gerar uma renda extra e duas equipes mencionaram que não achavam esse tipo de venda um bom negócio. Essa atividade inicial foi bem simples e muito importante porque foi o arranque inicial da pesquisa, em que precisávamos ouvir as ideias dos alunos sobre o que estávamos propondo em nossa proposta de intervenção.

Em seguida, na Etapa II, ao receber o quadro com diferentes sabores de geladinhos, os alunos deveriam preencher as lacunas, inclusive adotando um preço para cada ingrediente presente, segundo o que tinham de conhecimento acerca do comércio local. No decorrer dessa etapa, notamos uma grande preocupação de cada membro para colocar o valor mais próximo do valor real, tanto é que até panfletos de supermercados uma equipe trouxe durante dois encontros, sem nada mencionarmos enquanto estávamos no trabalho em campo. Nessa etapa estavam presentes os ingredientes para porções de 115 mℓ e 180 mℓ. O primeiro passo deles era descobrir, por meio de estratégias pessoais, inclusive regra de três simples, as porções de um dos tamanhos, conhecendo-se o rendimento da outra porção.

Também pedimos que, a partir do valor que eles atribuíram para os ingredientes de cada sabor, calculassem o preço de custo de cada geladinho, de acordo com o seu tamanho, e atribuíssem um valor para o preço de venda e, finalmente, calculassem o preço do lucro que cada porção renderia.

Como eram muitos sabores diferentes, optamos por fazer um sorteio entre as equipes para que cada uma delas abordasse as suas ideias apenas para um único sabor. Ao término da Etapa II os alunos apresentaram os valores atribuídos aos ingredientes, o total de porções de 115 mℓ e de 180 mℓ de cada um e os gastos gerais de cada sabor. Apresentamos no quadro a seguir apenas os gastos com ingredientes do sabor que foi sorteado para eles desenvolverem as estratégias na Etapa III. Além dos gastos gerais, apresentamos também o total de porções encontrados para a produção dos geladinhos de 115 mℓ e 180 mℓ.

Quadro 3: Alguns resultados da Etapa II

EQUIPE	SABOR DO GELADINHO	GASTOS TOTAIS COM CADA SABOR	TOTAL DE PORÇÕES DE 115 mℓ	TOTAL DE PORÇÕES DE 180 mℓ
01	LEITE CONDENSADO	R$ 9,15	12	07
02	CHOCOLATE ECONÔMICO	R$ 10,10	12	08
03	AZUL	R$ 3,86	15	09
04	MOUSSE DE MARACUJÁ	R$ 9,30	16	10
05	BISCOITO	R$ 4,60	16	10
06	COCO	R$ 6,66	06	04
07	MANGA	R$ 9,60	20	13
08	GOIABA	R$ 7,60	15	09

Fonte: Sousa (2018, p. 183-185).

Ao final da Etapa II os alunos também mostraram os valores de produção obtidos, os valores de vendas que eles atribuíram e os valores correspondentes ao lucro de cada

unidade para os geladinhos de 115 mℓ e para os de 180 mℓ, respectivamente, conforme mostramos no Quadro a seguir.

Quadro 4: Valor do custo de produção, do preço de venda e do lucro dos geladinhos

Equipes	Geladinho de 115 mℓ (01 porção) (Valor em reais)			Geladinho de 180 mℓ (01 porção) (Valor em reais)		
	Custo de produção	Preço de venda	Lucro	Custo de produção	Preço de venda	Lucro
01	R$ 0,76	R$ 1,25	R$ 0,49	R$ 1,30	R$ 2,00	R$ 0,70
02	R$ 0,84	R$ 1,00	R$ 0,16	R$ 1,26	R$ 1,50	R$ 0,24
03	R$ 0,25	R$ 0,75	R$ 0,50	R$ 0,42	R$ 1,00	R$ 0,58
04	R$ 0,60	R$ 1,00	R$ 0,40	R$ 1,00	R$ 1,50	R$ 0,50
05	R$ 0,30	R$ 1,00	R$ 0,70	R$ 0,46	R$ 1,25	R$ 0,79
06	R$ 1,11	R$ 1,50	R$ 0,39	R$ 1,66	R$ 2,00	R$ 0,34
07	R$ 0,48	R$ 0,75	R$ 0,27	R$ 0,73	R$ 1,00	R$ 0,27
08	R$ 0,50	R$ 1,50	R$ 1,00	R$ 0,84	R$ 2,00	R$ 1,16

Fonte: Sousa (2018, p. 187).

Diante dos resultados encontrados percebemos, no Quadro 4, que dependendo do sabor do geladinho algumas equipes chegaram à conclusão que uns gastariam mais com ingredientes do que outros. As equipes observaram que as porções de 115 mℓ gerariam um lucro maior do que aqueles relativos às porções de 180 mℓ, o que não foi bem assim no começo da atividade, sendo outras conjecturas formuladas ao longo da investigação.

Com esses dados, o próximo passo de cada equipe seria estabelecer uma estratégia de venda para 500 unidades diárias, conforme foi anunciado na atividade da Etapa III. Cada equipe iria fazer uma distribuição das 500 unidades, com os sabores escolhidos (por sorteio) na Etapa II. Nessa nova etapa o grupo tinha a missão de fazer a divisão dessas 500 unidades entre os dois tamanhos de embalagens fornecidos. Cada uma das equipes iria fazer isso conforme o consenso do grupo, em que usariam ideias para que as vendas pudessem sempre render mais lucro.

Nessa Etapa, a ideia foi abordar o conteúdo de função afim para o que eles tinham feito, sendo que cada equipe se responsabilizaria pela modelagem dessas funções, relativos ao custo, à venda e ao lucro, referentes à cada sabor. Essas funções tinham x como variável independente, representando a quantidade de geladinhos, e, como variável dependente, $y = f(x)$, representando ora o custo de produção, ora o preço de venda, ora o lucro. Também atribuímos a responsabilidade de criação de estratégias de venda à cada equipe, incluindo a criação de *marketing* para promoção do produto.

A seguir, apresentamos o Quadro 5 com as respectivas funções para ambos os tamanhos dos geladinhos, conforme modeladas pelas equipes.

Quadro 5: Funções que modelam o custo de produção, o preço de venda e o lucro dos geladinhos

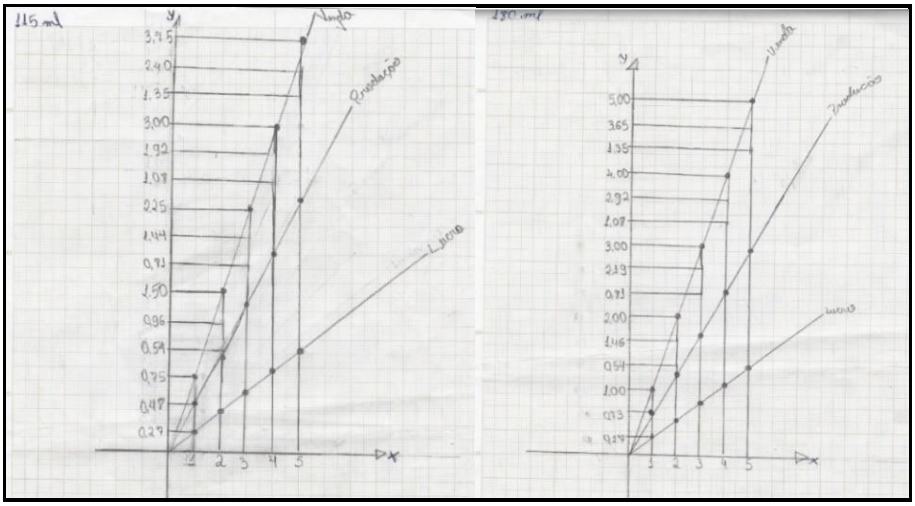
Equipes	**Geladinho de 115 mℓ (01 porção) (função afim)**			**Geladinho de 180 mℓ (01 porção) (função afim)**		
	Custo de produção	**Preço de venda**	**Lucro**	**Custo de produção**	**Preço de venda**	**Lucro**
01	$f(x) = 0{,}76 \cdot x$	$f(x) = 1{,}25 \cdot x$	$f(x) = 0{,}49 \cdot x$	$f(x) = 1{,}30 \cdot x$	$f(x) = 2{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}70 \cdot x$
02	$f(x) = 0{,}84 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}16 \cdot x$	$f(x) = 1{,}26 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}24 \cdot x$
03	$f(x) = 0{,}25 \cdot x$	$f(x) = 0{,}75 \cdot x$	$f(x) = 0{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}42 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}58 \cdot x$
04	$f(x) = 0{,}60 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}40 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}50 \cdot x$
05	$f(x) = 0{,}30 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}70 \cdot x$	$f(x) = 0{,}46 \cdot x$	$f(x) = 1{,}25 \cdot x$	$f(x) = 0{,}79x$
06	$f(x) = 1{,}11 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 0{,}39 \cdot x$	$f(x) = 1{,}66 \cdot x$	$f(x) = 2{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}34 \cdot x$
07	$f(x) = 0{,}48 \cdot x$	$f(x) = 0{,}75 \cdot x$	$f(x) = 0{,}27 \cdot x$	$f(x) = 0{,}73 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}27 \cdot x$
08	$f(x) = 0{,}50 \cdot x$	$f(x) = 1{,}50 \cdot x$	$f(x) = 1{,}00 \cdot x$	$f(x) = 0{,}84 \cdot x$	$f(x) = 2{,}00 \cdot x$	$f(x) = 1{,}16 \cdot x$

Fonte: Sousa (2018, p. 189).

Pela análise do Quadro 5 é possível perceber diversos significados que as equipes obtiveram com a atividade ao longo das etapas, sendo possível observar uma grande coerência de uma etapa para outra. Ficamos contentes também por atingir a meta da atividade que consistia na elaboração das funções de cada sabor para o custo, a venda e o lucro de cada um dos tamanhos dos geladinhos.

Durante a discussão da investigação, as equipes também apresentaram os gráficos dessas funções e os cartazes de divulgação, em que cada equipe ficou responsável por dar um nome ao seu empreendimento e apresentar as opções de geladinhos, bem como outros detalhes que ficaram a critério de cada equipe. A seguir mostramos duas imagens, uma correspondendo aos gráficos das funções encontradas pelos alunos e a outra correspondendo ao cartaz de divulgação de uma das equipes.

Figura 01: Gráficos das funções do geladinho de 115 e 180 mℓ da Equipe 07



Fonte: Sousa (2018, p. 201).

Figura 02: Fotografia do cartaz elaborado pela Equipe 05



Fonte: Sousa (2018, p. 196).

Diante das imagens apresentadas e das funções encontradas pelas equipes, percebemos que uma profunda investigação foi feita durante a execução da atividade, sendo perceptível a interação de todos em cada etapa e o compromisso que assumiram diante da tarefa posta. Essa interação também foi bem visível durante a fase final, que constituiu na discussão final da investigação, quando os alunos apresentaram um alto grau de interação entre si, principalmente defendendo o seu ponto de vista sobre o desenrolar de toda a investigação.

Na atividade que aplicamos percebemos que a contextualização, envolvendo empreendedorismo em aulas investigativas, nos fez refletir ao perceber melhor o desenvolvimento do pensamento e conhecimento matemático do aluno. Ou seja, os alunos utilizaram Matemática no levantamento de ideias, nas tomadas de decisões sobre o preço dos ingredientes, na elaboração das funções do custo, da venda e do lucro, na elaboração dos gráficos dessas funções e na preparação do material de *marketing* dos produtos, tudo

isto tendo surgido de ideias oriundas de cada equipe, gerando muitos conhecimentos para a turma.

Considerações finais

A pergunta de Bird (1991) permanece viva e era também a nossa: como podemos abordar um assunto previsto no currículo, por meio de um plano de estudos, envolver os estudantes na execução de seu próprio pensamento matemático? Imbuídos desta indagação, percebemos que a atividade proposta, segundo a abordagem posta, trouxe resultados significativos.

Diante das ideias desenvolvidas, dos dados coletados e dos resultados obtidos, pudemos perceber que o uso de contextos cotidianos na sala de aula pode contribuir para uma formação humana a partir da Educação Matemática, de forma significativa. Como apresentamos em Sousa (2018), o mais importante dessas aulas é que os alunos não têm uma resposta pronta, são desafiados a lapidarem suas ideias na busca por resultados. O mais interessante é que, de início, pode parecer complicado para os alunos e complexo para os professores, mas, de repente, nos surpreendemos com os resultados.

Ao longo de nossas discussões foi possível perceber que uma atividade de um contexto cotidiano sendo articulada com a metodologia das investigações matemáticas na sala de aula favoreceu a compreensão dos discentes para várias outras ideias.

Essa investigação possibilitou um desafio tanto aos pesquisadores quanto aos alunos envolvidos, e esse desafio proporcionou uma situação de equilíbrio entre o conhecimento matemático discutido e a autonomia da turma para serem autores de sua própria investigação. Como nos faz refletir Paulo Freire (2016, p. 25) ao afirmar:

> O respeito à autonomia e à dignidade de cada um é um imperativo ético e não um favor que podemos ou não conceder uns aos outros. Precisamente porque éticos podemos desrespeitar a rigorosidade da ética e resvalar para a sua negação, por isso é imprescindível deixar claro que a possibilidade do desvio ético não pode receber outra designação senão a de transgressão. O professor que desrespeita a curiosidade do educando, o seu gosto estético, a sua inquietude, a sua linguagem, a sua sintaxe e a sua prosódia; o professor que ironiza o aluno, que minimiza, que manda que "ele se ponha em seu lugar" ao mais tênue sinal de sua rebeldia legítima, tanto quanto o professor que se exime do cumprimento do seu dever de ensinar, de estar respeitosamente presente à experiência formadora do educando, transgride os princípios fundamentalmente éticos de nossa existência.

Nas palavras de Freire podemos perceber que o professor nunca deve achar que ele é o dono de todo o conhecimento dentro da sala de aula. É preciso buscar o equilíbrio entre o que ele sabe e o que os alunos têm a acrescentar aos conhecimentos abordados no ambiente escolar. É preciso que o professor possa interagir com os seus alunos na sua prática pedagógica, e o trabalho com aulas investigativas desempenha muito bem esse papel.

Como comentamos na introdução, essa não é uma fórmula mágica, mas uma metodologia que pode contribuir para as aulas de um professor de Matemática que procura

incorporar ideias inovadoras nesse componente curricular e, conforme percebemos ao longo da pesquisa, uma aula investigativa propõe vários aprendizados aos alunos e também ao professor, pois o docente consegue enxergar potencialidades nos seus alunos que em outros momentos não conseguira, favorecendo assim novas descobertas para ambas as partes.

Em uma simples atividade sobre a venda de geladinhos foi possível destacar que, além da exploração matemática, em que os alunos partiram de uma ideia inicial até a chegada da função afim, outras ideias poderiam ser exploradas, como as questões voltadas para o empreendedorismo no século XXI, sobre as dificuldades de ser um pequeno empreendedor no mercado regido pelas políticas neoliberais, entre tantas outras indagações que podiam ir muito além da exploração puramente matemática e aprimorar a criticidade de cada aluno para outros detalhes, que são de suma importância para o nosso cotidiano.

Neste sentido, vale a pena ressaltar que atividades envolvendo empreendedorismo, como a que apresentamos, carecem de reflexões aprofundadas sobre aspectos de outra natureza, como de apropriação de capital, sob pena de se cair em uma formação com ditames neoliberais, o que não contribuiria para uma formação adequada aos dias atuais, em que deve se buscar uma formação humana em que o social e o comum devem se sobrepor ao que rege os produtores do capital. Como propõe Paulo Freire, é preciso transgredir essa forma cada mais exposta de controle do comportamento dos alunos e dos professores. Mas isto já é outra história, tema para outro artigo, que se encontra em ritmo de elaboração.

Diante disso percebemos que ao propor atividades investigativas, é importante que o professor fique atento a detalhes que partem de cada equipe ou de cada aluno, pois o conjunto de cada ideia favorece discussões riquíssimas ao final de toda investigação.

Em nossa pesquisa, ao longo dos oito encontros, muitos significados foram produzidos pelos alunos e a fase final da investigação favoreceu um momento de muito aprendizado, pois as equipes discutiram entre si, explicitando às demais os seus pensamentos, desafios e as suas descobertas, compartilhando conhecimentos.

Após essa experiência, que achamos exitosa pelos significados que ela trouxe aos alunos para compreender o conceito de função afim na prática, defendemos um ensino que mostre ao aluno que ele também é capaz de pensar matematicamente, que partindo de uma ideia é possível explorar diversas outras ideias e que o cotidiano é recheado de ideias puramente matemáticas, que precisam ser vislumbradas com outros olhares. Sendo assim, a metodologia com aulas investigativas pode ser a aliada para que o encontro entre cotidiano, matemática e sala de aula possam se efetivar.

Em suma, as ideias discutidas ao longo da construção desse artigo nos ajudou a compreender que uma investigação matemática na sala de aula, dependendo do contexto circunstanciado dos discentes, pode melhorar a forma como o professor consegue captar os conhecimentos dos seus alunos, no quesito de conhecimentos matemáticos, assim como pode ajudar aos discentes a perceberem que eles ao usarem as suas próprias ideias podem chegar a resultados surpreendentes.

Logo, é preciso que o professor de Matemática explore mais a capacidade intelectual dos seus alunos, que acredite no potencial de cada um, e que este possa

perceber, ao longo de sua prática, que ensinar Matemática vai muito além de pedir aos alunos que decorem fórmulas e mais fórmulas e resolvam exercícios e mais exercícios, pois é preciso que este dê a oportunidade do seu aluno perceber a beleza da Matemática, que motive-os a enxergarem ideias naquilo que parece obscuro. Dessa forma, aulas investigativas se constituem em uma grande oportunidade para que o aluno se torne um sujeito ativo em se processo de aprendizagem e nos processos de ensino que vigoram em sala de aula.

Portanto, partindo desta e de outras experiências com aulas investigativas, podemos afirmar que para os docentes de Matemática que almejam o melhor para os seus alunos, que visam a criticidade como ponto importante para o desenvolvimento dos discentes, esta metodologia pode ajudar bastante para que os alunos tenham autonomia e sejam protagonistas do seu próprio aprendizado.

Referências

ALMEIDA, José Joelson P. **Gêneros do discurso como forma de produção de significados para aulas de matemática.** São Paulo/ Campina Grande: Livraria da Física/ Eduepb, 2016.

BIRD, Marion H. **Mathematics for young children:** An active thinking approach. London: Routledge, 1991.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; e GASCÓN, Josep. **Estudiar matemáticas:** el eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. 2. ed. Barcelona: Horsori Editorial, 2000.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**. 53ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 2016.

KWANG, Teong Su. An Investigative Approach to Mathematics Teaching and Learning. **The mathematics educator.** 2002. v. 6, n. 2, 32-46.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1987.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2ª ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PONTE, João P.; BROCARDO, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SOUSA, Ivan B. **Produção de significados a partir de investigações matemáticas: função afim e contextos cotidianos.** 2018. 250f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2018.

SOUSA, Ivan B.; ALMEIDA, José Joelson P. **Empreendedorismo e função afim: contextos cotidianos e aulas investigativas.** Campina Grande, PB: PPGECEM-UEPB, 2018. Disponível em http://pos-graduacao.uepb.edu.br/ppgecm/produtos-educacionais/.

Ivan Bezerra de Sousa
Secretaria da Educação e da Ciência e Tecnologia – PB
E-mail: ivan2009.2@hotmail.com
ORCID: 0000-0001-8668-7111

José Joelson Pimentel de Almeida
Universidade Estadual da Paraíba – UEPB
E-mail: jjedmat@gmail.com
ORCID: 0000-0001-8210-584X