

REMATEC

REVISTA DE MATEMÁTICA, ENSINO E CULTURA

ano 11 | n.22 | mai. - ago. 2016 ISSN 1980-3141

Culturas matemáticas
em múltiplos contextos
sociais e escolares


edufn
EDITORA DE FÍSICA E MATEMÁTICA

Rematec

Revista de Matemática Ensino e Cultura

Culturas matemáticas em múltiplos contextos sociais e escolares

Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Reitora: Ângela Maria Paiva Cruz

Vice-reitor: José Daniel Diniz Melo

Diretor da EDUFRN: Luis Álvaro Passeggi

Projeto gráfico e capa: Stanley de Oliveira Souza

Supervisão editorial: Alva Medeiros da Costa

Revisão: Os autores

Editor responsável: Iran Abreu Mendes

Editor adjunto: Carlos Aldemir Farias da Silva

Conselho consultivo: Arlete de Jesus Brito (UNESP - Rio Claro), Carlos Aldemir Farias da Silva (UFPA), Cláudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA), Cláudia Regina Flores (UFSC), Claudianny Amorim Noronha (UFRN), Elisabete Zardo Búrigo (UFRGS), Emmánuel Lizcano Fernandez (UNED - Madri), Fredy Enrique González (UPEL, Maracay - Venezuela), Iran Abreu Mendes (UFRN), Isabel Cristina Rodrigues de Lucena (UFPA), John A. Fossa (UFRN), Lênio Fernandes Levy (UFPA), Lucieli Trivizoli (UEM), Luis Carlos Arboleda (Univ. del Valle/Cali - Colombia), Lulu Healy (UNIANSP), Marcelo de Carvalho Borba (UNESP - Rio Claro), Maria Auxiliadora Lisboa Moreno Pires (UCSAL; UEFS), Maria Célia Leme da Silva (UNIFESP), Maria da Conceição Xavier de Almeida (UFRN), Maria Cristina Araujo de Oliveira (UFJF), Maria Lucia Pessoa Chaves Rocha (IFPA), Miguel Chaquiam (UEPA), Pedro Franco de Sá (UEPA), Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP).

Divisão de Serviços Técnicos

Catálogo da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede
REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura / Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 1 (jul./nov. 2006). – Natal, RN: EDUFRN – editora da UFRN, 2006. 128p. il.
Descrição baseada em ano 11, n. 22 (mai.- ago. 2016) Periodicidade quadrimestral.

ISSN: 1980-3141

1. Matemática – Ensino - Periódico. 2. Matemática – História – Periódicos. 3. Ensino e cultura – Periódicos. I. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. II. Título.

RN/UF/BCZM

CDD 510.172
CDU 51:37(05)

A responsabilidade pelos artigos assinados cabe aos autores.

Endereço para envio de artigos, resenhas, sugestões e críticas: contato@rematec.net.br e
revistarematec@gmail.com

Todos os direitos desta edição reservados à EDUFRN – Editora da UFRN – Campus
Universitário, s/n Lagoa Nova – Natal/RN – Brasil – e-mail: edufn@editora.ufrn.br – www.editora.ufrn.br
Telefone: 84 3215-3236 – Fax: 84 3215-3206

Índice

Editorial, 04

Iran Abreu Mendes

Carlos Aldemir Farias da Silva

Artigos

Pedagogia Histórico-Crítica e Educação Matemática: saber escolar e formas distintas de produção do conhecimento matemático, 07

José Roberto Boettger Giardinetto

Saber/Fazer Matemático na Caixa de Cacau sob a Ótica das Dimensões da Etnomatemática, 29

Washington Santos Carneiro

Aida Carvalho Vita

Verônica Yumi Kataoka

A história do movimento das feiras de matemática no estado da Bahia: algumas considerações, 42

Alayde Ferreira dos Santos

Tecendo redes intelectivas na Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: relações entre currículo e avaliação externa (SPAECE), 59

Maria José Costa dos Santos

Maria Isabel Ramalho Ortigão

A simbologia da Linguagem Universal na ótica de Leibniz: projetos sobre a característica universal, 73

Carmen Rosane Pinto Franzon

Arlete de Jesus Brito

Dissertações em história e epistemologia da matemática: contribuições para a abordagem da geometria plana no ensino médio, 85

Rafael José Alves do Rego Barros

O desenvolvimento da álgebra e a escola italiana Renascentista, 99

Jefferson Leandro Ramos de Oliveira

Erika Monik A. de M. Ramos de Oliveira

Uso da história da matemática: preparação, deslizos e reformulação de uma proposta sobre números inteiros, 121

Vanessa Cristina Rhea

Lorena Carolina Rosa Biffi

Lucieli M. Trivizoli

A Formação de Professores para o Ensino Primário (1830-1980): um estudo comparativo Brasil e Portugal, 139

Rosimeire Aparecida Soares Borges

Editorial

Em todos os tempos, as diversas organizações sociais desenvolveram atividades práticas de toda ordem – econômica, religiosa, política, artística etc. – que ocasionaram processos de criação, reinvenção e sistematização de ideias e reflexões humanas sobre situações vividas ou imaginadas, cujos propósitos relacionam-se à sobrevivência no planeta. Em meios a esses movimentos de ação, reflexão, criação ou invenção, as culturas matemáticas se constituíram em saberes que foram historicamente incorporados à dimensão escolar e aos sistemas de informações sociais.

No decorrer dos séculos, foram realizados diversos estudos e pesquisas que tiveram como foco central temáticas baseadas nas culturas matemáticas produzidas em diferentes setores sociais, com finalidades e valores que foram se incorporando a uma cultura educacional relacionada à matemática escolar e que, atualmente, vem sendo incorporada aos modelos de ensino de matemática e, conseqüentemente, aos modelos de formação oferecidos para o exercício da docência em matemática. Esses modelos estão presentes nos currículos, nos programas de ensino, nas atividades didáticas, nos livros adotados pelos professores da Educação Básica, dentre outros meios e instrumentos que são incorporados às práticas de formação e de docência nessa disciplina.

A esse respeito, este número da Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC) apresenta como tema central as *Culturas matemáticas em múltiplos contextos sociais e escolares*, com o objetivo de oferecer aos leitores um pouco da produção acerca desse tema a partir das investigações empreendidas por alguns grupos de estudos e pesquisas do Brasil, no que se refere à Educação Matemática. Cada um dos artigos aqui oferecidos descreve um pouco do que os autores estão investigando e seus reflexos a partir do seu exercício de docência em matemática.

O primeiro artigo intitulado *Pedagogia Histórico-crítica e Educação Matemática: saber escolar e formas distintas de produção do conhecimento matemático*, seu autor apresenta considerações teóricas segundo os quais o saber escolar retrata parte das formas mais complexas de conhecimento atingido no atual estágio de desenvolvimento da história social humana. O autor defende que a relação entre o saber escolar e as formas distintas de manifestação do conhecimento em práticas sociais diversas é uma relação entre o mais complexo (o saber escolar) frente ao menos complexo (o saber resultante das práticas sociais em contextos sociais diversos).

O segundo artigo *Saber/Fazer Matemático na Caixa de Cacau sob a ótica das dimensões da Etnomatemática* apresenta resultados de uma pesquisa, cujo objetivo foi identificar o saber/fazer matemático na caixa de cacau a partir das dimensões da Etnomatemática, com vistas a considerá-lo como uma prática sociocultural que poderá subsidiar o trabalho do professor de matemática em contextos escolares na região cacaueira do Sul do estado da Bahia.

No terceiro artigo, intitulado *A história do movimento das feiras de matemática no estado da Bahia: algumas considerações*, sua autora expõe um relato histórico das feiras de matemática no citado estado, referente a um projeto de extensão desenvolvido pela Universidade do Estado da Bahia (UNEB). Neste artigo, são abordados aspectos

concernentes à implantação, estruturação e execução dessas feiras, em um movimento de dez anos, que contou com efetiva participação de professores e alunos da Educação Básica.

O quarto artigo *Tecendo redes intelectivas na Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: relações entre currículo e avaliação externa (SPAECE)* objetiva refletir acerca do currículo de matemática da Educação Básica do estado do Ceará a partir da análise dos resultados do SPAECE na edição 2015. De acordo com as autoras, a perspectiva da pesquisa é que seja feita uma reflexão sobre o currículo de matemática, de maneira que se avalie a necessidade urgente de buscar uma supressão de um modelo de ensino que precariamente corresponde às exigências formativas, sem garantir que os estudantes construam com propriedade seus saberes.

No quinto artigo, denominado *A simbologia da Linguagem Universal na ótica de Leibniz: projetos sobre a característica universal*, suas autoras apresentam os resultados de uma pesquisa sobre um sistema de signos adequados à criação de uma linguagem universal denominada por Leibniz de *Característica Universal*. Neste sentido, procuram situar as ideias do filósofo em consonância com as discussões mantidas por estudiosos da época, apresentando seus argumentos para a defesa da criação dessa característica. Elas descrevem, ainda, alguns de seus projetos neste tema. Além disso, comentam a respeito dos resultados obtidos por Leibniz nesta busca, qual seja o Cálculo Infinitesimal e a Aritmética Binária. Em seguida, apresentam suas considerações e as referências, de modo a buscar articulações entre as esferas historiográfica, epistemológica e contextual histórica.

O sexto artigo intitulado *Dissertações em história e epistemologia da matemática: contribuições para a abordagem da geometria plana no ensino médio*, objetiva mostrar o conteúdo de Geometria Plana abordado em cada uma das dissertações classificadas como pesquisas relacionadas à *História e Epistemologia da Matemática*, realizadas em programas de pós-graduação do Brasil no período compreendido entre 1990 e 2010. Neste sentido, seu autor toma como referência para selecioná-las, as três tendências atuais das pesquisas em história da matemática, de acordo com a cartografia das pesquisas nesta área, realizada por Mendes (2010). Para identificar se uma dissertação aborda conteúdos do Ensino Médio, utiliza como parâmetro as áreas de conhecimentos do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

No sétimo artigo, *O desenvolvimento da álgebra e a escola italiana Renascentista*, seus autores revisitam os acontecimentos no tocante ao desenvolvimento da Álgebra, em particular, aquela que emergiu durante o renascimento italiano, em busca de melhor compreender o contexto do surgimento das resoluções de equações de terceiro e quarto grau. Neste, são retomadas várias informações contidas no *Artis Magnae*, de Girolamo Cardano, com a finalidade de relacionar esse período intelectualmente fértil a fatores históricos, sociais e culturais, sem esquecer de apontar a devida influência dos mercadores das repúblicas marítimas italianas, que serviram como fio condutor durante o estudo narrado no artigo.

O oitavo artigo intitulado *Uso da história da matemática: preparação, desliz e reformulação de uma proposta sobre números inteiros* contém um relato sobre uma experiência didática, cuja proposta centrou-se na implementação e reflexões acerca de uma aula envolvendo números inteiros, sob uma abordagem pedagógica baseada na utilização de informações advindas da história da matemática, como estratégia de ensino. As autoras

mostram que a proposta inicial não cumpriu com seus objetivos, nem empregou essa abordagem pedagógica, o que as levou a novas reflexões, buscas por referenciais e embasamentos teóricos, culminando com a reformulação da proposta, agora considerando os requisitos e procedimentos para obter uma aula utilizando efetivamente a história da matemática.

No nono e último artigo, *A Formação de Professores para o Ensino Primário (1830-1980): um estudo comparativo Brasil e Portugal*, sua autora analisa aspectos relacionados ao processo histórico de formação dos professores primários no Brasil e em Portugal, entre 1830 e 1980, considerando a cultura escolar como uma cultura específica e que, analisá-la historicamente, envolve estudar como ocorreu a formação dos professores para o exercício do magistério na escola primária nesses dois países.

Desejamos, mais uma vez, que a REMATEC contribua com os leitores em geral, com os professores de Matemática e com os pesquisadores do campo da Educação Matemática, no sentido de tomar os artigos deste número temático como elementos favoráveis à abertura de debates sobre os temas aqui tratados.

Iran Abreu Mendes
Carlos Aldemir Farias da Silva

Pedagogia Histórico-Crítica e Educação Matemática: saber escolar e formas distintas de produção do conhecimento matemático

Historical-Critical pedagogy and Mathematics Education: the relation between scholastic knowledge and the distinct kinds of mathematical knowledge production

José Roberto Boettger Giardinetto
Universidade Estadual Paulista – UNESP/Bauru – Brasil

RESUMO

A partir da transcrição de um trecho do filme “O dia em que a terra parou”(2008) este artigo apresenta algumas considerações segundo os quais o saber escolar retrata parte das formas mais complexas de conhecimento atingido no atual estágio de desenvolvimento da história social humana. Como tal, defende que a relação entre o saber escolar e as formas distintas de manifestação do conhecimento em práticas sociais diversas, é uma relação entre o mais complexo (o saber escolar) frente ao menos complexo (o saber resultante das práticas sociais em contextos sociais diversos). Diante disto, emerge-se uma instigante questão em face ao debate cultural na Educação Matemática: o acesso ao saber mais complexo é um empecilho ao desenvolvimento “espontâneo”, “natural” até então atingido pelo menos complexo? Este artigo entende que não.

Palavras-chave: Multiculturalismo. Educação Matemática. Pedagogia Histórico-crítica. Matemática Escolar.

ABSTRACT

From the transcription of part of the film “The day the earth stood still” (2008), this article presents some considerations that, according to it, the scholastic knowledge reports parts of the most complex kinds of knowledge reached in the actual development stage of human social history development. Thus, it supports that the relation between scholastic knowledge and the distinct kinds of knowledge manifestation into several social practices, comprises a relation between the most complex (scholastic knowledge) facing the least complex (knowledge acquired from social practices into different social contexts). Hereafter, there is an intriguing question facing the cultural debate upon the Mathematical Education: does the access to most complex knowledge represent a problem to the ‘spontaneous’ ‘natural’ so far, reached by the least complex? This article does not think so.

Keywords: Multiculturalism. Mathematics Education. Historical-critical Pedagogy. School Math.

Introdução

Iniciamos este artigo transcrevendo uma cena do filme “O dia em que a terra parou” (2008), refilmagem do clássico filme de ficção científica de mesmo nome, realizado em 1951.

No trecho que aqui nos interessa, os personagens envolvidos são: Klaatu, o alienígena (o ator Keanu Reeves); uma cientista, a Doutora Helen Benson (a atriz Jennifer Connelly) e um outro cientista, ganhador do Prêmio Nobel, Doutor Karl Barnhardt (o ator John Cleese). Na cena aparece também Jacob (o ator Jaden Smith), filho do falecido

marido da Doutora Helen, criado pela Doutora Helen. Para não alongar por demais a transcrição, o diálogo entre a Dr^a Helen e Jacob não é aqui apontado, pois, não é relevante à discussão aqui proposta.

A Doutora Helen, com Jacob, leva Klaatu para a casa do cientista Barnhardt. Ela está protegendo Klaatu das Forças Armadas americanas que entendem ser Klaatu uma ameaça ao planeta Terra.

Eles chegam à casa do Dr Karl Barnhardt.

Dr^a Helen exclama:

- Karl, chegamos !

Adentram na ante-sala da casa.

Klaatu observa que na parede da ante-sala há um quadro com uma placa e uma medalha. Na placa há os dizeres “Karl Thomas Barnhardt - Inventas Vitam Juvat Excoluisse Per Artes”, que pela tradução do filme significa “Karl Thomas Barnhardt – melhoramos a vida pela ciência e pela arte”.

Dr^a Helen, referindo-se a medalha, afirma:

- É um Prêmio Nobel. Ele ganhou por seu trabalho em altruísmo biológico. Provavelmente ainda estaria na gaveta se eu não o tivesse emoldurado.

Klaatu, da ante-sala, percebe haver na sala, uma enorme lousa com cálculos matemáticos avançados escritos nela. São cálculos feitos pelo Dr. Barnhardt. Fitando de longe tais cálculos, Klaatu comenta:

- Perto, mas não.

Klaatu vai até a lousa, pega o apagador e é advertido pela Dr^a Helen:

- Eu não faria isso!

Klaatu já apagando trechos dos cálculos efetuados pelo Dr. Barnhardt , responde à Dr^a Helen:

- Ele não se importará.

Por alguns instantes, Klaatu começa a fazer correções dos cálculos ali escritos. É quando entra na cena, por trás de Klaatu, o Dr. Barnhardt.

Ao olhar os cálculos que estão sendo feitos por Klaatu, o Dr. Barnhardt começa a também fazer cálculos. A Dr^a Helen assiste a tudo, encostada à entrada da sala.

Klaatu observa a parte dos cálculos escritos naquele momento pelo Dr. Barnhardt a partir de sua contribuição. Passa, então, a também corrigi-los mostrando o percurso correto a ser seguido. Terminado os cálculos, olha para o Dr. Barnhardt.

O Dr. Barnhardt, diante dos resultados matemáticos apresentados fruto da colaboração de Klaatu, exclama, incrédulo:

- É possível?

O Dr. Barnhardt, surpreso, fita Klaatu e, ao mesmo tempo, olha para o jornal jogado em cima da mesinha da sala. Ele lê a manchete:

- “Esferas aterrisam no mundo inteiro: forças armadas mobilizadas”

O Dr. Barnhardt percebe que se trata do alienígena procurado pelas forças armadas. Ciente do raro encontro, pois, se trata de um encontro com ser de inteligência mais desenvolvida, exclama:

- Tenho tantas perguntas a lhe fazer!

Klaatu, agora atraído pelo som de uma música que tocava no ambiente desde a sua entrada na sala, se afasta da lousa. Pára em frente à caixa de som colocada no alto da sala. A Dr^a Helen percebendo a atenção de Klaatu à música afirma:

- É Bach.

Klaatu admirado pela qualidade da música, olha em direção a Dr^a Helen e comenta:

- É lindo!

O Dr Barnhardt, diante da reação de Klaatu, afirma:

- Então não somos tão diferentes assim.

A cena descrita refere-se a um filme de ficção científica. Subtraído o fato de ser algo no terreno do imaginário, próprio de seu caráter ficcional, seu conteúdo remete à reflexão de uma importante questão no âmbito dos debates acerca do multiculturalismo na Educação Matemática: o acesso ao saber matemático, admitindo ser este, a expressão sistematizada mais complexa da Matemática, é um empecilho ao desenvolvimento matemático “espontâneo”, “natural” até então atingido em contextos sociais diversos?

A ideia deste artigo é apresentar algumas considerações segundo as quais o saber matemático escolar é entendido como a expressão sistematizada de parte da forma mais complexa de conhecimento atingido no atual momento de desenvolvimento da história social humana. No âmbito da Educação Matemática, trata-se de admitir haver uma lógica processual no desenvolvimento histórico da Matemática sendo o saber escolar a expressão sistematizada síntese, em sua forma mais complexa, da produção do conhecimento matemático em práticas sociais diversas. E as formas distintas de manifestação do conhecimento matemático em práticas sociais diversas se caracterizam, quando sistematizadas pela matemática escolar que a elas serve de instrumento, como expressão sistematizada menos complexas frente à expressão escolar.

Este fato traz implicações de natureza divergente frente ao multiculturalismo na Educação Matemática.

Diante disto, o presente artigo se estrutura em três itens.

No primeiro, são apresentadas considerações acerca do entendimento, segundo a Pedagogia Histórico-crítica (PHC), do saber escolar como expressão sistematizada das formas mais desenvolvidas de conhecimento.

No segundo item, alguns aspectos pertinentes ao processo histórico-social de desenvolvimento da matemática são esmiuçados, nomeadamente, reflexões acerca da universalidade da matemática e sua lógica processual e as divergências daí decorrentes frente ao ideário multicultural na Educação e em particular, na Educação Matemática.

Nas “Considerações Finais”, o trecho do filme é retomado evocando a reflexão sobre o acesso ao saber mais complexo não ser um empecilho ao desenvolvimento “espontâneo”, “natural” até então atingido pelo menos complexo. Isto significa colocar em evidência a valorização do conhecimento matemático historicamente acumulado.

Apresentados os aspectos introdutórios, é possível iniciar a reflexão de cada um dos itens previstos.

O saber escolar como expressão sistematizada de parte das formas mais desenvolvidas do saber objetivo

As considerações aqui abordadas se apóiam na denominada “Pedagogia histórico-crítica” (P.H.C.), pedagogia de fundamentação marxista. Para SAVIANI (2003, p.09), a tarefa desta pedagogia com relação à educação escolar implica, entre outras coisas, na “identificação das formas mais desenvolvidas em que se expressa o saber objetivo produzido historicamente”.

Considerar as “formas mais desenvolvidas de conhecimento” remete à relação resultante entre o grau de desenvolvimento atingido por determinada sociedade, a complexidade da diversidade da prática sócio-histórica acumulada por esta sociedade e o grau correspondente de complexidade da função específica da educação escolar:

Quanto mais progride a humanidade, mais rica é a prática sócio-histórica acumulada por ela, mais cresce o papel específico da educação e mais complexa é a sua tarefa. Razão por que toda a etapa nova no desenvolvimento da humanidade, bem como no dos diferentes povos, apela forçosamente para uma nova etapa do desenvolvimento da educação (LEONTIEV, 1978, p.273).

Gramsci corrobora neste sentido ao apontar para uma “[...] futura filosofia que será própria do gênero humano mundialmente unificado” e, para isso, defende a necessidade de elevação da concepção de mundo “[...] até o ponto atingido pelo pensamento mundial mais desenvolvido” (GRAMSCI, 1999, p.94, In. DUARTE, FONTE, 2010, p.119).

Os conceitos escolares hoje constituídos revelam os conhecimentos que se “firmaram como fundamentais”, e como tal, são “clássicos”, nas palavras de Saviani (2003, p.101).

Clássico é aquilo que resistiu ao tempo, logo sua validade extrapola o momento em que ele foi proposto. E por isso que a cultura greco-romana é considerada clássica: embora tenha sido produzida na Antigüidade, mantém-se válida, mesmo para as épocas posteriores. De fato, ainda hoje reconhecemos e valorizamos elementos que foram elaborados naquela época. É neste sentido que se considera Descartes um clássico da Filosofia moderna. Aqui o clássico não se identifica com o antigo, porque um moderno é também considerado um clássico. Dostoiévski, por exemplo – segundo a periodização dos manuais de História, um autor contemporâneo – é tido como um clássico da literatura universal. Da mesma forma, diz-se que Machado de Assis é um clássico da literatura brasileira, apesar de o Brasil ser mais recente até mesmo que a Idade Média, quanto mais que a Antigüidade. Então, o clássico não se confunde com o tradicional.

Mas, o que determina que um conceito venha a se tornar um “clássico” para o progresso do gênero humano?

Oliveira (in SILVA, Jr, 1994, p.112) ao afirmar que a obra de Bach é um “clássico” apresenta alguns aspectos que contribuem para esclarecer um pouco mais esta questão. Referindo-se a Bach, comenta:

Aquilo que hoje temos como uma obra considerada como base da música contemporânea, fato este que ele nunca chegou a saber, nada mais era que trabalhos escritos para seus alunos ou para responder às necessidades da música

religiosa, enquanto simples organista e compositor que era. Ensinava a seus alunos escrevendo trabalhos como os (hoje célebres) corais, as invenções a duas e três vozes, os prelúdios e fuguetas, o “Cravo bem temperado”, como ainda as suítes francesas, inglesas, partitas etc. Na verdade, através desses trabalhos pedagógicos expunha suas idéias que apresentavam um novo horizonte musical. Nesses trabalhos provava a possibilidade de romper com os limites do que até então se tinha como modelo musical, onde a composição das peças musicais se restringia aos limites ou dos bemóis ou dos sustenidos. Bach, no seu dizer, os “tempera” dando possibilidade de ampliar as modulações, chegando a tons afastados nunca antes permitidos numa só peça musical e, assim, a horizontes nunca antes pensados. [...] Sua orquestra era aquela organizada com seus próprios alunos. Ali era o seu laboratório, isto é, onde colocava à prova suas inovações. E a partir daí ia aos artesãos dos instrumentos para dar-lhes novas idéias para garantir a expansão de possibilidades dos instrumentos para suas inovações tonais e de execução: aos instrumentos de teclado, além de outras coisas, inovou o uso dos polegares e os dedos curvos para a utilização maior das teclas/sons, aumentando consideravelmente o número de teclas e, com isso, expandindo o mundo dos sons; na chamada “família das cordas”, sugere a “cintura” desses instrumentos para maior amplitude do uso do arco, o que permitia a execução de suas inovações. E assim por diante. Grande parte de seus trabalhos teve, portanto, uma finalidade pedagógica. Respondiam às necessidades de suas aulas. No entanto, apesar dessa finalidade aparentemente específica, aqueles manuscritos, que ele não viu publicados, foram passando de mão em mão, formando, assim, através de seus alunos, uma nova base para a música da época, abrindo o horizonte para a chamada música ocidental contemporânea.

Constata-se que o que torna “clássico” é aquilo que acrescenta à genericidade humana já constituída. No exemplo, Bach traz novos horizontes à música com contribuições verdadeiramente inéditas. Não se trata de qualquer coisa, mas algo que traz como inovação, a qualidade de garantir níveis mais complexos que os anteriormente atingidos. Sua divulgação é um aspecto importante e se dá por uma série de fatores (que merecem estudos específicos) e envolve necessariamente estar no contexto da dinâmica processada pela história social humana.

A expressão “mais desenvolvida” não está aqui depreciando o grau específico de complexidade atingido por uma determinada sociedade, mas entende que o nível de transformação das forças produtivas é de maior grau na sociedade capitalista globalizada frente a outros contextos culturais. Daí, a expressão “mais complexo (ou mais desenvolvido)”. A referência é o grau de transformação da realidade natural em realizada humanizada imprimida em nossa sociedade industrializada frente a outros contextos culturais (Cf. GIARDINETTO, 2012).

Karl Marx é reconhecedor dos avanços obtidos pelo modo de produção capitalista com relação ao nível de transformação da realidade em realidade humanizada, comparados com os modos de produção anteriores.

A sociedade burguesa é a organização histórica da produção mais desenvolvida e mais variada que existe. Por este fato, as categorias que exprimem as relações desta sociedade e que permitem compreender a sua estrutura permitem ao mesmo tempo perceber a estrutura e as relações de produção de todas as formas de sociedades desaparecidas, sobre cujas ruínas e elementos ela se edificou, de que certos vestígios, parcialmente ainda não apagados, continuam a subsistir nela, e de que certos signos simples, desenvolvendo-se nela, se enriqueceram de toda sua significação. A anatomia do homem é a chave da anatomia do macaco.

Nas espécies animais inferiores só se podem compreender os signos denunciadores de uma forma superior, quando essa forma superior é já conhecida. Da mesma forma a economia burguesa nos dá a chave da economia antiga, etc. Mas nunca à maneira dos economistas que suprimem todas as diferenças históricas e vêem em todas as formas de sociedade as da sociedade burguesa (MARX, 1983, p.223).

Para Marx, a sociedade capitalista, por representar o grau mais desenvolvido de sociedade alcançado pelo gênero humano, fornece as bases objetivas necessárias para a ascensão de uma sociedade socialista e, depois, comunista. Entretanto, Marx entende também que a sociedade capitalista foi a tendência do processo histórico que gerou a cisão, em níveis cada vez mais profundos, entre as objetivações geradas pelo gênero humano e as objetivações efetivamente possíveis de acesso aos indivíduos singulares. Acirrava-se um processo histórico que determinou progressivamente a possibilidade de humanização do gênero humano às custas da alienação do indivíduo singular:

A divisão social do trabalho significou a ultrapassagem desse nível de objetivação do ser genérico, o que se constituiu num irreversível desenvolvimento, mas também criou a cisão entre o indivíduo e as objetivações genéricas. Daí em diante a história humana tem se caracterizado por esses dois processos, isto é, por um lado o gênero humano se objetiva de forma cada vez mais universal e livre e, por outro, isso se realiza às custas da vida dos indivíduos, vida esta que não se efetiva necessariamente, ou melhor, que não se efetiva na maioria dos casos, de forma tão universal e livre quanto o nível de universalidade e liberdade já alcançado pelo gênero humano (DUARTE, 1993, p.76).

Com o advento da sociedade capitalista, a escola torna-se a referência para o acesso ao conhecimento sistematizado (SAVIANI, 2003, p.96). Os saberes aí requisitados que compõem a grade curricular são aqueles processados ao longo da história do gênero humano. A referência para o trabalho educativo “é justamente o quanto o gênero humano conseguiu desenvolver-se ao longo do processo histórico de sua objetivação” (DUARTE, 2003, p.34). Isto significa não apenas aqueles conhecimentos diretamente desenvolvidos tendo em conta os interesses do capital em seu processo de ascensão e hegemonia, mas, também, a cooptação daqueles conhecimentos gerados em épocas históricas anteriores que serviram de base teórica para o desenvolvimento daqueles. Portanto, a gênese histórica cooptou aquilo que garantiria o desenvolvimento em sua versão mais complexa.

Apresentada a concepção geral de saber escolar como expressão da forma mais desenvolvida de saber é preciso agora considerar tal concepção na especificidade do desenvolvimento histórico-cultural da matemática e as implicações divergentes daí decorrentes frente ao multiculturalismo.

Sobre o processo histórico-social de desenvolvimento da matemática e a apropriação do saber matemático escolar: divergências frente ao multiculturalismo

O trabalho educativo denota para cada indivíduo, a tarefa de apropriação da cultura humana em seu nível mais elaborado, através de um processo pedagógico intencional,

deliberado por procedimentos objetivos intencionalmente programados para a garantia de tal apropriação.

O que o trabalho educativo produz ? Ela produz, nos indivíduos singulares, a humanidade, isto é, o trabalho educativo alcança sua finalidade quando cada indivíduo singular se apropria da humanidade produzida histórica e coletivamente, quando o indivíduo se apropria dos elementos culturais necessários à sua formação como ser humano, necessários à sua humanização. Portanto, a referência fundamental é justamente o quanto o gênero humano conseguiu se desenvolver ao longo do processo histórico de sua objetivação (DUARTE In SILVA JR, 1994, p.142).

O termo “cultura” está aqui sendo entendido como o conjunto de objetivações do processo de transformação da realidade natural em realidade humanizada, processo esse regido pelo trabalho.

Segundo Saviani (1985, p.122):

A cultura se objetiviza em instrumentos e idéias, mediatizados pela técnica. Esses elementos fundamentais multiplicam-se indefinidamente, assumindo as mais variadas formas, o que geralmente acaba por ofuscar a visão do estudioso que tende a fixar-se na complexidade das manifestações culturais, perdendo de vista a essência dessas manifestações [...] A essência da cultura consiste, pois, no processo de produção, conservação e reprodução de instrumentos, ideias e técnicas. É isto que permite que o mesmo termo seja aplicado a diferentes manifestações como ocorre, por exemplo, nas expressões: “cultura chinesa”, “cultura indígena”, “cultura ocidental”. Em quaisquer dos casos pode-se detectar a existência de instrumentos, idéias e técnicas. Em contra partida, o que diferencia uma cultura de outra é a direção seguida pelo processo cultural; é, em suma, o tipo, as características de que se revestem os instrumentos, ideias e técnicas.

Ocorre que essa diversidade de produção de instrumentos, técnicas e ideias é mais imediatamente perceptível, ao contrário de sua essência: a diversidade de produção cultural é a produção da existência do homem e, como tal, compõem-se em totalidade, a produção do gênero humano, o patrimônio cultural da humanidade já construído e em construção.

Consequentemente

La esencia del enfoque histórico en el análisis de la cultura no se reduce, de esta forma, solamente a la simple constatación de aquello que en la relación cultural distingue una época histórica de otra. La fijación solamente de la peculiaridad cultural de una u otra época todavía no lleva la investigación fuera de los marcos de la historiología superficial, de aquel tipo de pensamiento simplificado que tras los árboles no ve el bosque, tras la diversidad no ve la unidad, tras las diferencias no ve el sentido y el contenido universales. La cultura se disuelve en este caso en una “masa de pormenores”, los cuales de por sí no pueden dar idea integral sobre ella, descubrir su contenido histórico universal (MEZHÚEIV, 1980, p.139).

Trata-se de implementar à reflexão sobre a questão cultural, uma perspectiva de totalidade, concebendo-a na sua dimensão mais genérica, na sua essência como produção do gênero humano. Essa produção se diversifica em função dos modos de vida e valores dos diferentes contextos sociais em diferentes regiões do planeta determinando a constituição da cultura humana universal em processo contínuo de construção.

a libertação de cada indivíduo singular é alcançada na mesma medida em que a história transforma-se completamente em história mundial [...] é claro que a verdadeira riqueza espiritual do indivíduo depende da riqueza de suas relações reais. É apenas desta forma que os indivíduos singulares são libertados das diversas limitações nacionais e locais, são postos em contato prático com a produção (inclusive espiritual) do mundo inteiro e em condições de adquirir a capacidade de desfrutar desta multiforme produção do mundo inteiro (as criações dos homens) (MARX, ENGELS, 1986, p.54).

No desenvolvimento da sociedade capitalista, o que está em curso, queiramos ou não, é a formação de uma cultura universal através de uma dinâmica que vem superando os limites das culturas locais via incorporação de toda a riqueza nelas contidas (DUARTE, 2010, p. 104). Entretanto isto se dá por um processo em que cada homem singular contribui para a cultura através da sua atividade de vida na relação com os demais homens, mas é impedido de ter acesso à totalidade da cultura criada pelo gênero humano.

O avanço obtido pelo gênero humano só pode ser entendido a partir da relação dialética entre humanização e alienação no interior de seu processo histórico-social de desenvolvimento:

[...] a divisão social do trabalho inaugurou um período contraditório dentro do processo de humanização: o avanço da atividade humana passa a se configurar, ao mesmo tempo, como fator de humanização e como fator de alienação.

O tipo de processo de produção da existência inaugurado com a propriedade privada determinou mudanças radicais no processo de desenvolvimento do homem. Em linhas gerais, esse processo se caracteriza pela radical ampliação e diversificação das atividades humanas e, conseqüentemente pela crescente possibilidade de desenvolvimento da universalidade humana proporcionada por uma realidade cada vez mais rica de objetivações, por uma relação mais intensa e mais ampla com a natureza cada vez mais humanizada. No entanto, é marcado também pelo empobrecimento extremo da maioria dos homens em relação às possibilidades criadas pelo desenvolvimento humano (MELLO, 2000, p.39).

Como já foi dito, é preciso distinguir deste processo contraditório e heterogêneo, fruto de relações sociais de dominação, aquilo que é e foi enriquecedor para o gênero humano, aquilo que deve apontar para as "possibilidades consideradas humanizadoras" já alcançadas historicamente (Cf. DUARTE, 1993, p. 62).

Para a especificidade da educação escolar, trata-se de realizar uma educação que “supere a educação escolar em suas formas burguesas sem negar a importância da transmissão, pela escola, dos conhecimentos mais desenvolvidos que já tenham sido produzidos pela humanidade” (DUARTE in DUARTE, FONTE, 2010, p.116). Esse fato já era objeto de reflexão de Lenin quando este afirmava “es necesario tomar toda la cultura que dejó el capitalismo [...]. Hay que tomar toda la ciencia, la técnica, todo el saber, el arte” (LENIN in MEZHÚIEV, 1980, p.235).

E Mezhúiev (1989, p.241) corrobora com Lenin ao afirmar:

La cultura socialista surge no mediante el derrocamiento violento y la destrucción de la cultura burguesa, no mediante su rechazo y negación abstracta solamente porque no es producto exclusivamente de la conciencia proletaria. La cultura socialista surge mediante su reelaboración consciente y crítica, mediante el desarrollo de todo lo que había en ella de valor. Solamente se puede ser el

camino del paso de la cultura burguesa a la cultura socialista, el modo de resolver las contradicciones de clase en el desarrollo cultural. Esto es también una lucha, pero la lucha no mediante la aplicación del sistema de prohibiciones, de medidas punitivas y de persecuciones. En esta lucha el argumento fundamental es la capacidad de las masas para estudiar, su habilidad de organizarse sobre los principios de la disciplina consciente, basada en toda la experiencia de la cultura humana y la ciencia.

Como tal, ao contrário de muitas tendências pedagógicas, algumas, inclusive, que se dizem se respaldar no referencial marxista, o acesso aos conteúdos escolares não constitui uma ameaça à autonomia intelectual dos indivíduos das camadas populares. Muito pelo contrário, é imprescindível para a formação cultural do povo (OLIVEIRA, in SILVA, Jr., 1994, p.109). Por esse motivo, a Pedagogia Histórico-crítica defende a apropriação do saber escolar, expressão das formas mais desenvolvidas de conhecimento:

Não se trata de defender uma educação intelectualista nem de reduzir a luta educacional a uma questão de quantidade maior ou menor de conteúdos escolares. A questão é a de que, ao defender como tarefa central da escola a socialização do saber historicamente produzido, a pedagogia histórico-crítica procura agudizar a contradição da sociedade contemporânea, que se apresenta como a sociedade do conhecimento e que, entretanto, ao contrário do que é apregoado, não cria as condições para uma real socialização do saber (DUARTE, 2000, p. 09).

Com o advento do multiculturalismo, vê-se ocorrer na educação, a defesa pelo relativismo cultural, fruto do projeto da pós-modernidade com seu ideário irracionalista, subjetivista e relativista (Cf. Arce, 2000; Chauí (1993); Evangelista(1997); Frederico(1997) e Duarte(2000b))

O relativismo cultural se faz presente no relativismo das verdades científicas implícito ao lema “aprender a aprender” defendido para a educação escolar. Segundo Duarte (2004, p.226):

A ideia de um desenvolvimento universal da humanidade é acusada de ser eurocêntrica, colonialista, centrada na cultura, na ciência e na tecnologia ocidentais. Tal noção de desenvolvimento ou de progresso humano seria, segundo os pós-modernos, uma das maiores, senão a maior responsável pela destruição de outras culturas, pelo desequilíbrio ecológico e pelo racismo. Isso tem repercussões fortes no campo da educação, bastando citar como exemplo a ideia de educação “pós-colonialista” e “multicultural” que se oporia ao princípio de que existam conhecimentos universais a serem transmitidos pela escola. Critica-se a própria comparação entre conhecimentos e nega-se que um determinado conhecimento seja mais desenvolvido ou mais correto do que outro. Nessa perspectiva, o conhecimento é apenas e tão somente aquilo que é “tido como verdadeiro” num específico contexto cultural. A escola seria então nada mais do que um espaço, entre muitos outros, de troca e de compartilhamento de crenças culturalmente estabelecidas.

Segundo Oliveira (2002) (obra original na língua alemã, tradução concedida pela autora), o multiculturalismo, ao defender as diferenças culturais, se opõe no plano educacional ao fenômeno ideológico expansionista dos princípios neo-liberais que dirigem a mundialização do mercado em todas as esferas da vida humana. Na ânsia expansionista

de mundialização do mercado, o capitalismo visa “homogeneizar o consumo” e isso se dá através de um processo muito proclamado (mas não efetivamente realizado) de “respeito” à diversidade cultural existente no planeta. Isto porque, o

respeito” à diferença cultural de países de nível econômico desprivilegiado está diretamente ligado a um determinado tipo de sua participação no mercado, isto é, a sua participação se efetiva pela curiosidade que despertam, o exotismo de seus produtos, as condições “pitorescas” do seu tipo de vida, etc. Aquela diversidade só é respeitada, portanto, na sua aparência mais imediata, já que seu conteúdo só aparentemente é mantido. Na verdade, o produto dessas “culturas” é reorganizado de modo a se constituir como mercadoria, garantindo o valor de troca. Para que isso ocorra, essas “culturas” estão tendo que se adaptar à mundialização do mercado, sendo obrigadas a seguir uma mesma direção ideológica imposta pelos princípios neoliberais e respectivos interesses que determinam as relações sociais de produção nas quais estão participando. (...) Sem essa adaptação aos novos rumos do mercado os indivíduos e as nações não poderão participar do proclamado “progresso”.

Esse progresso de mundialização do mercado foi (e continua sendo) apresentado como um processo de desenvolvimento espontâneo e natural ao qual todas as nações precisam estar se adaptando cada vez mais. É visto como algo benéfico e, além disso, indispensável, mesmo que esteja promovendo a desarticulação do mercado interno e qualquer forma de controle social desse mercado. A palavra de ordem para que o indivíduo possa participar do processo acelerado de mudança – o “progresso” mundializado -, independente de sua raça, cultura, credo, etc, é, portanto, a adaptação. Para isso o trabalho educativo, que atua no nível das relações entre indivíduos singulares, adquire um papel fundamental, principalmente no plano ideológico (OLIVEIRA, 2002, p.241).

Oliveira (2002) explicita o papel da educação escolar para viabilização dos interesses neoliberais:

A função da escola é a de preparar o indivíduo para que ele se adapte às características e necessidades daquela mundialização, desenvolvendo nele as “qualidades” e “habilidades” exigidas pelo mercado e, para tanto, dando as condições para que ele, no campo pedagógico, “aprenda a aprender”, o que lhe estaria capacitando a aprender, fora da escola, qualquer que seja o conhecimento básico exigido para a correta realização da atividade que a mundialização do mercado vier a lhe requerer. Como se pode deduzir desse enfoque, o conhecimento concebido aí como necessário se refere exclusivamente ao conhecimento diretamente ligado ao que indivíduo deverá concretizar na atividade para a qual foi designado (ibidem, p.243).

Para isso, a concepção de conhecimento veiculada no processo pedagógico se enquadra a uma visão

individualista, idiossincrática, dentro do imediatamente perceptível de cada indivíduo, elaborado por cada indivíduo através das atividades que desenvolve na trajetória de sua vida. É um saber diretamente ligado ao seu vir-a-ser cotidiano. O conhecimento carrega, portanto, irremediavelmente as características da existência individual e, sendo assim, é única e parcial, bem como circunstancial, casual, do aqui e agora, factual, e, como tal, efêmero (ibidem, p.244).

Daí a adoção, por parte dos ideólogos dessa concepção pedagógica, de lemas como “ensino centrado no aluno”, “valorização do cotidiano do aluno”, “aprender a aprender”, “saber cultural próprio do aluno” (Cf.: *ibidem*, p.244).

Ocorre que o multiculturalismo na Educação, ao se tentar se contrapor, no plano pedagógico, ao processo da globalização do mercado em curso acaba adotando para si os mesmos pressupostos do “aprender a aprender” norteando-se nos lemas aqui enunciados (“ensino centrado no aluno”, “valorização do cotidiano do aluno”, etc.) com o intuito de estar assim garantindo o “respeito a diversidade cultural”. Entretanto, se no plano do discurso defende o citado “respeito a cultura do indivíduo”, na prática, acabam sem perceber, realizando uma educação restrita às necessidades locais, com ênfase ao cotidiano vivido e, dessa forma, legitimando a adaptação do indivíduo ao mercado. Consequentemente,

longe de estar resistindo à mundialização do mercado, está ingenuamente servindo a ela e, com isso, legitimando ideologicamente as desigualdades sociais entre as chamadas “culturas”; longe de estar contribuindo para a compreensão entre as diversas “culturas”, contribui para a perpetuação de formas de marginalização de muitos, necessária à produção e reprodução do capital, o que vai contribuir para a preservação de poucos (*ibidem*, p.245).

A educação multicultural, assim entendida, acaba não promovendo, como se deveria, a apropriação dos conteúdos escolares, pois, limita essa apropriação à realização de uma educação adaptativa “pragmática à realidade cultural imediata e alienada dos alunos” (Cf. ROSSLER, 2004, p.83).

Na Educação Matemática, o multiculturalismo se faz presente através da Etnomatemática:

A etnomatemática se enquadra perfeitamente numa concepção multicultural e holística da educação.

O multiculturalismo está se tornando a característica mais marcante da educação atual. Com a grande mobilidade de pessoas e famílias, as relações interculturais serão muito intensas. O encontro intercultural gera conflitos que só poderão ser resolvidos a partir de uma ética que resulta do indivíduo conhecer-se e conhecer a sua cultura e respeitar a cultura do outro. O respeito virá do conhecimento. De outra maneira, o comportamento revelará arrogância, superioridade e prepotência, o que resulta, inevitavelmente, em confronto e violência (D’AMBROSIO, 2001, p.44).

Coerente ao ideário multicultural, a Etnomatemática defende o resgate das diferentes produções da matemática em contextos sociais diversos mediante a realização de pesquisas etnográficas com inserção direta do pesquisador nos contextos sociais diversos investigados. Um ensino de matemática “motivador” seria aquele que respeitasse os “interesses” dos alunos, isto é, que considerasse os problemas oriundos das experiências vividas. Daí a importância em registrar, entender, relacionar com as diferentes experiências de vida em contextos os mais diversos possíveis como ilustram as pesquisas etnográficas realizadas.

O desenvolvimento do Programa Etnomatemática depende muito das situações que são interessantes para os alunos, pois a motivação é um componente-chave

neste programa. Os professores devem selecionar situações que apresentem aspectos etnomatemáticos e que estejam relacionadas com o ambiente cultural da população escolar (ROSA & OREY, 2003, p.11).

A ênfase ao conhecimento local vai gerar um ensino da matemática reduzido ao aplicável ao cotidiano vivido, elegendo o cotidiano como a instância da vida social propícia para a captação da "verdadeira matemática", aquela oriunda de grupos sociais diversos investigados.

A ênfase dada às diferentes produções da matemática determina que algumas pesquisas etnomatemáticas defendam uma possível escolha entre "qual" matemática o aluno pode vir a necessitar no seu dia-a-dia, a saber, a escolar ou a matemática "dele". Isso pode ser notado nas citações abaixo.

Utilizo a expressão Abordagem Etnomatemática para designar a investigação das concepções, tradições, e práticas matemáticas de um grupo social subordinado e o trabalho pedagógico que se desenvolve na perspectiva de que o grupo interprete e codifique seu conhecimento; adquira o conhecimento produzido pela matemática acadêmica, utilizando, quando se defrontar com situações reais, aquele que lhe parecer mais adequado (KNIJNIK, 1993, p. 34).

Do mesmo modo, o ensino da matemática numa abordagem Etnomatemática permite, no nosso entender, uma compreensão crítica da realidade, ou, mais do que isso, permite ao aluno optar pela forma de resolver suas questões na medida em que não impõe o saber institucionalizado ao saber do senso comum, mas apenas os problematiza e compara, possibilitando a opção consciente de qual caminho se pretende seguir (MONTEIRO; POMPEU JR., 2001, p.66).

Em Gerdes (2007, p.197-213) é possível encontrar a descrição de várias dessas pesquisas em vários países. Este resgate se justifica em função do que considera haver uma imposição da matemática escolar, esta denominada frequentemente por "Matemática Ocidental" (D'AMBROSIO, 2006).

A própria Matemática escolar seria "uma etnomatemática" imposta a todo o mundo:

A disciplina denominada Matemática é, na verdade, uma Etnomatemática que se originou e se desenvolveu na Europa, tendo recebido algumas contribuições das civilizações do Oriente e da África, e que chegou à forma atual nos séculos XVI e XVII. A partir de então, nessa forma estruturada, foi levada e imposta a todo o mundo. Hoje, essa matemática adquire um caráter de universalidade, sobretudo devido ao predomínio da ciência e da tecnologia modernas, que foram desenvolvidas a partir do século XVII na Europa (D'AMBROSIO, 2006, p. 19).

A universalidade da Matemática passa a ser entendida como uma "imposição", estratégia ardilosa de imposição da cultura ocidental. Neste sentido, D'Ambrosio (2003, p.14) afirma:

A universalidade da matemática é uma questão recorrente. O momento político passa a ser interpretado no seu aspecto cognitivo e assim a universalidade da matemática é aceita sem maiores reflexões. Surge, como consequência, uma outra questão: por que o sucesso das conquistas e em seguida, da colonização, por povos que dominavam essa forma de conhecimento matemático. Em outros termos, por que a eficácia, nesse sentido, da civilização ocidental, que tem sido vitoriosa nos encontros com outras civilizações? Graças à seu domínio da

matemática ? Sem dúvida, pois toda a ciência e a tecnologia modernas, e, naturalmente, a organização social e política, repousam sobre essa matemática.

A universalidade da Matemática também é questionada por Scandiuzzi (2002, p.57):

Aqueles que seguem o caminho da Educação Etnomatemática valorizam a Matemática de diferentes grupos culturais (a matemática ocidental está incluída) com seus conceitos matemáticos informais, e com isso, provocam uma mudança na formação do educador, pois o mesmo perceberá a não unicidade/universalidade da Matemática e sua postura será de quem aprende Matemática ensinando Matemática [grifos do autor deste livro]

E Ferreira (1993, p.18) chega a defender a “libertação das verdades universais” ao afirmar que “sem dúvida, a Etnomatemática é que possibilita a nossa libertação das verdades matemáticas universais e que respeita o aprendizado não acadêmico do cidadão”

Diante do exposto cumpre esclarecer que aplicar os princípios da PHC para a Educação Matemática implica necessariamente divergir em alguns aspectos da Etnomatemática. Em face aos limites de páginas de um artigo, algumas dessas divergências serão aqui explicitadas. Outras já foram objetos de publicação (GIARDINETTO, 2013, 2012a, 2012b, 2010, 2007, 2006).

Para a PHC um ensino de matemática que verdadeiramente contribua para a formação crítica dos educandos, não é aquele que se restrinja a valorizar o conhecimento local mais, pelo contrário, é aquele que considera esse conhecimento como ponto de partida possível para superação da marginalidade cultural pelos quais os educandos são alijados, garantindo a eles, do ponto de vista da matemática, aquilo que o gênero humano já elaborou e que, através da escola, se torna um legado possível de ser ofertado a todos.

Em consonância com Saviani (2003, p.09), a matemática escolar é aqui entendida como o resultado de um processo histórico que culmina na constituição de parte das formas mais desenvolvidas de matemática. Trata-se de investigar a “direção seguida pelo processo cultural” (Cf. SAVIANI (1985, p.123) de constituição da matemática até a sua forma “clássica”. A matemática escolar é o resultado de diferentes contribuições presentes na história objetivamente realizada pelo gênero humano. Sua gênese se deu através de uma dinâmica processual própria que apresenta algumas particularidades como (tema de um próximo artigo) apresentar similaridades na diversidade da produção matemática, isto é, em diferentes contextos sociais, em épocas históricas distintas, o conhecimento matemático resultante em cada contexto social apresenta similaridades para com outros. Esta similaridade poderia ser destacada na forma escolar constituída.

Neste sentido, os conteúdos matemáticos que hoje compõem a grade curricular de matemática nos anos escolares a saber, o sistema numérico hindu arábico, os conjuntos numéricos, a álgebra, a geometria, a trigonometria etc., formam aquilo que Saviani (2003, p.101) denomina de “clássicos” para o caso específico da Matemática. Revelam ser parâmetro para perpetuação do progresso do gênero humano.

A apropriação do que é "clássico" em matemática envolve um trabalho de captação dos aspectos essenciais de cada conteúdo matemático a partir de uma investigação da história dos conceitos no âmbito da captação dos traços essenciais de toda a

produção histórica dos conceitos. Trata-se daquilo que é fundamental para que todo indivíduo possa se apropriar do conceito sem ter que refazer todos os percalços da evolução histórica. Portanto, não denota toda a história, mas sim, aquilo que é essencial da evolução do conceito, isto é, os traços históricos essenciais. Para isso, é preciso depurar na história aquilo que é fundamental para reproduzir a essência da lógica das relações do conhecimento na sua forma atual, os traços essenciais que sintetizam de forma lógica o desenvolvimento histórico desse conteúdo.

Se em sua gênese a matemática hoje universalmente conhecida se fez com a maior contribuição dos povos europeus, trata-se da história objetivamente realizada. A questão maior é que hoje é referência para o gênero humano.

Para efeito do ensino da matemática, pode-se até ilustrar as aulas com exemplos de matemáticas completamente distintas da lógica implícita a matemática hoje constituída. Entretanto, não se pode perder de vista o compromisso para com a formação intelectual dos alunos, pois, a matemática escolar também precisa ser entendida na perspectiva de legado às novas gerações daquilo que tem de mais desenvolvido em matemática. A matemática escolar retrata conhecimento científico (matemático) de inequívoco “valor universal para a humanidade” (DUARTE In: DUARTE, FONTE, 2010, p.113). Portanto, não será determinado cálculo ou conceito matemático, distinto da síntese da produção da matemática hoje constituída em sua forma sistematizada, a referência para a utilização da matemática como instrumento para o seu desenvolvimento diante de seu estágio atingido. A menos que o conhecimento “esquecido” incorpore graus complexos que impulsione, a níveis maiores, a complexidade até então obtida. Mas isso não é possível, como foi evidenciado aqui pela análise da citação de Leontiev (1978, p.273). Referências a contextos sociais isolados são cada vez mais raras exceções em face à globalização em curso, e quando destacadas, revelam se tratar de contextos sociais com baixíssimos graus de transformação da realidade natural em realidade humanizada. É o caso das pesquisas etnomatemáticas sintetizadas por Gerdes (2007, p.197-213). Tais pesquisas revelam, apesar de não ser essa a intenção deste autor, que os conhecimentos que daí advém, retratam etapas já há muito tempo superadas pelo gênero humano no tocante ao desenvolvimento já alcançado pela matemática na sua forma sistematizada (Cf. GIARDINETTO, 2012).

Outra questão. Permanecer na valorização do que o indivíduo “sabe” significa eleger o estágio de desenvolvimento matemático já alcançado como referência não apontando para o acesso ao pensamento teórico, objeto do ensino. Isto não se alinha com a psicologia histórico-cultural ((Vygotsky, Luria, Leontiev, Elkonin, Davidov e outros), um dos fundamentos teóricos da PHC.

Segundo a concepção vigotskiana da relação entre desenvolvimento e aprendizagem, o bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento, logo, o papel da escola é promover um ensino que crie zonas de desenvolvimento próximo (Cf. MARTINS, 2013).

A maior contribuição de Vigotski para a educação escolar, o conceito de “zona de desenvolvimento próximo” (conceito no processo de aprendizagem que denota, no decorrer da realização de determinada atividade escolar, aquilo que a criança não realiza sozinha, mas consegue fazer dada a mediação interventora do professor) aponta para a

formação de todo indivíduo, para a necessidade de apropriação do saber historicamente acumulado, da cultura da humanidade, da apropriação do saber escolar. Duarte (1996, p.98) analisando a relação do conceito vigostkiano de “zona de desenvolvimento próximo” com o trabalho educativo escolar afirma:

Cabe ao ensino escolar, portanto, a importante tarefa de transmitir à criança os conteúdos historicamente produzidos e socialmente necessários, selecionando o que desses conteúdos encontra-se, a cada momento do processo pedagógico, na zona de desenvolvimento próximo. Se o conteúdo escolar estiver além dela, o ensino fracassará porque a criança é ainda incapaz de apropriar-se daquele conhecimento e das faculdades cognitivas a ele correspondentes. Se, no outro extremo, o conteúdo escolar se limitar a requerer da criança aquilo que já se formou em seu desenvolvimento intelectual, então o ensino torna-se inútil, desnecessário, pois a criança pode realizar sozinho a apropriação daquele conteúdo e tal apropriação não produzirá nada qualitativamente novo, mas apenas um aumento quantitativo das informações por ela dominadas.

E conclui (ibid, p.102, 105):

É claro que esse conceito de zona de desenvolvimento próximo não fornece nenhuma fórmula definitiva do que e como ensinar a cada momento do processo escolar. São necessários estudos específicos para cada matéria e para cada série escolar. Mas o importante é que ele inverte a idéia de que se deva sempre organizar a matéria escolar com base no conhecimento das características de cada estágio já alcançado pelo desenvolvimento intelectual da criança. Esse conhecimento é indispensável, mas ainda mais importante é que os conteúdos escolares dirijam-se ao que ainda não está formado na criança. (...) essa escola [referindo-se a escola de Vigotski – nota do autor deste artigo] atribui à educação escolar um papel ativo na formação do psiquismo dos indivíduos. (...) O que essa escola entende é que a educação escolar não apenas interfere positiva ou negativamente no desenvolvimento, mas sim que ela produz desenvolvimento. (...) O controle da atividade da criança não é visto pela psicologia histórico-cultural como uma espécie de mal inevitável ao processo escolar, mas sim como algo indispensável à elevação da criança a níveis superiores do seu desenvolvimento psíquico. Em termos pedagógicos, ao invés de termos educadores preocupados em não interferir negativamente num desenvolvimento que ocorreria de forma ótima se não fosse necessária a aprendizagem escolar, temos, na ótica da Escola de Vigotski, educadores voltados para o conhecimento de como produzir esse desenvolvimento ótimo, que não é o ponto de partida do ensino escolar, mas sim o ponto de chegada que se quer atingir.

Não se pode esperar maior desenvolvimento intelectual em práticas de ensino que legitimam o que os indivíduos “já sabem” que fazem. Não se promove salto qualitativo de aprendizagem se não tiver como meta conhecimentos mais complexos dos já dominados.

Além disso, os indivíduos investigados sob o ponto de vista da expressão sistematizada do conhecimento, não sabem o que “sabem”. Somente através da utilização da matemática escolar (a matemática sistematizada) como um instrumento de análise que é possível decodificar a matemática produzida nas atividades dos indivíduos. Sem esses instrumentos eles continuam utilizando o conhecimento matemático de forma pragmática e utilitária, forma própria exigida na esfera da vida cotidiana. Existe a expressão assistemática da matemática utilizada pelos indivíduos que, com os instrumentos de sistematização, passa a ser entendida como matemática sistematizada.

Produção do conhecimento é diferente de sistematização do conhecimento, e essa diferenciação é fundamental para se entender e valorizar o ensino dos conteúdos escolares:

Elaboração do saber não é sinônimo de produção do saber. A produção do saber é social, se dá no interior das relações sociais. A elaboração do saber implica em expressar de forma elaborada o saber que surge da prática social. Essa expressão elaborada supõe o domínio dos instrumentos de elaboração e sistematização. Daí a importância da escola: se a escola não permite o acesso a esses instrumentos, os trabalhadores ficam bloqueados e impedidos de ascenderem ao nível da elaboração do saber, embora continuem, pela sua atividade prática real, a contribuir para a produção do saber (SAVIANI, 2003, p.77).

Portanto, os indivíduos investigados por pesquisas etnográficas, sob o ponto de vista da expressão sistematizada do conhecimento, não sabem o que “sabem”.

No menos complexo, é possível perceber um "núcleo válido" na gênese do mais complexo hoje constituído (cf. GIARDINETTO, 2013, 2010, 2006). Nesta particularidade, que não é absoluta, mas possível em muitos casos (assunto de um próximo trabalho), as pesquisas etnográficas cumpriam um importante papel, pois, evidenciariam que as formas menos complexas (sistematizadas pela matemática escolar como referência) se fazem presente nas formas sistematizadas mais complexas, pois, estas são incorporações por superação das primeiras.

E é no processo histórico (das várias estruturas sociais que se sucedem) que vai sendo produzido o conhecimento matemático elaborado. Por mais diferenciado que sejam "as matemáticas" dos diferentes grupos sociais, o cerne fundamental de todas essas várias matemáticas, que parecem à primeira vista como próprias do grupo, são mero produto da mesma estrutura básica da matemática já elaborada histórica e socialmente (GIARDINETTO, 1999, p.107).

É através da linguagem matemática universal que é possível realizar a codificação matemática para abstrair, em cada produção, os elementos constitutivos de um determinado tópico matemático historicamente construído:

O conhecimento matemático utiliza certos mecanismos que, para serem transmitidos a todos, necessitam estar numa mesma linguagem, a linguagem matemática padronizada tal como hoje se apresenta. Trata-se da possibilidade de se garantir que a matemática seja acessível a todos. Se, pelo contrário, esses mecanismos aparecem numa forma diferenciada, não se garante a socialização do saber, mas apenas se legitima as diferentes formas de saber (...). Como é possível garantir a comunicação entre todos, sem padrões de linguagem pré-estabelecidos? (GIARDINETTO, 1999, p.115).

O fato dessa linguagem se apresentar universal não significa que ela não seja resultante de distintas formas de produção. A universalidade do saber é o fio condutor que está implícito ao processo de sistematização do conhecimento. A dimensão educativa possível é a socialização daquilo que diferentes contextos produziram através de um “núcleo” em comum.

O que se verifica é que a crítica à forma de se apresentar o conteúdo matemático confundiu-se com o conteúdo, passando a questionar esse último. Se o ensino tradicional de matemática não tem promovido a relação com as distintas produções do conhecimento

matemático, evidenciar a existência dessas produções significa propiciar elementos mais ricos de se trabalhar pedagogicamente a apropriação da matemática, de forma a garantir o acesso à apropriação da matemática sistematizada, não a sua substituição ou sua desautorização. E para garantir a eficácia desta apropriação, está a apropriação da linguagem matemática hoje constituída.

As pesquisas etnomatemáticas apontam considerações sobre o conhecimento matemático no âmbito de sua produção, e não no âmbito da sistematização da matemática. Mais que apontar formas de produção da matemática em contextos sociais diversos cumprir ir além, a saber, realizar a tarefa escolar de “expressar de forma elaborada o saber que surge da prática social” (SAVIANI, 2003, p.77). Ocorre que é no cumprimento desta tarefa, que se constataria a similaridade para com a matemática hoje constituída na versão escolar. E esse fato, permitiria ao educador relacionar a matemática nos contextos sociais diversos e a sua versão escolar, tornando-se uma estratégia motivadora para a aprendizagem da versão sistematizada, a matemática escolar.

A similaridade na diversidade remete a reflexão sobre o que se entende por “universalidade”.

Para a PHC, um conceito, um conhecimento é universal porque é um “produto histórico da totalidade da prática social humana” (MARSIGLIA, 2011, p.28).

Um determinado conceito, resultado matemático sistematizado, origina-se de similares atividades humanas processadas em contextos sociais diversos. A similaridade na diversidade no âmbito da produção de um determinado conhecimento matemático é a gênese para sua sistematização alçada em característica universal, via atividade escolar.

Os conteúdos escolares propiciam o acesso àquilo que é decorrente de práticas sociais diversas, práticas até mesmo não vividas, não demandadas, pela vida cotidiana possível de cada aluno. Não é o contexto de vida do indivíduo a condição de acesso a tal conhecimento. Ele não precisa exercer a atividade humana específica que resulta em tal conhecimento, para que ele possa ter acesso a ele. A universalidade “garante” o acesso a este conhecimento de forma independente aos contextos sociais geradores. O aluno pode ter acesso a aquilo que outro indivíduo em um determinado contexto social diferente do dele, pratica, mas não sabe (por exemplo, a atividade de pesca e a sistematização matemática da “Lei da Refração”, cf. GIARDINETTO, 2011). E o aluno pode saber, mesmo sem praticar. Uns dos méritos da atividade escolar, é a democratização, via apropriação dos conhecimentos sistematizados, daquilo que são resultantes de práticas em contextos sociais diversos. Daí afirmar que a universalidade do conhecimento é “o produto histórico da totalidade da prática social humana” (MARSIGLIA, 2011, p.28).

Outra questão a considerar é a relação dialética entre humanização e alienação no interior do processo histórico-social de desenvolvimento do conhecimento em geral já aqui comentado (DUARTE, 1993, pp. 57 a 97). A gênese do conhecimento matemático não é alheio a esta relação (Cf. GIARDINETTO, 2010, p. 763-767).

Esta filtragem não ocorre quando se credita à matemática escolar, um poder absoluto de cooptação da ideologia do mundo ocidental com conseqüente perda da identidade do indivíduo. Nós todos, pesquisadores que contribuem para a melhoria da Educação Matemática, tivemos acesso à matemática escolar e temos nossa visão crítica sobre ela. Por que os alunos não teriam? Os alunos devem ser excluídos desse pretensão

poder absoluto de alienação, devem ser excluídos do acesso à matemática escolar “ocidental”?

A ideia tão difundida de “respeito à cultura local” como reação a dita imposição da “matemática ocidental” denota um processo que em vez de se preocupar em garantir o acesso crítico àquilo que o gênero humano já construiu e que está acessível via atividade escolar, determina a manutenção dos níveis de conhecimento já alcançados pelos indivíduos em suas específicas práticas sociais via promoção de uma prática escolar restrita a um ensino de Matemática aplicado ao cotidiano vivido, à dita “cultura local”, como que, acreditando estar realizando uma forma de resistência da cultura local frente à cultura do capital. Não se verifica a defesa pela apropriação do conhecimento (matemático, no caso) em sua forma mais desenvolvida. Fragilizando, depreciando, o acesso ao saber escolar, inviabiliza-se a possibilidade de apropriação deste saber como instrumento de crítica à sociedade capitalista, reiterando a realização de uma prática que legitima uma forma de marginalização, a cultural. Desta forma, acabam legitimando as condições de domínio do capital que tanto criticam, pois, este não encontra resistências inclusive, para continuar o processo de aniquilamento das culturas locais tendo em vista a expansão do capital.

As reflexões aqui colocadas são muito bem sintetizadas pela citação abaixo:

Assim, contra uma educação centrada na cultura presente no cotidiano imediato dos alunos que se constitui, na maioria dos casos, em resultado da alienante cultura de massas, devemos lutar por uma educação que amplie os horizontes culturais desses alunos; contra uma educação voltada para a satisfação das necessidades imediatas e pragmáticas impostas pelo cotidiano alienado dos alunos, devemos lutar por uma educação que produza nesses alunos necessidades de nível superior, necessidades que apontem para um efetivo desenvolvimento da individualidade como um todo; contra uma educação apoiada em concepções do conhecimento humano como algo particularizado, fragmentado, subjetivo, relativo e parcial que, no limite, negam a possibilidade de um conhecimento objetivo e eliminam de seu vocabulário a palavra *verdade*, devemos lutar por uma educação que transmita aqueles conhecimentos que, tendo sido produzidos por seres humanos concretos em momentos históricos específicos, alcançaram validade universal e, dessa forma, tornam-se mediadores indispensáveis na compreensão da realidade social e natural o mais objetivamente que for possível no estágio histórico no qual se encontra atualmente o gênero humano. Sem esse nível de compreensão da realidade social e natural, é impossível o desenvolvimento de ações coletivas conscientemente dirigidas para a meta de superação da sociedade capitalista (DUARTE, 2000, p.10).

Entretanto, ainda se faz necessário tecer considerações sobre o trecho do filme destacado no início deste artigo.

Considerações finais: retomando o filme

Reportemos-nos à análise do trecho do filme “O dia em que a terra parou”. Cumpre indagar: garantir o acesso às formas sistematizadas mais complexas é desserviço ou contribuição à formação do indivíduo?

Como se evidenciou no trecho do citado filme, Klaatu corrige os cálculos matemáticos do Dr. Barnhardt fazendo-o perceber, aquilo que possivelmente, levaria décadas (ou muito mais) para ser desenvolvido pelo pensamento humano.

Entretanto, se seguirmos os pressupostos do ideário multicultural, Klaatu agiu de forma incorreta. Afinal, ele “impôs” sua cultura em detrimento do necessário “respeito” à cultura humana. Uma cultura (aqui a “cultura terráquea”) deve permanecer nos limites “espontaneamente” desenvolvidos não podendo ser influenciado por contribuições externas.

É como cada nicho cultural devesse “espontaneamente” desenvolver-se, sem a possibilidade da incorporação de elementos enriquecedores da cultura universal (no contexto do filme de ficção, a “cultura interplanetária”). Pouco importa que nós (“terráqueos”) continuássemos no nível menos desenvolvido de conhecimento com conseqüente atraso no desenvolvimento de nossas tecnologias e de nossas condições de vida em face ao desenvolvimento já atingido pela sociedade de Klaatu. Neste sentido, Klaatu deveria “respeitar” a “nossa cultura” não “impondo” a dele.

Consideramos que Klaatu possibilitou um raríssimo momento de impulso ao desenvolvimento cultural dos “terráqueos”. Dr. Barnhardt percebeu o privilégio de estar ali naquele momento e não se conteve em se manifestar quanto à relevância daquele encontro.

Interessante observar que Klaatu não deve dúvidas em valorizar a música de Bach. E Bach é um “clássico” como são, por exemplo, as contribuições de Descartes, Dostoiévski e Machado de Assis (Cf. SAVIANI, 2003, p.101).

Interpretamos este fato como um momento em que a forma sistematizada mais complexa agrega em sua constituição, um aspecto oriundo da forma sistematizada menos complexa. Esta última revela ser instrumento de contribuição para o processo de ascensão para formas sistematizadas mais desenvolvidas para além do estágio atingido por Klaatu. Tanto que Klaatu “é cooptado” pelo que ouviu.

A valorização da música de Bach não decorre de um mero “respeito” à cultura terráquea, de mera “coexistência pacífica”, mas, do valor universal que carrega, fruto de suas qualidades musicais que a eleva como elemento “clássico” cuja validade extrapola o momento em que ela foi proposta (SAVIANI, 2003, p.101).

A condição para que um determinado conhecimento venha a ser incorporado à versão mais complexa constituída sistematizada é a sua incorporação como elemento que se plasma, que se soma às formas mais desenvolvidas garantindo a continuidade do processo para progressiva ascensão do conhecimento em sua complexidade.

Interpretamos a frase do Dr. Barnhardt dirigida a Klaatu (“Então não somos tão diferentes assim”) como a manifestação daquilo que verdadeiramente une as culturas: as diferentes contribuições que se agregam em valor universal. Não são as particularidades isoladas que impulsionarão o desenvolvimento humano, mas a incorporação daquilo que em cada contexto social contribui para a constituição da cultura humana universal em construção.

Referências

ARCE, A. (2000) “A formação de professores sob a óptica construtivista: primeiras aproximações e alguns questionamentos”. In: DUARTE, N. (org.). **Sobre o construtivismo: contribuições a uma análise crítica**. Campinas: Autores Associados, pp.41-62.

CHAUÍ, M. (1993). “Vocação política e vocação científica da universidade”. **Educação Brasileira**. Brasília: MEC/CRUB, 15(31), pp. 11-26.

CLARETO, S. M. (2002) “Educação matemática e contemporaneidade: enfrentando discursos pós-modernos”. In: **Revista BOLEMA**, Boletim de Educação Matemática, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Rio Claro ano 15, nº 17, pp.20-39.

D’AMBROSIO, U. (2006). “Matemática, etnomatemática e visões do mundo”. In: **Revista Movimento**, Niterói, RJ, Universidade Federal Fluminense, Faculdade de Educação, pp. 09-23.

_____. (2003). “História, etnomatemática, educação e modelagem”. In: **XI Conferência Interamericana de Educação Matemática - XI CIAEM**, Universidade Regional de Blumenau - FURB, Blumenau, Estado de Santa Catarina, Brasil (CD-Card do XI CIAEM).

_____. (2001). **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica.

DUARTE, N. (Org.) (2004). **Crítica ao fetichismo da individualidade**. Campinas, SP: Autores Associados, 2004.

_____. (2000). **Sobre o construtivismo: contribuições a uma análise crítica**. Campinas, SP: Autores Associados.

DUARTE, N. (2013). **A Individualidade para-si: contribuições a uma teoria histórico-social da formação do indivíduo**. Campinas, SP: Autores Associados.

_____. (2010). “Por uma educação que supere a falsa escolha entre etnocentrismo ou relativismo cultural.” In: N. DUARTE, N. & FONTE, S. S. (Orgs.). **Arte, conhecimento e paixão na formação humana: sete ensaios de pedagogia histórico-crítica**. Campinas, SP: Autores Associados, p. 101-120.

_____. (2003). **Sociedade do conhecimento ou sociedade das ilusões?: quatro ensaios crítico-dialéticos em filosofia da educação**. Campinas, SP: Autores Associados.

_____. (2000). **Vigotski e o “aprender a aprender: críticas às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana**. Campinas: Autores Associados.

_____. (1996). **Educação escolar, teoria do cotidiano e a escola de Vigotski**. Campinas, SP: Autores Associados.

_____. (1994) “Elementos para uma ontologia da educação na obra de Dermeval Saviani”. In: SILVA, Jr. C. A.. (Org.). **Dermeval Saviani e a educação brasileira: o simpósio de Marília**. São Paulo, Cortez, p.129-149.

EVANGELISTA, J. (1997). **Crise do marxismo e irracionalismo pós-moderno**. São Paulo: Cortez.

FERREIRA, E. S. (1993). Cidadania e educação matemática. In: **A educação matemática em revista**. v. 1, n.1, p.12-8.

FREDERICO, C. (1997). “Razão e desrazão: a lógica das coisas e a pós-modernidade”. In: **Serviço Social e Sociedade**. São Paulo, Cortez, n.55, pp. 174- 187.

GERDES, P. (2007). **Etnomatemática: reflexões sobre a matemática e diversidade cultural**. Lisboa: Edições Húmus.

GIARDINETTO, J. R. B. (2013). “A concepção marxista de cultura e suas implicações para a Educação Matemática”. In: **VI Congresso Iberoamericano de Educação**

Matemática, Uruguai, Montevideu, Anais eletrônicos..., Actas del VII CIBEM, p. 7599-7606.

_____. (2012a) “Reflexões sobre o desenvolvimento da prática social e a produção e sistematização do conhecimento matemático”. In: **REMATEC: Revista de Matemática, ensino e cultura**. UFRN, Editora UFRN, Rio Grande do Norte, ano 7, n. 11, jul-dez, p.26 a 38.

_____. (2012b) “O saber escolar como parte das formas mais desenvolvidas de saber: a questão cultural na educação matemática”. In: **Revista Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo: PUC, v.14, n.01, p.195 – 208, 2012b.

_____. (2010) “O conceito de saber escolar “clássico” em Dermeval Saviani: implicações para a educação matemática”. In: **Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, SP: UNESP, v.23, nº36, p. 733 - 751.

_____. (2007). “Reflexões de Jean-Claude Forquin sobre as concepções relativista e universalista de conhecimento: provocações para um debate da questão cultural”. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 9, Minas Gerais, Belo Horizonte, Anais eletrônicos..., Belo Horizonte: Uni-Bh.

_____. (2006) “Sujeitos, escola e produção de conhecimento: a pedagogia histórico-crítica subsidiando a reflexão da questão cultural na educação escolar”. In: MENDONÇA, Sueli Guadalupe de Lima; MILLER, Stela (org.) **Vigotski e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas**. Araraquara, SP: Junqueira & Marin, pp.85-121.

_____. (1999). **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Campinas: Autores Associados.

KNIJNIK, G.(2004). “Itinerários da etnomatemática: questões e desafios sobre o cultural, o social e o político na educação matemática. In: KNIJNIK, G.; WANDERER, F.; OLIVEIRA, C. J de. (org.). **Etnomatemática: currículo e formação de professores**. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, pp.19 a 38.

_____. (1993). “O saber popular e o saber acadêmico na luta pela terra: uma abordagem etnomatemática”. In: **A educação matemática em revista**, v.1, nº 1, pp.28-42.

LEONTIEV, A. N. (1978). “O homem e a cultura”. In: **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, pp.259–284.

MARSIGLIA, A. C. G. (2011). **A prática pedagógica histórico-crítica na educação infantil e ensino fundamental**. Campinas: Autores associados.

MARTINS, L. M. (2013). **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar: contribuições à luz da psicologia histórico-cultural e da pedagogia histórico-crítica**. Campinas: Autores Associados.

MARX, K. (1983). “O método da economia política”. In: **Contribuição à crítica da economia política**. São Paulo: Martins Fontes, pp.218 – 226.

MARX, K; ENGELS, F. (1986). **A ideologia alemã** (I – Feuerbach). São Paulo, Editora Hucitec, 1986.

MELLO, S. A. (2000). **Linguagem, consciência e alienação: o óbvio como obstáculo ao desenvolvimento da consciência crítica**. Marília: UNESP Marília Publicações.

O dia em que a terra parou. (2008). Direção: Scott Derrickson. Produção: Paul Harris Boardman, Erwin Stoff, Gregory Goodman. Roteiro: David Scarpa. [Los Angeles]: 20th Century Fox. 1 DVD (103 min). Título original: The day the Earth stood still

- MEZHÚIEV, V. (1980). **La cultura y la historia**: el problema de la cultura en la teoría marxista de la filosofía y la historia. Moscú: Progreso.
- MONTEIRO, A., POMPEU Jr, G. (2001). **A matemática e os temas transversais**. São Paulo: Moderna.
- OLIVEIRA, B. A. (1994). “Fundamentação marxista do pensamento de Dermeval Saviani”. In: SILVA, Júnior, C.A. da S. **Dermeval Saviani e a educação brasileira**: o simpósio de Marília. São Paulo: Cortez, pp.105-128.
- _____. (2002a) “Valores e ensino da matemática”. In: SANTOS, A.; SILVA, D (Org.). **Estudos sobre a ética**: a construção de valores na sociedade e na educação. São Paulo, Casa do Psicólogo, pp.109-136.
- _____. (2002). “Interkulturelle probleme und buldungsarbeit”. In: SCHMIED-KOWARZIK, W. (Org.). **Verstehen und Verstandigung**: ethnologie, xenologie. Interkulturelle philosophie, Würzburg, Königshausen&Neumann, pp. 236-247.
- PINTO, A. V. **Ciência e existência**. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1979.
- ROSSLER, J. H. (2004). “A educação como aliada da luta revolucionária pela superação da sociedade alienada. In: DUARTE, N (org.). **Crítica ao fetichismo da individualidade**. Campinas: Autores Associados, pp.75-98.
- SAVIANI, D. (2003). **Pedagogia histórico-crítica**. São Paulo: Autores Associados.
- _____. (1985). **Educação**: do senso comum à consciência filosófica. São Paulo: Cortez/Autores Associados.
- SCANDIUZZI, P. P. (2002). “Água e óleo: modelagem e etnomatemática? “In: **Revista BOLEMA, Boletim de Educação Matemática**, UNESP, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Departamento de Matemática, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, ano 15, nº 17, pp.52-58.

José Roberto Boettger Giardinetto

Departamento de Educação – UNESP/Bauru/SP/Brasil

E-mail: jrbgiar@unesp.br

Saber/Fazer Matemático na caixa de Cacau sob a ótica das dimensões da Etnomatemática

Know-How Mathematical in the Cocoa box from the perspective of the Ethnomathematics' dimensions

Washington Santos Carneiro

Aida Carvalho Vita

Verônica Yumi Kataoka

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – Bahia

RESUMO

O objetivo deste artigo foi identificar o saber/fazer matemático na caixa de cacau a partir das dimensões da Etnomatemática, com vistas a considerá-lo como uma prática sociocultural. Esta caixa, de madeira, serve para recolha e transporte de sementes de cacau na Região Cacaueira do Sul da Bahia, eixo Ilhéus-Itabuna. Esta pesquisa tem cunho qualitativo, especificamente do tipo bibliográfica, sendo consultados livros e artigos impressos, bem como revistas eletrônicas e sites. Na análise foram utilizadas as dimensões da Etnomatemática propostas por D'Ambrósio: Conceitual; História, Cognitiva, Epistemológica, Política e Educacional. Verificou-se que o conjunto de ações dos sujeitos envolvidos na produção do cacau, no que tange ao saber/fazer matemático presente na caixa de cacau, foram frutos das negociações entre eles, quando agiram sobre o meio, com objetivo de solucionar problemas, garantir sobrevivência, promover melhor organização social. Levando a inferir que por essas características pôde se considerar esse saber/fazer como uma prática sociocultural. Por fim, reflete-se que este conhecimento matemático presente na caixa de cacau, pode enriquecer o currículo escolar da região cacaueira, por estar vinculado à realidade, por partir de situações localizadas no tempo, no espaço e na história, com uma legitimidade que favorece aos aprendizes e professores maiores e melhores possibilidades de atuação nesta região.

Palavras-chave: Etnomatemática. Prática sociocultural. Caixa de cacau.

ABSTRACT

The objective of this paper was to identify the mathematical know-how in the cocoa box from the dimensions of Ethnomathematics, in order to consider it as a sociocultural practice. This, wooden box, used to collect and transport cocoa beans in the Cocoa Region of Southern Bahia, Ilheus-Itabuna axis. This research is qualitative approach, specifically the bibliographical being consulted printed books and articles, as well as electronic journals and websites. In analyzing the dimensions of Ethnomathematics proposals were used by D'Ambrosio: conceptual; History, Cognitive, Epistemological, Politics and Education. It was found that the set of actions of those involved in the production of cocoa, with regard to know-how mathematical present in cocoa box, were the result of negotiations between them when they acted on the environment, in order to resolve problems, ensure survival, promote better social organization. Leading to infer that those characteristics could be considered this knowledge / as a sociocultural practice. Finally, it reflects that this present mathematical knowledge in cocoa box, you can enrich the curriculum of the cocoa region, to be linked to reality, from situations located in time, space and history, with a legitimacy which favors learners and teachers greater and better possibilities of action in this region.

Keywords: Ethnomathematics; Sociocultural practice; Cocoa box.

Introdução

Segundo Radford (2014), o conhecimento matemático pode ser abordado em duas vertentes, na primeira este é trabalhado independente da cultura, tendo uma estrutura interna e lógica própria que se sustenta em si mesma. Na segunda vertente, este conhecimento nasce das relações estabelecidas entre os elementos pertencentes a um meio cultural, sendo denominada então de abordagem cultural do conhecimento. Esta última, quanto à história, é desdobrada pelo autor em duas direções, uma que defende que o saber marca o tempo histórico e a outra que o tempo histórico-cultural é que marca o saber.

Focando na abordagem do conhecimento matemático considerando o tempo histórico-cultural, Radford (2014, p.55) afirma que a cultura tem seus conceitos ligados “concomitantemente à maneira como se concebe o indivíduo e à maneira em que se concebe a relação entre indivíduo e coletivo”, ou seja, é também na relação com o outro, na busca da satisfação de necessidades inerentes à sobrevivência que nascem os caracteres culturais de um povo. Reforçamos esta ideia, com a assertiva de D’Ambrosio (2011), que o compartilhamento de informações e compatibilização de comportamento como traços culturais identificam um determinado grupo social.

Outra questão nesta abordagem, é compreender o decorrer histórico como algo dinâmico, pois as necessidades de um povo podem sofrer modificações, ou serem outras distintas daquelas iniciais, e como consequência, mudam-se também as relações entre os indivíduos, bem como desses com a criação e uso de artefatos. Nessa direção, Radford (2011, p. 55), afirma que “[...]o humano é um ser essencialmente *laborante*: através da produção o ser humano produz e se produz” e, portanto, é no dinamismo histórico que uma abordagem cultural encontra suas raízes.

Ainda nesse cenário histórico-cultural da abordagem do conhecimento matemático, encontramos a Etnomatemática, que é um programa proposto por D’Ambrosio (1998, p.5), como sendo “a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender os diversos contextos culturais” e que tem como objetivo “procurar entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações” (D’AMBROSIO, 2011, p. 17). Entendemos assim que na perspectiva da Etnomatemática não devemos apenas reconhecer as diversas formas culturais que refletem o conhecimento matemático de um povo, mas também identificar as estratégias reveladas em suas práticas, no seu saber/fazer matemático.

Quando pensamos nessas práticas de um povo como sendo socioculturais, as compreendamos enquanto “conjunto articulado e intencional de ações individuais ou coletivas que retiram as suas significações do jogo discursivo constituído na (e constitutivo da) atividade que define a existência social dessa prática e da própria comunidade que a realiza” (MIGUEL, 2010, p.14). Por esta conceituação de Miguel (2010), inferimos que as práticas socioculturais são intencionais por serem frutos das negociações entre os sujeitos quando agem sobre o meio, com objetivo de solucionar problemas, garantir sobrevivência, promover melhor organização social.

Tomemos como exemplo, o diálogo entre um vendedor e um comprador de um terreno, em que o preço é estipulado numa unidade de medida não familiar ao comprador. É necessário, então que possa ser efetivada uma interseção no entendimento que ambos têm acerca dessas medidas, não se tratando apenas de uma relação de equivalência, mas

uma espécie de isomorfismo na linguagem matemática utilizada por eles. O que significa valorizar o modo de expressão e compreensão do outro, de forma a proporcionar modos de otimizar a comunicação, de maneira que seja eficaz, uma vez que comunicar é refletir uma das expressões de construção do conhecimento, é difundir esse conhecimento.

É o saber/fazer matemático dos negociadores que emergem naturalmente numa situação onde o sucesso da transação é desejado. Nesse contexto, fica evidente que é importante entender que o comportamento do outro, em alguma medida, é modelado pela sua realidade cultural e com isso também sua forma de pensar matematicamente, isto é, um determinado contexto cultural, acaba por dar uma forma própria ao conhecimento, aí, elaborado.

Para D'Ambrosio (2011), na perspectiva da Etnomatemática, o conhecimento deve ser visto em sua dinâmica: geração, organização intelectual e social, difusão e retorno ao meio social. Assim, a matemática, vista como um conhecimento forjado e acumulado pelo homem passa pelo crivo sociocultural, econômico, político etc, e que além de se submeter à subjetividade do sujeito, reflete aspectos de problemas oriundos da realidade sociocultural de cada grupo, de modo que atenda à satisfação das necessidades do mesmo. Nesse sentido, este autor propõe que se considere o conhecimento em suas várias dimensões, a saber: dimensão conceitual, dimensão histórica, dimensão epistemológica, dimensão política, dimensão educacional e dimensão cognitiva, que se complementam e que podem desnudar as distintas práticas sob vários pontos de vista, nos diversos contextos socioculturais.

Tomando como aporte teórico a Etnomatemática e suas dimensões, vertemos o nosso olhar para investigar um saber/fazer matemático específico, qual seja, a caixa de recolha de sementes de cacau no contexto da microrregião cacaueira, localizada no Sul da Bahia, mais especificamente no eixo Ilhéus – Itabuna; Essa caixa, que denominaremos aqui apenas como caixa de cacau, é feita de madeira sendo usada pelos trabalhadores da roça para recolher as amêndoas de cacau logo após a quebra (Figura 1).

Figura 1. Caixa de cacau



Fonte: <<http://inovadefesa.ning.com/profiles/blogs/selo-de-identificacao-fortalece-agricultura-familiar>>

Diante do exposto, temos como objetivo neste artigo identificar o saber/fazer matemático na caixa de cacau a partir das dimensões da Etnomatemática, com vistas a considerá-lo como uma prática sociocultural, e, por conseguinte, estabelecemos a seguinte

questão de pesquisa: Quaselementos das dimensões da Etnomatemática explicam o saber/fazer matemático visto na caixa de cacau, enquanto prática sociocultural?

Para desenvolver este estudo, lançamos mão de uma pesquisa de cunho qualitativo que, de acordo com Minayo (*apud* NASCIMENTO, 2002, p. 3): “lida com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores, atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis”. Portanto, tem “como pressuposto de que uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, visa descrever a complexidade de certos fenômenos sociais, históricos, antropológicos não captáveis por abordagens quantitativas” (NASCIMENTO, 2002, p. 73).

Mais especificamente, nossa pesquisa teve um caráter bibliográfico, com a consulta sobre a caixa de cacau a partir de livros e artigos impressos da biblioteca da CEPLAC (Comissão Executiva do Plano da Lavoura Cacaueira), bem como revistas eletrônicas e sites. Entendemos como pesquisa bibliográfica, aquela que, segundo Nascimento (2002, p. 81), “baseia-se nas contribuições dos diversos autores que já abordaram a questão [...] seja para definir melhor o tema, seja para construir a revisão de literatura”.

As Dimensões da Etnomatemática

Cada dimensão da Etnomatemática se caracteriza por evidenciar elementos específicos, mas que se complementam sob um olhar holístico voltado, aqui, para as práticas socioculturais. Assim, temos as dimensões conceitual, histórica, cognitiva, epistemológica, política e educacional, expostas e caracterizadas em D'Ambrosio (2011).

Dimensão conceitual

Essa dimensão da Etnomatemática procura, de maneira geral, compreender a realidade do indivíduo observando sua ação sobre o meio, mediante a produção e uso de artefatos, considerando, é claro, as diversas motivações que orientam seu comportamento. Dito, de outro modo, fala do desenvolvimento da ação do homem e suas elaborações artefatuais para satisfação de suas necessidades.

Nesse sentido, o olhar visto sob essa dimensão, além de procurar entender o que se faz ‘aqui e agora’, mantém-se atento para as tentativas de predição feitas pelo homem, para ganhar espaço, tempo, proteção, etc, e extrapolar a satisfação de suas necessidades mais urgentes para o ‘onde e quando’, como alude D'Ambrosio (2011).

Assim, ainda de acordo com D'Ambrosio (2011), o sucesso dessa predição, garantirá, em alguma medida, a difusão do conhecimento elaborado e conseqüentemente, a compatibilização de comportamentos que identificará um determinado grupo cultural, ou seja, é um olhar voltado para o homem e seus reflexos identificados na sua ação sobre o meio.

Dimensão Histórica

A dimensão histórica se propõe a entender a evolução das ideias e do pensamento, a partir dos quais fatos e fenômenos são analisados. Nesse sentido, historicamente, a visão do homem sobre o mundo – fatos e fenômenos – se modifica em função de ideologias

emergentes, do sistema político-econômico vigente, das relações comerciais etc, pois, como afirma D'Ambrosio (2011, p. 29), “[...] a própria ciência moderna vai desenvolvendo os instrumentos intelectuais para sua crítica e para incorporação de elementos de outros sistemas de conhecimento.”, ou seja, a percepção que o homem passa a ter do mundo passa a ser direcionada, em alguma medida, por novos interesses, novas motivações sociais.

A esse respeito, D'Ambrosio (2011), ressalta a mudança da análise desses fatos, antes, predominantemente quantitativa, para qualitativa, situando a Etnomatemática como uma manifestação dessa nova mudança. O autor evidencia ainda o redirecionamento de um pensamento analítico, antes global, voltado para uma visão que contemplava o todo, agora, particionado, dando lugar a disciplinarização do conhecimento.

Dimensão cognitiva

Já do ponto de vista cognitivo, a Etnomatemática observa o sujeito, pertencente a uma cultura específica, o modo como este lida com os artefatos revelará as distintas formas de usos que se pode ter. Como destaca D'Ambrosio (2011, p. 32), “ao se deparar com situações novas, reunimos experiências de situações anteriores, adaptando-as às novas circunstâncias e, assim, incorporando à memória, novos fazeres e saberes”.

E nessa dimensão também, que a importância da comunicação se dá no sentido da transferência do conhecimento forjado em distintos contextos culturais, pois

embora o conhecimento seja gerado individualmente, a partir de informações recebidas da realidade, no encontro com o outro se dá, o fenômeno da comunicação [...]. Via comunicação, as informações captadas por um indivíduo são enriquecidas pelas informações captadas pelo outro (D'AMBROSIO, 2011, p. 32).

Tendo em vista essas considerações, é que pensamos na dimensão cognitiva como uma ramificação da Etnomatemática que, situa o homem, tanto em sua lida com o objeto, quanto na sua relação com o outro, além das possíveis modificações desse conhecimento, elaboradas para adequação aos interesses de outros meios culturais.

Dimensão Epistemológica

Com relação à dimensão epistemológica e, portanto, com preocupações voltadas para a construção do conhecimento a respeito do que se propõe a Etnomatemática, D'Ambrosio (2011) verifica que, sua relevância para que a compreensão acerca do conhecimento que se produz não seja fundamentada em fragmentos, é necessário que este seja compreendido em sua totalidade e que os elementos que envolvem essa construção, geração, organização intelectual e social e a difusão, não sejam analisados separadamente.

Assim, nessa dimensão da Etnomatemática, aguça-se uma preocupação com a evolução do conhecimento que, segundo D'Ambrosio perpassa três momentos: “como passamos de observações e práticas *ad hoc* para experimentação e método? Como passamos de experimentação e método para reflexo e abstração? Como procedemos para invenções e teorias?” (D'AMBROSIO, 2011, p. 37).

Pensando assim, o conhecimento pode ser pensado como produto que retorna à sociedade e que carrega em si, aspectos culturais, políticos, ele é, então, filtrado pelas

relações de poder, reinterpretado pela diversidade de códigos e símbolos e pela própria comunicação. Portanto, o conhecimento é organizado de modo a atender às realidades sociocultural natural, ambiental e emocional de um povo.

Dimensão Política

Quando consideramos a Etnomatemática em sua dimensão política, podemos observar que, ao mesmo tempo em que as diversas formas de se fazer matemática são observadas, valoriza-se também as relações entre os sujeitos em torno do objeto matemático e a compreensão que eles demonstram ter sobre os objetos matemáticos.

Abordar uma matemática sob uma ótica política, é pensar nas motivações políticas que deram forma aos pensamentos matemáticos específicos. Como não podemos separar os fatos do momento histórico em que ocorrem, entendemos que as produções matemáticas também refletem os momentos políticos desse período. Assim, podemos perceber relações que estabelecem padrões de raciocínio matemático e, conseqüentemente, excluem os que não atendem às exigências desses padrões.

Refletindo sobre as considerações expostas entendemos que a dimensão política proposta por D'Ambrosio (2011) nos leva a compreender que as percepções distintas sobre a natureza dos objetos matemáticos originarão construções e posturas críticas distintas.

Dimensão Educacional

Ao destacar a dimensão educacional, D'Ambrosio (2011) argumenta que a Etnomatemática envolve estudos que devem promover o reconhecimento e o respeito às outras culturas, a partir de uma ética cuja faceta ameniza e/ou extingue conflitos. Como afirma D'Ambrosio (2011, p. 44-45) “Um enfoque matemático, sempre está ligado a uma questão maior, de natureza ambiental ou de produção, e a etnomatemática raramente se apresenta desvinculada de outras manifestações culturais, tais como arte e religião”.

Mais uma vez, é necessário compreender que as alusões que a Etnomatemática faz, não são para a substituição da matemática acadêmica vigente, mas são efetivas no sentido que contribuem para o reconhecimento das distintas culturas e de como as percepções de mundo estão atreladas a essa cultura, para que, a partir dessa valorização, o encontro intercultural não gere conflitos.

Dessa forma, essa dimensão extrapola o currículo como uma lista de conteúdos a serem explorados sem vínculo com a realidade e questionamentos inerentes ao contexto e momentos atuais. Propõe-se ao fomento da criticidade, a partir dos conteúdos abordados, localizando-os no tempo, no espaço e na história, procurando sua legitimidade e favorecendo ao aprendiz, maiores e melhores possibilidades de atuação na atualidade.

O Cultivo do Cacau

O cacaueiro, segundo Heine (2004), de nome mais antigo, kakawa, tem nome científico *Theobroma Cacao* – o manjar dos deuses. Essa árvore é que dá origem ao fruto chamado cacau (Figura 2).

Figura 2. Cacau



Fonte: Disponível em: <http://gastrolandia.com.br/viagens/do-cacau-ao-chocolate/>

Para Heine (2004) o fruto já era cultivado por civilizações indígenas antes de Cristo, mais especificamente pelos incas e astecas, o qual tinha suas amêndoas processadas para fabricação de uma bebida pastosa que era servida em taças. Os espanhóis, anos depois, adicionaram açúcar à bebida e a difundiram pela Europa. Apresentamos na Figura 3, o instrumento usado pelos Astecas para moer as amêndoas de cacau, cujo pó servia para o preparo do chocolate, bem como ostrasalhadores operando esse instrumento.

Figura 3. Instrumento (a) e Trabalhadores na fabricação de chocolate (b)



(a)



(b)

Fonte: Saberes Cruzados, 2012.

Em 1746, o cacau chega a região Sul Baiano, com sementes trazidas do Pará pelo Frances Louis Frédéric Varneaux, na região onde hoje se localiza o município de Canavieiras. Vale ressaltar que esta região, que viria a se constituir como região cacauaieira, era de posse, predominantemente dos espanhóis, sendo que os franceses entraram na disputa contra esta hegemonia, pelo segredo do fruto de ouro. A partir de Canavieiras, Rocha (2008), expõe que o cultivo do cacau se expandiu para o interior devido a disputas por melhores terras, decorrendo daí o surgimento de novas cidades. Contudo, seu cultivo atinge o apogeu tendo como palco os municípios baianos, Ilhéus e Itabuna, seus principais produtores.

Esta autora observa ainda que, inicialmente, a mata sofreu um recuo devido ao desmatamento para o cultivo do cacau; mais tarde passou a ser aproveitada por um modo de sistema agrícola denominado cabruca. Sistema este que se utiliza das árvores da mata como sombra para o cultivo do fruto preservando assim a vegetação natural da região e, ao mesmo tempo procura-se cultivar outras produções, ou seja, se aproveita as árvores

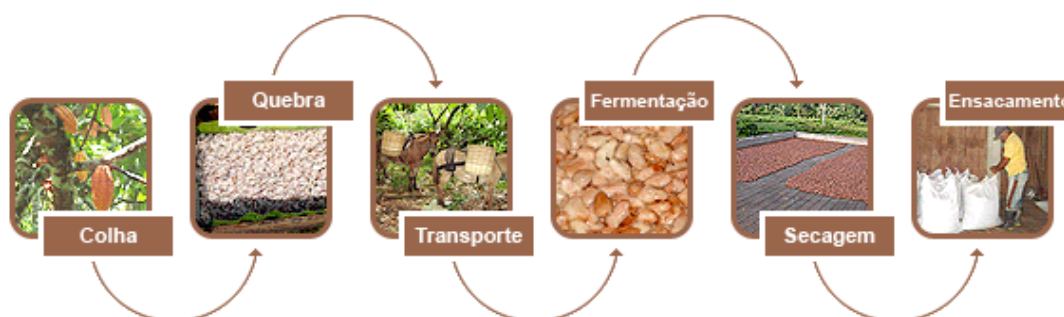
nativas, mas também buscando também o cultivo de outros frutos, que além de proporcionar o sombreio necessário ao cacau, resulta em outros lucros.

Da riqueza e opulência ofertadas pelo cultivo do cacau, surgiu nessa região a CEPLAC – Comissão Executiva do Plano da Lavoura Cacaueira –, órgão criado em 1957 para administrar toda essa economia vigente, que tem como função gerar pesquisas que otimizem o cultivo do cacau por meio da geração de novas tecnologias e levá-las aos produtores. Essa opulência é retratada por Rocha (2008, p. 15), quando afirma que “o cacau é um signo regional de grande expressão, por ter sido o produto agrícola mais importante do Sul da Bahia a ponto de constituir, geográfica e economicamente, em sua área de atuação, uma microrregião cacaueira”. Nascia assim uma região cuja identidade era determinada pelas relações em torno dos cacaueiros. O coronel, o jagunço, o caxixeiro, o contratista, o alugado, abordados em Rocha (2008), surgem como personagens próprios dessa região que davam significados de modo incisivo, tanto às relações como às propriedades que pouco a pouco iam se acumulando nas mãos de poucos – os coronéis.

Segundo Rocha (2008, p. 138), a respeito dos jagunços, “na região cacaueira do Sul da Bahia, a função destes homens é defender seu patrão, seja ele fazendeiro, grileiro, caxixeiro, coronel”, era, portanto, uma espécie de capanga que não temia as lutas necessárias nessa defesa. O caxixeiro era “um tipo de trapaceiro, fazedor de negócios escusos a fim de conseguir vantagens para si ou para outrem, o qual teve papel decisivo na expropriação de muitas terras da Região Cacaueira. Este personagem foi um precursor do grileiro de hoje” (ROCHA, 2008, p.140). O Contratista era uma espécie de lavrador que, por algum tempo, era incumbido de cuidar e produzir num pedaço de terra cedido pelo fazendeiro e na vigência do contrato, a safra era repartida igualmente (ROCHA, 2008). Por fim, o alugado era um homem contratado que “tanto podia executar tarefas na lavoura, na casa do coronel ou na defesa das propriedades legítimas ou não, eliminando possíveis invasores ou usurpadores, quando convinha ao seu chefe”. (ROCHA, 2008, p. 142).

Além dessas personagens, inúmeras ferramentas e instalações, entre elas, a caixa de cacau, compõe o processo de produção do cacau que vai desde a colheita até o ensacamento das amêndoas, que é a matéria prima para a produção do chocolate (Figura 4).

Figura 4. Processo de produção do cacau



Fonte: Disponível em: www.lajedodoouro.com.br

Neste processo de produção, após a colha, que corresponde à fase de colheita do fruto, tem-se a quebra, que se constitui como uma etapa no qual as amêndoas, juntamente

com sua polpa, são separadas da casca do cacau. Essa polpa então é transportada nas caixas de cacau ou em caçuás (cestos de bambu ou cipó) sobre o lombo dos burros em direção à fermentação. A fermentação acontece em grandes recipientes de madeira chamados coxos por aproximadamente 7 dias, nos quais as amêndoas são depositadas e sofrem importantes reações bioquímicas que vão colaborar para qualidade dessa amêndoa. Cumprido o período de fermentação, as amêndoas seguem para a secagem. Essa etapa se dá também em barcaças, exclusivamente com o uso da luz solar, podendo durar de oito a doze dias, a depender do tempo. Atingindo a umidade ideal, as amêndoas são ensacadas e seguem para transações comerciais.

A caixa de Cacau - etapas da quebra e transporte

Na abordagem do conhecimento matemático considerando o tempo histórico-cultural as produções que se efetivam em cada contexto podem ser representadas por bens, sejam eles imateriais ou materiais. Nessa direção, expõem Farias e Mendes (2014, p.20), que “a cultura material consiste em coisas materiais, bens tangíveis, incluindo instrumentos, artefatos e outros objetos, frutos da criação humana e resultantes de determinada tecnologia”. Dessa forma, consideramos a caixa de cacau, nosso objeto de análise, como um bem material na cultura cacaueira, e partiremos dessa premissa para identificarmos saber/fazer matemático nesta caixa elementos das dimensões da Etnomatemática, com vistas a considera-lo como uma prática sociocultural.

De acordo com Gramacho et al (1992), inicialmente a caixa de cacau era utilizada para outro fim, qual seja, transportar duas latas de querosene, sendo este combustível utilizado na iluminação das residências. Com o advento da cultura cacaueira, essa caixa passou a fazer parte das etapas da quebra e transporte do cacau mole, que é o cacau obtido após a quebra, até a barcaça (fase da fermentação), sendo utilizada para o controle do volume colhido e também como uma solução para a dificuldade de transporte, devido à estrutura da roça de cacau que não permite a circulação de máquinas grandes (Figura 5).

Figura 5. Roça de cacau e etapa da quebra



Fontes: Disponíveis em: <http://www.ceplac.gov.br/restrito/imgNot/201107/fazendacacau.JPG> e
<<http://economia.ig.com.br/empresas/2015-06-16/ministra-da-franca-prega-boicote-a-nutella.html>>

Refletindo sobre essa mudança de função da caixa de cacau, isto é, do transporte de querosene para a coleta e transporte das amêndoas de cacau, encontramos elementos que nos remete à dimensão cognitiva, uma vez que os sujeitos moldaram esse artefato a fim de ter

suas novas necessidades satisfeitas, reunindo experiências de situações anteriores incorporando um novo saber/fazer coletivo que se mantém de uma geração para outra, revelando-se assim como uma herança histórico-cultural. Nessa perspectiva, identificamos também elementos da dimensão histórica, ou melhor, a relação entre o saber/fazer e o momento histórico em que este é produzido.

Além disso, percebemos também o raciocínio elaborado pelos sujeitos envolvidos no uso dessas caixas, para adequação do artefato à roça de cacau, o que reflete um pensamento que considera a relação custo/benefício – por reutilizar um artefato e preservar ao mesmo tempo a própria roça, evitando desgaste do solo, por exemplo, e assim gastos com manutenção.

Vale ressaltar, que esse artefato, segundo Gramacho *et al.* (1992, p. 109), se constituiu como “uma medida de controle usada para aferir o rendimento da mão-de-obra, produção das roças e volume de cacau a ser colhido, em função da capacidade das instalações de fermentação e secagem existentes na propriedade”. Destas colocações, identificamos elementos da dimensão política, quando se observa que além do reaproveitamento das caixas, seu uso propiciava também a supervisão do grau de envolvimento do trabalhador com seu ofício, constituindo-se dessa forma, como uma medida também de controle do comportamento do mesmo. Nesse interim, pode-se pensar também nas condições de trabalho, na pressão sofrida por eles, nas horas de trabalho, etc, fruto de uma demanda local acentuada pela satisfação do mercado nacional e internacional do chocolate.

Com o uso dessas caixas para medir o cacau mole, percebeu-se que ela comportava uma quantidade desse cacau que correspondia a aproximadamente uma arroba (15kg) de cacau seco. Gramacho *et al.* (1992, p. 112), afirmam que “no decorrer do tempo surgiram alterações nas dimensões originais, criando os produtores, caixas de tamanhos variáveis. As de maior capacidade medem um volume de cacau mole que corresponde a 2 arrobas (30 kg) de cacau seco”.

Percebemos então que esse artefato era utilizado como medida de volume do cacau, em que o volume de cacau mole comportado pela caixa era mensurado a partir da quantidade de quilos (uma arroba, ou múltiplos de arroba), que se desejava obter de cacau seco. Nesse aspecto, as dimensões dessas caixas eram remodeladas de modo que houvesse várias opções para a relação entre o volume de cacau mole e a massa de cacau seco.

Ainda, como assevera Gramacho *et al.* (1992, p. 112), “estas medidas são amplamente utilizadas na cacauicultura baiana, existindo uma variação de nove modelos de caixas entre as mais empregadas”. Os autores informam ainda que essas medidas eram remodeladas a partir da quantidade de cacau que se deseja obter. Por exemplo, uma caixa de 50% é aquela com a qual se obtém, uma arroba de cacau seco, mais 50% do seu peso, ou seja, 7,5 kg. Isso significa que a referida caixa, comporta um volume de cacau mole que produzirá (15kg + 7,5kg), resultando num total de 22,5kg de cacau seco. Segue mais alguns exemplos, conforme imagem da Figura 6.

Com essas dimensões estabelecidas a caixa de cacau tornou-se uma medida padrão no contexto da região cacaueira para o controle quantitativo da produção, e que tanto a largura quanto o comprimento eram mantidos constantes enquanto a altura variava, de

modo que o volume de cacau mole a ser medido correspondesse ao peso de cacau seco desejado.

Figura 6. As dimensões da caixa e a relação volume de cacau mole/peso de cacau seco

Percentuais	Comprimento		Largura		Altura		Volume	Cacau seco
%	(a x b)		(a x b)		(a x b)		(m ³)	(kg)
20	0,50	x	0,40	x	0,22		0,0440	18,00
30	0,50	x	0,40	x	0,24		0,0480	19,50
40	0,50	x	0,40	x	0,256		0,0512	21,00
50	0,50	x	0,40	x	0,275		0,0550	22,50
60	0,50	x	0,40	x	0,29		0,0580	24,00
70	0,50	x	0,40	x	0,31		0,0620	25,50
80	0,50	x	0,40	x	0,33		0,0660	27,00
90	0,50	x	0,40	x	0,35		0,0700	28,50
respor: 100	0,50	x	0,40	x	0,365		0,0730	30,00

em de cada
fazenda, contribuíam também para a otimização do tempo, pois diminuíam as idas e voltas no carregamento das amêndoas, aumentando assim, a velocidade da produção.

É possível notar também, com base nas manipulações sofridas pela caixa ao longo do tempo, elementos da dimensão conceitual, uma vez que essas transformações demonstram que os sujeitos envolvidos extrapolaram o ‘aqui e agora’ para o ‘onde e quando’, num movimento de predição que objetiva atender maiores demandas, partindo de uma necessidade pontual, propondo assim novos modelos da caixa para atender quantidades distintas em demandas futuras.

Em relação à dimensão educacional, outro aspecto que deve ser considerado corresponde ao trabalho de difusão e/ou manutenção desse conhecimento pelos sujeitos do processo, pois além de se produzir conhecimento foi necessário o compartilhamento desse conhecimento entre todos os envolvidos. É nesse sentido que D’Ambrosio (2011), sugere a cultura de um grupo, como sendo a compatibilização do comportamento dos sujeitos em função do compartilhamento do conhecimento.

Refletindo sobre os elementos da dimensão epistemológica, ainda no que tange ao redimensionamento das caixas, observamos que além de responder a demandas diferentes, que correspondiam ao nível de produção de cada fazenda, contribuíam também para a otimização do tempo, pois diminuía as idas e voltas no carregamento das amêndoas, aumentando assim, a velocidade da produção.

Aliado a isso, se contemplarmos o uso padronizado das caixas, percebemos que há um padrão mais amplo e geral, mas observamos ainda, os padrões que se concretizam justamente pelas demandas específicas de cada fazenda, ou seja, embora o padrão geral fosse à utilização da caixa de cacau para colha e medida do volume das amêndoas, esse padrão se ramificava em outros padrões que refletiam as necessidades próprias de cada

roça. É aqui que aparece, a respeito da natureza intrínseca à espécie humana, o que afirma D'Ambrosio (2011, p. 32), “as ideias de comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar, aparecem como características”.

Considerações Finais

Verificamos na investigação do saber/fazer matemático presente na caixa de cacau, a partir das dimensões da Etnomatemática, que um conjunto de ações dos sujeitos envolvidos na produção do cacau, emergiu naturalmente para a busca de soluções visando atender tanto a demanda de medir o volume de cacau mole, como de transporte numa situação de cultivo denso, atribuindo assim uma nova função a esse artefato. Além disso, esses sujeitos, a partir de experiências anteriores, propuseram conhecimentos cada vez mais atualizados, quando determinaram diferentes dimensões para a caixa associando ao volume de cacau seco desejado, podendo atender o nível de produção de cada fazenda, otimizando o tempo e velocidade da produção.

Isso nos leva a pensar, que esse saber/fazer matemático, ou seja, esse conhecimento, presente na caixa de cacau, foi visto na sua dinâmica, como propõe D'Ambrosio (2011), uma vez que foi possível a partir das dimensões da Etnomatemática, investigar elementos presentes no processo de geração, organização intelectual e social, difusão desse conhecimento e o retorno ao meio social, rural.

Após essas considerações iniciais, nos sentimos amparados para responder a nossa questão de pesquisa, qual seja: Quais elementos das dimensões da Etnomatemática explicam o saber/fazer matemático visto na caixa de cacau, enquanto prática sociocultural?

Partindo do pressuposto, que entendemos como já dito, as práticas socioculturais como sendo um conjunto de ações de ações individuais ou coletivas que são intencionais por serem frutos das negociações entre os sujeitos quando agem sobre o meio, com objetivo de solucionar problemas, garantir sobrevivência, promover melhor organização social; verificamos no nosso estudo que todas essas características foram contempladas no conjunto de ações dos sujeitos envolvidos na produção do cacau, no que tange ao saber/fazer matemático presente na caixa de cacau, sendo assim inferimos que este saber/fazer se constitui como uma prática sociocultural.

Por fim, refletimos que este conhecimento matemático presente na caixa de cacau, pode enriquecer o currículo escolar da região cacaueira, por estar vinculado à realidade, por partir de situações localizadas no tempo, no espaço e na história, com uma legitimidade que favorece aos aprendizes e professores maiores e melhores possibilidades de atuação nesta região.

Referências

- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ed. Ática, 5. ed. 1998.
- _____. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade**. 4. ed, 1ª reimpressão. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2011.

- FARIAS, C. A.; MENDES, I. A. As culturas são as marcas das sociedades humanas. In: MENDES, I. A.; FARIAS, C. A. (Org.). **Práticas socioculturais e Educação Matemática**. 1ed. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2014, p. 15–48.
- GRAMACHO, I.C.P.; MAGNO, A.E.S.; MANDARINO, E.P.; MATOS, A. **Cultivo e beneficiamento do cacau na Bahia**. Ilhéus: CEPLAC, 1992.
- HEINE, M. L. **Jorge Amado e os Coronéis do Cacau**. Ilhéus: Ed. Editus, 2004.
- MIGUEL, A. Percursos Indisciplinados na Atividade de Pesquisa em História (da Educação Matemática): entre jogos discursivos como práticas e práticas como jogos discursivos. **Bolema**, Rio Claro, v. 23, n. 35A, p. 1-57, abr. 2010.
- NASCIMENTO, D. M. do. **Metodologia do trabalho científico**: teoria e prática. Rio de Janeiro: Forense, 2002.
- RADFORD, L. Cultura e cognição por uma antropologia do pensamento matemático. In: RADFORD, L. **Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia**. Ed: Livraria da Física. Sp, 2011, p. 259-309.
- _____. Cultura e historia: dos conceptos difíciles y controversiales en las aproximaciones contemporáneas em la educación matemática. In: MENDES, I. A.; FARIAS, C. A. (Org). **Práticas socioculturais e Educação matemática**. 1. ed. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2014, p. 49- 68.
- ROCHA, L. B. **A região cacaueira da Bahia– dos Coronéis à Vassoura-de- Bruxa**: Saga, Percepção, Representação. Ilhéus: Ed. Editus, 2008.

Washington Santos Carneiro

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC/BA/Brasil

E-mail: washmat7@hotmail.com

Aida Carvalho Vita

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC/BA/Brasil

E-mail: aida2009vita@gmail.com

Verônica Yumi Kataoka

Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC/BA/Brasil

E-mail: veronicayumi@terra.com.br

A história do movimento das Feiras de Matemática no estado da Bahia: algumas considerações

The history of the Math Fairs movement in the state of Bahia: some considerations

Alayde Ferreira dos Santos

Universidade do Estado da Bahia – UNEB/BA – Brasil

RESUMO

Neste artigo é apresentado um relato histórico das Feiras de Matemática no Estado da Bahia, projeto de extensão, desenvolvido pela Universidade do Estado da Bahia– UNEB. Nele são abordadas, a implantação, estruturação e execução, representando um movimento de dez anos com efetiva participação de professores e alunos da Educação Básica. Destaca-se que as Feiras de Matemática se apresentam como contribuinte para a Educação Matemática Baiana, por se constituir num cenário investigativo do conhecimento matemático. Este estudo tem como finalidade apresentar as Feiras Baianas de Matemática numa perspectiva formativa para os professores que ensinam matemática e que dela participam como orientador.

Palavras-chave: Feira de Matemática. História. Projetos. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This paper brings a historic report about Math Fairs in Bahia State, which is an extension project developed by the University of Bahia State - UNEB. Here it is discussed about the development, structure and implementation, representing a ten-year movement of effective participation of teachers and students from basic school. It is highlighted that Math Fairs contribute to mathematic education in Bahia, being a researchable scene of math knowledge. This study aims to present Baiana Math Fairs through a formative perspective to teachers who teach math and take part into the fairs as supervisors.

Keywords: Math Fair. History. Projects. Math teaching.

Introdução

A Educação Matemática no Estado da Bahia, através da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Regional Bahia - SBEM-BA tem uma história no desenvolvimento de eventos, a exemplo dos Encontros Baianos de Educação Matemática, agora na décima sexta edição; o Fórum Baiano das Licenciaturas em Matemática, na sua quarta edição. Além desses eventos, a SBEM-BA sediou, em 2010, o Décimo Encontro Nacional de Educação Matemática – X ENEM.

A SBEM-BA vem atuando desde a década de noventa e atualmente se organiza em treze núcleos, fincados nos cursos de Licenciatura em Matemática, nas instituições de ensino superior, espalhados no interior da Bahia. Os núcleos estão distribuídos nas seguintes regiões do estado: Salvador (Região Metropolitana), Barreiras e Luís Eduardo Magalhães (Região Oeste), Vitória da Conquista e Jequié (Sudoeste Baiano), Senhor do Bonfim (Região Norte), Ilhéus e Itabuna (Região Cacaueira), Paulo Afonso (Região do

Semiárido), Feira de Santana (Região Feirense), Vale do Jiquiriçá (Região do Recôncavo Baiano), Teixeira de Freitas (Região Extremo Sul), **Caetitê** (Região Centro Oeste Baiano), **Alagoinhas** (Região Nordeste Baiano) e **Eunápolis** (Região Extremo Sul).

A participação de educadores, como coordenadores e membros desses núcleos, traz uma multicapilaridade de ações e abrangência que faz da SBEM –BA uma entidade que potencializa a formação de professores de matemática em nosso Estado. Neste sentido, os espaços que são criados e a efetiva participação dos núcleos fazem com que o projeto das Feiras de Matemática, evento que envolve professores e alunos da Educação Básica e do Ensino Superior, seja desenvolvido em toda a Bahia.

A iniciativa de organizar eventos dessa natureza no Estado tem o propósito de criar espaços de comunicação e intercâmbio entre os professores que ensinam Matemática em todos os níveis escolares. Trata-se de uma ação de muita ênfase na comunidade de professores do estado, pois esses podem socializar seus estudos e experiências, bem como tomar conhecimento de trabalhos desenvolvidos por colegas e pesquisadores, o que acaba corroborando, em última instância, por potencializar a prática pedagógica daqueles que ensinam Matemática. Com isso, o Projeto das Feiras de Matemática faz parte desse movimento porque não surge num contexto de meras exposições, mas transcende esse olhar, ao se considerar um trabalho produzido em sala de aula e experimentado em todo o ano letivo, nas escolas das redes públicas de ensino. Além disso, as Feiras são motivadoras para o trabalho de pesquisa e de qualidade do ensino de Matemática.

Assim, a presente reflexão visa apresentar o histórico das Feiras de Matemática, falando sobre o planejamento, a execução e o atual desenvolvimento dessa proposta, e apresentar os parceiros envolvidos para a sua expansão, mostrando os resultados e impactos que essa experiência está trazendo para o estado da Bahia. Serão abordados: a história das Feiras na Bahia, com a apresentação do núcleo responsável pela sua execução, com suas ações e objetivos, bem como os parceiros que fazem a diferença para a sua expansão; os aspectos teórico-metodológicos que sustentam as Feiras de Matemática, sua organização e sistematização e, os resultados parciais sobre os impactos da Feira na Educação Básica.

1. A história de um movimento significativo na Bahia

O histórico das Feiras de Matemática na Bahia tem dois momentos, o primeiro, considerando as cinco primeiras edições, correspondeu ao lançamento da proposta da Feira e a capacitação de professores da rede estadual e municipal de ensino pelo Núcleo de Educação Matemática - NEMAT, até então, apenas com o apoio da Universidade do Estado da Bahia – UNEB, através do Departamento de Educação – Campus VII e da Pró-Reitoria de Graduação. Neste primeiro momento também concorremos a editais da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia – FAPESB.

No segundo momento, a partir de sua sexta edição, contamos com a colaboração de Secretarias Municipais de Educação, a exemplo do Município de Valente, e, em especial, a Secretaria de Educação do Estado da Bahia, através do Instituto Anísio Teixeira, que possibilitaram uma nova visibilidade às Feiras de Matemática no Estado.

1.1.O Núcleo de Educação Matemática – NEMAT

Não podemos apresentar as Feiras de Matemática sem antes falar do NUPEM – Sertão, mais conhecido como NEMAT (Núcleo de Educação Matemática) que iniciou suas atividades no ano de 2006. A sua criação justificou-se, pelo fato de que, o Departamento de Educação – Campus VII da Universidade do Estado da Bahia – UNEB, possui um curso de Licenciatura em Matemática com 30 (trinta) anos de existência, colaborando para a formação continuada de professores, com a oferta de um Curso de Especialização *lato-sensu* em Matemática, duas turmas de Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática e uma turma de Especialização em Matemática Aplicada, e a segunda turma com previsão para junho de 2016, abrangendo a todo o Território Norte do Itapicuru. O tripé sobre o qual o Núcleo está construído é o de ação - reflexão - ação, considerando que as ações – grupos de estudos, eventos, investigações – culminam em reflexões que geram ações que contribuem para a superação de dificuldades de ensino e aprendizagem na área de matemática, além da produção de material alternativo para as aulas de matemática.

O Núcleo promove estudos de temas que subsidiam o ensino, a aprendizagem e a pesquisa em Educação Matemática; desenvolve pesquisas diagnósticas sobre problemas de ensino-aprendizagem e a realidade do ensino no semiárido baiano, e promove a formação continuada dos professores de matemática através da organização de seminários, semanas de estudos, jornadas, oficinas e grupos de trabalho.

Dentre suas atividades, o NEMAT procura conhecer e compreender os principais problemas no ensino e na aprendizagem da Matemática, bem como produzir materiais, sequências didáticas e bibliografia que auxiliem o professor na sala de aula, socializando o conhecimento produzido com a comunidade escolar. Exemplo disso foi a pesquisa realizada em parceria com os demais Núcleos da SBEM-BA, intitulado Projeto de Estruturas Aditivas – PEA, que como resultados, apresentou à comunidade em geral cartilhas sobre o tema oriundas das discussões e trabalho colaborativo com professores da Educação Básica, que posteriormente foram distribuídas para as escolas.

No presente momento, está em desenvolvimento uma pesquisa sobre as Estruturas Multiplicativas, também em parceria com outros cinco núcleos da SBEM-BA, que tem como um dos objetivos principais investigar a prática dos professores no ensino das Estruturas Multiplicativas e contribuir com a socialização, divulgação e implementação da pesquisa científica em escolas públicas do Estado da Bahia.

Dessa forma, o NEMAT vem dando sua parcela de contribuição, tanto na parte de formação de professores continuada da Educação Básica, como na busca de alternativas para a qualidade do ensino e da aprendizagem de Matemática na região.

1.2 O NEMAT e as Feiras Baianas de Matemática

As Feiras de Matemática se trata de uma proposta desenvolvida no Estado de Santa Catarina há trinta e dois anos. A percepção das “Feiras de Matemática” como espaço de socialização inovador na área de Educação Matemática levou à sua extensão para o Estado da Bahia, por meio de uma parceria entre a Universidade do Estado da Bahia e a Fundação Universidade Regional de Blumenau, com assinatura de um convênio de cooperação técnico-científico em 2006, e a efetiva colaboração da Comissão Permanente das Feiras de Matemática daquele estado, para que tudo pudesse acontecer.

O lançamento da proposta de implantação no Estado da Bahia ocorreu no mesmo ano da assinatura do convênio, no Departamento de Educação – Campus VII da Universidade do Estado da Bahia, em Senhor do Bonfim – BA (Figura 1), através do Núcleo de Educação Matemática. Naquela ocasião, trezentos professores que trabalhavam em todas as categorias da Educação Básica, oriundos de nove cidades daquela região, participaram de uma formação sobre Feiras de Matemática com os temas: Organização e Execução de Feiras de Matemática; Avaliação de Trabalhos; Orientação e Elaboração de Projetos e Modalidades e Categorias.

Começava ali uma proposta de práticas inovadoras para o ensino de Matemática de forma a levar à construção projetos desenvolvidos em sala de aula para a socialização e interação entre os diversos seguimentos das unidades escolares. A partir daí, a proposta teve continuidade e passou a realizar essa prática anualmente.



Figura 1. Lançamento da proposta das Feiras de Matemática em 2006
Fonte: Núcleo de Educação Matemática – NEMAT

Neste evento das Feiras de Matemática, as atividades de sala de aula são entendidas e praticadas como aquisição de capacidades que permitem aperfeiçoar, de forma dinâmica, o modo de ensinar a Matemática, não no sentido de acumulação conceitual e mecânica de dados e conhecimentos, mas como uma forma diferenciada de apresentá-la e desenvolvê-la com os alunos, através de novas estratégias de ensino e de aprendizagem. “A Feira de Matemática deve permitir a exibição, ao público externo, das atividades matemáticas empreendidas normalmente dentro ou fora da sala de aula, pelo público interno da Escola” (FLORIANI; ZERMIANI, 2006, p.13).

O Projeto Feiras de Matemática é baseado no dinamismo de novas formas de fazer o ensino de matemática e visto como um passo rumo às novas mudanças na transformação do ato pedagógico na sala de aula. Trata-se de um evento de natureza didático-científica com “propósito de transformar as atividades escolares em verdadeiros laboratórios vivos de aprendizagem científica, co-participada pela comunidade, desta forma não elitizando a matemática” (ABREU, 1996, p. 4).

Com a implementação deste projeto tínhamos a pretensão de dar destaque na construção, reconstrução e socialização dos conhecimentos científicos, pelo coletivo de

alunos e professores, junto à comunidade e no cenário da educação baiana. ABREU (1996) expressa-se sobre o tema:

A Feira de Matemática é entendida como uma extensão do trabalho realizado em sala de aula pelo coletivo dos alunos e professores e não como um momento de apresentação de trabalhos isolados, realizados por aqueles que se destacam em Matemática, prática adotada em muitos eventos científicos promovidos por Escolas e Universidades. Amplia-se, desta forma, o espaço para a discussão sobre Educação Matemática, sobre compromisso político do professor desta disciplina, que entende que o conhecimento necessário para dominar as técnicas e os métodos exigidos pela sociedade tecnológica, constitui a base fundamental de um nível de saber, não deve pertencer a uma minoria (ABREU, 1996, p. 5)

A Bahia, em consonância com o conceito e a operacionalização do movimento em Santa Catarina, considerando que “a ideia de Feira de Matemática adveio... de Feira de Ciências como mostra de projetos de pesquisas desenvolvidos por estudantes” (BIEMBENGUT e ZERMIANI, 2014, p. 45), mantém seus objetivos iniciais, enfatizando, conforme Zermiani (2010, p. 19), três deles: “i) Promover o intercâmbio de experiências pedagógicas; ii) Contribuir para a inovação de metodologias no ensino da matemática; e iii) Transformar a Matemática em ciência construída pelo aluno e mediada pelo professor”.

Dessa forma, as Feiras de Matemática, na sua décima primeira edição, são o foco maior do NEMAT, as três primeiras envolvendo só a microrregião de Senhor do Bonfim e as demais outros territórios do Estado da Bahia. Em 2009, com a ajuda do Núcleo de Ilhéus a proposta chegou a Camacan, cidade que está localizada no Sul da Bahia, distante mais de 300km da região Norte e em Jacobina que fica a mais de 100km de onde está a sede do núcleo responsável pelas Feiras. Estas ações enriqueceram a efetivação da proposta e atingiram um número maior de professores, motivando, divulgando e melhorando o ensino de Matemática dos envolvidos.

Devido à realização das feiras e atuações do NEMAT, a Bahia participou em julho de 2010 na cidade de Blumenau - SC da I Feira Nacional de Matemática com a apresentação de dez trabalhos envolvendo as categorias de Educação Especial, Educação Infantil, Ensino Fundamental dos Anos Iniciais e dos Anos Finais, Ensino Médio, Educação Superior e Professor. Em julho de 2013 a Bahia foi representada na II Feira Nacional de Matemática em Brusque, Santa Catarina com dez trabalhos nas mesmas categorias (Figura 2).



Figura 2: Estudantes da Bahia na I FNMat e na II FNMat, respectivamente.

Fonte: Núcleo de Educação Matemática – NEMAT

Nesse mesmo ano, a Bahia teve dois trabalhos selecionados e apresentados na Conferência Internacional de Modelagem e Aplicações Matemáticas no Ensino, 16ª ICTMA, em Blumenau – SC, intitulados: A Matemática na correnteza das águas do Velho Chico, trabalho do Ensino Fundamental – Anos Finais do município de Senhor do Bonfim e Tecendo Fios de Matemática e Literatura de Cordel, através da Modelagem Matemática, trabalho desenvolvido por alunos do Ensino Médio do município de Valente (Figura 3).



Figura 3: Alunas representantes da Bahia, orientadora do projeto, idealizador das Feiras de Matemática de SC e a coordenadora das Feiras de Matemática na BA.

Fonte: Núcleo de Educação Matemática – NEMAT

A participação da Bahia nesses eventos nacionais é graças ao desenvolvimento das Feiras estaduais realizadas a cada ano. O quadro abaixo apresenta uma síntese das cidades e trabalhos apresentados nas edições das Feiras de Matemática no estado, desde a sua primeira edição até a décima. No ano de 2015 foram realizadas duas edições da Feira Baiana porque em 2014 a Universidade não dispôs de recursos para a realização do evento, considerando as suas especificidades.

Quadro 1: Edições das Feiras de Matemática no Estado da Bahia

EDIÇÃO	ANO	CIDADE	TRABALHOS
I	2006	Senhor do Bonfim	37
II	2007	Campo Formoso	43
III	2008	Senhor do Bonfim	35
IV	2009	Jacobina	52
V	2010	Senhor do Bonfim	39
VI	2011	Valente	45
VII	2012	Salvador	76
VIII	2013	Salvador	70
IX	2015 (junho)	Senhor do Bonfim	48
X	2015 (novembro)	Salvador	60

Fonte: Anais das Edições das Feiras Baianas de Matemática – NEMAT

Em 2013, em Rio do Sul – SC aconteceu o V Seminário Nacional de Avaliação e Gestão das Feiras de Matemática com a presença de professores de Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia de vários Estados da Federação, o que seria o marco para o início da expansão das Feiras a nível nacional. Em assembleia deliberativa desse Seminário, a Bahia foi escolhida para sediar a terceira edição da Feira Nacional de Matemática. O que para nós foi motivo de orgulho e também de preocupação devido a importância e responsabilidade que era assumir esse propósito.

O NEMAT assumiu a organização da III Feira Nacional de Matemática que aconteceria em setembro de 2014 em Salvador – BA. Foi elaborada uma proposta de projeto para o evento e encaminhado ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, concorrendo ao Edital Nº 043/2013 com o objetivo de conseguir recursos financeiros para a gestão e logística do evento. Vale ressaltar que os alunos e professores que participam da Feira de Matemática têm as suas despesas com alimentação e hospedagem/alojamento, custeadas pelo próprio evento. E, para nossa alegria, a proposta foi aprovada e com isso foi possível realizar o evento que na oportunidade foram apresentados 156 trabalhos e a representação de 13 Estados da Federação (Figura 4). A Bahia, através da Universidade do Estado da Bahia, mostrou que está disposta a continuar com a prática do desenvolvimento das Feiras de Matemática, dando total apoio para sua expansão e organização.



Figura 4: III Feira Nacional de Matemática, Salvador - 2014.

Fonte: Núcleo de Educação Matemática - NEMAT

A cada ano, o número de municípios, de escolas, professores e alunos envolvidos nas feiras aumentam consideravelmente, levando a Bahia a estar sempre presente nas edições nacionais. E, mais uma vez através do NEMAT, a Bahia teve participação na IV Feira Nacional de Matemática, em Brusque – SC, em julho de 2015, com a apresentação de 14 trabalhos, envolvendo todas as categorias de ensino. Também em 2015, participou da Feira Brasileira de Ciências e Engenharia - FEBRACE 13 – USP – SP, com dois trabalhos do Ensino Médio, e em 2016, com um trabalho do Ensino Médio na FEBRACE 14 (Figura 5).



Figura 05: Estudantes representando a Bahia na IV FNMat 2015, FEBRACE 2015 e FEBRACE 2016, respectivamente.
Fonte: Núcleo de Educação Matemática – NEMAT

O estímulo para a continuidade dessa participação da Bahia se dará por uma estratégia de continuidade de organização de feiras de Matemática, tanto a nível municipal e estadual, como a nível nacional, que, através das iniciativas já existentes no âmbito da Universidade do Estado da Bahia, das parcerias existentes e da articulação e participação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, tanto a Regional Bahia como a SBEM Nacional, se constitui efetivamente como um locus de produção científica para a qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática. Prova disso é que, mais uma vez, a Bahia sediará em setembro de 2016 a quinta edição da Feira Nacional de Matemática.

2. As Feiras de Matemática e os parceiros de caminhada

A mesma história que aconteceu no estado de Santa Catarina está acontecendo no Estado da Bahia em relação às Feiras de Matemática, por mostrar-se como um movimento consolidado contando com a participação efetiva de educadores matemáticos preocupados com a melhoria do ensino e da aprendizagem da matemática. A UNEB firmou em 2013 um convênio com a Secretaria de Educação do Estado, através do Instituto Anísio Teixeira – IAT com o objetivo de expandir o movimento e atingir um número expressivo de educadores matemáticos.

A feira acontecia com a colaboração de alguns professores da UNEB e outros professores da Educação Básica, dos municípios e do Estado. O Instituto Anísio Teixeira – IAT, órgão em regime especial da administração direta da Secretaria Estadual de Educação da Bahia, tem por finalidade planejar e coordenar estudos e projetos referentes a ensino,

pesquisa, experimentações educacionais e qualificação de recursos humanos na área de educação. A diretoria do IAT e a equipe de execução das feiras organizaram um curso de formação para os professores da rede municipal e estadual de ensino denominado *Curso para a Prática da Iniciação Científica*, onde, através de vídeo conferência, e utilização de salas de NTE (Núcleos de Tecnologia Educacional) que estão espalhados em todos os territórios baianos, pode-se atingir mais de 450 professores de diversas regiões do Estado. Segundo Santos e Angelim (2015) nesse curso ministrado foram abordados principalmente temas sobre Gestão e Organização de uma Feira, baseado em Zermiani e Breuckman (2008), Sieves, Silva e Bertoldi (2004) e Floriani (2000), quando chamam a atenção que, para a organização de qualquer Feira de Matemática, é importante que haja um vínculo entre o sistema escolar e a comunidade, desde o processo de construção de trabalhos até sua organização. Além disso, foi apresentada e discutida a organização de uma Feira nas seguintes etapas: planejamento; preparo; operacionalização e a análise pós-evento (*feedback*). Além desse, outros momentos já foram disponibilizados com esse objetivo, utilizando esses espaços para falar sobre as Feiras de Matemática, atingindo, assim, sempre novos atores para fazerem parte.

O motivo de oferecer esses cursos é porque entendemos ser o professor o principal impulsionador para o uso de novas metodologias e estratégias de ação que possibilitem a construção e efetivação de novos conhecimentos. E o entendimento do mesmo sobre a importância que a matemática tem como ciência, só reforça a necessidade de sua valorização e o incentivo de novas formas de produção do seu conhecimento. Sendo assim, o mesmo apresentou aos professores de Matemática, subsídios para o desenvolvimento de projetos práticos em sala de aula e com significados para seus alunos.

Com as Feiras de Matemática, estamos apresentando aos professores uma discussão sobre seu papel, sobre o que é ensinar e como aprender, pois, a partir daí, é possível construir conhecimentos e, sobretudo, fazer uma reflexão de sua prática em matemática, passando a serem mediadores do processo ensino-aprendizagem com uma pedagogia centrada no aluno como agente do seu próprio desenvolvimento. Passam a dar destaque à construção, reconstrução e socialização dos conhecimentos científicos, pelo coletivo de alunos e professores, junto à comunidade e no cenário da educação baiana.

Através do Instituto Anísio Teixeira – IAT a organização do evento passou a ter o apoio financeiro necessário para sua execução e estrutura logística. A organização acadêmica, o processo de inscrição dos trabalhos e a avaliação, continuam a cargo da coordenação geral com sede na UNEB. Contamos também, desde 2012, com a colaboração dos Núcleos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – Regional BA, que vem fazendo um excelente trabalho na Educação Matemática Baiana. E com este projeto, em especial, estão contribuindo para amenizar o fracasso do ensino de matemática, sendo coerente em seu espírito de gerar oportunidades de aperfeiçoamento dos docentes desta área do conhecimento. Dos treze núcleos espalhados pelos territórios baianos, cinco já realizaram feiras escolares e municipais, ajudando na orientação de trabalhos e no processo de avaliação durante a realização da Feira Estadual. As Feiras de Matemática, nesses dez anos, com a colaboração desses parceiros, alcançaram grande parte do Estado da Bahia, tendo cinco municípios sediado o evento (no mapa em amarelo) e outros mais de cinquenta municípios participantes ativos (no mapa em vermelho) (Figura 7).

3. A Metodologia de organização das Feiras de Matemática

As Feiras de Matemática surgiram das inquietações em relação à Matemática Escolar e Acadêmica, seu ensino e sua aprendizagem, explicitadas nos momentos de formação de professores, nos debates acadêmicos, nos eventos científicos, nas horas de coordenação e atuação direta na escola. Desde o seu desenvolvimento, há trinta e dois anos, houve uma vasta dedicação para a promoção, a construção e a divulgação dos conhecimentos matemáticos que foram produzidos para socialização nos espaços onde as feiras aconteciam.

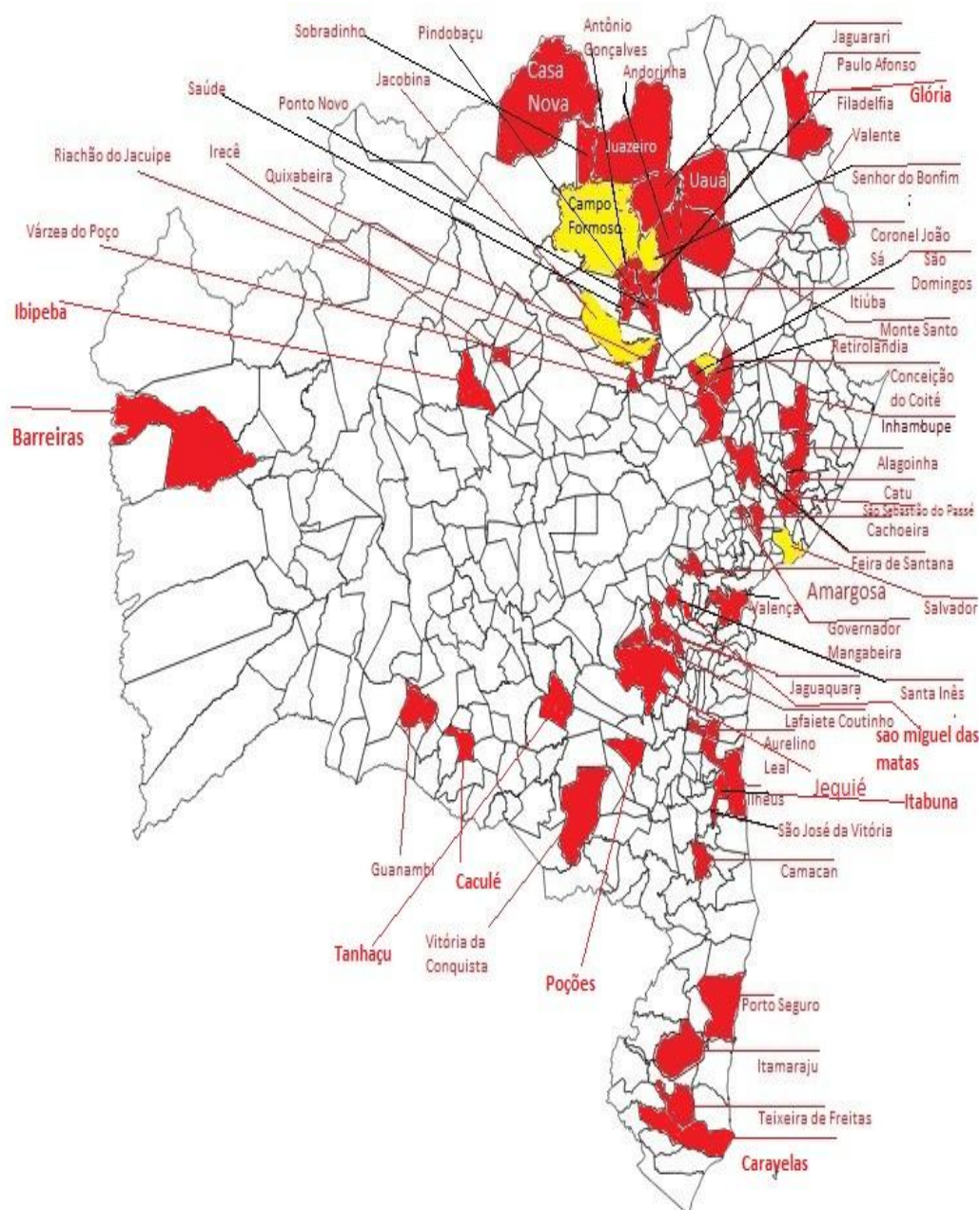


Figura 7: Atuação das Feiras de Matemática no Estado da Bahia.
Fonte: Núcleo de Educação Matemática – NEMAT – UNEB

As Feiras Baianas de Matemática (FBM) fazem parte de um Projeto de Extensão do Departamento de Educação – Campus VII da Universidade do Estado da Bahia – UNEB que possui 24 *campi* espalhados pelas diversas regiões do Estado da Bahia. Desses, seis *campi* oferecem Licenciatura em Matemática, responsabilizando-se pela formação de um número significativo de professores que ensinarão Matemática. Considerando a dimensão dessa responsabilidade, Lorenzato (2010, p. 10) afirma ser impossível pensar em um curso de formação de professores de Matemática sem a abordagem da efetiva utilização dos recursos de ensino.

Conforme Oliveira e Dallmann (2004, p. 86),

Este movimento, afinado com os princípios e objetivos da Educação Matemática, valoriza o trabalho de investigação, motivando o aluno e o professor a pesquisarem em Matemática, o que é fundamental para a educação voltada para a autonomia do sujeito. Além do caráter investigativo, as feiras buscam promover aprendizagem de forma contextualizada.

Uma Feira de Matemática é um evento educacional, científico e tecnológico, cuja organização não é um processo que ocorre de forma linear, fechada e fixa, uma vez que estas são realizadas primeiramente nas unidades escolares, seguindo nas demais instâncias municipal, regional e estadual, com os trabalhos de maior destaque e indicados para exposição nas Feiras subsequentes. Além disso, a nível nacional as feiras já estão na quarta edição, mostrando dessa forma que esse movimento não acontece apenas na Bahia e em Santa Catarina, mas já contagiou outros estados que já estão realizando suas feiras para posteriormente participarem da nacional. A seleção dos trabalhos de todas essas etapas é realizada por comissões de avaliação específicas, através de critérios previamente definidos e aprovados pelo comitê científico.

As Feiras de Matemática durante esses dez anos no Estado da Bahia tiveram como proposta primordial tornarem-se um espaço onde professores e alunos, de todos os níveis de ensino, de diferentes instituições e segmentos, envolvidos em práticas inovadoras de sala de aula, pudessem apresentá-las e discuti-las. Assim, nesse contexto, enfatizamos a relevância da interação social a partir “da diversificação de experiências de nossos alunos para que se promova uma reflexão individual e coletiva, permitindo aos estudantes criar situações novas e pensar matematicamente” (CARVALHO, 2010, p. 28), incentivando outros professores a procederem. Dessa forma, em sua prática pedagógica.

As FBM são pensadas como propostas estratégicas e inovadoras para integrar os cursos de Licenciatura de Matemática da Instituição, fazendo parte não apenas da extensão, mas do ensino e pesquisa. Por isso a importância das FBMs, bem como de uma avaliação e discussão de sua significação para a formação do professor que ensina Matemática, por promover a reflexão e a (re)significação de suas ações.

Nas Feiras de Matemática, o professor tem o papel de mediador em, dessa forma, pode pesquisar e fazer seu aluno pesquisar também. É responsável em tentar fazer do aluno um produtor-expositor para que possa tornar-se sujeito de sua aprendizagem, mostrando ao público sua pesquisa, seus desafios, e principalmente, a aquisição de novos conhecimentos e a construção de sua aprendizagem. E da experiência de apresentar seu trabalho em uma feira escolar, depois municipal, estadual e nacional, o aluno se mostra cada vez mais

experiente e dono do conhecimento que está expondo. Isso faz dessa dinâmica uma Rede de Feiras de Matemática que, segundo Biembengut & Zermiani,

...a essência encontra-se no entrelaçamento das ideias, nos resultados advindos de estudos e experiências das aulas regulares, no espaço escolar e, especialmente, na comunhão entre todos os envolvidos, favorecendo a Educação Matemática, em particular, e a Educação em geral (BIEMBENGUT & ZERMIANI, 2014, p. 47).

Conforme os documentos legais de constituição das Feiras de Matemática, é possível apreender que, diferente de outros eventos, a Feira abre portas para os interessados de todas as redes de ensino: particular, municipal, estadual e federal. Caracteriza-se como um movimento que possui uma Comissão Permanente das Feiras de Matemática que “tem o papel de garantir o princípio público, de participação e discussão coletiva, de cooperação e integrador das Feiras de Matemática, que garante a participação dos trabalhos de todas as categorias representativas do Ensino e da comunidade” (OLIVEIRA, et al, 2013). É essa Comissão que em reuniões periódicas coordenam a organização das edições que acontecem, sempre em caráter de decidir e respeitar as decisões deliberativas dos Seminários de Avaliação das Feiras de Matemática.

As FBM, ao garantir a promoção da troca de experiências, a contribuição para a inovação metodológica nas práticas de ensino de matemática, a transformação da matemática em matemática escolar construída pelo estudante e mediada pelo docente e, a promoção da matemática interativa com as outras áreas do saber, traz em sua identidade, uma proposta profícua e inovadora quanto à constituição do saber/fazer matemática na escola, podendo permitir um amplo rol de atuação nas relações epistemológicas e metodológicas dos processos de ensino e de aprendizagem, em matemática, com variadas implicações para a sala de aula numa perspectiva formativa compartilhada.

A Comissão Permanente do Projeto de Feiras de Matemática no Estado da Bahia realiza anualmente, discussões sobre a efetivação do projeto e realização do evento no sentido de analisar os seguintes pontos: Flexibilidade curricular das escolas envolvidas na Feira; Receptividade dos estudantes, professores e dirigentes educacionais da proposta do curso sobre a Feira de Matemática; Facilidades e entraves institucionais quanto à participação e organização do projeto; Sistemática de inscrição, orientação e avaliação de trabalhos na Feira, em seus níveis de abrangência e Integração entre os diversos graus de ensino durante o desenvolvimento do projeto. Após as discussões é elaborado um relatório, feito pela coordenação geral, no sentido de apontar os resultados obtidos com a execução.

4. As Feiras Baianas de Matemática e alguns resultados

Durante esses dez anos no Estado da Bahia, as Feiras de Matemática tiveram como proposta primordial tornarem-se um espaço onde professores, de todos os níveis de ensino, que tivessem práticas inovadoras para o ensino da Matemática em suas salas de aula pudessem apresentá-la e discuti-las, como também, alunos de diferentes instituições e segmentos, interagirem no objetivo de socializarem conhecimentos de matemática.

Tal iniciativa visava incentivar outros professores a procederem dessa forma em sua prática pedagógica. Já foram realizadas dez edições da Feira Baiana com trabalhos das categorias de educação infantil, ensino fundamental dos anos iniciais e finais, ensino médio, ensino superior e educação especial. Com estas categorias, “consegue-se uma abrangência educacional significativa, uma vez que, o acesso de educadores e educandos para mostrar o resultado de sua pesquisa é oportunizado” (SIEVES, SILVA EBERTOLDI, 2004, p. 124).

A Feira Baiana de Matemática nesse período de existência apresentou e socializou práticas “diferenciadas” sobre o ensino de Matemática nos diversos níveis de ensino. Abaixo, temos exemplos de trabalhos expostos em três edições (Figura 6), sendo o da primeira imagem da categoria professor, da segunda imagem do ensino fundamental I e a terceira do ensino fundamental II.



Figura 6: Trabalhos apresentados na I FBM, na VI FBM e na VIII FBM, respectivamente.

Fonte: Núcleo de Educação Matemática – NEMAT

A Bahia segue as mesmas orientações de Santa Catarina sobre quais os tipos de trabalhos que podem ser apresentados. Os projetos das feiras devem ser estruturados e atender a diferentes modalidades dando ênfase ao conteúdo matemático, conforme segue:

Neste quesito, o trabalho deve apresentar clareza e objetividade nas definições e nos conceitos científicos essenciais empregados bem como, estar enquadrados na Modalidade em que se inscreveu. As modalidades são Matemática Aplicada e Inter-relação com Outras Disciplinas, Matemática Pura e Materiais e/ou Jogos Didáticos, sendo que cada uma possui características particulares. (Anais da XVIII Feira Catarinense de Matemática, 2002, p. 146, *apud* GAUER, 2004, p 49).

O que se pode depreender é que a instituição das Feiras Baianas de Matemática constitui-se numa política pública voltada totalmente para os processos de ensino, aprendizagem e avaliação, propondo um novo caminho do fazer matemático na sala de aula, desde a educação infantil à Universidade. A mesma lança mão, na prática, de situações didáticas e adidáticas, práticas laboratoriais em matemática, tarefas-atividades de manipulação estrutural, como exemplos, usadas nas construções geométricas, nas estruturas aditivas e multiplicativas, problemas investigativos do cotidiano da comunidade-região e apropriação de conceitos matemáticos, em sua perspectiva concreta também diante de um repertório individual e coletivo do fazer matemático (MENDES, 2001).

A organização das Feiras é um processo, onde as necessidades de mudanças são discutidas continuamente e coletivamente nas assembleias, o que leva a termos o Movimento das Feiras de Matemática. O que garante esse movimento e a ocorrência em forma de rede é a Comissão Permanente das Feiras de Matemática que “tem o papel de garantir o princípio público, de participação e discussão coletiva, de cooperação e integrador das Feiras de Matemática, que garante a participação dos trabalhos de todas as categorias representativas do Ensino e da comunidade” (OLIVEIRA *et al.*, 2013). É um evento que quebra a hegemonia da competição, da decisão local, dos encaminhamentos fragmentados e apresenta parcialmente como está a construção do conhecimento matemática no ‘chão da escola’.

Desde a sua implantação no Estado, todos os anos, novos professores são chamados a participarem e desenvolver projetos em suas salas para apresentarem na feira. Esse projeto só é possível com essa participação de professores da Educação Básica, engajados e comprometidos com a sua prática pedagógica. Sem eles nada seria possível, pois a universidade sozinha não conseguiria atingir todos os níveis de ensino de uma forma tão dinâmica e prática. Para tanto,

(...) acreditamos que, de acordo com o nível de complexidade do conhecimento a ser construído pelos estudantes, é adequado o uso de atividades que favoreçam a interatividade entre o sujeito e o seu objeto de conhecimento, sempre em uma perspectiva contextualizadora (...) (MENDES, 2010, p. 93)

A proposta está sendo aceita e professores se mostram entusiasmados por fazerem um trabalho diferencial na área de matemática, gerando mudanças em suas práticas e na aprendizagem de seus alunos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais o ensino de Matemática prestará sua contribuição para a construção da cidadania à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação e o espírito crítico. Tais metodologias devem, ainda, favorecer a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na capacidade de conhecer e enfrentar desafios (BRASIL, 2001). É nessa perspectiva que o Projeto Feiras de Matemática está sendo desenvolvido em nosso Estado.

Segundo Santos e Angelim (2015) a Feira de Matemática pode se caracterizar como um instrumento de aprendizagem tanto para o aluno como para o professor. Para o primeiro servindo de incentivo para despertar o interesse pela Matemática, bem como deixá-lo livre para pensar, criar e escolher sobre o que lhe agrada para apresentar. E para o

professor, tanto melhora a sua prática como lhe influencia, para melhor, no tocante ao estímulo em acompanhar seus alunos no processo de aprendizagem, pesquisar juntamente com os mesmos e ser um mediador de todo o trabalho, confirmando que “ensinar é criar possibilidades para que a aprendizagem ocorra” (LIMA & NACARATO, 2009, p. 260), sustentando que “a eficiência na aprendizagem não depende só do aprendiz, mas, ao mesmo tempo, do ensinante e do sistema escolar dentro do qual ele está inserido” (LUCKESI, 2011, p. 263).

Tecendo algumas considerações

As Feiras de Matemática como propostas didáticas construídas para valorização da educação, e, constituídas, na perspectiva da Educação Matemática, enxergam a sala de aula como o contexto ideal para a evolução do ensino e da aprendizagem, e, portanto, no caso em questão, poder reunir os diversos municípios do Estado é também propor uma ampla interação do conceito da matemática escolar, reunindo professores, alunos, pais, estudiosos, gestores, afim de fazer valer a valorização e o aperfeiçoamento dos profissionais da educação, bem como o aperfeiçoamento de conhecimento específicos da disciplina (SHULMAN, 1998) como fundamentais para se propor qualquer melhoria na qualidade da educação.

A execução deste, como um projeto educacional, científico, histórico e cultural, especificamente na área de matemática, está conduzindo o professor para um ensino investigativo, reflexivo e exploratório, gerado pela produção e estruturação de significados, apoiado em práticas de cooperação e ética que será fundamental para a formação do sujeito integral e a Educação Matemática, enquanto ampla área de compreensão, sente-se co-responsável pela revolução da aprendizagem matemática voltada e centrada na/para a formação desse sujeito. E este projeto, afinado com os principais objetivos da Educação Matemática, está valorizando o trabalho de investigação motivando o professor e seus alunos a pesquisar em matemática, o que é fundamental para a educação voltada para a autonomia do sujeito.

As Feiras de Matemática constituem um rico espaço de formação contínua para os professores que ensinam matemática, um laboratório de atuação para os estudantes, e um espaço multireferencial assente num caminhar historicamente constituído com fins de favorecer “o exercício e a expressão da subjetividade como da objetividade de quem o pratica”, como bem nos assinala Mendes (2010, p. 8), permitindo a nós outros, apresentar, nesse artigo, indícios de sua real validade no decorrer histórico dos processos de ensino e de aprendizagem, no estado da Bahia.

As Feiras de Matemática, ao garantir que a promoção da troca de experiências, a contribuição para a inovação metodológica nas práticas de ensino de matemática, a transformação da Matemática, em matemática escolar construída pelo estudante e mediada pelo docente afim de também promover a Matemática interativa com as outras áreas do saber, traz em sua identidade, uma proposta profícua e inovadora quanto à constituição do saber/fazer matemática na escola, podendo permitir um amplo rol de atuação nas relações epistemológicas e metodológicas dos processos de ensino e de aprendizagem, em matemática, a partir do olhar da formação contínua.

Referências

- ABREU, M. A. M. As Feiras de Matemática: Compromisso Político Pedagógico do Educador Matemático. **Revista de Educação Matemática**. Blumenau, n.1, ano 1, p.18-19, 1996.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 2001.
- BIEMBENGUT, M. S. e ZERMIANI, V. J. **Feiras de Matemática: História das Ideias e Ideias da História**. Blumenau: Legere/Nova Letra, 2014.
- CARVALHO, Rita de Cássia Barbosa de. Mudanças metodológicas nas aulas de Matemática do Ensino Médio: uma reflexão sobre a prática. In: CURY, Edda. **Professores que ensinam Matemática: conhecimentos, crenças e práticas**. São Paulo: Terracota, 2010.
- FLORIANI, J.V.; ZERMIANI, V.J. Feira de Matemática. **Revista de Divulgação Cultural**. Blumenau, n.28, p. 1-16, dez 1985.
- GAUER, A. J.. Critérios de Avaliação de trabalhos em Feiras de Matemática: um olhar voltado para o processo. In: **Feiras de matemática: um programa Científico & Social**. Blumenau-SC: Acadêmica, 2004.
- LIMA, C. N. M. F. de; NACARATO, A.M. A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática. **Educ. Rev.** [online]. 2009, vol.25, n.2 [cited 2015-08-14], pp. 241-265. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982009000200011&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 16 jan. 2014.
- LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010.
- LUCKESI, C.C. **Avaliação da aprendizagem escolar: estudos e proposições**. Ed.22. São Paulo: Cortez, 2011.
- MENDES, I.A. **Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática**. 283 p. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001.
- _____, I.A. A investigação histórica na formação de professores de Matemática. In: **Encontro Nacional de Educação Matemática**, 10, 2010, Salvador-BA.
- OLIVEIRA, F.P.Z. *et al.* Organização de Feiras de Matemática: participativa e cooperativa. In: **Anais do V Seminário Nacional de Avaliação e Gestão de Feiras de Matemática**. Rio do Sul, 2013. (CD ROM)
- OLIVEIRA, F.P.Z.& DALMMANN, M.C.S. O processo de orientação de trabalhos para as Feiras de Matemática. In: **Feiras de Matemática: Um Programa Científico & Social**. Blumenau: Acadêmica, 2004, p. 85-103.
- SIEVES, M.S.; SILVA, L. C.; BERTOLD, H. M.. Gestão de Feiras. In: **Feiras de Matemática: Um programa Científico & Social**. Blumenau: Acadêmica, 2004. p. 123-137.
- SHULMAN, L. Professing educational scholarship. In: **Issues in education research: Problems and possibilities**. San Francisco: Jossey-BassPublishers, 1999, p. 159-165.
- ZERMIANI, V.J.; BREUCKMANN, H.J. **Gestão e Organização de uma Feira de Matemática**. Editora Odorizzi Ltda. Blumenau – SC, 2008.

Alayde Ferreira dos Santos

Departamento de Educação – Campus VII

Universidade do Estado da Bahia – UNEB/BA/Brasil

E-mail: alafsantos@uneb.br

Tecendo redes intelectivas na Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: relações entre currículo e avaliação externa (SPAECE)

Weaving intellectual networks in Mathematics in the early years of elementary school: relations between curriculum and external evaluation (SPAECE)

Maria José Costa dos Santos
Universidade Federal do Ceará – UFC/Brasil

Maria Isabel Ramalho Ortigão
Universidade Estadual do Rio de Janeiro – UERJ/Brasil

RESUMO

O objetivo desse texto é refletir sobre o currículo de matemática da educação básica do estado do Ceará a partir da análise dos resultados do SPAECE na edição 2015. Espera-se que a reflexão sobre o currículo de matemática, seja decisiva para a supressão de um modelo de ensino que precariamente corresponde às exigências formativas, sem garantir que os estudantes construam com propriedade seus saberes. Neste estudo, usa-se metodologicamente os pressupostos da pesquisa documental e da pesquisa bibliográfica, por considerar-se os procedimentos apropriados para a organização das informações obtidas, na categorização e análises dos dados. (SEVERINO, 2007). Fomentados por pesquisas outras e documentos que tratam da temática, apresenta-se reflexões sobre o currículo de Matemática e as avaliações externas, a partir dos resultados do SPAECE, edição 2015. As análises dos resultados apontaram que as habilidades avaliadas relativas aos Níveis de Desempenho do 5º. ano do Ensino Fundamental dos anos iniciais, em Matemática, são apresentadas pela Secretaria da Educação-SEDUC e pelo CAEd, fundamentadas nas diagnósticos do desempenho dos estudantes nos descritores, o que de certo modo, possibilita aos educadores identificar as dificuldades dos estudantes, e assim, planejar e executar novas estratégias para melhorar os processos de ensino e de aprendizagem.

Palavras-chave: avaliação externa. Currículo. Matemática. Professores.

ABSTRACT

The purpose of this text is reflect on the math curriculum of basic education in the state of Ceará based on the analysis of the results of SPAECE in the 2015 edition. It is expected that the reflection on the mathematics curriculum will be decisive for the suppression of teaching model that precariously corresponds to the formative requirements, without guaranteeing that the students construct their knowledge with propriety. In this study, the assumptions of documentary research and bibliographic research are used methodologically, considering the appropriate procedures for the organization of the information obtained, in the categorization and analysis of the data. (SEVERINO, 2007). Promoted by other researches and documents dealing with the theme, reflections on the Mathematics curriculum and external evaluations are presented, based on the results of the SPAECE, edition 2015. The analyzes of the results pointed out that the skills evaluated regarding the Levels of Performance of the 5th. Year of elementary school in Mathematics, are presented by the Secretary of Education-SEDUC and CAEd, based on the diagnoses of student performance in the descriptors, which in a way, enables educators to identify students' difficulties, and thus, To plan and implement new strategies to improve teaching and learning processes.

Keywords: external evaluation. Curriculum. Mathematics. Teachers.

1 Introdução

A discussão sobre as avaliações externas, também chamadas de avaliação em larga escala, envolve um leque de questões, tanto de natureza técnica quanto de ordem política, ambas atreladas às ações de políticas públicas que visam a qualidade na educação. Desde o final dos anos 1980 são crescentes as ações que envolvem a avaliação externa de sistemas educativos e de escolas. Em todos os países, praticamente, deixa de ser possível imaginar processos educativos que não conduzam a modalidades de julgamentos.

A avaliação externa é apontada como peça central das reformas educacionais ocorridas a partir do final do século XX. Diversos estudos vêm evidenciando fortes similaridades entre tais reformas, “como se estivessem seguindo um receituário de políticas educacionais, algum tipo de orquestração ou, no mínimo, uma história de origens comuns” (BROOKE, 2012, p. 325). Brooke, contudo, alerta para a pluralidade de sentidos que o termo “reforma educacional” carrega. Para ele, quando entendido com o sentido de uma mudança na política educacional para corrigir rumos, observa-se uma multiplicidade de enfoques e de casos tão amplos que não haveria como criar uma organização que dê conta de tal variedade (BROOKE, 2012).

Por um lado, as avaliações e seus resultados tiveram o mérito de revelar os processos de desigualdades que permeiam os sistemas educativos. Muitos estudos foram conduzidos com o propósito de buscar compreender a distribuição desigual da educação escolar entre os diversos grupos sociais, culturais e econômicos. Há ainda os que defendem a avaliação externa como um processo social, que precisa ser entendido em toda a sua complexidade, particularmente, por possibilitarem às escolas refletir sobre as suas práticas numa perspectiva mais alargada. Por outro lado, têm surgido críticas às formas como as avaliações vêm sendo conduzidas, em especial, por estarem pautadas em uma lógica de mercado que justificam práticas meritocráticas e ranqueamento, que conduzem a uma compreensão estreita e reduzida do sentido de “qualidade” e induzem a uma padronização da produção curricular.

No Brasil, a constituição de um sistema de avaliação da educação brasileira teve início no final dos anos 1980, a partir do reconhecimento da inexistência de estudos que mostrassem com clareza o atendimento educacional ofertado à população, e objetivava mapear como, quando e quem tinha acesso a um ensino de qualidade.

A primeira experiência foi em 1990 com a criação do Sistema de Avaliação do Ensino Público (SAEP). Em 1995, o SAEP foi ampliado e passou a denominar-se Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB, abarcando, além das redes públicas, a educação privada e envolvendo os níveis fundamental e médio de ensino, em todas as unidades federativas.

Com isso, passa-se a avaliar estudantes dos anos terminais em cada fase escolar - 5º. e 9º. anos do ensino fundamental e 3º. ano do ensino médio – aplicando-se a estes testes de matemática e de leitura. É neste ano também que a avaliação brasileira incorporou a Teoria da Resposta ao Item (TRI) como abordagem metodológica na construção e na análise dos instrumentos de coleta de informação – os testes e os questionários.

Em 2005, passados doze anos da primeira experiência avaliativa, o governo brasileiro amplia a atuação da avaliação externa com a criação da Prova Brasil e expande o alcance dos resultados porque oferece informações não apenas para o Brasil e unidades da

Federação, mas também para cada município e escola participante. Cabe observar que a Prova Brasil possibilitou a criação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica - IDEB, um indicador que mede a relação entre resultados médios dos estudantes no exame nacional e a taxa de aprovação da escola.

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB – passa, então, a ser composto por dois sistemas avaliativos: Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), conhecida como Prova Brasil. Mais recentemente, uma nova reestruturação do SAEB é implementada no sentido de a avaliação abarcar também a alfabetização. Isso ocorre com a criação da Avaliação Nacional da Alfabetização – ANA, ampliando a atuação do SAEB a toda a educação básica.

Paralelamente às avaliações nacionais e a participação do Brasil no Programa Internacional de Avaliação dos Estudantes – PISA, muitos estados e ou municípios brasileiros constituíram seus próprios sistemas de avaliação, em geral conduzidos por empresas privadas, que se responsabilizam pela organização e condução da avaliação, bem como pela elaboração de relatórios contendo os resultados obtidos por cada escola participante.

É nessa perspectiva que o estado do Ceará cria em 1992, o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE, um dos primeiros sistemas estaduais de avaliação da educação básica a serem instituídos no país. E desde sua fundação, até os dias atuais, esse sistema de avaliação auxilia na formulação, reformulação e monitoramento das políticas públicas educacionais.

A importância dada aos processos de avaliação em larga escala é considerada estratégica como subsídio indispensável para a formulação e monitoramento das políticas educacionais. Vale dizer que se desconhece qualquer sistema educacional que zele pela melhoria na eficiência, equidade e a qualidade tenha desconsiderado o valor da avaliação como instrumento eficaz de gestão.

O objetivo desse artigo é o de refletir sobre o currículo de matemática da educação básica do estado do Ceará a partir da análise dos os resultados do SPAECE na edição 2015. Espera-se que a reflexão sobre o currículo de matemática, seja decisiva para a supressão de um modelo de ensino que precariamente corresponde às exigências formativas, sem garantir que os estudantes construam com propriedade seus saberes. Por outro lado, não pode-se deixar de considerar que o desempenho de estudantes, medido por meio de avaliações externas, está fortemente associado as suas características sociais, econômicas e culturais (ORTIGÃO, FRANCO, CARVALHO, 2007).

Nessa perspectiva, questiona-se quanto aos conteúdos propostos para a avaliação em Matemática do 5º. ano do ensino fundamental no SPAECE, se eles correspondem aos conteúdos ensinados, e, ainda, se os resultados das avaliações externas contribuem para uma reflexão acerca da proposta de ensino.

Neste estudo, usa-se metodologicamente os pressupostos da pesquisa documental e da pesquisa bibliográfica, por considerar-se os procedimentos apropriados para a organização das informações obtidas, na categorização e análises dos dados (SEVERINO, 2007).

Fomentados por pesquisas outras e documentos que tratam da temática, a seguir apresenta-se reflexões sobre o currículo de Matemática e as avaliações externas, a partir dos resultados do SPAECE, edição 2015.

2 Avaliação e currículo de matemática

Nossa sociedade caracteriza-se por um lado pela complexidade científica e tecnológica e, por outro, pela extrema desigualdade e segregação social. Ao mesmo tempo que exige cada vez mais de seus cidadãos não só conhecimentos específicos, mas também maneiras de organizar o pensamento, de tomar decisões a partir de estatísticas e de saber lidar com dados - interpretando-os, dispondo-os, avaliando-os, mantém milhares de crianças e jovens excluídos da escola, como afirma um estudo realizado pelo UNICEF¹,

O desafio do País é grande ... mais de 3,8 milhões de crianças e adolescentes entre 4 e 17 anos de idade estão fora da escola no Brasil. Os grupos mais atingidos pela exclusão são as crianças de 4 e 5 anos, com idade para frequentar a pré-escola, e os adolescentes de 15 a 17 anos, que deveriam estar no ensino médio (UNICEF, 2016).

Os desafios para a educação não se limitam apenas a resolver as questões de acesso à escola. As avaliações em larga escala evidenciam que a expansão da Educação Básica não foi acompanhada de medidas que lhe assegurassem as condições necessárias e fundamentais para garantir e melhorar a aprendizagem dos alunos. Em matemática, por exemplo, os desempenhos observados em avaliações nacionais, estaduais ou mesmo internacionais evidenciam que os resultados dos estudantes brasileiros estão aquém do esperado.

A matemática tem uma contribuição fundamental na formação dos estudantes, mas para isso é necessário que os estudantes sejam incentivados a participar do processo de produção do conhecimento e dele usufrua. Também precisa ser estimulado a adaptar-se a novas situações, a reconhecer suas habilidades matemáticas e a empregá-las na resolução e na elaboração de problemas. Neste sentido, é fundamental que a matemática seja apresentada ao aluno como ciência aberta e dinâmica.

A literatura educacional há tempos vem apontando que os processos avaliativos conduzidos nas salas de aula, nas escolas ou nos sistemas educacionais são fortemente dependentes das concepções que se tem da aprendizagem. Fernandes (2009) alerta que há cerca de cem anos os testes ou exames já apresentavam características semelhantes às que ainda hoje são encontradas, tais como, perguntas centradas na memorização de rotinas ou para que os alunos estabeleçam correspondência entre afirmações. Para ele, “essas características não faziam mais do que corresponder ao que então se considerava importante aprender e ao que se pensava serem as formas como os alunos aprendiam” (FERNANDES, 2009, p. 31).

Nas últimas décadas houve um significativo desenvolvimento das teorias de aprendizagem. Hoje sabe-se que os alunos constroem conhecimento criando suas próprias interpretações, seus modos de organizar a informação e suas abordagens para resolver

¹Ver: https://www.unicef.org/brazil/pt/activities_26691.htm. Acesso dia 10 de novembro de 2016.

problemas. Portanto, a avaliação precisa abranger processos complexos de pensamento, contribuir para motivar os estudantes resolverem problemas, valorizar os processos de comunicação para eles explicitem os procedimentos usados.

Fernandes (2009) afirma ainda que a avaliação, quando convenientemente planejada, tem um impacto relevante nos sistemas educacionais. Para ele, isso ocorre porque

orienta os estudantes acerca dos saberes, das capacidades e das atitudes que eles têm de desenvolver; influencia sua motivação e percepção do que é importante aprender; estrutura a forma como os alunos estudam e o tempo que dedicam ao trabalho escolar; melhora e consolida as aprendizagens; promove o desenvolvimento dos processos de análise, síntese e reflexão crítica; desenvolve os processos metacognitivos, o autocontrole e a autorregulação (FERNANDES, 2009, p. 41).

A avaliação necessita ser repensada em direção a ações que recorram a tarefas mais abertas e variadas, diversifiquem as estratégias e os instrumentos avaliativos, analisem de forma sistemática a produção dos alunos e seu processo de desenvolvimento cognitivo.

Outro aspecto a ser considerado quando discute-se mudanças nos procedimentos de avaliação relaciona-se ao desenvolvimento das teorias do currículo. Lopes e Macedo (2011) evidenciam o processo de construção e de significação que a ideia de currículo foi ganhando ao longo do tempo. Para elas,

a primeira menção ao termo currículo data de 1633, quando ele aparece nos registros da Universidade de Glasgow, referindo-se ao curso inteiro seguido pelos estudantes. Embora essa menção ao termo não implique propriamente o surgimento de um campo de estudos, é importante salientar que ela já embute uma associação entre currículo e princípios de globalidade estrutural e de sequenciação da experiência educacional ou a ideia de um plano de aprendizagem (LOPES; MACEDO, 2011, p. 20).

Para as autoras, o desenvolvimento do campo foi repleto de lutas e embates políticos e ideológicos, tornando-se “uma luta política por sua própria significação, mas também pela significação do que vem a ser a sociedade, justiça social, emancipação, transformação social” (p. 253).

Pensar o currículo a partir da significação nos conduz a pressupor princípios de aprendizagens e um processo ativo de construção e de atribuição de significados, marcadamente sociais, e o que se aprende é determinado social e culturalmente.

Apesar dessa discussão sobre o currículo no contexto das políticas públicas educacionais, é a avaliação que influencia mais diretamente na corrida pela elevação dos índices educacionais, que modifica o comportamento do estudante, do professor e da sociedade. E é a sociedade que responsabiliza o governo por uma educação de qualidade, que por sua vez, responsabiliza o professor pelo fracasso escolar dos estudantes nas avaliações.

Assim, encontra-se a partir das avaliações externas algumas escolas que reforçam o sentido de *ensinar e aprender para o teste*, e isso tem direcionado as atividades de ensino para os conteúdos que serão avaliados, e são desconsiderados os demais conteúdos do currículo, pois não serão objetos de avaliação, e com isso, o ensino passar a ser na escola, o

treino para as avaliações externas, e isso pode provocar o estreitamento curricular, de acordo com Feitas (2011). Pois em alguns casos a Matriz de Referência desses testes passa a ser considerada na escola como currículo.

2.1 Avaliações externas: SPAECE

A avaliação externa ou avaliação em larga escala, tem nos últimos anos sido uma das fontes mais relevantes de *feedback* para a elaboração de políticas públicas educacionais, bem como, tem contribuído para definição das metas educacionais, e tem por finalidade influenciar na escola a partir da medida da proficiência. De acordo com o CAEd/UFJF¹ a proficiência é uma medida que representa um determinado traço latente (aptidão) de um aluno, assim sendo, pode-se aferir que o conhecimento oculto, não diretamente observável, de um aluno em determinada disciplina pode ser medido por meio de instrumentos compostos por itens elaborados a partir de uma matriz de habilidades.

O estado do Ceará logo da implementação do Primeiro Ciclo do Sistema de Avaliação da Educação Básica-SAEB, em 1990, tem reconhecida participação por ser um dos poucos estados do Brasil a elaborar o relatório com dados específicos do Estado. A amostra envolveu 267 escolas de 37 municípios, contando com a participação de 5.871 alunos, desses, 1.709 da 1ª. série, 1.447 da 3ª. série, 1.605 da 5ª. série e 1.110 da 7ª. série, também participaram nessa amostra 751 professores e 151 gestores. (LIMA, 2007, p. 123)

Os dados desta avaliação local serviram para evidenciar alguns problemas a serem superados, como o acesso ao ensino básico e a sua universalização, a produtividade do sistema e a qualidade do rendimento escolar. Nisso, com o incentivo do Governo Federal para que os estados criassem seus próprios sistemas de avaliação externa no intuito de constituir suas próprias metas e diretrizes, a partir de suas realidades, os gestores da Secretaria de Educação do Estado do Ceará-SEDUC, preocupados com a realidade constatada, resolvem implementar um modelo de avaliação que desse respostas rápidas e pontuais ao sistema de ensino, como forma de monitoramento das políticas voltadas para a melhoria da qualidade da educação pública cearense. (LIMA, 2007, p. 123)

Nesse sentido, a Secretaria da Educação (SEDUC) do estado do Ceará, aliada ao CAEd/UFJF, criaram em 1992, o SPACECE, constituído de testes de desempenho e questionários contextuais, a fim de obter dados para delinear uma educação de qualidade para nossos estudantes. Implantado em 1992, fruto do trabalho das equipes técnicas estaduais, o sistema de avaliação do Ceará, atualmente, denominado de Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará-SPAECE, decorre da política de descentralização do Ministério da Educação-MEC. Assim, pode-se dizer que o SPAECE é um sistema de avaliação externa local que contempla as escolas públicas das redes estadual e municipais do estado do Ceará, para avaliar os alunos da Educação Básica, compreendendo da Alfabetização ao Ensino Médio, nas áreas de Língua Portuguesa e Matemática.

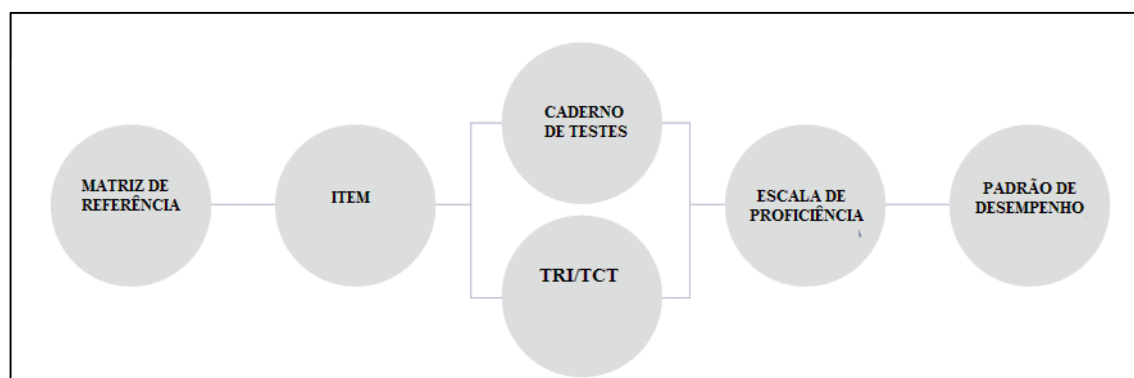
É importante mencionar que os levantamentos ocorridos nos três primeiros anos incluíam indicadores sobre as dimensões de qualidade do ensino, produtividade do sistema

¹Centro de Políticas Públicas e Avaliação da Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora (CAEd/UFJF),. <http://www.portalavaliacao.caedufjf.net/pagina-exemplo/medidas-de-proficiencia>. Acesso em 11 de novembro de 2016.

e infraestrutura física das escolas, no entanto, esses dados não foram divulgados e trabalhados efetivamente com os principais atores da educação, professores e gestores escolares, e mesmo tendo passado 24 anos desde a primeira edição do SPAECE, no que se refere às suas características, à metodologia, às suas implicações curriculares e limitações, às suas potencialidades, à forma como os resultados são analisados para fins de divulgação, ainda não é de fácil acesso no âmbito escolar.

Nesse sentido, vale apresentar de forma mais clara o SPAECE como um sistema de avaliação em larga escala que passa por diferentes fases, e portanto, conhecer cada uma delas, como também conhecer os instrumentos que as compõem é indispensável para professores e gestores, para que entendam melhor os resultados.

Figura 1. Fases do SPAECE.



Fonte: Ceará (2015, p. 15)

Pode-se inferir que um dos fatores que auxiliam no distanciamento entre o sistema de avaliação externa e o professor, é a falta de manuseio direto com o instrumental, além das dificuldades de como lidar no ambiente escolar com essa ferramenta avaliativa a qual tem o poder de fortalecer ou enfraquecer o nível escolar. Consoante a isso, encontra-se críticas a esse tipo de avaliação por constituir um sistema avaliativo mais focado nos resultados, do que em função dos instrumentos em si para a aprendizagem de qualidade.

No estado do Ceará, no que se refere os conteúdos trabalhados nesses testes, é o CAEd que elabora as avaliações externas, considerando as Matrizes de Referência, do estado, mas também as Matrizes de Referência usadas na elaboração do SABE, as quais representam “recortes” do Currículo, ou da Matriz Curricular, pois as avaliações externas não abarcam todos os conteúdos do Currículo, porém procuram contemplar as habilidades fundamentais para que os estudantes obtenham sucesso no percurso escolar. No caso do SPAECE do 5º. ano do Ensino Fundamental, o que se objetiva avaliar está descrito nas Matrizes de Referência desse programa (CEARÁ, 2015)

Vale esclarecer que uma Matriz de Referência é composta por um conjunto de descritores que explicitam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático a ser avaliado em cada período de escolarização e o nível de operação mental necessário para a realização de determinadas tarefas. É a Matriz Curricular que fundamenta os descritores que por sua vez contribuem para associar os conteúdos tratados nos testes do SPAECE com as habilidades tratadas em cada item.

Vale dizer que cada item avalia uma única habilidade (caráter unidimensional) e que cada habilidade é indicada por um descritor da Matriz de Referência do teste, possibilitando também avaliar cada estudante e as hipóteses levantadas por ele a partir da sua resposta.

Quadro 1. Matriz Curricular SPAECE.

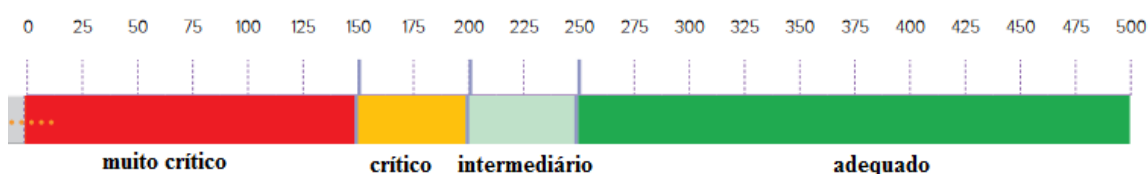
DOMÍNIO	COMPETÊNCIAS	DESCRIPTORES DO 5º. ANO
Espaço e forma	Localizar objetos em representação do espaço	D6
	Identificar figuras geométricas e suas propriedades	D46, D47 e D52
	Reconhecer transformações no plano	*
	Aplicar relações e propriedades	*
Grandezas e medidas	Utilizar sistemas de medidas	D59, D61, D62 e D63
	Medir grandezas	D60 e D66
	Estimar e comparar grandezas	*
Números operações e álgebra	Conhecer e utilizar números	D01, D13 e D14
	Realizar e aplicar operações	D02, D03, D04, D05, D06, D09 e D15
	Utilizar procedimentos algébricos	*
Tratamento da informação	Ler, utilizar e interpretar informações apresentadas em tabela e gráficos	D73 e D74
	Utilizar procedimentos de combinatória e probabilidade	*

Fonte: Adaptado pelas autoras a parti do Boletim do SPAECE. (CEARÁ, 2015, p. 23).

No que se refere a Matemática do 5º. ano do ensino fundamental, os conteúdos trabalhados nas avaliações externas (SPAECE) compõem os blocos: interagindo com números e funções (números e operações), convivendo com a geometria (espaço e forma), vivenciando as medidas (grandezas e medidas), e tratamento da informação. Esses blocos de conteúdos compõem os domínios da Escala de Proficiência. Na coluna que trata dos descritores aparece um asterisco(*), o qual informa que as habilidades envolvidas nessas competências não são avaliadas nesta etapa de escolaridade (CEARÁ, 2015).

O SPAECE usa para auxiliar nessa medida a Escala de Proficiência, a proficiência relaciona o conhecimento do aluno com a probabilidade de acerto nos itens dos testes. E essa escala se apresenta como um tipo de régua, graduada de 25 em 25 pontos, e tem por finalidade explicar as medidas de proficiência por meio de diagnósticos qualitativos do desempenho dos estudantes, como também visa orientar o trabalho do professor com relação às competências que seus alunos desenvolveram, apresentando os resultados em intervalos classificados em níveis, denominados: muito crítico, crítico, intermediário e adequado (CEARÁ, 2015).

Figura 2. Escala de Proficiência.



Fonte: Adaptada pelas autoras a partir do Boletim SPAECE (CEARÁ, 2015, p. 27)

Os valores de proficiência obtidos são ordenados e categorizados em intervalos, que indicam o grau de desenvolvimento das habilidades para os alunos que alcançaram determinado Nível de Desempenho. Com efeito, para produzir a medida de desempenho dos estudantes em uma avaliação de larga escala usa-se a Teoria Clássica dos Testes (TCT), bem como, a Teoria de Resposta ao Item (TRI) (CEARÁ, 2015, p. 20)

Os resultados analisados a partir da Teoria Clássica dos Testes (TCT) são calculados de uma forma muito próxima às avaliações realizadas pelo professor em sala de aula. Consistem, basicamente, no percentual de acertos em relação ao total de itens do teste, apresentando também, o percentual de acerto para cada descritor avaliado.

A Teoria de Resposta ao Item (TRI) é considerada mais eficaz, pois permite a produção de uma medida mais ampla da atuação dos estudantes, por considerar um conjunto de modelos estatísticos capazes de determinar um valor/peso distinto para cada item respondido no teste de proficiência e, com isso, possibilita conjecturar o que o aluno demonstra ser capaz de realizar, a partir dos itens respondidos de forma correta. Para Andrade, Tavares e Valle (2000)

A TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (ou habilidades) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior a habilidade, maior a probabilidade de acerto no item. Os vários modelos propostos na literatura dependem fundamentalmente de três fatores: (i) da natureza do item — dicotômicos ou não dicotômicos; (ii) do número de populações envolvidas — apenas uma ou mais de uma; (iii) e da quantidade de traços latentes que está sendo medida — apenas um ou mais de um (ANDRADE, TAVARES & VALLE, 2000, P. 17).

As teorias (TCT e TRI) devem ser utilizadas de forma complementar, pois não produzem resultados incompatíveis ou excludentes, mas juntas fornecem um quadro mais completo do desempenho dos alunos. Com efeito, essa breve reflexão sobre as etapas do SPAECE, contribui para o entendimento dos resultados dos testes em matemática do 5º. ano do ensino fundamental anos iniciais, na edição 2015, identificando os referenciais curriculares usados na elaboração da avaliação. No que diz respeito ao desempenho dos estudantes, a TRI possibilita entender melhor os resultados das avaliações, a partir da etapa de escolaridade e percentual de acerto por descritor, deve-se observar os descritores mais acertados, e se esses estão relacionados a um mesmo tema/domínio/tópico, se estão relacionados às habilidades com grau de complexidade menor para essa etapa de escolaridade, e se podem auxiliar no desenvolvimento de descritores menos acertados.

2 Desempenho em Matemática dos estudantes do 5º. ano no SPAECE (2015)

Sabe-se que o SPAECE iniciou sua primeira edição em 1992, inicialmente, apenas na cidade de Fortaleza-Ceará, e anos depois universalizou por todo o estado, envolvendo as redes de ensino públicas municipais e estadual. Os resultados são apresentados a sociedade e a comunidade escolar por meio de Boletins Pedagógico do sistema de avaliação externa. Encontra-se nesses boletins dentre outras informações, as orientações pedagógicas e

técnicas que facilitam o entendimento dos resultados obtidos pelos estudantes, oferecendo à comunidade escolar e à sociedade em geral um diagnóstico da qualidade do ensino oferecido pela rede pública.

O SPAECE edição 2015 completa o 19º. ciclo de um processo avaliativo em larga escala no Ceará. O quadro 2 apresenta o número de participantes de estudantes do 5º. ano do Ensino Fundamental.

Quadro 2. Participantes do SPAECE Matemática 5º. ano.

Série/ano	Abrangência/Rede	Alunos Previstos	Alunos Efetivos	Percentual de Participação
5º. Ano do Ensino Fundamental	Estadual	834	719	86,2
5º. Ano do Ensino Fundamental	Municipal	106.688	107.834	101,1
5º. Ano do Ensino Fundamental	Pública	107.522	108.553	101,0

Fonte: Elaborado pelas autoras a partir de dados do SPAECE 2015.

Este quadro mostra que na edição de 2015 participaram aproximadamente 217.106 estudantes (5º. ano do ensino fundamental), pertencentes as redes estadual, municipal e pública. E apresenta que a relação entre o número de alunos previstos e o número de alunos que efetivamente fizeram a prova, foi significativa. A quantidade de estudantes participantes do processo avaliativo em destaque no quadro 2, foi por Rede de Ensino (Estadual e Municipal) e para as duas redes, as agregadas são chamadas de Rede Pública.

Quadro 3. Resultado da proficiência média dos alunos.

Código da Etapa	Etapa	Código da Rede	Rede	Edição	Proficiência Média	Desvio Padrão	Indicação do Padrão de Desempenho
5	5º. Ano do Ensino Fundamental	1	Estadual	2015	210,0	48,7	Intermediário
5	5º. Ano do Ensino Fundamental	2	Municipal	2015	227,5	51,1	Intermediário
5	5º. Ano do Ensino Fundamental	3	Pública	2015	227,4	51,2	Intermediário

Fonte: SPAECE 2015.

A análise sobre a proficiência dos estudantes no SPAECE segue as concepções da Teoria de Resposta ao Item (TRI), e alguns fatores são importantes serem considerados para entender os resultados da avaliação, são eles: os itens, padrões desempenho, escala de proficiência. Os itens compõem os testes e são analisados pedagógica e estatisticamente, possibilitando ampla compreensão do desenvolvimento dos alunos nas habilidades avaliadas. Os padrões de desempenho, são estabelecidos a partir da identificação dos objetivos e das metas de aprendizagem, a fim de identificar o grau de desenvolvimento dos alunos e acompanhá-los ao longo do tempo. A escala de proficiência, traduz a medida de desempenho dos estudantes a partir de diagnósticos qualitativos.

Os resultados quanto ao nível de desempenho dos estudantes na edição de 2015, no SPAECE 5º. ano do ensino fundamental, em matemática, apontam um número elevado de estudantes que estão nos níveis muito crítico e crítico, mas o número de alunos nos níveis intermediário e adequado é maior, e, portanto, foi significativa.

Quadro 4. Resultado em números de alunos da proficiência por nível de escala.

Rede	Número de Alunos no Muito Crítico	Número de Alunos no Crítico	Número de Alunos no Intermediário	Número de Alunos no Adequado
ESTADUAL	75	260	224	160
MUNICIPAL	6.393	27.310	39.441	34.690
PÚBLICA	6.468	27.570	39.665	34.850

Fonte: Elaborado pelas autoras a partir dos dados do SPAECE (CEARÁ, 2015).

Os resultados apresentados no quadro 4, destacam que dos 217.106 estudantes que realizaram o teste de Matemática do 5º. ano do ensino fundamental, 68.076 estão nos níveis muito crítico e crítico, mas 149.030 estão nos níveis intermediário e adequado, ou seja, mais de 45% superaram algumas das dificuldades, encontradas nos níveis crítico e muito crítico, e, conseqüentemente, os resultados apontam que as competências nesses níveis precisam ser melhores planejadas para o desenvolvimento de um processo de recuperação com esses alunos, a fim de que se desenvolvam condições de avançar aos padrões seguintes.

A partir da TRI, é possível que um estudo que considere o item x descritor possa nos ajudar a analisar com clareza a proficiência do estudante em relação a Matriz curricular trabalhada nesses testes. Nisso, as vantagens da utilização da TRI dependem fundamentalmente da adequação ao (ajuste) dos modelos e seus pressupostos. Por exemplo, somente a partir de modelos com bom ajuste é que pode-se garantir a obtenção de itens e habilidades invariantes (ANDRADE, TAVARES & VALLE, 2000).

As avaliações do SPAECE contemplam os descritores que envolvem os domínios que compõem a escala de proficiência, os quais determinam as competências que se quer verificar. No 5º. ano do ensino fundamental dos anos iniciais, o teste de matemática avaliou os descritores no intervalo de D1 a D74. A seguir o quadro 5, fornece dados com a finalidade de se entender em quais habilidades os estudantes tiveram maiores dificuldades.

Quadro 5. Domínios e descritores avaliados no SPAECE 2015.

Rede	Domínio	Descritores	% total de acertos
Estadual	Números e Operações	D1, D2, D3, D4, D5, D6, D9, D13, D14, D15, D16	44,96
Municipal			56,06
Estadual	Espaço e Forma	D45, D46, D47, D52	61,42
Municipal			71,4
Estadual	Grandezas e Medidas	D59, D60, D61, D62, D63, D66	44,11
Municipal			54,16
Estadual	Tratamento da Informação	D73, D74	61,65
Municipal			67,75

Fonte: Elaborado pelas autoras a partir dos dados do SPAECE. (CEARÁ, 2015)

As análises das habilidades avaliadas relativas aos Níveis de Desempenho do 5º. ano do Ensino Fundamental dos anos iniciais, em Matemática, são apresentadas pela Secretaria da Educação-SEDUC e pelo CAEd, fundamentadas nas análises do desempenho dos estudantes nos descritores, o que de certo modo, possibilita aos educadores identificar as dificuldades dos estudantes, e assim, planejar e executar novas estratégias para melhorar os processos de ensino e de aprendizagem.

Para conhecer e trabalhar melhor as habilidades tratadas em cada descritor, é relevante que professores, gestores e estudantes conheçam a Matriz de Referência (CEARÁ, 2015, p. 17).

Considerações

Reflete-se nesse estudo sobre os resultados do SPAECE edição 2015, na área de Matemática, no 5º. ano do ensino fundamental, visando entender as relações entre os conteúdos trabalhados nas avaliações e o recorte realizado no currículo. Desde 1992 os dados do SPAECE representa no estado do Ceará, o conjunto de informações que permite diagnosticar a qualidade da educação pública, produzindo resultados por aluno, turma, escola, município, credes e estado. Ao mesmo tempo, os resultados servem de base para implementação de políticas públicas educacionais e de práticas pedagógicas inovadoras nas escolas das redes estadual e municipais, esse sistema de avaliação externa estadual tornou-se um instrumento essencial na fomentação de debate público e na promoção de ações orientadas para a melhoria e execução da democratização do ensino, garantindo a todos igualdade de acesso e permanência na escola (CEARÁ, 2015).

Algo a ser repensado sobre o SPAECE, diz respeito a sua elaboração, execução e socialização dos resultados, pois alguns gestores e professores apontam que os resultados das avaliações do SPAECE são vistos simplesmente como números, vazios de significado, isso decorre porque essas avaliações são desenvolvidas e aplicadas por agentes externos à escola, sem haver a participação da comunidade escolar em nenhuma das fases, nem professores e gestores tem acesso a essas avaliações, ou tem conhecimento de como elas são elaboradas.

Avalia-se que apesar de a Secretaria de Educação-SEDUC promover oficinas para explicar o processo avaliativo, essa ação não é suficiente para que os gestores e professores se apropriem das fases e dos resultados das avaliações. Do ponto de vista desse estudo, participar na escolha dos conteúdos, elaboração de itens e, bem como, na tomada de decisão sobre quais competências devem ser desenvolvidas, por um lado pode ser um passo para que os professores e gestores não se sintam tão excluídos do processo, e por outro lado se sintam de tal maneira comprometidos com o processo de melhoria da qualidade da educação.

Sugere-se que se forme grupos de professores e gestores que possam refletir sobre as práticas e processos avaliativos e da utilização dos resultados das provas padronizadas em prol da melhoria da qualidade da educação, no âmbito da escola por meio de seminários de formação contínua e não somente de oficinas pontuais. O processo de reflexão contínua e permanente do professor é uma forma de se autoavaliar, a fim de

perceber as implicações da ação pedagógica na formação, assim como perceber a importância dessa ação para a aprendizagem dos alunos.

Vale reforçar que é a ação reflexiva do docente diante das avaliações externas que pode dar significado aos resultados dos testes. Sem esta atuação crítica, os dados obtidos, por mais que possam refletir a realidade do nível de desempenho dos alunos, não tem força de promover as devidas reformulações nos processos da escola em prol da melhoria da qualidade da educação (SOLIGO, 2010). Pois se os dados do SPAECE devem ser considerados para tomada de decisão sobre as ações que visem melhoria na qualidade da educação, faz-se necessário que esses dados sejam usados para o planejamento de ações que promovam o desenvolvimento das habilidades e competências em cada domínio da escala de proficiência.

A partir dos resultados obtidos na avaliação externa é possível elaborar um quadro sobre os níveis da aprendizagem dos alunos, destacando seus pontos fracos e fortes, e sobre as características dos professores e gestores das escolas estaduais e municipais. Em se tratando de uma avaliação de característica longitudinal, o SPAECE possibilita, ainda, acompanhar o progresso de aprendizagem de cada aluno ao longo do tempo.

A partir dessas discussões iniciais, espera-se possibilitar maior reflexão sobre a elaboração e execução desses exames, especialmente sobre o SPAECE, entende-se que é importante ter prudência na elaboração das avaliações externas para que não sejam elaboradas com base apenas em um recorte do currículo, enfatizando exclusivamente as habilidades cognitivas, e retirando o sentido de questões relevantes como as capacidades de relações éticas, sociais, culturais e de respeito às diferenças, em todos os espaços da sociedade. Sobre isso Sacristan (2000) salienta que um currículo não deve limitar-se à especialização de tópicos de conteúdos, mas deve conter um plano educativo completo com caráter contingencial.

Referências

ANDRADE, D. F.; TAVARES, H. R.; VALLE, R. C. **Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações**. SINAPE, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil**. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

UNICEF. **Fundo das nações unidas para infância**. <https://nacoesunidas.org/agencia/unicef/>. Acesso dia 11 de novembro de 2016.

BROOKE, Nigel (Org.). **Marcos históricos na reforma da educação**. Belo Horizonte: Fino Traço, 2012.

CEARÁ. Secretaria da Educação. SPAECE – 2015/ Universidade Federal de Juiz de Fora, Faculdade de Educação, CAEd. v. 1 (jan./dez. 2015), Juiz de Fora, 2015 – **Anual. Conteúdo**: Boletim Pedagógico - Matemática – 5º. ano do Ensino Fundamental.

_____. Secretaria da Educação; CENTRO DE POLÍTICAS PÚBLICAS E AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO/ UFJF. Boletim do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará. 2011. Juiz de Fora: SEDUC-CE; CAEd/UFJF, 2011–**Anual**. 3

v. Disponível em: <<http://www.spaece.caedufjf.net/colecao/2011-2/>>. Acesso em 10 de maio de 2013.

FERNANDES, C. O. **Indagações sobre currículo**: currículo e avaliação / [Cláudia de Oliveira Fernandes, Luiz Carlos de Freitas]; organização do documento Jeanete Beauchamp, Sandra Denise Pagel, Aricélia Ribeiro do Nascimento. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

FREITAS, L. C. de. Responsabilização, meritocracia e privatização: conseguiremos escapar ao neotecnicismo. Trabalho apresentado no III Seminário de Educação Brasileira, **Cedes-Unicamp**, 28 fev. a 01 mar. 2011, Campinas.

LIMA, Alessio Costa. O SISTEMA PERMANENTE DE AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA DO CEARÁ (SPAECE) COMO EXPRESSÃO DA POLÍTICA PÚBLICA DE AVALIAÇÃO EDUCACIONAL DO ESTADO. Fortaleza, 2007.

ORTIGÃO, M. I. R, FRANCO, C. e CARVALHO, J. B. P. A distribuição social do currículo de matemática: quem tem acesso a tratamento da informação? **Revista Educação Matemática Pesquisa**, 2007, v. 9 (2), p. 249-273.

ORTIGÃO, M. I. R. **Currículo de Matemática e desigualdade educacional**. Tese de Doutorado. PUC-Rio, 2005.

PACHECO, J. A. **Currículo**: teoria e prática. Porto: Porto Editora, 2001

PERRENOUD, P. 10 **Competências para Ensinar**. Tradução Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SANTOS, M. J. C. **Geometria e simetria nas rendas de bilro**: contribuições para a matemática escolar/. – NATAL, RN, 2012.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. 23. ed. São Paulo: CORTEZ, 2007.

SOLIGO, Valdecir. As avaliações em larga escala na educação básica e a necessidade de formação do professor. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE FILOSOFIA E EDUCAÇÃO, 2010, Caxias do Sul. **Anais...Caxias do Sul**: UCS, 2010. Disponível em: <http://www.ucs.br/ucs/tplcinfe/eventos/cinfe/artigos/artigos/arquivos/eixo_tematico5/As%20avaliacoes%20em%20larga%20escala%20da%20educacao%20basica%20e%20a%20necessidade.pdf>. Acesso em: 15 maio de 2013.

Maria José Costa dos Santos

Universidade Federal do Ceará – UFC/CE/Brasil

E-mail: mazzesantos@ufc.br

Maria Isabel Ramalho Ortigão

Universidade do Estado do Rio de Janeiro – UERJ/RJ/Brasil

E-mail: isabelortigao@gmail.com

A simbologia da Linguagem Universal na ótica de Leibniz: projetos sobre a característica universal

The symbology of the Universal Language through Leibniz perspective: projects about the universal characteristic

Carmen Rosane Pinto Franzon

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte – IFRN/Brasil

Arlete de Jesus Brito

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP/Rio Claro/SP /Brasil

RESUMO

Estudos sobre *Linguagem universal* foram predominantes nas investigações de eruditos do século XVII e início do século XVIII. Leibniz, estudioso atento, participa ativamente deste movimento. Segundo ele, a viabilidade da construção de tal linguagem deriva da convicção de que todo o conhecimento tem por base um número finito de conceitos básicos ou ideias simples que podem ser identificadas e estruturadas hierarquicamente. No presente texto apresentamos uma pesquisa sobre seus estudos em busca de um sistema de signos adequados para a Linguagem universal – o que denominou como *Característica universal*. Procuramos situar suas ideias em consonância com as discussões mantidas por estudiosos da época apresentando seus argumentos para a defesa da criação da Característica universal. Também descrevemos alguns de seus projetos neste tema. Comentamos a respeito dos resultados obtidos por Leibniz nesta busca, qual seja o Cálculo Infinitesimal e a Aritmética Binária. Em seguida apresentamos nossas considerações e as referências. Salientamos que buscamos articular as esferas historiográfica, epistemológica e contextual histórica.

Palavras-chave: Linguagem universal. Leibniz. Característica Universal. História da matemática.

ABSTRACT

Studies about *Universal Language* have been regnant at the investigations of the scholars during the seventeenth century and eighteen century outset. Leibniz, as a watchful scholar, has actively participated in this movement. As he's said, the viability for the construction of this language elapses from the conviction that all the knowledge is structured on a finite number of basic concepts or simple ideas which can be identified and hierarchically structured. In this article, we introduce a research about the pursuit toward this system of signs, therefore, toward this Universal Language – as he called *Universal Characteristic*. We intend to place his ideas with the discussions between the scholars from then, showing his arguments about the creation of the Universal Characteristic theory. We also describe some of his projects and results. Amongst them, are the Infinitesimal Calculus and the Binary Arithmetic. Hereafter, we show our considerations and references. We try to approach the historical, epistemological and contextual spheres.

Key-words: Universal language, Leibniz, Universal characteristic, History of mathematics.

Introdução

A busca de uma Linguagem universal ocorre especialmente no século XVII e início do século XVIII, fortemente influenciados por Bacon e Comenius, sendo que,

especialmente a partir de 1641, ocorrem muitas publicações sobre este tema. A língua universal é abordada e desenvolvida de diversas formas e em diversos campos do conhecimento, recorrentemente sob a alegação de que possibilitaria uma via direta de acesso ao conhecimento além de servir como ferramenta para facilitar a comunicação entre povos que utilizam diferentes linguagens. Em todos os casos, o ponto de partida para a invenção de tal língua ora é a consciência dos limites das línguas existentes, a que se atribui a responsabilidade pelas dificuldades de comunicação e outras imperfeições discursivas, ora é o desejo de se ter uma linguagem que comunique perfeitamente o pensamento, motivos pelos quais todo projeto da criação de uma Linguagem universal se apresenta como forma de superação de defeitos.

Leibniz, estudioso dedicado, participa intensamente de diversos movimentos intelectuais de seu tempo, discutindo as ideias, apoiando-as, refutando-as ou retirando delas o que têm de mais relevante, e neste caso divulgando seus autores e prestando-lhes homenagem, demonstrando assim sua honestidade intelectual. Especificamente em relação ao projeto sobre Linguagem universal, ele explora praticamente todas as modalidades que estão sendo investigadas e estabelece diversas estratégias para sua concretização. Na opinião de Pombo (1997) é

[...] com Leibniz que esse projeto encontra o seu momento mais alto e significativo. Com Leibniz se poderá dizer ter ele alcançado o mais elevado nível de problematidade, adquirido maior consciência das suas implicações lógicas e epistemológicas. Simultaneamente, pela natureza diversificada das estratégias e perspectivas com que Leibniz o procura circunscrever, pelo caráter fragmentário e radicalmente inconcluso dos seus múltiplos esboços, é também em Leibniz que ele se revela em toda a sua incontornável aporeticidade (POMBO, 1997, p. 18).

Projetos e resultados da característica universal de Leibniz

Na época em que se encontra em Paris, de 1673 a 1676, portanto, fase em que aprofunda seus estudos em matemática, Leibniz começa a definir alguns projetos que denomina por *Charactéristique réelle* (Característica real) ou *Characteristica universalis* (Característica universal).

Trata-se de assunto já apresentado em 1666 no trabalho *Dissertatio de Arte Combinatoria*, mas agora sob nova abordagem, com novos objetivos. Quando escreve a obra *Dissertatio* Leibniz desenvolve a concepção de *Logicae inventionis* (Lógica inventiva ou Lógica da descoberta) ou *ars inveniendi*² (arte de inventar). Como resultado prático de tal lógica, decorre a proposta de uma nova linguagem. Ali, Leibniz ainda não se refere especificamente a uma Linguagem universal, mas sim a uma *scriptura universalis* (escrita universal), assegurando que as ideias contidas em seu texto levam à “[...] escrita universal, isto é, [uma escrita] para qualquer leitor, qualquer especialista em linguagem inteligível, tal como até hoje muitos homens eruditos tentaram”³ (LEIBNIZ, 1666, p. 89).

² ‘*ars inveniendi*’ é uma expressão latina que significa ‘arte de descobrir’, ou, ‘método de inventar’, ou ainda ‘ciência da descoberta’. Na expressão temos ‘*ars*’ que é um substantivo significando ‘arte, método, artifício, ciência, tudo que é de indústria humana’; e ‘*inveniendi*’ que é um verbo significando ‘achar, encontrar, descobrir, inventar’.

³ “[...] *scripta universalis*, id est cuicumque legenti, cujus cunquae lingua perito intelligibilis, qualem hodie complures viri eruditi tentarunt [...]” (LEIBNIZ, 1666, p. 89).

Vale salientar que a *escrita universal* apresentada então não é inspirada na Álgebra ou na Aritmética, uma vez que, naquela época, Leibniz era um principiante no campo da matemática, embora a exemplificação da teoria sobre este tema seja elaborada no campo da matemática.

Leibniz defende que primeiramente é necessário estabelecer termos primitivos e por meio de combinações destes construir os termos derivados de primeira classe, de segunda classe, e assim por diante. Pelo fato de uma proposição ser composta por sujeito e predicado, ele supõe que desta forma, a partir de dado sujeito encontra-se seus predicados e vice-versa.

Na *escrita universal* exemplificada por Leibniz primeiramente são encontrados os termos primitivos e a eles associados números. Os termos derivados são decompostos em termos primitivos, e, portanto, combinações dos números correspondentes àqueles termos.

Na *Dissertatio*, após definir elementos de diversas classes, chega à Classe XVII e lá dentre outras definições, consta a definição de *triângulo escaleno*: “Scalenum est $\frac{5}{4}$, cujo $\frac{2}{2}$ consiste de $\frac{3}{8}(3)$. não $\frac{2}{3}(3)$ ”⁴ (LEIBNIZ, 1666, p. 43). Esta representação significa o seguinte: ‘Triângulo escaleno é uma figura cujo contorno consiste de três segmentos de reta, os três não iguais.’⁵

Quando escreve o *Dissertatio*, Leibniz pensa na *Linguagem universal* como um sistema de sinais (não de palavras) que representam imediatamente as coisas. Exemplifica sua *scriptura* por uma simbologia numérica, mas numa visão mais ampla ele defende o uso de símbolos, inspirado nos hieróglifos egípcios e chineses e nos sinais utilizados pelos químicos. Entende que uma linguagem construída nessas bases permite que cada povo utilize o mesmo sistema de escrita, mas cada um leia no seu idioma, como se faz com a escrita chinesa.

A partir de 1673, o assunto *Característica universal* passa a ser um tópico relevante em suas discussões, mas sob nova abordagem, com novos objetivos. Sua proposta então é de que a *Característica universal* sirva não somente para a comunicação do pensamento, mas para ampliá-lo. Leibniz deixa claro suas intenções e admite estar desenvolvendo uma ideia em uma forma de “[...] tratar a ciência da mente por meio de demonstrações [...]”⁶ (LODGE, 2004, p. 64), e não apenas para criar uma linguagem inteligível para todas as pessoas independente da língua falada.

Em cartas destinadas a Oldenburg e Jean Gallois (1632-1707), estudioso francês, editor do *Journal des Sçavans* no período de 1666 a 1674 e secretário da *Académie des Sciences*, Leibniz faz algumas considerações sobre o que entende por *caracteres*. Considera que *caracteres* são todos os sinais escritos, desenhados ou esculpidos; e reconhece como *caracteres reais* não as palavras, letras ou sílabas, mas sim os sinais que representam diretamente as coisas e as noções. Entre os *caracteres reais*, distingue entre os que servem somente à representação das ideias e os que servem para auxiliar o raciocínio.

⁴ “Scalenum est $\frac{5}{4}$ cujus $\frac{2}{2}$ est $\frac{3}{8}(3)$ non $\frac{2}{3}(3)$ ” (LEIBNIZ, 1666, p. 43)

⁵ Triângulo escaleno é quinto elemento da quarta classe (figura), cujo segundo elemento da segunda classe (contorno) consiste de (3) terceiro elemento da oitava classe (segmento de reta) não (3) segundo elemento da terceira classe (igual).

⁶ “[...] treat the science of mind by means of geometrical demonstrations [...]” (LODGE, 2004, p. 64).

Declara que ao primeiro tipo pertencem os hieróglifos chineses e egípcios, os símbolos dos astrônomos e químicos, julgando-os imperfeitos e insuficientes. Afirmar então que deseja para a sua Característica caracteres do segundo tipo. Como exemplos, ele cita os algarismos aritméticos e os sinais algébricos e julga que a Aritmética e a Álgebra são amostras de sua Característica. Por este motivo, acredita que não só é possível concluir tal projeto, mas também que ele já se encontra em parte elaborado. A este respeito, Couturat (1901) comenta que

Compreende-se, portanto, porque ele eleva seu projeto bem acima dos diversos ensaios da Língua Universal e porque ele desejou diferenciá-los radicalmente. Existe, segundo ele, muita diferença entre a língua universal de Wilkins, por exemplo, e sua própria Característica, como entre os sinais de Álgebra e os de Química, entre os algarismos aritméticos e os símbolos dos astrólogos, ou entre as notações de Viète e as de Hérigone. Ora a vantagem capital que ele atribui a sua característica sobre todos os outros sistemas de caracteres reais, é que é ela que permitirá efetuar os raciocínios e as demonstrações por um cálculo análogo aos cálculos aritmético e algébrico. Por último, é a notação algébrica que personifica o ideal da característica, e que vai servir de modelo⁷ (LC, p. 83 - 84)

Em carta de 1675 a Oldenburg, Leibniz afirma que a Álgebra é apenas uma parte de toda esta teoria e demonstra seu entusiasmo em relação ao poder dessa linguagem. Afirmar que:

De qualquer maneira, me atrevo a afirmar que nada pode ser concebido que seja mais eficaz para a perfeição do pensamento humano; e uma vez que esta teoria seja aceita, virá o tempo, e virá rápido, em que não teremos menos certeza sobre Deus e sobre a mente do que sobre figuras e números, e quando a invenção de máquinas não será mais difícil do que a construção de problemas geométricos⁸. (LEIBNIZ apud LODGE, 2004, p. 65)

A partir de então, Leibniz se inspira na Álgebra e na Aritmética para mostrar o quanto um sistema de signos bem escolhido é indispensável ao pensamento dedutivo. Segundo ele, o desenvolvimento das matemáticas e sua riqueza se devem ao fato de terem sido encontrados símbolos convenientes para os algarismos aritméticos e para os sinais algébricos. Considera que a Geometria se encontra menos avançada porque até aquela época não tinham sido encontrados caracteres próprios para representar as figuras e construções geométricas.

No manuscrito *Elementa Characteristica universalis* (Origem da Característica universal), escrito em maio de 1676, Leibniz defende uma linguagem que seja uma espécie

⁷ “On comprend, des lors, pourquoi il élève son projet bien au-dessus des divers essais de Langue universelle, et pourquoi il tient à les en distinguer radicalement. Il y a, selon lui, autant de différence entre Langue universelle de Wilkins, par exemple, et sa propre Caractéristique, qu’entre les signes de l’Algèbre et ceux de la Chimie, entre les chiffres arithmétiques et les symboles des astrologues, ou entre les notations de Viète et celles d’Hérigone. Or l’avantage capital qu’il attribue à sa Caractéristique sur tous les autres systèmes de caracteres réels, c’est qu’elle permettra d’effectuer les raisonnements et les démonstrations par un calcul analogue aux calculs arithmétique et algébrique. En somme, c’est la notation algébrique qui incarne pour ainsi dire l’idéal de la Caractéristique, et qui devra lui servir de modèle” (LC, p. 83 e 84)

⁸ “This, however, I dare to say, that nothing can easily be conceived which is more effective for the perfection of the human mind; and once this theory of philosophizing has been accepted, the time will come, and come soon, when we shall have no less certainty about God and the mind than about figures and numbers, and when the invention of machines will be no more difficult than the construction of geometrical problems.”

de Álgebra do pensamento. Naquele ano, aborda a composição dos conceitos como análogo à multiplicação aritmética e à decomposição dos conceitos em elementos simples, numa analogia à decomposição dos números em fatores primos, ou seja, imagina os termos primitivos como sendo números primos e os termos compostos como produto destes números. Este é o princípio do primeiro sistema de Cálculo lógico que Leibniz concebe. De acordo com Couturat (1901), “Vê-se que Leibniz empresta doravante às Matemáticas seu ideal lógico e mesmo estético”⁹ (LC, p. 63).

Leibniz exemplifica sua ideia tomando o conceito de ‘homem como animal racional’, de acordo com a tradição. Aos termos primitivos *animal* e *racional* associa os números 2 e 3 respectivamente. O conceito de homem é então expresso por 2.3, ou seja, seis. Assim, $2 \times 3 = 6$, isto é, animal x racional = homem.

Em outras palavras, para que uma proposição seja verdadeira, é necessário que a relação sujeito/predicado, como fração (S/P) resulte em um número inteiro. Ou seja, o número atribuído ao sujeito deve ser exatamente divisível pelo número atribuído ao predicado. Por exemplo, a proposição “Todos os homens são animais” pode ser reduzida à fração $6/2$, onde, 6 é o número do sujeito (homem) e 2 é o número do predicado (animais). O resultado da divisão é o número inteiro 3. Daí conclui-se que a proposição é verdadeira. Se quisermos saber se o ouro é metal devemos verificar se o número atribuído ao ouro é divisível pelo número atribuído ao metal.

Em 1678, no fragmento *Lingua Generalis*, Leibniz propõe um projeto da língua universal, possivelmente inspirado no projeto de Dalgarno, que, segundo Couturat (1901), exerce influência sobre o pensamento de Leibniz até a maturidade.

Neste projeto Leibniz apresenta um sistema de tradução de números por letras, que consiste em atribuir números às ideias de maneira que o registro escrito possa ser falado. Primeiramente todo o conhecimento humano é decomposto em ideias simples e então a cada ideia é atribuído um número. Leibniz então estabelece uma correspondência entre as nove primeiras consoantes (b, c, d, f, g, h, l, m, n) e os algarismos de 1 a 9 respectivamente. Às vogais (a, e, i, o, u) faz corresponder às potências de 10, ou seja, (1, 10, 100, 1000, 10000) respectivamente. Considera ainda que esta série pode ser prolongada usando ditongos. Com este sistema, o número 81374 se escreve e pronuncia *Mubodilefa*, pois $m = 8$ e $u = 10000$, então $Mu = 80000$; $b = 1$ e $o = 1000$, então $bo = 1000...$ e assim por diante. A vantagem dessa notação sobre a que Dalgarno executa em *Ars Signorum* é que cada sílaba indica (pela vogal) sua ordem decimal, de modo que seu valor independe da posição da sílaba. Ou seja, o mesmo número poderá ser expresso pela palavra *Bodifalemu*, pois será $1000+300+4+70+80000=81374$.

Para Leibniz, o fato de poder inverter as sílabas das palavras é uma vantagem que pode tornar a língua artificial mais agradável e harmoniosa. Ele sugere que assim seria possível criar uma língua musical.

Leibniz é levado a mostrar a utilidade de sua Característica. Ele argumenta que a Característica é como que ‘o fio de Ariadne’ para o raciocínio. Ele entende que cada caractere deve conter um máximo de sentido numa forma condensada, e, dessa maneira, abreviar o trabalho do pensamento. Explica que, devido à limitada capacidade da mente,

⁹ “On voit que Leibniz emprunte désormais aux Mathématiques son idéal Logique et même esthétique.” (LC, p. 63)

que compreende apenas um pequeno número de ideias e efetua apenas uma dedução imediata e simples por vez, ela está sujeita a se emaranhar e se perder quando o raciocínio é longo. Deduz que quando as ideias são representadas por sinais e suas combinações por uma combinação de sinais, de tal forma que a análise lógica dos conceitos seja substituída pela análise material dos caracteres, o raciocínio fica reduzido a um cálculo análogo ao aritmético ou algébrico e dotado do rigor e de certeza que lhes é característico. Em carta a Gallois de 1677, declara que

O verdadeiro método deve nos fornecer o Fio de Ariadne, isto é, um meio seguro, acessível e significativo, que conduza o espírito, como as linhas traçadas em geometria e as fórmulas das operações que se determina aos aprendizes de Aritmética. Sem isto, nosso espírito não saberia fazer um longo caminho sem se perder”¹⁰ (LEIBNIZ, 1677).

Efetivamente, Leibniz deseja que, por meio da Característica, o tipo de raciocínio usado para o desenvolvimento do domínio matemático seja estendido para o domínio metafísico. Em carta ao Duque de Hanôver em 1690, Leibniz afirma que “[...] como tenho a felicidade de aperfeiçoar consideravelmente a arte de inventar ou a Análise dos Matemáticos, comecei a ter novos pontos de vista para reduzir todo o raciocínio humano a uma espécie de cálculo”¹¹ (LEIBNIZ, 1690).

Ele considera que o progresso que trouxe para as matemáticas decorre unicamente do fato de conseguir encontrar símbolos próprios para as quantidades e suas relações. O seu legado mais célebre para o conhecimento humano, a do Cálculo Infinitesimal, é derivado de sua pesquisa constante em encontrar novos simbolismos, o que confirma, para ele, a importância de uma boa *característica* para as ciências dedutivas. Nesse sentido Couturat, (1901) comenta que

[...] pouco tem sido reconhecido que o algoritmo que ele felizmente escolheu para a Análise superior deve ser considerado simplesmente como um resultado de suas pesquisas, é originalmente apenas (Leibniz o designa assim) uma Característica, um cálculo operatório¹² (LC, p. 85).

De fato, a originalidade maior do Cálculo criado por Leibniz está justamente em representar por sinais apropriados noções e operações que nada têm de aritmética e lhes submeter a um algoritmo formal. Na opinião de Couturat (1901), é neste ponto que se encontra o maior mérito de Leibniz e sua principal vantagem em relação ao *Método das Fluxões* de Newton. Leibniz comenta a superioridade de seu método em relação ao criado por Newton, no artigo *Considerations sur La différence qu’il entre l’Analyse Ordinaire et*

¹⁰ “La véritable methode nous doit fournir un filun Ariadnes, c’est-à-dire un certain moyen sensible et grossier, qui conduise l’esprit, comme sont les lignes traces en Geometrie et les forms des operations q’on prescrit aux apprentifs en Arithmetique. Sans cela nostre esprit ne sçauoit faire un long chemin sans s’égarer” (LEIBNIZ in GM I, p. 181 e GP VII, p. 22).

¹¹ “Et comme j’ay eu le bonheur de perfectionner considerablement l’art d’inventer ou Analyse des Mathematiciens, j’ay commence à avoir certaines vues toutes nouvelles, pour reduire tous les raisonnemens humains à une espece de calcul” (LC, p. 84).

¹² “[...] on a trop peu reconnu que l’algorithme qu’il a si heureusement choisi pour l’Analyse supérieure doit être considere simplement comme um résultat de ces recherches; Il n’est originairement rien autre chose (et Leibniz lui-même Le designe ainsi) qu’une caractéristique, qu’un calcul opératoire” (LC, p. 85).

Le nouveau Calcul des transcendentes (Considerações sobre a diferença que há entre a Análise Ordinária e o novo Cálculo Transcendental), publicado no *Journal des Sçavans* de 1694, portanto antes da disputa sobre a prioridade da criação do Cálculo Infinitesimal. Afirma que “[...] é verdade que ele [Newton] se serve de outros caracteres, mas como a Característica é, por assim dizer, em grande parte, a arte de inventar, eu acredito que os nossos [caracteres] proporcionam mais transparência.”¹³ (LEIBNIZ, 1694).

Na análise de Couturat (1901), o *Cálculo Infinitesimal* é a mais ilustre e bem sucedida amostra da Característica Universal, embora não seja a única. Em suas palavras

De qualquer forma, é importante destacar a unidade da obra filosófica e científica de Leibniz, que mostra que sua criação matemática mais célebre e mais fecunda, a que revelou seu gênio e consagrou sua glória aos olhos dos eruditos, emanava de seu pensamento e das suas pesquisas de Lógica, e era para ele, apenas uma aplicação ou um ramo particular de sua Característica universal. Mas, convém também observar que esta aplicação não foi a única, e a mesma preocupação que lhe sugeriu muitas outras criações matemáticas mais ou menos bem sucedidas, mas sempre talentosas, algumas delas, desconhecidas ou ignoradas, fizeram a partir daí o destino da Ciência¹⁴ (LC, p. 87).

Podemos citar além do Cálculo, a Aritmética ou Numeração binária por tratar-se de outra amostra da Característica universal.

A busca pelas noções primitivas e por símbolos adequados que as representem leva Leibniz a desenvolver estudos sobre a Aritmética binária, embora, antes dele, Thomas Harriot (1560-1621) no início do século, e depois Juan Caramuel y Lobkowitz (1606-1682) em 1670, apresentem alguns resultados neste tópico.

Na Aritmética binária, Leibniz une a matemática e a metafísica. De acordo com Ross (2001), ele defende que o universo é criado de modo distinto de Deus por seu aspecto passivo, material e mecânico. Mas, “[...] se a matéria é irreal, isto quer dizer que a materialidade do mundo consiste num misto de irrealidade, ou não ser. Deus é puro ser: a matéria é um composto de ser e nadidade” (ROSS, 2001, p. 113).

Nesse sentido, assim como toda a aritmética pode ser derivada do 1 e do 0, todo o universo é gerado a partir do puro ser e da nadidade, fortalecendo a ideia de que as únicas coisas simples são: Deus (número um) e o Nada (o zero). Esta concepção está colocada no texto *De organo sive arte magna cogitandi* (Sobre o instrumento ou a grande arte de pensar), de 1679, onde ele afirma que “Pode acontecer, que apenas o único ser que é concebido por si mesmo, seja o próprio Deus, e haja o nada, ou a privação, portanto é mostrada maravilhosamente semelhante.”¹⁵ (LEIBNIZ, 1679).

Leibniz considera essa ideia apenas como uma possibilidade, ele não chega a demonstrar que todas as coisas possam ser decompostas até se chegar a Deus e Nada, mas

¹³ “[...] Il est vrai qu’il se sert d’autres caracteres; mais comme la caractéristique même est, pour ainsi dire, une grande part de l’art d’inventer, je crois que les notres donnent plus d’ouverture” (LC, p. 85).

¹⁴ “Quoi qu’il en soit, Il importait, pour faire ressortir l’unité de l’œuvre philosophique et scientifique de Leibniz, de montrer que son invention mathématique La plus célèbre et La plus féconde, celle qui a révélé son génie et consacré sa gloire aux yeux des savants, se rattachait dans sa pensée à ses recherches de Logique, et n’était pour lui qu’une application d’une branche particulière de sa Caractéristique universelle” (LC, p. 87).

¹⁵ “Fieri potest, ut non nisi unicum sit quod per se concipitur, nimirum Deus ipse, et praeterea nihilum seu privatio, quod admirabili similitudine declaratur” (LEIBNIZ in LC p. 430).

considera que se assim fosse, os algarismos ‘0’ e ‘1’ seriam os símbolos das únicas ideias simples, já que são os únicos algarismos usados na Aritmética binária e deles se originam todos os outros números. A respeito de seu sistema Leibniz comenta que:

Por enquanto não vou tocar na imensa utilidade desse sistema: basta notar quão maravilhosamente todos os números são assim expressos pela Unidade e pelo Nada. E embora não haja esperança de que os homens nesta vida sejam capazes de chegar à ordem secreta das coisas, que tornaria claro que tudo advém do puro ser e do nada, é suficiente para análise das idéias, continuar até o ponto necessário para demonstrações das verdades¹⁶(LEIBNIZ, 1679).

Segundo ele, a primeira qualidade de um sistema de símbolos deve ser a concisão, pois eles são destinados a aliviar o trabalho da mente condensando os pensamentos. Leibniz se inspira na matemática, cujos teoremas não são apenas atalhos de escrita, mas atalhos de raciocínio que permitem passar das premissas à conclusão por meio de um cálculo ou operação mecânica. Considera também que as operações efetuadas com os números binários são fáceis e que nunca é preciso tentar adivinhar nada. Afirma que, nesse sistema, não é preciso saber nada decorado como quando se trabalha no sistema decimal – cita como exemplo, o fato de que para fazer uma operação de multiplicação como 345 por 34 é necessário saber, dentre outras coisas, que 3 multiplicado por 5 dá 15. No sistema binário não é necessário guardar nada na memória, pois “[...] tudo é encontrado e provado na fonte”¹⁷ (LEIBNIZ, 1703).

Outra condição que Leibniz impõe aos caracteres da Característica universal é que por meio de sua forma e de sua composição seja possível deduzir todas as propriedades dos conceitos que eles representam. Neste sentido a Aritmética binária cumpre essa condição, pois permite demonstrar pelo cálculo as verdades aritméticas que a numeração decimal é obrigada a aceitar como fatos. A este respeito Leibniz comenta que:

Projetei uma forma de assentar as contas, de modo que aquele que junta as somas das colunas deixa no papel os traços dos passos progressivos do seu raciocínio, de maneira que não dê passos inúteis. Pode sempre rever, corrigindo as últimas faltas sem interferir nas primeiras: desta forma a revisão, mesmo feita por outro, quase não custa trabalho, visto que pode examinar os mesmos passos com um relance de olhos. Além dos meios de verificar ainda as contas de cada artigo, por uma espécie de prova muito fácil, sem que essas observações aumentem consideravelmente o trabalho de contagem (LEIBNIZ, NE, p. 288, 289).

Considerações Finais

Em sua busca constante pelos caracteres ideais, Leibniz experimenta todos os símbolos que consegue imaginar. Até o fim de sua vida, mantém sua proposta de invenção de um simbolismo completo e definitivo. Ele reconhece as dificuldades intrínsecas ao seu

¹⁶ “Imensos hujus expressionis usus nunc non attingo: illud suffecerit annotare quàm mirabili ratione hoc modo omnes numeri per Unitatem et Nihilum exprimantur. Quanquam autem spes nulla sit homines in hac vita ad hanc seriem rerum arcanam pervenire posse, qua patent quanquam ratione cuncta ex Ente puro et nihilo prodeant, sufficit tamen analysin idearum eousque produci, quousque demonstrationes veritatum requirunt” (LEIBNIZ in OC, p. 431).

¹⁷ “[...] tout cela se trouve & se prouve de fource” (LEIBNIZ in GM VII, p. 225).

projeto. Em carta de março de 1706, à Eleitora Sophie, sua grande amiga, demonstra sua desilusão ao comentar que,

[...] não estou nem estarei jamais em estado de executar tal projeto em que é necessário mais do que uma mão; e parece mesmo que o gênero humano não está suficientemente amadurecido para reivindicar os benefícios que esse Método poderá proporcionar-lhe¹⁸ (LEIBNIZ, 1706).

Portanto, muito embora Leibniz tenha se mostrado um dedicado e incansável estudioso, não chega a concretizar seu intento. Desenvolve inúmeros projetos, apresenta diversas propostas, mas não tem sucesso na construção da tão desejada Linguagem universal, e, por suposto, da Característica universal.

Podemos cogitar que o fato de Leibniz não ter realizado inteiramente o projeto da criação de uma Linguagem universal se deve ao fato da impossibilidade fundamental de tal realização. Uma possível explicação pode estar no interior da filosofia leibniziana, pelo motivo de não ser dado a um ser finito e limitado – o homem – a capacidade de compreender a infinitude divina, necessária para encontrar os conceitos primitivos do pensamento. Mas é também presumível que essa impossibilidade seja externa à filosofia de Leibniz, pois, uma vez que a linguagem é histórica e social, não é possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre signo e significado, imprescindível para a construção da Linguagem universal.

Referências

ALFONSO-GOLDFARB, A.M. **An “older” view about matter in John Wilkins’ “modern” Mathematical Magick.** In *Reading the books of nature. The other of the scientific revolution.* St. Louis. Mo. Sixteenth Century Journal Publishens, 1998.

ALFONSO-GOLDFARB, A.M. **Centenário Simão Mathias: Documentos, Métodos e Identidade da História da Ciência.** In *Circumscribere: International Journal for the History of Science*, 2008. Disponível em <<http://revistas.pucsp.br/index.php/circumhc/article/view/679/925>>. Acesso em 20.05.2014.

ALFONSO-GOLDFARB, A.M. et al. **Reflexões sobre a constituição de um corpo documental para a história da ciência: um estudo de caso do Brasil Colônia e Brasil Reino.** In *Acervo*, Rio de Janeiro, V. 26, nº 1, p. 42-53, Jan./Jun. 2013. Disponível em <<http://www.revistaacervo.an.gov.br/seer/index.php/info/article/view/591/486>>. Acesso em 06.10.2014.

COUTURAT, L. **La logique de Leibniz: d’après des documents inédits.** Paris: F. Alcan, 1901. Disponível em <<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110843d.r=la+logique+leibniz.langPT>>. Acesso em 10.05.2010.

¹⁸“Mais je ne say si je seray jamais en estat d’executer un tel projet qui a besoin de plus d’une main; et il semble même que le genre humain n’est pas encore assez meur pour pretendre aux avantages où cette Methode pourroit mener.” (LEIBNIZ in LC, p. 118).

COUTURAT, L. **Opuscles et fragments inédits de Leibniz : extraits des manuscrits de la Bibliothèque royale de Hanovre**. Traduzido por L. Couturat, Paris: F. Alcan, 1903. Disponível em <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k68142b.r=Opuscles+et+fragments+in%C3%A9dits+de+Leibniz+%3A+%3E+extraits+des+manuscrits+de+la+Biblioth%C3%A8que+royale+de+Hanovre.langPT>>. Acesso em 10.05.2010.

DILTHEY, Wilhelm. **Leibniz e sua época**. Tradução A. E. Beau. São Paulo: Livraria Acadêmica Saraiva & Cia, 1947.

ECO, H. **A busca da língua perfeita**. Tradução Antonio Angonese. Edusc. Bauru- SP. 2001.

FERNANDES, G. **Leibniz e a invenção do cálculo**. [2014]. Disponível em http://www.academia.edu/5250877/Leibniz_e_a_invencao_do_calculo_diferencial> Acesso em 13.01.2014.

GERHARDT, C. I. **Die Philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz** (Escritos filosóficos de Leibniz). Berlim: Weidmann, Volume 3, 1887. Disponível em http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leibniz_-_Die_philosophischen_Schriften_hg._Gerhardt_Band_3.djvu>. Acesso em 6.10.2013.

GERHARDT, C. I. **Die Philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz** (Escritos filosóficos de Leibniz). Berlim: Weidmann, Volume 4, 1880. Disponível em http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Leibniz_-_Die_philosophischen_Schriften_hg._Gerhardt_Band_4.djvu>. Acesso em 6.10.2013

GERHARDT, C. I. **Leibnizens mathematische Schriften. Erste abtheilung: Briefwechsel zwischen Leibniz, Wallis, Varignon, Guido Grandi, Zendrini Hermann und Freiherrn von Tshirnhaus**. Leibnizens gesammelte Werke aus den Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Hannover (Escritos matemáticos de Leibniz. Primeira Seção: correspondência entre Leibniz, Wallis, Varignon, Guido Grandi, Zendrini e Hermann Freiherr von Tshirnhaus. Obras completas de Leibniz dos manuscritos da Biblioteca Real de Hanôver). [S.I.]: Halle, Volume 4, 1859. Disponível em <http://ia700308.us.archive.org/15/items/mathematischesch04leibuoft/mathematischesch04leibuoft.pdf>>. Acesso em 6.10.2013.

GERHARDT, C. I. **Leibnizens mathematische Schriften. Zweite abtheilung: Die mathematischen Abhandlungen Leibnizens enthaltend. Band I**. Leibnizens gesammelte Werke aus den Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Hannover (Escritos matemáticos de Leibniz. Segunda Seção: os tratados matemáticos de Leibniz. Volume I. Obras completas de Leibniz dos manuscritos da Biblioteca Real de Hanôver). [S.I.]: Halle, Volume 5, 1858. Disponível em http://books.google.com.br/books/pdf/Leibnizens_Mathematische_Schriften__Hera.pdf?d=FSM1AAAAIAAJ&hl=pt-BR&capid=AFLRE72o8y8t66dxNy76M45_CNsLpzpUBv42Qv09cwBq7R0acwao1q1ybl dLflpheKGdgoyumvpGZLQm6eqjuSVe41IRjHUvKw&continue=http://books.google.com/books/pdf/Leibnizens_Mathematische_Schriften__Hera.pdf%3Fid%3DFSM1AAAAIAAJ%26output%3Dpdf%26hl%3Dpt-BR&redir_esc=y>. Acesso em 06.10.2013.

GERHARDT, C. I. **Leibnizens mathematische Schriften. Zweite abtheilung: Die mathematischen Abhandlungen Leibnizens enthaltend. Band III**. Leibnizens gesammelte Werke aus den Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Hannover (Escritos matemáticos de Leibniz. Segunda Seção: os tratados matemáticos de Leibniz. Volume III. Obras completas de Leibniz dos manuscritos da Biblioteca Real de Hanôver).

[S.I.]: Halle, Volume 7, 1863. Disponível em <http://books.google.com.br/books/pdf/Leibnizens_Mathematische_Schriften_Hera.pdf?id=7iI1AAAAIAAJ&hl=pt-BR&capid=AFLRE71l_kI68GID30KA_Z3EX-dCDGYLLQz6-7QtBfNuYa7ZcbIZEzmUbNmWc1Hu9IcHyBIHjVuqBv_cJNlDbfZ7t6O2zY2KCQ&continue=http://books.google.com/books/pdf/Leibnizens_Mathematische_Schriften_Hera.pdf%3Fid%3D7iI1AAAAIAAJ%26output%3Dpdf%26hl%3Dpt-BR&redir_esc=y>. Acesso em 06.10.2013.

LEIBNIZ. G. W. **Da origem primeira das coisas**. In: Os Pensadores. Tradução de Carlos Lopes Mattos. São Paulo: Victor Civita, 1983.

LEIBNIZ. G. W. **Discurso de metafísica**. In: Os Pensadores. Tradução de Marilena de S. Chauí. São Paulo: Victor Civita, 1983.

LEIBNIZ. G. W. **Dissertatio de Arte Combinatoria**. [1666] Disponível em <<http://www.rarebookroom.org/Control/leiar/index.html>> Acesso em 18.10.2013.

LEIBNIZ. G. W. **Dissertatio de Arte Combinatoria, in qua, ex arithmeticae fundamentis, complicationum ac transpositionum doctrina novis praeceptis exstruitur et usus ambarum per universum scientiarum orbem ostenditur** Lipsiae: J. S. Fikium et J. P. Seaboldum, 1666. Disponível em <<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k625780.r=dissertatio+de+arte+combinatoria+leibniz.langPT>> Acesso em 10.03.2010.

LEIBNIZ. G. W. **Explication de l'arithmétique binaire**. Disponível em <http://ads.ccsd.cnrs.fr/docs/00/10/47/81/PDF/p85_89_vol3483m.pdf>. Acesso em 03.10.2013.

LEIBNIZ. G. W. **Leibniz: on symbols and the characteristic art**. 1668?. Disponível em <<http://www.leibniz-translations.com/symbol.htm>>. Acesso em 15.07.2013.

LEIBNIZ. G. W. **Machina arithmetica in qua non additio tantum et subtractio sed et multiplicatio nullo, divisio vero paene nullo animi labore peragantur**. Trad. Por Cleonice Narciso e Magda Lourenço. Disponível em <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/a%20mao/leibniz_traducao.htm> Acesso em 27.09.2013.

LEIBNIZ. G. W. **Novos Ensaios sobre o entendimento humano**. In: Os Pensadores. Tradução de Luiz João Baraúna. São Paulo: Victor Civita, 1984.

LEIBNIZ. G. W. **O que é a ideia?** In: Os Pensadores. Tradução de Carlos Lopes Mattos. São Paulo: Victor Civita, 1983.

MOREIRA, V. de C. **Leibniz e a Linguagem**, Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2005.

POMBO, O. **Leibniz e o Problema de uma Língua Universal**, Lisboa: Edições Colibri, 1997.

QUICHERAT, L. e SARAIVA F. R. dos S. **Diccionario Latino-Portuguez**. Rio de Janeiro. B. L. Garnier, Livreiro-Editor, 2ª edição.

ROSS, G. M. **Leibniz**. Tradução Adail U. Sobral e Maria S. Gonçalves. São Paulo: Edições Loyola, 2001.

ROSSI, P. **A chave universal: artes da memorização e lógica combinatória desde Lúlio até Leibniz**. Tradução Antonio Angonese. Bauru/SP: Edusc, 2004.

ROSSI, P. **A Ciência e a filosofia dos modernos**. Tradução Álvaro Lorencini. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1992.

ROSSI, P. **O nascimento da ciência moderna na Europa**. Tradução Antonio Angonese. Edusc. Bauru-SP. 2001.

ROSSI, P. **Francis Bacon. Da magia à ciência**. Tradução de Aurora Fornoni Bernardini. Londrina. Ed. Da Universidade Estadual de Londrina, 2006.

ROSSI, P. **Os filósofos e as máquinas**. Tradução de Federico Carotti. São Paulo. Ed. Schwarcz Ltda, 1989.

RUSSELL, B. **A filosofia de Leibniz**. Tradução João R. Villalobos, Hélio L. de Barros e João P. Monteiro. São Paulo: Editora Nacional, 1968.

Carmen Rosane Pinto Franzon

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Rio Grande do Norte – IFRN/RN/Brasil

E-mail: crfranzon@yahoo.com.br

Arlete de Jesus Brito

Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho –
UNESP/Rio Claro/SP/Brasil

Email: arlete@rc.unesp.br

Dissertações em história e epistemologia da matemática: contribuições para a abordagem da geometria plana no ensino médio

Dissertations in history and epistemology of mathematics: contributions for geometry approach flat in secondary education

Rafael José Alves do Rego Barros
Instituto Federal da Paraíba – IFPB – Brasil

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo mostrar o conteúdo de Geometria Plana abordado em cada uma das dissertações classificadas em História e Epistemologia da Matemática no período entre 1990 e 2010, nos programas de pós-graduação do Brasil. Tomamos como referência para selecioná-las, as três tendências atuais das pesquisas em história da matemática, de acordo com a cartografia das pesquisas nesta área, realizada por Mendes (2010). Para identificar se uma dissertação abordava conteúdos do Ensino Médio, usamos como parâmetro as áreas de conhecimentos do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Tentamos mostrar neste artigo a abundância de material que constam nestes trabalhos que podem de alguma forma serem inseridos na nossa prática docente focalizando aqueles trabalhos que abordam conteúdos geometria plana do Ensino Médio, pois muitas vezes essas dissertações, depois de defendidas pouco são utilizadas e são esquecidas nas bibliotecas. Esse artigo servirá para a disseminação destas publicações para um público maior, no sentido de possibilitar uma divulgação dos conteúdos matemáticos que podem ser explorados para abordar conceitos matemáticos na Educação Básica.

Palavras-chave: Dissertações, História e Epistemologia da Matemática, Ensino Médio, Geometria Plana.

ABSTRAT

This work aims to show the plane geometry of content covered in each of the dissertations classified in History and Epistemology of Mathematics in the period between 1990 and 2010, the graduate programs in Brazil. We refer to select them, the three current trends of research in the history of mathematics, according to the mapping of research in this area, carried out by Mendes (2012). To identify whether a dissertation addressed high school content, used as a parameter the areas of expertise of the National Secondary Education Examination - ENEM. We try to show in this article plenty of material contained in these works that can somehow be inserted in our teaching practice focusing on those works that address content flat geometry of high school, because often these dissertations, after advocated are little used and forgotten in libraries. This article will serve to disseminate these publications to a wider audience, to enable dissemination of mathematical content that can be explored to address mathematical concepts in basic education.

Keywords: Thesis, History and Epistemology of Mathematics, High School, Plane Geometry.

Introdução

Alguns estudiosos vêm discutindo sobre o ensino de matemática, em busca de uma abordagem diferenciada, no qual o que se ensina seja repleto de reflexão, significado, contextualizado de acordo com a realidade educacional em que o aluno se encontra. Quando falamos do ensino visando à disciplina matemática, fica mais evidente a necessidade de uma atualização de comportamento diante do modelo de ensino adotado

por muitos professores dessa disciplina. É possível que uma das razões que corrobore para o insucesso dos alunos seja a maneira como os conteúdos matemáticos são ensinados, ou seja, um ensino puramente abstrato. A falta de sentido e significado para o objeto matemático em estudo pode inviabilizar o desempenho dos jovens como a sociedade espera e precisa. Algumas dessas discussões decorrem da História da Matemática.

Ainda em torno dessa questão, a História da Matemática permite compreender que as teorias que hoje aparecem elaboradas elegantemente, e aparentemente concluídas, resultaram, quase sempre, de desafios enfrentados pela sociedade em geral e que os matemáticos buscaram soluções para vencer tais desafios por meio de processos de criação, recriação e descoberta. Nesse contexto, as culturas matemáticas foram sistematizadas, e uma delas, a cultura matemática escolar, foi produzida com a finalidade de ser proposta ao aluno como um saber que tem significado social e que se constitui em um dos requisitos fundamentais para sua inserção social.

Igualmente, os estudos e pesquisas em Educação Matemática nos mostram que, ao longo dos últimos vinte e cinco anos, tem sido feito um investimento intelectual muito significativo nos programas de pós-graduação de Brasil, em torno da pesquisa em História da Matemática, com a obtenção de resultados bastante satisfatórios, dentre os quais, podemos destacar a formação de grupos de pesquisa com produtividade sustentável e produção de teses e dissertações, que têm dado retorno para a formação de professores de matemática e muito contribuído para o ensino de matemática na Educação Básica. Além disso, tem-se investido fortemente na tradução de livros clássicos da área da matemática, que são importantes, como, por exemplo, o “Elementos de Euclides”, entre outros. Com base nos estudos em história da matemática, percebemos que se trata de um conjunto de conhecimentos em contínua transformação e que desempenha um importante papel na formação educativa da sociedade.

Essa pesquisa é um recorte da minha tese de doutorado e está vinculada ao projeto de pesquisa intitulado *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990 e 2010*, coordenada pelo professor Dr. Iran Abreu Mendes, com a finalidade principal de descrever a produção científica na área de História da Matemática nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do país, das áreas de Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências Naturais e Matemática e áreas afins, com vistas a traçar uma cartografia dos estudos em História da Matemática oriundos das pesquisas realizadas pelos estudantes de pós-graduação dos diversos programas existentes no Brasil entre 1990 e 2010, sob três dimensões: História e Epistemologia da Matemática, História da Educação Matemática e História no Ensino da Matemática, que se originou de uma proposição de classificação dos trabalhos em História da Matemática apresentados por Sad (2005), nos Anais do VI Seminário Nacional de História da Matemática. Assim, ampliaram-se os estudos sobre a produção presente nos Anais desses Seminários Nacionais entre 1995 e 2007 (MENDES, 2008), iniciando as atividades com a investigação das dissertações e teses em 2010.

Para essa classificação, os seguintes critérios propostos por Mendes (2010, 2014) foram tomados como parâmetro: 1) Os trabalhos considerados de História e Epistemologia da Matemática são os aqueles que tratam das produções científicas relacionadas à vida e à obra de matemáticos e ao desenvolvimento de suas ideias matemáticas, bem como o

desenvolvimento da área em pauta enquanto conteúdo científico; 2) Foram considerados como trabalhos de História da Educação Matemática aqueles que tratam de estudos relacionados à história de instituições, biografias de matemáticos e professores de matemática (antigos e atuais), bem como suas contribuições para a formação de professores de Matemática e para a melhoria do ensino dessa disciplina escolar, além de, certamente, contribuírem para a constituição dos acervos documentais, das memórias e do patrimônio da Educação Matemática brasileira; 3) Os trabalhos agrupados na categoria de História no Ensino da Matemática foram aqueles que se caracterizam pela preocupação com fins pedagógicos, como elaboração de materiais didáticos para ensinar Matemática, usando fragmentos da História da Matemática, tomando como referência as tendências atuais das pesquisas em história da matemática.

Considerando o que se propôs nesse projeto, decidimos tomar como objeto de estudo para esse artigo as dissertações em História e Epistemologia da Matemática do Brasil no período entre 1990 e 2010, centrando o uso dessas informações históricas em tópicos de Geometria Plana do Ensino Médio, partindo do pressuposto de que os alunos compreendam o processo de construção da matemática em cada contexto e momento histórico específico. Entretanto, vamos apresentar, em primeiro lugar, a seleção das dissertações e teses, já levantadas na pesquisa de Mendes (2010, 2014).

Quadro 01: Dissertações e Teses relacionadas à História da Matemática (1990-2010)

Subáreas da História da Matemática	Nº de Dissertações	Nº de Teses	Total
História e Epistemologia da Matemática	38	24	62
História da Educação Matemática	135	48	183
História da Matemática para o Ensino	27	9	36
Total	200	81	281

Fonte: Mendes (2015, p.162)

Diante dessa classificação feita por Mendes (2015), selecionamos entre os 62 trabalhos de História e Epistemologia da Matemática, aqueles que apresentavam conteúdos Matemáticos e separamos em dois tipos: Conteúdos do Ensino Superior e Conteúdos do Ensino Médio, de acordo com a tabela seguir:

Quadro 02: Distribuição do Total de Dissertações e Teses de História e Epistemologia da Matemática/Níveis de Conteúdos Abordados

Níveis	Dissertação	Teses	Total
Educação Básica	10	7	17
Ensino Superior	19	11	30
Total	29	18	47

Fonte: Barros (2016, p. 57)

Em seguida fizemos um quadro, no qual separamos o quantitativo de trabalho em função dos conteúdos, usando como critério as áreas de conhecimentos do Exame Nacional do Ensino Médio –ENEM: 1) Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas,

sequências e progressões, princípios de contagem; 2) Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo; 3) Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade; 4) Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1º e do 2º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas; 5) Conhecimentos algébricos/geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

Criamos um novo critério, já que alguns conteúdos do Ensino Médio não estão mais entre os conteúdos da prova do ENEM, e chamamos de outros, conteúdos como números complexos e determinantes, são considerados como conteúdos do Ensino Médio, mesmo não sendo abordado no ENEM.

No quadro 03, a seguir é apresentado o quantitativo dos conteúdos do Ensino médio nas dissertações e teses em história e epistemologia da matemática produzidas nos programas de pós-graduação do Brasil no período de 1990 a 2010.

Quadro 03: Dissertações e Teses que Abordam Conteúdos do Ensino Médio

Áreas	Dissertações	Teses	Total	Percentual
Conhecimentos numéricos	4	2	6	35%
Conhecimentos geométricos	3	3	6	35%
Conhecimentos de estatística e probabilidade	-	1	1	6%
Conhecimentos algébricos	-	1	1	6%
Conhecimentos algébricos/geométricos	1	-	1	6%
Outros	2	-	2	12%
Total	10	7	17	100%

Fonte: Barros (2016, p. 121)

Neste artigo mostraremos quais conteúdos de geometria plana aparecem nas 10 (dez) dissertações, tanto como conteúdo principal focalizado, ou seja, inseridos nos três trabalhos sobre Conhecimentos Geométricos citados no quadro 03, como também aqueles conteúdos secundários mobilizados nas outras 7 (sete) dissertações. A seguir segue um resumo dos trabalhos:

Quadro 04: Dissertações em que a Geometria Plana do Ensino Médio é o conteúdo Principal

Trabalhos	Conteúdo Principal Focalizado	Conteúdos Secundários
Dissertação 2	Polígonos Regulares	Volumes de Sólidos Geométricos
Dissertação 6	Casos de congruência; semelhança de triângulos, quadriláteros, triângulos retângulos, círculos e circunferências, polígonos; áreas de figuras planas	Aritmética

Fonte: Adaptada de Barros (2016, p. 229)

Quadro 06: Dissertações em que a Geometria Plana do Ensino Médio é o conteúdo Secundário

Trabalhos	Conteúdo Principal Focalizado	Conteúdo de Geometria Plana Secundário Mobilizado
Dissertação 1	Números Irracionais: O número π	Geometria Plana: Círculo, circunferência, polígonos inscritos e circunscritos na circunferência, trigonometria no triângulo retângulo
Dissertação 3	Geometria Analítica	Semelhança de triângulos
Dissertação 4	Geometria Espacial: Perspectiva Espacial	Geometria Plana: Simetria
Dissertação 8	Números Complexos	Geometria Plana: Circunferência, Triângulo Retângulo, Áreas e Perímetros de Figuras Planas
Dissertação 9	Lógica Nonsense	Geometria Plana: Simetria, Reflexão, quadriláteros, circunferências, polígonos
Dissertação 10	Sistema Métrico Decimal	Geometria Plana: Áreas e Perímetro.

Fonte: Elaboração com base em Barros (2016)

Sobre as Dissertações

Neste tópico, apresentamos os temas matemáticos das dissertações em História e Epistemologia da Matemática publicadas entre 1990 e 2010 nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do Brasil e fazemos algumas sugestões de uso no Ensino Médio, dando ênfase no público alvo que pode ser trabalhado.

A dissertação 1, escrita por Aloísio Daniel Vendemiatti, intitulada *A Quadratura do Círculo e a gênese do número π* , teve como objetivo apresentar aspectos da gênese do número π , inerentes ao problema da quadratura do círculo e mostrar a impossibilidade da construção de tal quadrado, fundamentando todas as etapas envolvidas, inclusive a demonstração do resultado definitivo, a saber: a transcendência do número π . Nesse sentido Vendemiatti (2009) teve como uma de suas finalidades a elaboração de um material didático para contribuir na formação de professores de matemática e para sua prática no exercício do magistério.

No primeiro capítulo, o autor descreve de forma breve o problema da quadratura do círculo e sua relação com o número π , em que é apresentada uma justificativa de como se pode obter a área do círculo e o comprimento da circunferência, com o uso usando o Método de Arquimedes (240 a. C.) para cálculo do número π .

Percebemos que podemos usar bem o Método de Arquimedes para o estudo do Círculo e da circunferência e explorando o conteúdo de polígonos regulares e trigonometria no triângulo retângulo. Geralmente, em turmas de 2º ano do Ensino Médio, esse conteúdo é visto. Mas são poucos materiais que mostram detalhes das demonstrações das áreas e ainda mais explorando diversos conteúdos.

Essas duas demonstrações feitas na dissertação de Vendemiatti (2009) tratam de conteúdos com potenciais didáticos para o Ensino Médio, encontrados na dissertação em História e Epistemologia da Matemática, escrita por Vendemiatti. Podemos, em nossas aulas, mostrar essas demonstrações, bem como sua explicação histórica.

O que concluímos, é que podemos fazer uma adaptação dessas demonstrações e, junto com o contexto histórico, trabalhá-las em sala de aula do Ensino Médio quando estivermos abordando o conteúdo de Geometria Plana de círculo e circunferência, pois, além de demonstrar as fórmulas, também fazemos uma das demonstrações do π e mobilizamos conteúdos de áreas de figuras planas, como o triângulo, e trigonometria no triângulo retângulo.

A dissertação 2, intitulada *O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874*, escrita por Ben Hur Mormello cujo objeto de pesquisa desta foi o currículo de Matemática da Academia Real Militar do Rio de Janeiro entre 1811 e 1874, em que Mormello apresentou quatro obras utilizadas no Ensino Militar no Século XVIII: 1) O Método Lusitânico de Desenhar as Fortificações; 2) Exames de Artilheiros; 3) Exames de Bombeiros; 4) O Novo Curso de Matemática. Ele procurava entender como o Ensino militar abordava o Ensino da Matemática, antes da Academia Real Militar do Rio de Janeiro.

Na primeira obra, o Método Lusitânico de Desenhar as Fortificações, escrita por Serrão Pimentel, foi abordada uma prática para que qualquer soldado conseguisse desenhar todo tipo de fortificações, usando proporções, sem a necessidade do uso de geometria nem aritmética, apenas multiplicar e dividir. Neste livro, Serrão Pimentel aborda o conteúdo de Polígonos Regulares, explorando as fortificações. Ele inicia mostrando como achar os ângulos internos dos polígonos sem saber da fórmula, seguindo um determinado procedimento.

Outro exemplo trazido na dissertação é uma forma fácil de desenhar qualquer fortificação e, mediante esse estudo definir diversos conceitos de geometria plana: ângulo reto, valores de ângulos, polígonos regulares, descrição de qualquer polígono regular até 20 lados e técnicas de proporcionalidades, ou seja, é usado um instrumento bastante conhecido pelos soldados, “as fortificações”, para ensinar geometria plana. Nós consideramos que isso também pode ser feito hoje com os alunos, pois, no Brasil dispomos de vários fortes, os alunos têm conhecimento deles, sendo possível elaborar uma aula de campo sobre polígonos.

Muitas vezes, professores de História fazem atividades extraclasse com os alunos para conhecer alguns fortes em diversas regiões do país. Claro que cada escola conhecerá os fortes presentes em sua cidade ou nas proximidades. Caso não exista nenhum forte na cidade, o professor pode sugerir uma pesquisa na internet sobre os fortes brasileiros em geral. Em seguida, solicitará que sejam explorados os aspectos já mencionados anteriormente.

O professor de Matemática pode aproveitar esse momento para desenvolver com seus alunos atividades de polígonos regulares, em que é possível abordar a seguinte sequência: 1) Desenho do Forte, usando as técnicas de Serrão Pimentel; 2) Discussão sobre o conceito de polígonos regulares, desde seus elementos, até as fórmulas de ângulos e soma de ângulos, internos e externos e explorar também o conceito de diagonais. Assim, o professor atenderá à proposta de Mendes (2009, p. 13), quando sugere que “o ensino da matemática por meio de atividades pressupõe uma interação mútua entre o professor e os estudantes e entre os próprios estudantes durante o processo gerativo da matemática escolar”.

A Dissertação 3, escrita por Carmem Rosane Pinto Franzon, intitulada *Análise do Livro I do Geometria de Descartes: Apontando Caminhos para o Ensino da Geometria Analítica segundo uma abordagem histórica*, cujo objetivo foi de apresentar uma análise do livro I do *Geometria* de Descartes, fazendo uma reflexão sobre o ensino de Geometria Analítica atual, indicando algumas questões pedagógicas, a partir das quais podem ser criadas situações problematizadoras a serem discutidas em sala de aula.

Esta dissertação, traz uma abordagem histórica de Resolução de Equações do 2º grau do tipo $z^2 = az + b^2$, $x^2 = ax - b^2$ e $y^2 = -ay + b^2$, focando no desenvolvimento geométrico, usando a metodologia de Descartes e comparando e demonstrando a atual fórmula conhecida no Brasil como fórmula de Bhaskara. Na resolução da equação $z^2 = az + b^2$, foi utilizada a seguinte figura:

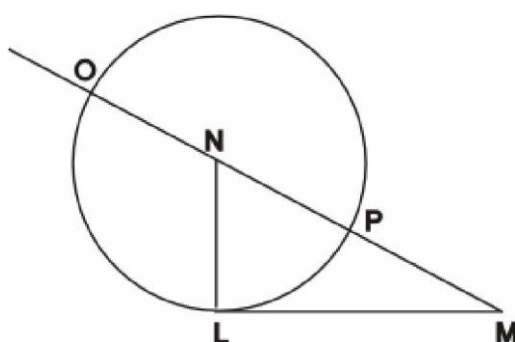


Figura 1: Resolução da equação do tipo $z^2 = az + b^2$ (FRAZON, 2004, p. 123).

Nesta dissertação, o conteúdo de Geometria Plana abordado é semelhança de triângulo e pode ser usado no 1º ano do Ensino Médio, quando estiver trabalhando Função Quadrática.

A dissertação 4, escrita por Cristiano Ohton de Amorim Costa, intitulada *Perspectiva no Olhar – Ciência e Arte do Renascimento*, cujo objetivo foi realizar, a partir das experiências e técnicas desenvolvidas por artistas do Renascimento, atividades de caráter interdisciplinar e transdisciplinar no Ensino Médio e especificamente desenvolver inteligências compatíveis com a capacidade cognitiva, não apenas à aquisição de conceitos geométricos, mas na compreensão e representação espacial conquistada pelo olhar.

No 1º bloco, chamado de histórico-expositivo, exibem-se, em sala de aula, mediante retroprojeto ou Datashow, imagens de épocas (desde as civilizações, romanas e idade média) e mapas históricos, principalmente do Renascimento, com o objetivo de trabalhar a imagem visual dos alunos. No 2º bloco, chamado exploratório-vivencial, os alunos fazem um já conhecido percurso de trem, com o objetivo de explorar os potenciais de perspectivas de espaço, educando o olhar tridimensional. No 3º bloco, chamado ótico-científico, eles irão desenhar, fazendo-se quatro atividades até chegar ao 4º bloco, chamado técnico-representativo, em que eles usaram técnicas de perspectiva. Por fim, no 5º bloco, chamado plástico-espacial, eles fizeram construção de maquetes. Temos uma sequência de ensino bastante rica para desenvolver no aluno uma perspectiva espacial adequada para que tenha um bom desempenho em geometria. Segundo Rêgo (2012), algumas das ações ligadas ao raciocínio espacial compreendem: gerar imagens; analisar

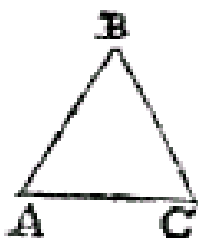
imagens para responder às questões sobre elas; transformar e operar sobre imagens e utilizar imagens em processos envolvendo outras operações mentais, ratificando nosso pensamento da importância de se trabalhar a visão espacial do aluno.

Foi um trabalho longo com 15 alunos e durabilidade de 60 horas, 15 encontros de 4 horas. Consideramos uma excelente atividade que pode ser elaborada com os alunos como um trabalho de extensão, pois fica claro que essa atividade visa a melhorar a percepção espacial dos alunos, facilitando o aprendizado tanto de geometria plana, como de geometria espacial e geometria analítica. Sabemos que alunos com uma boa base de conceitos básicos de matemática e uma apurada percepção espacial tende a ter mais facilidade em aprender conceitos de geometria.

A dissertação 6, intitulada *Lógica Racional, Geométrica e Analítica (1744) de Manoel de Azevedo Fortes (1660 – 1749): Um estudo das possíveis contribuições para o desenvolvimento educacional luso brasileiro*, escrita por Dulcyene Maria Ribeiro. Esta dissertação traz diversos exemplos de problemas geométricos da obra *Lógica racional, geométrica e analítica*, publicada em Lisboa no ano de 1744, de autoria do engenheiro militar Manoel de Azevedo Fortes (1660-1749).

Os conteúdos de Geometria Plana que aparecem na obra são: Casos de congruência; semelhança de triângulos, razões e proporções de segmentos, quadriláteros, triângulos retângulos, círculos e circunferências, polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência, áreas de figuras planas, ou seja, a dissertação apresenta diversos conteúdos que podem ser trabalhados com alunos do 2º ano do Ensino Médio, porém todos esses problemas precisam ser adaptados pelos professores de matemática, antes de serem levados para a sala de aula. Vejamos um exemplo:

Em qualquer triângulo quaisquer de seus lados são em soma maiores, que o terceiro. *Euclid. Liv.1. prop. 20.*



Os dois lados $AB+BC$ são maiores, que o lado AC , o que he evidente, porque entre AC não se póde perceber nenhuma linha mais curta, que a mesma recta (*liv. 1. num.12.*) e he o que se queria demonstrar. (FORTES, 1744, p.80, apud RIBEIRO, 2003, p.84).

Neste exemplo, ele mostra condição de existência de um triângulo. Não mostraremos todos os exemplos, mas destacaremos cada conteúdo que aparece em todos os exemplos abordados na dissertação de Ribeiro (2003), retirados da *Lógica Geométrica* de Fortes. São eles: casos de congruência; semelhança de triângulos, razões e proporções de segmentos, quadriláteros, triângulos retângulos, círculos e circunferências, polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência, áreas de figuras planas e alguns problemas envolvendo sólidos geométricos.

Uma boa forma para trabalhar esses problemas do século XVIII em sala de aula é comparar a resolução feita pelos alunos com as apresentadas no livro de Fortes, na dissertação de Ribeiro. Essa discussão é propícia para o aprendizado desses conteúdos de

geometria e ajudará para tornar a aula mais provocativa e talvez possa causar o maior interesse ao estudante, por estar desenvolvendo uma prática diferente da tradicional, pois, conforme salienta Mendes (2001, p. 32),

o professor pode usá-la como fonte de enriquecimento pedagógico e conduzir suas atividades num caminho crescente, em que o aluno investigue, discuta, sintetize e reconstrua as noções matemáticas anteriores vistas como definitivas sem que o aspecto histórico tivesse sido usado para despertar o interesse de quem aprende (MENDES, 2001, p. 32).

Podemos observar que todos são conteúdos do Ensino do Médio, e isso comprova que podemos explorar a dissertação de Ribeiro (2003) para desenvolver atividades para a sala de aula que possam ajudar no Ensino de Geometria Plana, por meio da história da matemática. De acordo com Radford (2011), uma maneira de ver a história da Matemática é como um arsenal de problemas ordenados cronologicamente para serem “importados” para a sala de aula e fazer com que os alunos por meio de ambas os resolvam.

A dissertação 8, escrita por Luciene de Paula, intitulada *A Interpretação Geométrica dos Números Imaginários no Século XIX: A Contribuição de Jean Robert Argand (1768 – 17822)*, cujo objetivo foi apresentar a representação geométrica dos números imaginários feita pelo bibliotecário suíço e matemático não profissional Jean Robert Argand (1768–1822).

A dissertação apresenta o desenvolvimento de Equações do 2º grau por povos das Antigas: Babilônia, Grécia, Índia e Europa do Século XV e XVII mobilizando conteúdos os conteúdos de Geometria Plana: circunferência, triângulo retângulo, áreas e perímetros de figuras planas.

Essa reconstrução histórica da solução de uma equação do segundo grau, usando de artifícios geométricos, é bem interessante para se trabalhar em salas de aulas do Ensino Médio, pois, se mobiliza diversos conteúdos de álgebra e geometria que podem ser revisados para os alunos. Dentre eles: Propriedades de circunferências e triângulos, teorema de Pitágoras. Neste sentido, assegura que:

a busca da reconstrução histórica do conhecimento matemático passa a ter significativas implicações pedagógicas na construção dos conhecimentos cotidiano, escolar e científico dos nossos alunos, bastando para isso utilizarmos tais informações históricas numa perspectiva atual de geração do conhecimento matemático. (MENDES, 2009, p.10).

Por isso as resoluções de Equações apresentadas e contextualizadas com seus momentos históricos fazem parte de um material propício para ser no Ensino Médio tanto em turmas de 1º ano do Ensino Médio, quando estiverem estudando o conteúdo de funções quadráticas, como também em turmas de 2º ano, ao estudar Geometria Plana, o conceito de áreas de figuras de planas. Essas resoluções podem ser trabalhadas por meio de atividades investigatórias usando a história da matemática, ou simplesmente, colocadas para os alunos como problemas históricos a serem resolvidos.

A dissertação 9, intitulada *Uma visita ao Universo Matemático de Lewis Carroll e o (Re)encontro com sua lógica Nonsense*, escrita por Rafael Montoito Teixeira, cujo objetivo foi investigar e discutir as potencialidades didáticas das obras do professor Lewis Carroll elencando alguns elementos que possam contribuir para uma educação matemática descentralizada da tradicional metodologia de seguir modelos e decorar fórmulas.

O autor apresenta em sua dissertação, um tópico chamado de *Jogos e Desafios*, em que são apresentadas quatro situações problemas denominadas, por Teixeira, de: desafios

gráficos, desafios numéricos e desafios lógicos geométricos que, para serem resolvidos, mobilizam conceitos de eixo de simetria, reflexão, distâncias entre pontos, problemas numéricos, onde precisamos de equações, números fracionários e MMC e problemas lógicos, em que podemos trabalhar a lógica nonsense e também usar um pouco de lógica proposicional. Todos esses problemas são apresentados em forma de histórias literárias. Vejamos os três exemplos abordados por Teixeira:

O problema geométrico é chamado de *Bolinhas em Fila*, retirado do livro *Alice no País das Maravilhas*, no momento da história em que Alice está presa dentro da casa, e uma chuva de pedrinhas a atinge, transformando-as em bolinhos. O problema é o seguinte:

Antes de Alice engolir os bolinhos, ela tentou alguns outros problemas sobre como organizá-los em filas.

1. Seu primeiro problema foi colocar nove bolinhos em oito linhas com três bolinhos cada.
2. Depois ela tentou colocar nove bolinhos em nove linhas com três bolinhos cada.
3. Finalmente, pensando mais um pouquinho ela organizou os nove bolinhos em dez linhas com três bolinhos cada (TEIXEIRA, 2007, p. 81 apud CARROLL, 1992, p. 3).

Como resposta foi apresentada a seguinte figura:

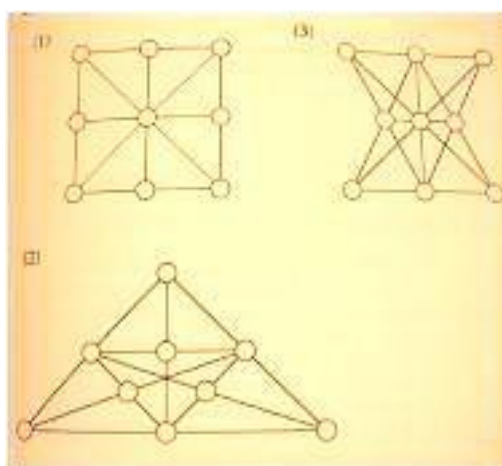
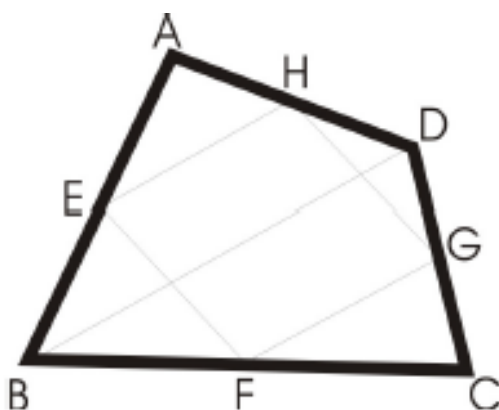


Figura 2: Resposta do problema dos Bolinhos em Fila retirada da parte que contém as soluções dos desafios de *Lewis Carroll's games and puzzles*

Percebemos que conteúdos como simetria, reflexão e distância entre pontos, podem ser abordados com esse exemplo, por isso o autor considera um desafio gráfico, pois trata-se de um estudo com foco na geometria.

Na dissertação, Teixeira mostra um exemplo resolvido de geometria plana, que aborda o conteúdo de quadriláteros, cujo enunciado na dissertação de Teixeira (2007, p. 96) é: “Se os lados de um quadrilátero passam pelos vértices de um paralelogramo, e se três deles se bissecam nos vértices deste, demonstre que o quarto também o faz”, analisando também sua resolução. Vejamos a solução:



Seja $ABCD$ o quadrilátero; façamos que os três lados AB , BC e CD sejam bissecados pelos vértices do paralelogramo $EFGH$.

Unamos B e D .

Em consequência, no triângulo BCD , os lados BC e CD são bissecados em F e G e, portanto, FG é paralela a BD mas EH é paralela a BD , portanto, os triângulos AEH e ABD são semelhantes;

Como AE é a metade de AB então AH é a metade de AD (TEIXEIRA, 2007, p. 96).

De acordo com Teixeira (2007) esse livro deve ser usado em aulas de geometria e trigonometria no Ensino Superior e devem ser discutidos por professores e alunos que gostam de desafios matemáticos, depois dessa afirmação chego a conclusão que podemos aplicar com alunos do Ensino Médio também, desde que os conceitos utilizados sejam pertinentes com a sua formação, mas especificamente com aqueles alunos que se preparam para as olimpíadas de matemáticas.

O interessante dessa dissertação é que, em suas considerações finais, Teixeira dá dicas de como utilizar as obras de Carroll em sala de aula. Vejamos algumas: 1) Criação de ambiente de literatura matemática em sala de aula com foco no aprendizado; 2) Utilização do imaginário dos alunos para conduzir os estudos sobre as histórias agindo como acionador cognitivo; 3) Trabalho com um livro inteiro ou apenas com trechos intercalados com determinados conteúdos; 4) Elaboração de atividades sobre os romances matemáticos explorando o pensamento lógico-matemático dos alunos; 5) Exploração dos jogos e desafios que já estão prontos nos romances de Carroll. Para finalizar a dissertação, Teixeira apresentou um roteiro de atividade usando o livro *Algumas Aventuras de Sílvia e Bruno*, abordando os níveis fundamental, médio e superior.

A dissertação 10, intitulada *Um Estudo sobre Elementos Matemáticos presentes na narrativa da descrição do Templo de Jerusalém*, escrita por Sabrina Helena Bonfim, teve como foco temático a matemática envolvida na construção do templo de Jerusalém, objetivando identificar elementos matemáticos presentes na narrativa da descrição do primeiro templo de do povo Judeu, ou seja, do templo de Jerusalém, em quatro versões da Bíblia: O Tanach (1996), que é um acrônimo de: Torá (Pentateuco), Neviim (Profetas) e

Ketuvim; a Bíblia de Jerusalém (2.ed., 2004), a Bíblia Shedd (2.ed.,1997) e a Bíblia Chouraqui (1995).

Esse assunto de grandezas e medidas pode ser trabalhado no Ensino Fundamental e Médio. Na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, por exemplo, exigem-se algumas competências e habilidades dos alunos quanto a isso. Segundo Viana (2013), são sete competências e a terceira diz respeito a construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Com isso, podemos utilizar as informações históricas contidas na Bíblia Sagrada, mais precisamente, no que se refere à construção do Templo de Jerusalém, para formular problemas em que os professores possam relacionar as medidas e grandezas daquela época com a realidade atual. Como afirma D'Ambrosio (2012), conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje. Finalizamos, afirmando que a dissertação de Bonfim, se bem explorada, possui potenciais didáticos a serem explorados no Ensino Médio no que diz respeito a conteúdos de aritmética.

Considerações Finais

Ao longo da nossa pesquisa, analisamos as dissertações produzidas e defendidas nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do Brasil, no período de 1990 a 2010, no campo da História da Matemática, especificamente os trabalhos que versavam sobre história e epistemologia da Matemática, tendo centrado nossa pesquisa na seleção e na análise dos trabalhos que produziram informações históricas sobre tópicos matemáticos relacionados a geometria plana do Ensino Médio. Nossa intenção foi localizar produções que tivessem potenciais conceituais e didáticos que pudessem contribuir para estabelecermos uma abordagem mais esclarecedora dos conteúdos do Ensino Médio, de modo que os alunos possam compreender melhor o processo de construção da matemática em cada contexto e momento histórico específico.

Nos quadros mostrados neste artigo, apresentamos todos os conteúdos identificados nas dissertações e teses, que possuem potenciais didáticos para o Ensino Médio. Quando levamos em consideração as grandes áreas do ENEM, encontramos 35% de trabalhos na área de conhecimentos numéricos, 35% na área de conhecimentos geométricos, 6% na área de conhecimento algébricos, 6% de conhecimentos algébricos/geométricos, 6% de conhecimentos de probabilidade e estatística, e a categoria que chamamos de *outros*, que traz um trabalho focado nos números complexos e outro em lógica, encontramos em 12% dos trabalhos.

Um outro dado importante em nosso trabalho é sobre o conteúdo de geometria: se olharmos apenas pelos conteúdos principais, encontramos 35% dos trabalhos que abordam esta temática. Porém, quando analisamos o todo, ou seja, os conteúdos secundários mobilizados, verificamos que 70% dos trabalhos mobilizam conceitos de geometria. E quando analisamos, apenas as 10 (dez) dissertações e levamos em consideração o conteúdo de Geometria Plana, tanto conteúdos principais, como os secundários, verificamos que 80% das dissertações abordam esse conteúdo. Sabemos que, muitas vezes, a geometria não é trabalhada como deveria, com professores dando prioridades a conteúdos algébricos,

significando que, com essas dissertações e teses, o professor tem uma ferramenta bastante interessante para ser usada em sala de aula, até porque o conteúdo de geometria vem sempre aparecendo com muita frequência na prova do ENEM, além de ser muito importante para a formação dos alunos.

Na exploração das dissertações e teses, mostramos quais são os conteúdos do Ensino Médio que podem ser tomados pelo professor de matemática, justificando sua importância e apontando os principais potenciais didáticos e algumas formas de abordar em sala de aula, como foi mostrado anteriormente em nossas sugestões, ficando por parte do docente que tiver o interesse, se apropriar do trabalho, já sabendo do que ele se trata e o que pode ser trabalhado em sala de aula para desenvolver de acordo com o potencial cognitivo de sua turma e também de acordo com a realidade de cada ambiente escolar, o que poderá ser feito de atividades futuras. Sugerimos onde utilizar certos conteúdos de acordo com suas aplicações e seus níveis de complexidades, por exemplo alguns conteúdos de níveis avançados, sugerimos trabalhar em projetos de Olimpíadas de Matemática, outros que podem ser trabalhados em turmas de ensino técnico integrado ao ensino médio com aplicações nas áreas de música, edificações, eletrônica, eletrotécnica, entre outros, atividades que podem ser desenvolvidas em momentos externos, como feiras de matemática, aulas de campo, projetos de investigação histórica. Todas essas sugestões são dadas no capítulo quatro ao fazer as análises dos potenciais didáticos de cada trabalho.

Uma importante contribuição de nosso trabalho é apresentar aos docentes ou futuros docentes que, por meio da leitura dos materiais produzidos de História da Matemática no Brasil nos cursos de pós-graduação *stricto sensu*, é possível desenvolver e produzir materiais que possam ser utilizados em sala de aula com alunos do Ensino Médio

Referências

- BARROS, Rafael José Alves do Rego Barros. **Pesquisas sobre História e Epistemologia da Matemática: Contribuições para Abordagem da Matemática no Ensino Médio**. Tese de Doutorado. Natal: UFRN: 2016.
- BONFIM, Sabrina Helena. **Um Estudo sobre Elementos Matemáticos Presentes na Narrativa da Descrição do Templo de Jerusalém**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP: 2007.
- COSTA, Cristiano Ohton de Amorim. **Perspectiva no Olhar – Ciência e Arte do Renascimento**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC: 2004.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. Campinas: Papirus, 2012.
- FRANZON, Carmen Rosane. **Análise do Livro I do Geometria de Descartes: Apontando Caminhos para o Ensino da Geometria Analítica Segundo uma abordagem Histórica**. Dissertação de Mestrado. Natal: UFRN: 2004.
- MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no Ensino: Entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.
- MENDES, Iran Abreu. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010**.

Relatório de Pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014. Impresso.

MENDES, Iran Abreu. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010**. Projeto de pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010. Impresso.

MENDES, Iran Abreu. Uma radiografia dos textos publicados nos Anais dos SNHM. In: **Anais**. 11º Seminário Nacional de História da Ciência e Tecnologia. Niterói: SBHC, 2008. p. 1-11.

MENDES, Iran Abreu. **Uso da História no Ensino da Matemática: Reflexões Teóricas e experiências**. Belém: EDUEPA. 90p. Série Educação; n.1. 2001.

MORMÊLLO, Ben Hur. **O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874**. Dissertação de Mestrado. Campinas: UNICAMP: 2010.

PAULA, Luciene de. **A Interpretação Geométrica dos Números Imaginários no Século XIX: A Contribuição de Jean Robert Argand (1768 – 1822)**. Dissertação de Mestrado. Cuiabá: UFMT: 2007.

RADFORD, Luis. **Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física: 2011.

RIBEIRO, Dulcyene Maria. **Lógica Racional, Geométrica e Analítica (1744) de Manoel de Azevedo Fortes (1660-1749): Um estudo das possíveis contribuições para desenvolvimento educacional Luso-Brasileiro**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP: 2003.

SAD, Ligia Arantes (Ed.). **Anais. VI Seminário Nacional de História da Matemática**. Rio Claro: SBHMat, 2005.

TEIXEIRA, Rafael Montoito. **Uma Visita ao Universo Matemático de Lewis Carroll e o (Re) encontro com sua Lógica do Nonsense**. Dissertação de Mestrado. Natal: UFRN: 2007.

VENDEMIATTI, Aluísio Daniel. **A Quadratura do Círculo e a gênese do número π** . Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC: 2009.

Rafael José Alves do Rego Barros

Coordenação de Matemática e Estatística – IFPB/PB/Brasil
Campus João Pessoa - Brasil

E-mail: Rafael.barros@ifpb.edu.br

O desenvolvimento da álgebra e a escola italiana Renascentista

Le développement de l'algèbre et l'école de la Renaissance italienne

Jefferson Leandro Ramos de Oliveira

Erika Monik A. de M. Ramos de Oliveira

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN – Brasil

RESUMO

Este artigo nasceu da necessidade de revisitar os acontecimentos no tocando ao desenvolvimento da Álgebra, em particular, aquela que emergiu durante o renascimento italiano, em busca de melhor compreender o contexto do surgimento das resoluções de equações de terceiro e quarto grau. As informações contidas no *Artis Magnae*, de Girolamo Cardano, relacionando esse período intelectualmente fértil à fatores históricos, sociais e culturais, não esquecendo a devida influência dos mercadores das repúblicas marítimas italianas, servem como fio condutor durante este estudo.

Palavras-chave: Equações algébricas de terceiro e quarto grau, *Artis Magnae*, Matemática italiana.

RESUME

Cet article est née de la nécessité de revenir sur les événements qui ont eu lieu au cours du développement de l'algèbre, en particulier, que c'est apparu au cours de la Renaissance italienne, à la recherche d'une meilleure compréhension du contexte de l'émergence des résolutions des équations du troisième et quatrième degré. Les informations contenues dans l'*Artis Magnae*, Jérôme Cardan, concernant cette période intellectuellement fertile à des facteurs historiques, sociaux et culturels, sans oublier la bonne influence des marchands des républiques maritimes italiennes, servent le leitmotiv de cette étude.

Mots-clés: Équations algébriques du troisième et quatrième degré, *Artis Magnae*, Mathématiques italiennes.

1. Introdução

O termo Renascimento foi empregado pela primeira vez em 1855, pelo historiador francês Jules Michelet¹⁹ (1798-1874), ao se referir ao descobrimento do mundo e do homem. Alguns anos depois, o historiador suíço Jacob Burckhardt²⁰ (1818-1897), ampliou este conceito definindo a época como o renascimento da humanidade e da consciência moderna, após um longo período de decadência.

Foram cerca de duzentos anos caracterizados pela restauração dos valores do mundo clássico, ou por um renovado interesse pelo passado Greco-romano, renovação essa que veio acompanhada de uma ideia fundamental: a ruptura cultural com a tradição medieval. Embora, devemos salientar que o processo não se deu de forma abrupta. Pois, a sociedade medieval tinha suas bases alicerçadas numa hierarquia consagrada pela instituição religiosa, na qual cada indivíduo ocupa o lugar que Deus lhe havia predeterminado. A tentativa de se rebelar contra essa situação social, equivalia a se voltar

¹⁹ MICHELET, J.. *Histoire de France au XVIe siècle*: Renaissance. Paris: Chamerot, 1855.

²⁰ BURCKHARDT, J.. *La civilisation de la Renaissance en Italie*. Genebra: Gonthier, 1958.

contra a vontade divina. Logo, a caminhada em direção ao humanismo seria um processo lento, porém inevitável.

Com a invenção da imprensa, no século XV, os indivíduos foram surpreendidos ao verem uma mesma obra, com suas características originais (gravuras, topografia, etc.) mantidas, ser duplicado em quantidades e num espaço de tempo inconcebíveis para época. Isto permitiu uma maior acessibilidade ao conhecimento e as ideias produzidas. E próximo ao final do século XV, as primeiras Álgebras cristãs²¹ eram impressas.

Embora o Ocidente tenha começado a tomar conhecimento dos tratados árabes no século XII, graças a suas traduções para o latim, ainda nessa época de transição, a Matemática árabe era muito superior àquela produzida na Europa e, a partir do início do século XIII, os tratados árabes começaram a se difundir na Itália, com maior intensidade. Todavia, a crença na relação entre o mundo islâmico e o profano, e o desprezo dos humanistas para com as culturas árabes e escolásticas, dificultaram o processo.

Com a chegada do século XVI inicia-se um período de desenvolvimento da atividade intelectual, com a mente humana esforçando-se para alcançar a sua liberdade. Tentativas dessa natureza, em busca de uma emancipação frente ao autoritarismo eclesiástico já haviam surgido em outras épocas, mas foram sumariamente rechaçadas. Foi preciso que a Alemanha (Império Prussiano), com a prática de julgar com liberdade e independência as questões de religião, procedidas e acompanhadas pelo florescente espírito de pesquisa científica, desce a luz a nomes como Regiomontanus^{22, 23} (1436-1476), Nicolau Copérnico (1473-1543) e Johannes Kepler (1571-1630), entre outros. Este fato, em parte, deve-se a prosperidade comercial daquela região, já que riqueza material é uma condição essencial para o progresso do conhecimento, pois sem ela, o indivíduo é obrigado a procurar meios para sua subsistência (não sobrando tempo para o seu ócio produtivo). Nesta época, estreitas relações comerciais existiam entre Alemanha e Itália, que, também, prosperara com a atividade e empreendimentos comerciais. (CAJORI, 2007).

Neste contexto, como exemplo de meio dispersador e receptor de cultura e conhecimento, podemos citar Veneza, cujo prestígio teve início com as cruzadas, ou, ainda, Florença, com seus banqueiros e sua manufatura de seda e lã, e que por essa razão tornaram-se grandes centros econômicos e intelectuais. E é durante este período, de renascimento, com relativa estabilidade política e prosperidade econômica, que a Itália, ou melhor, os Matemáticos italianos, tiveram as condições ótimas, e não mediram esforços para buscar resultados, anteriormente tidos como impossíveis.

O objetivo deste artigo é evidenciar os avanços da Álgebra renascentista italiana, enfatizando àqueles desenvolvidos no século XVI, e em particular, as informações contidas no *Artis Magnae*, de Cardano, relacionando esse período intelectualmente fértil a fatores

²¹ Entenderemos “Álgebra cristã”, como aquela Álgebra produzida em solo ou por indivíduos com crença cristã.

²² Johannes Müller von Königsberg, mais conhecido pelo seu pseudônimo latino Regiomontanus, foi um astrônomo, matemático e astrólogo alemão. Seus tratados (entre eles, *De triangulis omnimodis*, 1464) e seus comentários ao *Almagesto* (séc. II), de Cláudio Ptolomeu, datam da origem da renascença da trigonometria na Europa. Embora tenha publicado, em 1464, *De triangulis omnimodis*, um notável tratado sobre trigonometria que marcou o renascimento deste ramo da matemática na Europa, sua obra só seria impressa definitivamente no século seguinte, em 1533.

²³ REGIOMONTANUS, J.. *De triangulis omnimodis libri quinque*. Nuremberg: Petreium, 1553.

históricos, sociais e culturais, não esquecendo da devida influência dos mercadores das repúblicas marítimas italianas.

2. A Matemática como uma expressão histórica, social e cultural humana

Partiremos do pressuposto de que a Matemática é um saber gerado pela sociedade e, por essa razão, é detentora de uma história. Poderíamos pressupor também que, esse mesmo saber, de maneira não linear e ao longo do tempo, se amplia em conteúdo, escrita e simbologia, embora, marcado por controvérsia, divergências, debates acalorados e renovações incessantes. Neste sentido, a produção de conhecimento matemático, no decorrer de sua história, caracteriza-se por uma constante criação e organização formal de códigos representativos da interpretação de situações sociais vivenciadas cotidianamente (modelos), passando a ser considerado, em algum momento, um conhecimento verdadeiro. Assim, é de suma importância, ao risco de estagnarmos esta marcha, que possamos cada vez mais a discutir o processo gerativo da construção do saber/fazer matemático.

Conforme Mendes (2006), historicamente as matemáticas socialmente construídas foram difundidas culturalmente, mantidas vivas por estudiosos da área, sendo selecionadas e reorganizadas de acordo com as necessidades da ciência, e armazenadas posteriormente em textos de divulgação científica ou em manuais escolares. Esse percurso histórico, entretanto, permite-nos estabelecer um diálogo entre o conhecimento aprendido e disseminado mecanicamente, a memória da prática manipulativa que utiliza os objetivos matemáticos, os textos e documentos, os relatos da prática e outros registros, de um modo geral, que os armazenam para torná-los públicos.

Partindo dessa realidade, é possível utilizarmos as matemáticas produzidas por outros povos, e em outras épocas, para produzirmos novas matemáticas, compará-las com a produção anterior e ampliar o corpo de conhecimento pré-existente. Este processo implica armazenar, selecionar e dispor das informações matemáticas conforme as necessidades configuradas em diferentes contextos e épocas, o que perpassa a produção sociocultural de cada sociedade. Neste contexto, percebemos que o indivíduo não é um mero observador passivo e, por essa razão, sempre acrescenta suas impressões ao conhecimento experienciado, nos permitindo concluir que o conhecimento produzido, está impregnado com a subjetividade inerente ao contexto sociocultural de quem o produz.

3. Prelúdio: o ressurgimento da Matemática na Itália

Por volta do ano 967, um beneditino francês conhecido como Gerbert d'Aurillac (950-1003) estudou na Espanha islâmica e ali familiarizou-se com a Astronomia e a Matemática árabe, e em particular, com o sistema de numeração por eles trazido da Índia. Ele ignorava a língua grega, como quase todos os letrados ocidentais de sua época, mesmo assim, d'Aurillac fez prova de um excepcional apetite pelo saber, ao aperfeiçoar seu conhecimento da cultura antiga, por intermédio de Virgílio, das traduções latinas de Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.) e de Porfírio de Tyr ([ca. 234]-[ca. 305]), e as obras de Marco Túlio Cícero (106 a.C. - 43 a.C.), e sobretudo, de Anício Mânlio Torquato Severino Boécio ([ca. 480]-[524 ou 525]), para só então iniciar-se à Aritmética. Ele percebeu a

Matemática grega e com as facilidades do pouco conhecido sistema de numeração indo-arábico (GARBI, 2009).

Foi nesse período de efervescência econômica, cultural e política, que viveu um dos mais proeminentes matemáticos europeus da Idade Média. Nascido em Pisa, Itália, foi educado em grande parte na cidade portuária de Bejaia, na Argélia, onde seu pai, Guglielmo Bonacci ([11--]-[12--?]) era o representante dos mercadores da República de Pisa, Veneza e Gênova. Na época, Bejaia era um importante centro comercial e intelectual, permitindo a Leonardo Bonacci de Pisa ([ca. 1175]-[ca. 1250]), também conhecido como Leonardo Fibonacci (filho de Bonacci), dar início a sua educação em matemática, e onde teve acesso aos trabalhos algébricos de Al-Khwarizmi. Tendo também viajado para o Egito, a Síria e a Sicília, Grécia, Sul da França e Constantinopla, pôde ter contato com vários matemáticos, ter acesso a uma diversidade conhecimentos, e estudar vários dos sistemas aritméticos então existentes. Isto ilustra os vínculos existentes entre a vitalidade comercial das cidades italianas da época, a criatividade científica e artística de seus membros. Em 1198, Fibonacci retorna à Pisa, e trás consigo os algarismos arábicos e notação algébrica (que alguns atribuem à introdução de Gerbert d'Aurillac). Em 1202, Fibonacci publica a sua primeira obra, o *Liber Abaci*, sendo, também a primeira obra produzida por cristãos a tratar sobre a Álgebra. Nela, ele descreve o sistema numérico indo-arábico, se dedicando intensamente ao tratamento das questões aritméticas. Convencido de que o método indo-arábico era o mais eficiente, passou a dedicar seus esforços a transmiti-lo a seus compatriotas italianos, o afastou totalmente das atividades comerciais de sua família. Esta terceira tentativa de introdução do novo sistema na Europa foi bem sucedida, porque a obra de Fibonacci foi bem difundida e suas ideias tiveram ampla aceitação na Itália. Foi desta forma que os algarismo indo-arábicos começaram a expulsar da Aritmética, em 1202, os desconfortáveis algarismos romanos. (BOYER, 1996; CAJORI, 2007; GARBI, 2009).



Figura 02 – Mapa do Mundo islâmico por volta do século X.

Fonte: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/5/50/Map_of_expansion_of_Caliphate-pt.svg.

4. O comercio, práticas sociais e as matemáticas renascentistas

Como ressalta Radford (2011), no período da Baixa Idade Média e da Renascença Ocidental, a matemática era basicamente instrumental, e voltada para a criação de novas formas de entender o mundo. A experiência comercial, deste período, fomentou a crença dos mercadores de que tudo tem uma causa, e foi através desses entendimentos emergentes que, eles perceberam que dados preciosos e completos são imprescindíveis para prever o futuro. Essa nova maneira racionalista de pensar, sustentada pela crescente sofisticação dos métodos matemáticos, é, por exemplo, abertamente declarada em um manuscrito florentino do século XIV, intitulado Conselho aos Mercadores.

Ainda, segundo Radford (2011, p. 233),

Aqui estamos interessados em sensibilidade em termos de capacidade para criar novas formas de entendimento e novas formas de subjetividade. Nesta linha de raciocínio, é importante enfatizar que a matemática derivada de práticas sociais comerciais [...], não permaneceu confinada ao mundo dos mercadores ou das escolas de ábaco. Progressivamente, durante a Baixa Idade Média e a Renascença, a Matemática penetrou as várias esferas da vida cotidiana e ofereceu aos indivíduos novos modos de ação e formas de entender o mundo. É claro, nem todos tornaram-se mercadores ou matemáticos profissionais [...]. O que queremos ressaltar é que o conhecimento matemático veio a mediar a relação entre os indivíduos e sua cultura em mais de um aspecto [...].

Segundo o crítico de arte Michael Baxandall (1972 apud RADFOD, 2011, p. 233-234),

existe algo em comum entre as habilidades cognitivas trazidas tanto para as parcerias ou problemas de troca e para a concepção e apreciação de imagem. A proporcionalidade daquela e o design baseado na perspectiva desta são expressões da mesma sensibilidade cultural, a diferença sendo que um é direcionado a questões comerciais e numéricas enquanto o segundo é direcionado à experiência visual. Porque as pessoas dos centros urbanos eram familiarizadas, mesmo que periféricamente, com os atos de trocar, comprar, medir, vender seu trabalho, etc., em termos proporcionais, elas eram sensíveis a imagens que carregavam processos similares [...]. Assim como havia muito mais uso de proporcionalidade e da Regra de Três em transações comerciais nos mercados do Quattrocento²⁴ de que houvera em épocas anteriores, da mesma maneira havia [...], muito mais ângulos retos, [...] linhas retas e [...] sólidos regulares em pinturas do período Quattrocento do que existem na natureza ou de que houvera anteriormente na pintura.

5. A história da Matemática algébrica: entre engenhosidades e novelas renascentistas

A mais antiga álgebra da Renascença, é a *Triparty em la science dès mombres*, do francês Nicolas Chuquet ([entre 1445 e 1455]-[1487 ou 1488]), datada de 1484, mas a álgebra mais conhecida desse período foi publicada dez anos depois na Itália. A obra do

²⁴ Refere-se aos eventos culturais e artísticos do século XV na Itália. Engloba tanto o final da Idade Média quanto o começo do Renascimento. (idem, p. 234).

frade toscano Luca Pacioli²⁵ (1445-1514) serviu de base, para a grande parte dos trabalhos desenvolvidos pelos matemáticos do século XVI. Ele elaborou – apoiando-se em alguns momentos no tratado de Leonardo de Pisa – a *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita* que circulou, pela primeira vez, em Veneza, em 1494. Esta obra obscureceu tanto a de Chuquet que, as exposições históricas mais antigas da álgebra desconsideraram esta última ou a de outros autores de período intermediário, saltando do *Liber abaci*, de 1202, para o *Summa*, de 1494 (BOYER, 1996; CAJORI, 2007).

No entanto, o caminho para a obra de Pacioli tinha sido preparado por uma geração de algebristas, pois a Álgebra de al-Khowarizmi foi traduzida para o italiano ao menos por volta de 1464, a data de uma cópia manuscrita na Plimpton Collection em Nova York. O autor desse manuscrito, afirma que baseou sua obra em numerosos predecessores nesse campo, citando por nome alguns do século quatorze. Neste contexto, supõem-se com frequência que o renascimento na ciência foi resultado da recuperação de obras gregas antigas, mas na matemática ele se caracterizou principalmente pelo surto da álgebra, e isso era apenas uma continuação da tradição medieval.

A *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita* de Pacioli, teve influência superior à sua originalidade, embora seja uma notável compilação (com fontes de informação geralmente não indicadas) de material em quatro campos: aritmética. Álgebra, geometria euclidiana muito elementar, e contabilidade comercial. Pacioli durante algum tempo fora professor dos filhos de um rico comerciante de Veneza e sem dúvida estava ciente da crescente importância da aritmética comercial na Itália. A obra de Pacioli, assim como o *Triparty*, foi escrita em língua vernácula, e era um resumo de obras não publicadas, que ele escrevera anteriormente, bem como do conhecimento geral da época. A parte sobre aritmética se ocupa de processos para multiplicação e extração de raízes quadradas. Já a seção sobre álgebra inclui a resolução usual de equações lineares e quadráticas, o uso crescente de sincopação por abreviação. Pacioli julgava que as equações cúbicas não podiam ser resolvidas algebricamente (BOYER, 1996).

Até o final do século XV, as mentes dedicadas às matemáticas só foram capazes de resolver as equações determinadas dos dois primeiros graus, com algumas das equações derivativas dependentes, não se tinha, ainda, considerado as raízes negativas ou imaginárias, e muito mal, vislumbrado, a multiplicidade de raízes.

Devemos aos esforços dos algebristas italianos do século XVI que, enquanto a ciência ainda se encontrava engatinhado, desenvolveram a concepção do cálculo dos imaginários e a resolução das equações gerais do terceiro e quarto grau. A resolução destas equações foi uma descoberta notável que dependeu a criação de novos métodos e estratégias. Ironicamente, aquele que foi responsável pela primeira resolução, ao falecer, levou consigo os detalhes relacionados ao seu método. Este homem foi Scipione del Ferro²⁶ (1465-1526), professor de matemática da Universidade de Bologna que, por volta de 1515, resolveu algebricamente a equação cúbica

$$x^3 + ax = b,$$

²⁵ Na *Summa de arithmetica, géométrica, proportioni et proportionalita*, o autor se nomeia Frater Lucas de Borgo Sancti Sepulchri; já na primeira dedicatória da *Divina proportione*, ele se chama Frater Lucas Patiolus Burgensis, e na segunda, apenas, Lucas Pacioli. (tradução nossa de LIBRI, 1840, p133).

²⁶ Seu nome também aparece grafado como *Scipion* e *Scipio*, e ainda, *Ferri*, *Ferreo* e *Ferreus*.

baseando-se, provavelmente, em fontes árabes, e que ficou conhecida como “cubos e coisas iguais aos números”. Embora, não tenha jamais publicado o seu resultado, revelou o seu método aos seus discípulos Annibale della Nave ([14--]-[15--]), seu enteado, e Antonio Maria Fior²⁷ ([14--]-[15--]), um veneziano que, em posse desta valiosa informação, passou a participar de desafios (concursos) matemáticos, muito populares na época.

Quando em 1512, tropas os franceses invadiram a Itália e tomaram a pequena cidade de Bréscia, seus habitantes indefesos refugiaram-se na catedral, o que não foi suficiente para evitar uma posterior chacina. Na manhã do dia 19 de fevereiro, depois da porta arrombada, soldados com espadas em punho partiram de assalto contra civis desarmadas. Entre os cadáveres abandonados no local, estava um jovem de 12 anos, ainda vivo. Com muitos ferimentos na cabeça, mutilado e sangrando muito, foi salvo por sua mãe que, extremamente pobre e sem recurso algum, procurou ajudar seu filho lambendo seus ferimentos, e assim salvou-lhe a vida. Devido às horríveis experiências, a criança ficou muda por cerca de seis meses e todos pensaram que fosse irreversível. Aos poucos recuperou a fala, mas uma perfuração de sabre no céu da boca o que lhe causou uma imperfeição permanente na fala, recebendo a alcunha de Tartaglia (o tartamudo). Niccolo Fontana de Bréscia ([ca. 1500]-1557), um dos mais proeminentes matemáticos italianos do século XVI, é mais conhecido por seu apelido e com ele publicou formalmente seus trabalhos. Autodidata, aprendeu latim, grego, Matemática e mecânica. Ele adquiriu tamanha proficiência, e tão indiscutível era o seu talento em Matemática que, se tornou professor de ciências em Verona, Vicenza, Brescia, e Veneza, onde ensinava a Astronomia de Ptolomeu e a Geometria de Euclides, por volta de 1535 (BOYER, 1996; CAJORI, 2007; EVES, 2004).

Em 1530, dentro do costume então vigente na época, entre os matemáticos, de proporem problemas uns aos outros como forma de desafio, o professor de Matemática, na cidade de Brescia, Zuanne de Tonini da Coi²⁸ ([14--?]-[15--]) submeteu duas equações cúbicas

$$x^3 + 3x^2 - 5 = 0 \text{ e } x^3 + 6x^2 + 8x - 100 = 0,$$

para Niccolo Tartaglia que, por sua vez, num primeiro momento foi incapaz de resolvê-las, mas após um tempo chegou a uma solução. O procedimento que encontrado por ele, em busca de solucionar as duas equações, foi um passo importante na solução do problema geral de equações cúbicas, ao ponto que, por volta de 1535, Tartaglia anunciou ter descoberto uma solução algébrica para a equação cúbica

$$x^3 + ax = b.$$

Acreditando se tratar de um blefe, Fior o desafiou para uma disputa publica envolvendo a resolução de equações cúbicas. Com muito empenho Tartaglia conseguiu resolver, também, faltando poucos dias para a disputa, a equação cúbica desprovida de termo quadrático. Como no dia marcado sabia resolver dois tipos de cúbicas, ao passo que Fior só sabia resolver um, Tartaglia triunfou plenamente.

²⁷ Seu nome também aparece grafado como *Antonius Maria Floridus*, *Antonio Maria del Fiore* e *Antoniomaria Fior*.

²⁸ Seu nome aparece grafado como *Zuane*, *Giovanni*, *Giovanno*, e ainda, *John*, assim como *Colle* e *Colla*.



Figura 03 – Página de rosto do *General trattatodi numeri, et misure*,
Fonte: Tartaglia, 1556, p. 1.

Ele foi o primeiro a aplicar a matemática para a ciência da artilharia, em 1537, com sua obra *A Nova Scientia*, sendo posteriormente aperfeiçoado pelos franceses Jacques Ricard de Genouillac (1465-1546) e Jean d'Estrées Primeiro (1486-1571), apresentando, um século antes que Galileu Galilei (1564-1642), os fundamentos da balística. Em 1543 publicou o seu *Euclide Megarense philosopho: solo introduttore delle scientie mathematice / diligentemente reassetato, et alla integrita ridotto per il dengo professore di tal scientie Nicolo Tartalea brisciano, secondo le due tradottioni e per commvne commodo & utilita di latino in volgar tradotto*”, a primeira tradução de Os elementos de Euclides em idioma europeu moderno, contava, ainda, com o primeiro comentário moderno. Publicou, também, no mesmo ano, *A ópera archimedis*. Também escreveu o melhor tratado sobre aritmética publicado na Itália, em seu século, *General trattato di numeri, et misure*, o seu trabalho mais conhecido; nele, não apenas promoveu discussões completas acerca das operações numéricas e das regras comerciais usadas naquele período, mas também discute a vida e os costumes dos comerciantes, assim como, os esforços realizados para aprimoramento da aritmética no século XVI. Embora, não tivesse nenhuma fonte substancial de recursos, em parte talvez por causa de seu problema de dicção, com o passar do tempo, o humilde matemático galgou os degraus do reconhecimento (BOYER, 1996; SMITH, 1991; LIBRI, 1840).

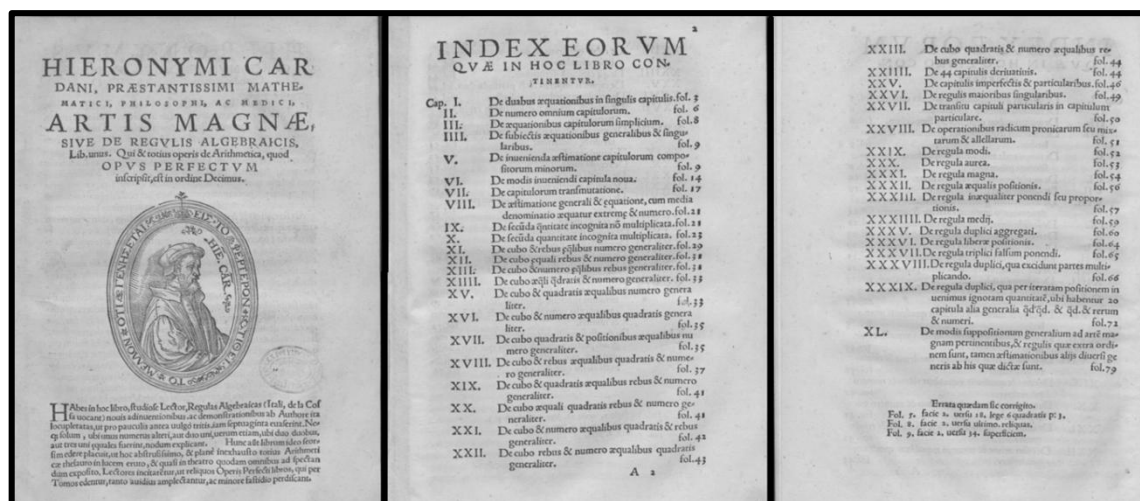


Figura 04 – Página de rosto do *Artis Magnae*, seguido da taboa de conteúdos
Fonte: Cardani, 1545, p. 1, 7 e 8.

Filho ilegítimo de um jurista chamado Fazio Cardano²⁹ (1444-1524), Girolamo Cardano³⁰ (1501-1576), cresceu em meio a maus tratos, moléstias e adversidades. Tido por alguns como um gênio inescrupuloso, era um homem de contrastes notáveis. A sua cultura enciclopédica e a sua inteligência versátil, permitiram-lhe escrever sobre os assuntos mais diversos. Smith (1991) ao tentar definir a personalidade de Cardano, explica que ele foi: um célebre astrólogo e um dedicado estudante de filosofia; um jogador inveterado e um algebrista de primeira classe; um físico de observações e hábitos precisos, e um homem cujas declarações foram extremamente pouco fiáveis; um médico e ainda o pai e defensor de um assassino condenado e executado em 1560; em um momento, professor na Universidade de Bolonha e em outro, um interno em um asilo para pessoas carentes; vítima da superstição cega e ainda o reitor do Colégio de Físicos, em Milão; um herege que se aventurou a publicar o horóscopo de Cristo e ainda um destinatário de uma pensão do Papa (BOYER, 1996; SMITH, 1991; LIBRI, 1840).

Em 1526, motivado pelo seu vício pelos jogos de azar, Cardano escreve *Liber de Ludo Aleae*, um pot-pourri com vários resultados, às vezes contraditórios, resolvendo diversos problemas de enumeração, e retomando problemas levantados por Luca Pacioli. No mesmo ano, após ter alcançado o título de doutor em Medicina na Universidade de Pádua, exerceu até 1550, em Saccolongo, uma comuna italiana da região do Vêneto, província de Pádua. Em 1534 obteve a cátedra de matemática, em Milão, mas deixou de exercer, estudar e publicar textos a respeito de medicina, misturada com práticas de astrologia e de magia (LIBRI, 1840; BELLHOUSE, 2005).

Conforme adverte Eves (2004), tanto os detalhes, quanto a veracidade das acusações, são menos importantes do que as descobertas, em si, já que os protagonistas dessa novela, segundo parece, nem sempre colocaram a verdade em primeiro plano, assim, encontram-se muitas variações para a mesma trama que narraremos a seguir.

²⁹ Professor de jurisprudência e da medicina, em Milão, foi amigo de Leonardo di Ser Piero da Vinci (1452-1519), além de editar a obra *Perspectiva communis*, do arcebispo John Peckham (c. 1230-1292).

³⁰ Seu nome também aparece grafado como *Gerolamo* ou *Geronimo Cardano*, *Hieronymus Cardanus*, *Hieronymi Cardani* e *Jérôme Cardan*.

Certa vez, enquanto ensinava matemática e praticava medicina em Milão, após um juramento solene de segredo, conseguiu arrancar de Niccolo Tartaglia a chave de sua solução da cúbica. No entanto, conforme Eves (2004), no ano de 1545, em Nuremberg, no momento de publicação de sua obra *Artis magnae, sive de regulis algebraicis* – um grande tratado de Álgebra escrito em latim – lá estava a solução de Tartaglia. Os protestos enérgicos de Tartaglia foram rebatidos por Ludovico Ferrari³¹ (1522-[ca. 1560]), o mais brilhante dos discípulos de Cardano. Ele argumentou ter seu mestre recebido informações de Scipione del Ferro, por intermédio de um manuscrito impresso por Annibale della Nave, ao mesmo tempo que acusava Tartaglia de ter plagiado a mesma fonte. A partir deste fato, seguiu-se uma polêmica acerca da qual Tartaglia, deu-se por feliz de sair vivo.

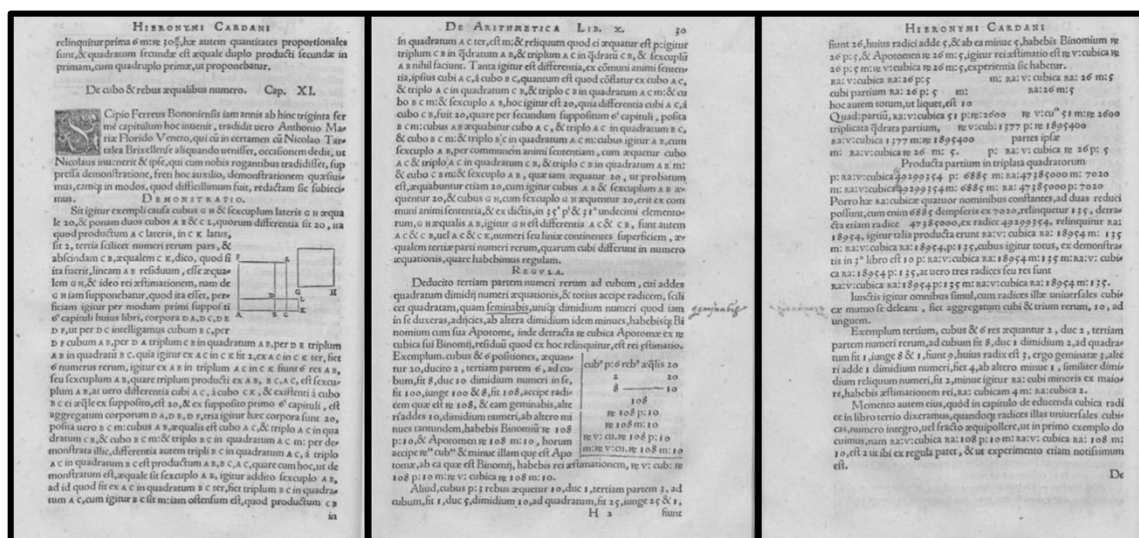


Figura 05 – Apresentação da resolução de Scipione del Ferro, onde são citados Fior e Tartaglia

Fonte: Cardani, 1545, p. 58-60.

Nascido em circunstâncias humildes, Ferrari foi levado para a casa de Cardano, em Milão, aos quinze anos de idade. Sua habilidade notável, logo foi reconhecida por Cardano que fez dele, seu secretário. Apesar de seu temperamento incontrolável e de seus hábitos blasfemos, ele foi posteriormente aceito por Cardano como aluno, e com o tempo, tornou-se seu amigo e colaborador. Embora, muitos matemáticos italianos da época, teriam dado tudo para estar no lugar dele, convivendo com Cardano, em sua casa, Ferrari não via a hora de estar fora dali e viver por conta própria. Aos dezoito anos de idade, Ferrari pôde enfim se desvincular de seu patrono e começar a ensinar sozinho, em Milão. Ele foi tão bem sucedido nesta empreitada e nos concursos de Matemática aos quais participou que, chamou a atenção Cardeal de Mantova³². Através da proteção do Cardeal, ele alcançou privilégios que lhe proporcionaram uma boa renda.

³¹ Pouco tempo após tornar-se professor de Matemática na Universidade de Bolonha, veio a falecer aos 38 anos, provavelmente envenenado por sua única irmã (SMITH, 1991).

³² Atualmente, a Diocese de Mantova é uma circunscrição eclesiástica da Igreja Católica na Itália, pertencente à Província Eclesiástica de Milão e à *Conferenza Episcopale Italiana*, sendo sufragânea da Arquidiocese de Milão.

Segundo Cajori (2007, p198), “notável foi, o grande interesse que a solução das cúbicas provocou por toda a Itália e é natural que depois dessa grande conquista os matemáticos atacassem as equações do quarto grau”. Mais uma vez, dentro do costume dos desafios propostos, Zuanne de Tonini da Coi submeteu a Cardano uma questão que envolvia a equação

$$x^4 + 6x^2 + 36 = 60x.$$

Após inúmeras tentativas sem êxito, Cardano transferiu o desafio para o jovem Ferrari que, por sua vez, foi capaz de encontrar o método geral para a solução das equações do 4º grau. Tal método foi publicado, também, por Cardano em sua obra *Artis Magnae*, em continuidade à solução dada por Tartaglia às equações do 3º grau. (SMITH, 1991). Como salienta Cajori (2007, p. 198, 199),

a álgebra de Cardano deixa muito a desejar. No seu *Ars Magna* ele toma conhecimento de raízes negativas de uma equação, chamado-as de fictícias, enquanto as raízes positivas são ditas reais. Dá alguma atenção ao cálculo de raiz quadrada de números negativos, mas falha em não reconhecer as raízes imaginárias. Cardano observa também a dificuldade do caso de irreducibilidade das equações cúbicas, que, à semelhança da quadratura do círculo, tem atormentado muito a ingênua perseverança dos matemáticos. Mas Cardano não entendeu a natureza da questão, ficando para Rafael Bombelli de Bolonha (que publicou em 1572 uma álgebra de grande mérito), a tarefa de apontar para a realidade da expressão, aparentemente imaginária que as raízes assumem, como também acatar os seus valores quando racionais, e, assim, lançar a fundação de um conhecimento mais íntimo de quantidades imaginárias.

Com a publicação do *Artis Magnae* surge um novo problema: raízes quadradas de números negativos. A essa altura um outro importante algebrista italiano, chamado Rafael Bombelli ([ca. 1526]-1573) teve uma ideia que chamou de insana, pois toda a questão parecia apoiar-se em sofismas. Os dois radicandos das raízes cúbicas que resultam da fórmula usual diferem apenas por um sinal. Cardano tinha observado que quando todos os termos de um lado do sinal de igualdade são de grau maior que os do outro lado, a equação tem uma e uma só raiz positiva. Ele teve a engenhosa ideia de que os próprios radicais poderiam ser relacionados de modo análogo àquele em que os radicandos são relacionados. Com seu hábil raciocínio mostrou o papel importante que os números imaginários conjugados iriam desempenhar no futuro; mas na época a observação não ajudou na operação efetiva de resolver equações cúbicas, pois ele precisava saber antecipadamente o valor de uma das raízes. Assim, a equação já está resolvida, e não se precisa da fórmula; sem tal conhecimento prévio, o método de Bombelli não funcionava. Qualquer tentativa para achar algebricamente as raízes cúbicas dos números imaginários na Fórmula de Cardano-Tartaglia leva à própria cúbica, em cuja resolução as raízes cúbicas aparecem, de modo que se volta ao ponto de partida. Porque esse impasse surge sempre que as três raízes sejam reais, esse caso é conhecido como “caso irreduzível”. Aqui uma expressão para a incógnita é de fato fornecido pela fórmula, mas a forma em que aparece é inútil para quase todos os fins (BOYER, 1996).

Bombelli foi o que conhecemos hoje como engenheiro hidráulico, trabalhou na drenagem e na transformação de pântanos em terras cultiváveis. Na Matemática, dedicou

cerca de quinze anos de sua vida para escrever, a sua obra *L'Algebra parte maggiore dell' aritmetica divisa in tre libri* e assim melhorar o ensino, diminuir as dificuldades, e permitir aos seus compatriotas dominarem um pouco mais este assunto. Embora este trabalho tenha sido escrito por volta de 1560, só foi impresso em 1572, cerca de um ano antes de sua morte. Seu livro foi importante no desenvolvimento da álgebra. Ele designa as raízes quadradas de números negativos por *più di meno* (p.d.m.), no caso da raiz positiva que chamamos hoje de i , e *meno di meno* (m.d.m.), no caso da raiz negativa, que chamamos de $-i$, e fornece as regras de adição e multiplicação destes números. Além disso, a obra trazia uma importante inovação no que diz respeito à notação simbólica: usava **R.q.** para raiz quadrada, **R.c.** para raiz cúbica. Bombelli é o inventor de uma das notações mais importantes da Matemática, o parênteses, para tanto usava os símbolos $\lrcorner$, também usava p para adição e m para subtração. Sua maior inovação foi o uso de um semicírculo para denotar um expoente (BOYER, 1996; CAJORI, 2007; EVES, 2004).

6. A Matemática da história

Para esse tópico em questão, devemos salientar que, no século XVI, desenvolveram-se na Europa, e em particular, na Itália, pesquisas dedicadas à Álgebra, empregando uma grande variedade de símbolos, que foram responsáveis por alguns daqueles que conhecemos hoje. Como já vimos anteriormente, os termos árabes foram traduzidos para o latim, bem como seus métodos aritméticos e algébricos. As traduções latinas dos tratados árabes usavam o termo “coisa” para designar a quantidade desconhecida, ou ainda, *radix*, que significava raiz em latim. Os símbolos para o quadrado e o cubo da quantidade desconhecida, por exemplo, provinham de abreviações dos termos em latim, assim como as operações de mais e menos eram designadas por variações das letras p (*plus*, que significava mais em latim) e m (*minus*, ou menos em latim). Tal procedimento era repetido para a representação da raiz, tal qual p e m , para mais e menos, a raiz era representada por variações de R , por causa do termo *radix*. Neste sentido ao longo dos séculos XIII e XIV diversas abreviações foram utilizadas e o seu uso não era unificado. (BOYER, 1996; CAJORI, 2007).

No capítulo XI (Figura 05), da obra *Artis Maginae*, é apresentada a resolução da cúbica do tipo *De cubo & rebus eqilibus numero generaliter* - cubo e coisas igual a número. No recorte apresentado na Figura 06, temos o enunciado da regra geral apresentada por Cardano, que pode ser adaptada, em linguagem matemática atual, por,

Eleve ao cubo a terça parte do número de coisas ao qual será somado o quadrado da metade do termo numérico da equação e extraia a raiz quadrada deste total que será usado, em dois momentos. Em um deles, adicione a metade do termo numérico da equação e no outro subtraia o mesmo número. Teremos então, um binomium e o seu apotome respectivamente. Subtraia a raiz cúbica do apotome da raiz cúbica do binomium e o resultado final é o valor da coisa (CARVALHO; ROQUE, 2012, p. 208).

Se observarmos o caso particular, citado no enquadramento da Figura 06, onde Cardano trabalha a equação “cubo e seis coisas igual a 20”, veremos a seguinte resolução, adaptada para a linguagem matemática atual, como:

Eleve 2 ao cubo, que é a terça parte de 6, o que resulta em 8; multiplique 10, metade do termo numérico, por ele mesmo resultando 100 e some 100 e 8, obtendo 108. Extraia a raiz quadrada, que é $\sqrt{108}$, e a utilize em um primeiro momento somando 10, e em um segundo momento subtraindo a mesma quantidade, assim teremos o binomium $\sqrt{108} + 10$ e o apotome $\sqrt{108} - 10$. Extraia a raiz cúbica desses valores e subtraia o valor do apotome do valor do binomium, e teremos o valor da coisa: $\sqrt[3]{\sqrt{108} + 10} - \sqrt[3]{\sqrt{108} - 10}$. (CARVALHO; ROQUE, 2012, p. 208).

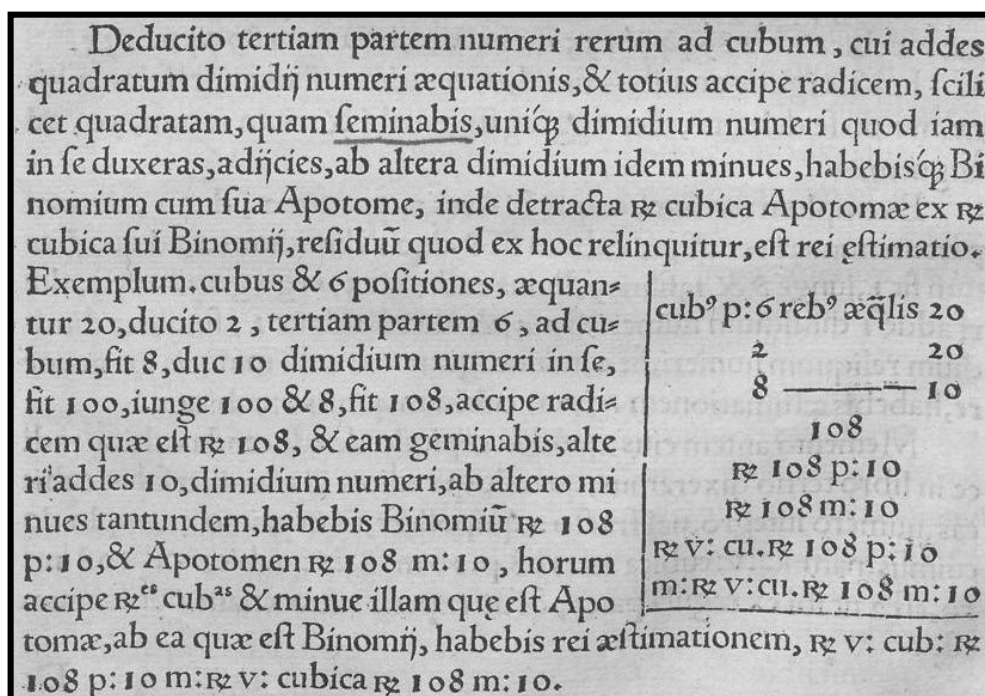


Figura 06 – Recorte do Artis Magnae
Fonte: Cardani, 1545, p. 59.

Observe atentamente a forma como Cardano expressa “o valor da coisa”, adaptado na citação anterior como $\sqrt[3]{\sqrt{108} + 10} - \sqrt[3]{\sqrt{108} - 10}$. A grafia utilizada por ele, para expressar a mesma ideia foi **R. v. cu. R. 108. p. 10. m. R. v. cu. R. 108. m. 10.**, o que em nossa linguagem matemática não faria o menor sentido. Devido a essa razão, buscando uma maior compreensão do leitor, para os métodos de resolução apresentados, utilizaremos a notação moderna, e evitaremos anacronismos, sempre que possível.

Conforme salienta Boyer (1996), a resolução das equações de 3º e 4º foi provavelmente uma das maiores contribuições à Álgebra, desde que os babilônios, quase quatro milênios antes, aprenderam a completar o quadrado para o que entendemos hoje como equações quadráticas. Neste sentido é fácil compreender a relevância das informações reveladas nas páginas do *Artis Magnae*, de Cardano, tenham sido elas inseridas ou cedidas, de bom grado ou não. A resolução das cúbicas e quárticas, não foi em nenhum sentido motivada por considerações práticas, uma vez que, soluções aproximadas de algumas cúbicas já eram conhecidas. O matemático persa Ghiyath al-Kashi (1380-1429), por exemplo, um século antes de Cardano, podia resolver com qualquer grau de aproximação, qualquer cúbica resultante de um problema prático. Por sua vez, a Fórmula

de Cardano-Tartaglia, embora seja de grande importância, não é tão útil para as aplicações quanto os métodos de aproximações sucessivas.

O maior impacto, e de certa forma, o mais importante resultado das descobertas publicadas na obra de Cardano, foi o admirável impulso dado aos estudos e pesquisas algébricas em diversas direções. Era natural, a partir disso que, se buscasse a inclusão de equações polinomiais de qualquer ordem. Outro resultado imediato da resolução da equação cúbica foi a primeira observação significativa de uma nova espécie de número, os imaginários. Isto porque, os irracionais já eram aceitos no tempo de Cardano, embora não tivessem base firme, pois eram aproximáveis por números racionais. Por sua vez, os negativos, embora causadores de problemas, com a noção de sentido sobre a reta toraram-se plausíveis. Mesmo assim, se um algebrista desejasse negar a existência de números irracionais ou negativos, dizia, como os gregos que, as equações $x^2 = 2$ e $x + 2 = 0$ não eram resolúveis. Semelhantemente, os algebristas tinham podido evitar os imaginários, simplesmente dizendo que uma equação como $x^2 + 1 = 0$ não era resolúvel (BOYER, 1996; CAJORI, 2007).

Até então, não havia a necessidade de considerar raízes quadradas de números negativos, mas com a solução da cúbica a situação sofreu uma mudança drástica. Pois, sempre que as três raízes de uma equação cúbica são reais e diferentes de zero, a Fórmula de Cardano-Tartaglia leva inevitavelmente a raízes quadradas de números negativos. Embora, soubessem que o alvo era um número real, ele não poderia ser atingido sem que se compreendesse alguma coisa sobre os números imaginários. Agora, era necessário considerar os imaginários mesmo que se concordasse em só aceitar as raízes reais. Neste contexto, apesar da relevância das descobertas de Rafael Bombelli seja indiscutível, não trabalharemos a sua matemática, de forma mais enfática, neste artigo. Sendo assim, nos limitaremos, neste tópico, a abordar a resolução da cúbica e da quártica contidas na obra de Cardano, adaptadas para a Matemática contemporânea, e a resolução do desafio proposto por Zuanne de Tonini da Coi à Cardano.

6.1. Resolvendo a equação do 3º grau

Na realidade, Niccolo Tartaglia encontrou a solução para um tipo em particular de equações cúbicas, aquelas desprovidas do termo bx^2 , a equação

$$x^3 + cx = d,$$

uma vez que já conhecia o método de redução da equação cúbica completa,

$$x^3 + bx^2 + cx = d.$$

A partir daí, ele assumiu esta solução, não mais como uma solução particular, mas sim, como geral para uma equação cúbica qualquer.

6.2. Resolução da equação cúbica do tipo $x^3 + cx = d$

Para uma equação cúbica do tipo

$$x^3 + cx = d$$

utilizaremos o método anunciado por Tartaglia, e conhecido como Fórmula de Cardano-Tartaglia, para alcançarmos a solução

$$x = \sqrt[3]{\frac{d}{2} + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3}} - \sqrt[3]{-\frac{d}{2} + \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3}}$$

onde c e d são os coeficientes.

Para tanto, considere a identidade algébrica

$$(m - n)^3 + 3mn(m - n) = m^3 - n^3.$$

Agora, se tomarmos m e n de modo que

$$3mn = cm^3 - n^3 = d,$$

teremos que

$$x = m - n.$$

Resolvendo o sistema

$$\begin{cases} 3mn = c \\ m^3 - n^3 = d \end{cases}$$

formado pelas duas equações anteriores, e isolando m na primeira e substituindo na segunda equação, teremos

$$\begin{aligned} \left(\frac{c}{3n}\right)^3 - n^3 &= d \\ \frac{c^3}{27n^3} - n^3 &= d \\ \frac{c^3}{27n^3} - n^3 - d &= 0 \\ \frac{(-27n^3)c^3}{27n^3} - (-27n^3)n^3 - (-27n^3)d &= 0 \\ -c^3 + 27n^6 + 27n^3d &= 0 \\ 27n^6 + 27n^3d - c^3 &= 0 \\ \frac{27n^6}{27} + \frac{27n^3d}{27} - \frac{c^3}{27} &= 0 \\ \frac{27n^6}{27} + \frac{27n^3d}{27} - \frac{c^3}{3^3} &= 0 \\ n^6 + dn^3 - \left(\frac{c}{3}\right)^3 &= 0. \end{aligned}$$

Assim, para resolvermos, esta nova equação, tomaremos $k = n^3$ de modo a obtermos

$$k^2 + dk - \left(\frac{c}{3}\right)^3 = 0$$

para em seguida, aplicarmos a fórmula de *Bhaskara* e encontrarmos as raízes de k , como vemos a seguir:

$$k = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 4\left(\frac{c}{3}\right)^3}}{2} \text{ ou } k = -\frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3}.$$

Agora, como tomamos $k = n^3$ é sabido que

$$n = \sqrt[3]{ken} = \sqrt[3]{-\frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3}}.$$

Então, para determinarmos o valor de m , isolaremos n na equação do sistema, como apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} m^3 - n^3 &= d \\ n^3 &= m^3 - d \\ n &= \sqrt[3]{m^3 - d}, \end{aligned}$$

para depois substituirmos na primeira equação do sistema, como a seguir:

$$\begin{aligned} 3mn &= c \\ 3m\sqrt[3]{m^3 - d} &= c \\ (3m\sqrt[3]{m^3 - d})^3 &= c^3 \\ 27m^3(m^3 - d) &= c^3 \\ \frac{27m^3(m^3 - d)}{27} &= \frac{c^3}{27} \\ m^6 - dm^3 &= \frac{c^3}{27} \\ m^6 - dm^3 - \left(\frac{c}{3}\right)^3 &= 0. \end{aligned}$$

Agora, se confrontarmos esta última equação com a equação de n , ou seja,

$$n^6 + dn^3 - \left(\frac{c}{3}\right)^3 = 0$$

verificamos que eles diferem em relação ao sinal de d . Logo, analogamente, a solução para m seria

$$m = \sqrt[3]{\frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3}}.$$

Considerando que $x = m - n$ então, a solução será

$$x = \sqrt[3]{-\frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3}} - \sqrt[3]{-\frac{d}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{c}{3}\right)^3}}.$$

6.3. Resolvendo uma cúbica a partir de uma equação completa

Dada uma equação cúbica completa

$$x^3 + bx^2 + cx = d$$

e utilizando o método apresentado no tópico anterior, como deveríamos proceder? Inicialmente, precisamos anular o termo em x^2 , para obtermos uma cúbica na forma

$$x^3 + cx = d.$$

Para realizarmos esse anulamento, teremos que fazer a seguinte mudança de variável

$$x = y - \frac{b}{3}.$$

Ao substituirmos $x = y - \frac{b}{3}$ em $x^3 + cx = d$, teremos

$$\begin{aligned}
& \left(y - \frac{b}{3}\right)^3 + b\left(y - \frac{b}{3}\right)^2 + c\left(y - \frac{b}{3}\right) = d \\
& \left(y - \frac{b}{3}\right)\left(y^2 - \frac{2by}{3} + \frac{b^2}{9}\right) + b\left(y^2 - \frac{2by}{3} + \frac{b^2}{9}\right) + cy - \frac{bc}{3} = d \\
& \left(y - \frac{b}{3} + b\right)\left(y^2 - \frac{2by}{3} + \frac{b^2}{9}\right) + cy - \frac{bc}{3} = d \\
& \left(y - \frac{b}{3} + \frac{3b}{3}\right)\left(y^2 - \frac{2by}{3} + \frac{b^2}{9}\right) + cy - \frac{bc}{3} = d \\
& \left(y + \frac{2b}{3}\right)\left(y^2 - \frac{2by}{3} + \frac{b^2}{9}\right) + cy - \frac{bc}{3} = d \\
& y^3 - \frac{2by^2}{3} + \frac{b^2y}{9} + \frac{2by^2}{3} - \frac{4by^2}{9} + \frac{2b^3}{27} + cy - \frac{bc}{3} = d \\
& y^3 + \left(\frac{b^2}{9} - \frac{4b^2}{9} + c\right)y = d + \frac{bc}{3} - \frac{2b^3}{27} \\
& y^3 + \left(-\frac{3b^2}{9} + c\right)y = d + \frac{bc}{3} - 2\left(\frac{b}{3}\right)^3 \\
& y^3 + \left(c - \frac{b^2}{3}\right)y = d + \frac{bc}{3} - 2\left(\frac{b}{3}\right)^3.
\end{aligned}$$

Fazendo

$$p = c - \frac{b^2}{3} \text{ e } q = d + \frac{bc}{3} - 2\left(\frac{b}{3}\right)^3$$

podemos reescrever a equação

$$y^3 + \left(c - \frac{b^2}{3}\right)y = d + \frac{bc}{3} - 2\left(\frac{b}{3}\right)^3$$

como

$$y^3 + py = q.$$

Agora, nos encontramos com uma equação do tipo

$$y^3 + py = q \text{ ou } y^3 + cy = d$$

que poderá ser resolvida pela Fórmula de Cardano-Tartaglia. É importante lembrar que após determinar o valor de y , deve-se desfazer a mudança de variável

$$x = y - \frac{b}{3}$$

e determinar o valor de x .

6.4. A resolução geral apresentada por Ludovico Ferrari para a equação do 4º grau

Dada a equação de 4º grau na forma completa

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx = d,$$

devemos primeira anular o termo ax^3 somando ou subtraindo das raízes $\frac{1}{4}$ do coeficiente do termo cúbico. Ao tomarmos

$$x = y - \frac{a}{4}$$

teremos

$$\begin{aligned}
\left(y - \frac{a}{4}\right)^4 + a\left(y - \frac{a}{4}\right)^3 + b\left(y - \frac{a}{4}\right)^2 + c\left(y - \frac{a}{4}\right) &= d \\
\left(y - \frac{a}{4}\right)^2 \left(y - \frac{a}{4}\right)^2 + a\left(y - \frac{a}{4}\right)^2 \left(y - \frac{a}{4}\right) + b\left(y - \frac{a}{4}\right)^2 + cy - \frac{a}{4} &= d \\
\left(y - \frac{a}{4}\right)^2 \left[\left(y - \frac{a}{4}\right)^2 + a\left(y - \frac{a}{4}\right) + b\right] + cy - \frac{ac}{4} &= d \\
\left(y^2 - \frac{ay}{2} + \frac{a^2}{16}\right) \left(y^2 - \frac{ay}{2} + \frac{3a^2}{16} + b\right) + cy - \frac{ac}{4} &= d \\
y^4 + \left(b - \frac{3a^2}{8}\right)y^2 + \left(c + \frac{a^3}{8} - \frac{ab}{2}\right)y &= d + \frac{ac}{4} - \left(\frac{a}{4}\right)^2 b + 3\left(\frac{a}{4}\right)^4.
\end{aligned}$$

Tomando

$$p = b - \frac{3a^2}{8}, \quad q = c + \frac{a^3}{8} - \frac{ab}{2} \text{ e } r = d + \frac{ac}{4} - \left(\frac{a}{4}\right)^2 b + 3\left(\frac{a}{4}\right)^4$$

a equação

$$y^4 + \left(b - \frac{3a^2}{8}\right)y^2 + \left(c + \frac{a^3}{8} - \frac{ab}{2}\right)y = d + \frac{ac}{4} - \left(\frac{a}{4}\right)^2 b + 3\left(\frac{a}{4}\right)^4$$

se apresenta na forma

$$y^4 + py^2 + qy = r.$$

Somando $py^2 + p^2$ aos dois membros da equação anterior, teremos

$$y^4 + py^2 + qy + py^2 + p^2 = r + py^2 + p^2$$

$$y^4 + 2py^2 + p^2 = r - qy + py^2 + p^2$$

$$(y^2 + p)^2 = r + py^2 + p^2 - qy$$

Em seguida, somaremos a ambos os membros da equação anterior, termos envolvendo uma nova variável (k), $2k(y^2 + p) + k^2$, de maneira que o primeiro termo continue um quadrado perfeito. Ao somarmos o termo em questão, teremos

$$(y^2 + p)^2 + 2k(y^2 + p) + k^2 = r + py^2 + p^2 - qy + 2k(y^2 + p) + k^2$$

$$(y^2 + p + k)^2 = r + p^2 + py^2 - qy + 2k(y^2 + p) + k^2$$

$$(y^2 + p + k)^2 = (p + 2k)y^2 - qy + (p^2 + r + 2pk + k^2)$$

Agora, o procedimento seguinte consiste em escolher y de modo que o trinômio no segundo membro da equação seja um quadrado perfeito. E para que o segundo membro da equação anterior seja um quadrado perfeito, e com isso ter uma raiz real, o discriminante deve ser nulo, ou seja,

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0.$$

Sendo a equação

$$(p + 2k)y^2 - qy + (p^2 + r + 2pk + k^2) = 0$$

$$q^2 - 4(p + 2k)(p^2 + r + 2pk + k^2) = 0$$

$$4p^3 + 4pr + 8p^2k + 4pk^2 + 8p^2k + 8rk + 16k^2p + 8k^3 = q^2$$

$$8k^3 + 20pk^2 + 16p^2k + 8rk = q^2 - 4p^3 - 4pr$$

$$\frac{8k^3}{8} + \frac{20pk^2}{8} + \frac{16p^2k}{8} + \frac{8rk}{8} = \frac{q^2}{8} - \frac{4p^3}{8} - \frac{4pr}{8}$$

$$k^3 + \frac{5}{2}pk^2 + 2p^2k + rk = q^2 - 4p^3 - 4pr$$

$$k^3 + \frac{5}{2}pk^2 + (2p^2 + r)k = q^2 - 4p^3 - 4pr.$$

Por fim, resolveremos a equação anterior por métodos já apresentados, e determinaremos o valor de k . Em seguida, substituiremos o valor de k encontrado, na equação

$$(y^2 + p + k)^2 = (p + 2k)y^2 - qy + (p^2 + r + 2pk + k^2)$$

e determinaremos o valor de y . Depois, substituiremos o valor de y em

$$x = y - \frac{a}{4},$$

para assim, encontrarmos x .

6.5. O desafio de Zuanne de Tonini da Coi para Girolamo Cardano

A solução geral da equação do 4º foi dada por Ferrari que, reduziu a equação proposta por Zuanne de Tonini da Coi da forma

$$x^4 + 6x^2 + 36 = 60x,$$

para a forma

$$(x^2 + 6)^2 = 60x + 6x^2,$$

adicionado $6x^2$ aos dois lados. Para dar a forma de um quadrado perfeito para o membro da direita, Ferrari adicionou aos dois membros da equação a expressão

$$2(x^2 + 6)y + y^2,$$

onde y era uma nova incógnita

$$(x^2 + 6)^2 + 2(x^2 + 6)y + y^2 = 60x + 6x^2 + 2(x^2 + 6)y + y^2$$

$$(x^2 + 6)^2 + 2yx^2 + 12y + y^2 = 60x + 6x^2 + 2yx^2 + 12y + y^2$$

$$(x^2 + 6 + y)^2 = (2y + 6)x^2 + 60x + (y^2 + 12y)$$

O passo seguinte consiste em escolher y de modo que o trinômio no segundo membro fique um quadrado perfeito. Isso se faz igualando a zero o discriminante ($\Delta = 0$) da equação

$$(2y + 6)x^2 + 60x + (y^2 + 12y) = 0$$

Sendo $\Delta = b^2 - 4ac$, temos

$$60^2 - 4(2y + 6)(y^2 + 12y) = 0$$

$$(2y + 6)(y^2 + 12y) = \frac{60^2}{4}$$

$$(2y + 6)(y^2 + 12y) = \frac{3600}{4}$$

$$2y^3 + 24y^2 + 6y^2 + 72y = 900$$

$$2y^3 + 30y^2 + 72y = 900$$

$$y^3 + 15y^2 + 36y = 450$$

Utilizando o método que ficou conhecido como Fórmula de Cardano-Tartaglia.

Esta equação era chamada a cúbica solvente da equação do 4º grau dada. Resolve-se essa equação cúbica pelos métodos já conhecidos na época. O valor de y aqui encontrado substitui-se em

$$(x^2 + 6 + y)^2 = (2y + 6)x^2 + 60x + (y^2 + 12y)$$

de modo a encontrar o valor de x . O que Ferrari fez foi encontrar um método semelhante a esse para resolver todas as equações do 4º grau.

Considerações finais

A efervescência dos movimentos políticos, econômicos e culturais, no entorno do Mar Mediterrâneo, deixaram suas marcas no que hoje entendemos como Matemática. No decorrer dos séculos, “blocos de conhecimentos matemáticos” estrangeiros vêm se disseminando em culturas distintas, a partir de personagens históricos, às vezes anônimos, às vezes pouco conhecidos, e às vezes tomados por marcos. Tal qual um vetor de transmissão, esse indivíduo, em particular, “contamina” as práticas preexistentes em seu meio, com aquelas as quais ele foi exposto. Como podemos verificar no decorrer do trabalho, fatos como estes são recorrentes, independentemente de questões geográficas ou temporais. Como o passar do tempo, as práticas estrangeiras, antes vistas com estranheza, acabam por serem aceitas, assimiladas e com o tempo possibilitam o desenvolvimento de novas práticas, desta vez, encaradas com maior naturalidade.

Ao retomarmos os acontecimentos históricos ocorridos durante a Renascença italiana, relativos ao desenvolvimento da Matemática, em particular da Álgebra, percebemos as diferentes tradições presentes neste processo, influenciando com maior ou menor intensidade a construção do corpo de conhecimento algébrico daquele período. Neste sentido, podemos dizer que existiu um elemento catalisador, pelo menos, neste nosso recorte: as rotas de comércio, e um elemento mediador neste processo de intercâmbio de conhecimentos, os comerciantes das repúblicas marítimas italianas.

Em relação às equações algébricas do terceiro e quarto grau, percebemos que nem as limitações do corpo de conhecimento matemático da época, não foram capazes de obstruir a engenhosidade dos matemáticos daquele período. Neste sentido, os equívocos e percalços, no processo de desenvolvimento de um conhecimento matemático são, praticamente, inevitáveis, independentemente do período com o qual estejamos lidando, e não diminui em absoluto a importância de suas realizações.

Os conhecimentos contidos na obra de Cardano, independentemente da forma como foram incluídos na mesma, trouxeram contribuições para o desenvolvimento da Álgebra, entre elas a busca de novos entes matemáticos, a inclusão de equações polinomiais de qualquer ordem, etc. Por sua vez, personagens como Tartaglia, Cardano e Ferrari dão o tom da narrativa histórica, e como uma novela renascentista, com doses maciças de humanidade, desmitifica o herói criador, afastando-o de uma imagem estereotipada. Assim, fica evidenciado como as matemáticas são criadas: por personagens reais, vivendo em um período histórico real, e sofrendo as influências do mesmo. Neste caso, compreender tanto as limitações, quanto as criações decorrentes destas é um exercício que devemos nos prestar se buscamos uma maior compreensão sobre o nosso campo de estudo.

Referências

- AGARWAL, R. P.; SEN, S. K. **Creators of mathematical and computational sciences**. Springer, 2014.
- ANDERSON, M.; KATZ, V.; WILSON, R.. **Sherlock Holmes in Babylon: and other tales of mathematical history**. MAA, 2004.

- BAUMGART, J. K.. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula: Álgebra**. São Paulo: Atual, 1992.
- BELLHOUSE, David. Decoding Cardano's Liber de Ludo Aleae. **Historia Mathematica**, v. 32, n. 2, p. 180-202, 2005.
- BOYER, C. B.. **História da Matemática**. São Paulo, SP: Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.
- CAJORI, F.. **História de matemática**. Rio de Janeiro, RJ: Editora Ciência Moderna, 2007.
- CARDANI, H.; **Artis Magnae**, sive de Regulis Algebraicis. Nuremberg: Liber Unus, 1545.
- CARVALHO, J. B. P. de; ROQUE, T. M.. **Tópicos de História da Matemática**. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
- EVES, H.. **Introdução à história de matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.
- GARBI, G. G.. **O romance das equações algébricas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
- LIBRI, G.. **Histoire des sciences mathématiques en Italie: depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du XVII^e siècle**. Tome 3. Paris: J. Renouard, 1840.
- LIBRI, G.. **Histoire des sciences mathématiques en Italie: depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du XVII^e siècle**. Tome 4. Paris: J. Renouard, 1841.
- MENDES, I. A. ; FOSSA, J. A. ; VALDÉS, J. E. N.. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. 1. ed. Porto Alegre: Sulina, 2006.
- PERUZZO, J.. **Evolução dos Métodos de Resolução de Equações Algébricas**. Clube de Autores, 2009.
- RADFORD, L.. **Cognição Matemática: história, antropologia e epistemologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011.
- SMITH, D. E.. **History of Mathematics**. Vol. 1. New York: Dover, 1991.
- TARTAGLIA, N.. **La prima parte del general trattato di numeri, et misure/di**. Veneza: Curtio Troiano de i Navo, 1556.

Jefferson Leandro Ramos de Oliveira

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN/RN/Brasil

E-mail: jefframosbr@yahoo.com.br

Erika Monik A. de M. Ramos de Oliveira

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN/RN/Brasil

E-mail: jefframosbr@yahoo.com.br

Uso da história da matemática: preparação, deslizos e reformulação de uma proposta sobre números inteiros

Use of the history of mathematics: preparation, slips, and reformulation of a proposition on integers

Vanessa Cristina Rhea
Lorena Carolina Rosa Biffi
Lucieli M. Trivizoli

Universidade Estadual de Maringá – UEM/PR/Brasil

RESUMO

Este artigo traz o relato da proposta, implementação e reflexões acerca de uma aula na qual tentou-se trabalhar com números inteiros utilizando a História da Matemática como estratégia de ensino. A proposta inicial não cumpriu com seus objetivos nem empregou essa abordagem pedagógica o que levou as autoras a novas reflexões, buscas por referenciais e embasamentos teóricos, culminando com a reformulação da proposta, agora considerando os requisitos e procedimentos para obter uma aula utilizando efetivamente a História da Matemática. Acredita-se que este trabalho contribui para a reflexão necessária à área de História na Educação Matemática e aos professores que muitas vezes acreditam utilizar uma estratégia metodológica corretamente enquanto que, na verdade, há equívocos na própria concepção da metodologia e de sua aplicação. Ademais, acredita-se que a proposta final sugerida pode ser utilizada em sala de aula para trabalhar assuntos relacionados ao conteúdo dos números inteiros.

Palavras-chave: História da Matemática. Números inteiros. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This paper presents the report of the proposal, implementation and reflections about a class in which it was attempted to work with integers using the History of Mathematics as a teaching strategy. The first proposal did not fulfill its goals or employed this pedagogical approach, which led the authors to new reflections, searches for references and theoretical foundations, culminating in the proposal's reformulation, now whereas the requirements and procedures to get a class utilizing effectively the History of Mathematics. It is believed that this task contributes to the necessary thinking to the field of Mathematics Education's history and to the teachers who often believe are using a proper methodological strategy while, in fact, there are misconceptions in the very conserving of the method and its application. Furthermore, it is also believed that the last proposal suggested can be used in the classroom to work on issues related to the content of integers.

Keywords: History of Mathematics. Whole numbers. Mathematics Teaching.

Introdução

O uso da história da matemática no ensino e aprendizagem da matemática é de interesse de pesquisadores desde o período de 1890, mas um movimento internacional generalizado (FAUVEL; FASANELLI, 2004) começou a tomar forma apenas na década de 1970, com um crescente aumento no número de trabalhos e pesquisas que trouxeram o aspecto histórico inserido nas aulas de matemática (FAUVEL, 1990).

Atualmente a literatura disponível oferece uma variedade de argumentos para o uso

da história em Educação Matemática: argumentos para a utilização e integração da história da matemática na Educação Matemática como um fator motivacional para os estudantes, como uma possibilidade de mostrar um caráter mais humano da matemática, ou ainda com um papel cognitivo no apoio à aprendizagem da matemática, mas, também, há argumentos que questionam seu uso. Essas discussões podem ser encontradas na literatura como, por exemplo, em Fauvel (1991) e Tzanakis&Arcavi (2002).

Embora haja boa quantidade de literatura sobre o uso da história em Educação Matemática e haja um espaço frutífero para discussões, ainda esse é um campo que precisa de mais pesquisas empíricas sobre o ensino e a aprendizagem relacionados à história. É o que afirma Abraham Arcavi em uma entrevista concedida a Jankvist (2008)

[...] o HPM ainda precisa de muito mais pesquisas empíricas sobre o ensino e a aprendizagem relacionada à história do que se tem agora, e não há falta de questões de pesquisa a investigar. [...] [Isto] poderia fornecer informações que confirmariam, estenderiam ou contestariam alguns dos nossos pressupostos e propostas, poderia revelar direções ainda não apontadas e, certamente, ressaltaria nossos próprios pontos de vista e planos para o futuro (ARCAVI em JANKVIST, 2008, p. 17, tradução nossa).³³

Nesse sentido, este trabalho busca contribuir com as reflexões (e ansiedades) para a perspectiva da História na Educação Matemática apresentando o relato³⁴ de uma proposta de aula que objetivava trabalhar conceitos envolvendo os números inteiros utilizando a estratégia de ensino da História da Matemática, sua implementação (equivocada) e ponderações que se fizeram necessárias posteriormente.

A proposta inicial foi elaborada para uma abordagem dos números inteiros que pudesse ser utilizada na educação básica e que envolvesse a História da Matemática. As atividades foram aplicadas com os participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) Subprojeto Matemática - UEM, visto que os participantes são alunos da licenciatura em Matemática, ou seja, professores em formação inicial e poderiam fazer proveito dessa experiência em suas ações desenvolvidas nas escolas parceiras e/ou quando se tornarem docentes.

Em um primeiro momento, buscamos materiais para a elaboração da proposta e nos deparamos com um problema bastante descrito na literatura: a escassez de atividades envolvendo a história e que fossem adequadas a esse nível de ensino. Nesse sentido, optou-se por elaborar a própria sequência de atividades.

No entanto, houve uma distância entre a intenção inicial (o uso da História da Matemática como uma estratégia de ensino) e a atividade que foi aplicada. Durante a implementação apresentamos um resgate histórico que perpassou os principais acontecimentos e discussões acerca das dificuldades no desenvolvimento e aceitação dos números negativos e, em seguida, propusemos algumas operações para serem resolvidas

³³HPM still needs much more empirical research on teaching and learning related to history than it is the case now, and there is no lack of research questions to pursue. [...] [It] would provide insights which confirm, extend or challenge some of our assumptions and proposals, it may reveal directions not yet pursued and it would certainly sharpen our own views and future plans (ARCAVI in JANKVIST, 2008, p. 17).

³⁴Essas ações e reflexões foram parte de uma avaliação para a disciplina Tendências em Educação Matemática que integra a grade curricular do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, da Universidade Estadual de Maringá – UEM.

utilizando materiais manipuláveis. No entanto, não foi articulada a parte histórica da aula com as atividades que vieram em seguida. Fizemos exatamente o que queríamos evitar ao utilizar da História da Matemática apenas como uma informação introdutória adicional.

Com as reflexões feitas a partir dessa experiência, pelas buscas por trabalhos e leitura de novos materiais, elaboramos uma nova proposta, agora adequada ao nosso objetivo de utilizar a História da Matemática no ensino do conteúdo de números inteiros. Esse é o conjunto de ideias apresentado nas seções a seguir.

Breve Contexto Histórico da Aceitação dos Números Negativos

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) trazem que “Além das situações do cotidiano os números negativos também surgiram no interior da Matemática na resolução de equações algébricas. No entanto, sua aceitação seguiu uma longa e demorada trajetória. Só no século XIX os negativos foram interpretados como uma ampliação dos naturais e incorporam as leis da Aritmética.” (BRASIL, 1998, p. 97)

Corroborando com o que trazem os PCN, vemos pela história da aceitação dos números negativos que eles surgiram primeiramente relacionados às situações de resolução de equações, porém não foram considerados como respostas plausíveis.

A história traz que os números inteiros positivos foram construídos a partir das necessidades de contagem dos indivíduos relacionadas ao contexto que estavam inseridos, como contar os dias e as noites, os animais que possuíam, fazer medições, entre outros. No processo de contagem não é natural imaginar uma quantidade menor do que o zero. A dificuldade de visualização desse fato pode ser considerada um dos motivos para a resistência à aceitação dos números negativos.

Alguns matemáticos da Índia, como Brahmagupta já no século VII, consideravam os números negativos nas resoluções de equações. Berlinghoff e Gouvêa (2012, p.96) trazem que Brahmagupta “considerou os números positivos como posse e os negativos como dívida, e também enunciou regras para somar subtrair, multiplicar e dividir números negativos”. Porém o conhecido matemático Bhaskara, no século XII, dizia “isso é um absurdo” ao se deparar com raízes negativas para equações do segundo grau.

Berlinghoff e Gouvêa (2012) afirmam que, como muitos de nossos conhecimentos, aspectos da teoria dos números negativos também foram herdados dos gregos ao apresentar uma demora no processo de aceitação devida ao fato dessa civilização ignorar esses números completamente, considerando números apenas os inteiros positivos. Os Europeus conseguiram expandir suas visões sobre a aceitação dos números negativos apenas no período do Renascimento, com os conhecimentos advindos das grandes navegações. Os chineses foram um dos povos que mais se aproximaram de uma aceitação com “passos intermediários nas resoluções de equações”.

No século XVI mesmo matemáticos tão proeminentes como Cardano da Itália, Viète na França e Stifel na Alemanha, rejeitaram os números negativos, considerando-os como “fictícios” ou “absurdos”. Quando os negativos apareciam como soluções de equações, eles as chamavam de “soluções fictícias” ou “raízes falsas (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2012, p.97).

Esse pensamento começou a mudar apenas no início do século XVIII, quando os números negativos começaram a se fazer necessários demais para serem descartados. Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2012), Leonhard Euler (1707 - 1783) tratava esses números em seu livro *ElementsofAlgebra* publicado em 1770, considerando que:

Como os números negativos podem ser considerados como débitos, já que os números positivos representam posses reais, podemos dizer que os números negativos são menos do que nada. Assim, quando um homem não tem nada seu e deve 50 coroas, é certo que ele tem 50 coroas menos do que nada; pois se qualquer um lhe desse um presente de 50 coroas para pagar o seu débito, ele estaria ainda no ponto nada, embora estivesse realmente mais rico do que antes (BERLINGHOFF, GOUVÊA, 2012, p. 99, apud EULER, 1770)

O fato é que os números negativos só foram considerados como úteis e verdadeiros em meados do século XIX, quando “se tornaram componentes criticamente importantes do sistema numérico, e as dúvidas sobre a sua legitimidade simplesmente desaparecem” (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2012, p. 98).

O Contexto dos Números Inteiros no Ensino

A respeito dos números inteiros, os PCN destacam como um dos objetivos a serem atingidos pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (sexto e sétimo ano) o de desenvolver o pensamento numérico que os levem a “ampliar e construir novos significados para os números – naturais, inteiros e racionais – a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção” (BRASIL, 1998, p. 64), ou seja, o documento aponta a necessidade do uso de problemas históricos.

Os Parâmetros asseguram, ainda, que “As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas idéias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações” (BRASIL, 1998, p. 66). Essas situações podem ser relacionadas às primeiras manifestações de aceitação e operação com esses números, já que Brahmagupta, no século VII, “[...] considerou os números positivos como posses e os números negativos como dívidas” (BERLINGHOFF, GOUVÊA, 2012, p. 96).

Os PCN afirmam que “[...] é desejável que no terceiro ciclo se trabalhe para desenvolver a argumentação, de modo que os alunos não se satisfaçam apenas com a produção de respostas a afirmações, mas assumam a atitude de sempre tentar justificá-las” (BRASIL, 1998, p. 71). Nesse sentido, os alunos devem sempre ser instigados a questionar o porquê dos resultados obtidos e o professor pode fornecer essas justificativas fazendo uso da história.

Tanto na proposta inicial que foi implementada, quanto na proposta reformulada que apresentaremos adiante, tentamos pensar nas atividades e nas maneiras de abordá-las a fim de levar os alunos a perceber padrões que levam às generalizações das regras de sinais. Sobre esse aspecto, os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam que

[...] a ênfase na memorização de regras para efetuar cálculos, geralmente descontextualizados, costuma ser a tônica da abordagem dada aos números inteiros no terceiro e no quarto ciclos. Uma decorrência dessa abordagem é que muitos alunos não chegam a reconhecer os inteiros como extensão dos naturais (BRASIL, 1998, p. 98).

Deste modo, nossa proposta foi evitar tratar diretamente de “regras”, a fim de que os alunos as percebessem e as construíssem por conta própria.

História na Educação Matemática

Apontada como uma estratégia para enriquecer o ensino de Matemática, recomendada pelos PCN e um dos aspectos cobrados pelo Guia do Livro Didático, a História da Matemática pode se fazer presente no ensino de diversas maneiras, em diferentes momentos do ensino, oferecendo variadas contribuições. Em geral, é usada na introdução dos conteúdos, como informação, sem estar presente no desenvolvimento do conteúdo, o que é válido, mas pode não ser a melhor maneira de explorá-la.

Miguel (1997), apresenta alguns argumentos reforçadores (assim como questionadores) quanto às potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Esses argumentos foram estabelecidos a partir do levantamento e análise de trabalhos de matemáticos, educadores matemáticos e historiadores da matemática. Os argumentos reforçadores são:

- A História é uma fonte de motivação para o ensino aprendizagem da matemática;
- A história constitui-se numa fonte de objetivos para o ensino da matemática;
- A história constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino da Matemática;
- A história é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática;
- A história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino;
- A história constitui-se num instrumento de formalização de conceitos matemáticos;
- A história é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico;
- A história é um instrumento unificador dos vários campos da matemática;
- A história é um instrumento promotor de atitudes e valores;
- A história constitui-se num instrumento de conscientização epistemológica;
- A história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática;
- A história é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural (MIGUEL, 1997).

Já os argumentos que questionam o uso da História da Matemática são:

- Ausência de literatura adequada;
- Natureza imprópria da literatura disponível;
- O elemento histórico é um fator complicador;
- Ausência na criança do sentido de progresso histórico (MIGUEL, 1997).

E ainda, Roque (2012), em referência à Tzanakis, Arcavi et al. (2002), fala sobre três maneiras para trabalhar a História da Matemática no ensino, que são:

1. aprendizagem histórica pelo fornecimento de informações históricas diretas;
2. aprendizagem de tópicos matemáticos, seguindo um processo de ensino aprendizagem inspirado na história;
3. desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto da matemática por ela mesma quanto do contexto social e cultural em que ela tem se desenvolvido (TZANAKIS, ARCAVI et al., 2000, p. 208 *apud* ROQUE, 2012, p. 23).

Apresentaremos a reflexão sobre quais dos argumentos destacados por Miguel (1997) emergiram na análise da implementação da proposta inicial. E ainda, consideramos o primeiro e segundo aspectos (TZANAKIS, ARCAVI et al., 2000, p. 208 *apud* ROQUE, 2012) na reformulação da proposta que abordou a regra de sinais para multiplicação de números inteiros, já que iniciamos a aula com um texto histórico apresentado por Roque (2012) para trabalharmos algumas atividades elaboradas de modo a levar os alunos a questionar e compreender o motivo da conhecida regra que diz “produto entre dois números de sinais iguais resulta em número positivo, produto entre dois números de sinais diferentes resulta em número negativo”.

A Proposta Inicial: Uma Aula sobre Números Negativos

Nesta seção indicamos alguns aspectos do planejamento e da implementação da proposta inicial. Não nos estenderemos nessas etapas, pois os equívocos e reflexões que foram consequentes dessa proposta serão nosso foco de discussão nas seções seguintes.

Tema: Números Negativos

Sujeitos escolhidos: Alunos do PIBID matemática/UEM

Data: 18/10/2016

Duração da Atividade: 2h

Estratégia: História da Matemática

Materiais: Slides e marcadores (tampinhas de garrafa pet)

Objetivo geral: Utilizar a História da Matemática como estratégia de ensino de Números Negativos, para os alunos do PIBID, com o intuito de ser uma sugestão de aula, que pode ser trabalhada por eles, quando professores.

Objetivos específicos: Apresentar o conteúdo dos Números Negativos, utilizando a estratégia de ensino História da Matemática; situar as dificuldades que os matemáticos do passado tiveram para o entendimento e a aceitação dos números negativos utilizando contadores (tampinhas de garrafas pet); mostrar como a construção histórica de um determinado tema não é linear.

Descrição da atividade: Apresentação do percurso histórico dos números negativos (como apresentado na sessão “Breve Contexto Histórico da Aceitação dos Números Negativos”).

Resolução de operações envolvendo números inteiros fazendo uso de marcadores (tampinhas de garrafa pet), seguindo propostas indicadas no livro de Jonh A. Van de Walle “Matemática no ensino fundamental”.

Para realizarmos a atividade, utilizamos uma das reuniões semanais do projeto PIBID- Matemática. Na data, havia 22 alunos e 6 professoras, sendo 4 supervisoras e 2 coordenadoras do projeto. Os participantes foram acomodados em 8 grupos com 3 pessoas cada e 1 um grupo com 4 integrantes. Entregamos uma folha em branco para cada grupo, em que deveriam colocar o nome e série de cada integrante e fazer os registros ali, com suas resoluções e procedimentos.

A aula teve início com uma apresentação em slides com informações sobre a aceitação histórica dos números negativos. Concomitantemente os participantes foram

sendo questionados com alguns pontos que intrigaram os matemáticos no passado, como: É possível algo menor do que nada? Como se pode ter uma medida ou uma contagem com valor negativo?

Apresentamos o percurso histórico deste desenvolvimento, sem que houvesse questionamentos por parte dos alunos. Ao falarmos que as primeiras aparições dos números negativos se deram na resolução de equações, levantamos o seguinte problema retirado de Berlinghoff e Gouvêa (2012. p.95): “*Eu tenho 7 anos de idade e minha irmã 2. Quando eu terei exatamente o dobro da idade de minha irmã?*”. O objetivo era debater esta questão para chegar a um entendimento sobre o que seriam “anos negativos”, que aparecem em um segundo momento desse problema, quando alteramos as idades dos irmãos para 18 e 11, respectivamente.

Percebemos que muitos grupos tiveram dificuldades para formalizar o problema. Alguns resolveram apenas por tentativa e erro, sem montar uma equação. Então fomos até o quadro e formalizamos, levando em consideração o que os alunos tinham nos informado. Questionamos sobre a ideia principal do problema, que era o significado dos “anos negativos”, e neste momento quase a turma toda respondeu, de uma só vez, que se tratavam de anos que já haviam passado. Ao final desta discussão ressaltamos o fato de que a princípio as equações não eram escritas da forma algébrica na forma que concebemos hoje, mas por extenso, deixando os alunos um pouco surpresos ao mostrarmos a eles um exemplo de escrita de equação retirado de um texto de Bhaskara. Continuamos a aula dando sequência a “abordagem histórica”.

Ao citarmos o problema que Leonhard Euler levantou em relação a créditos e débitos, relacionamos a contextualização histórica ao ensino do números negativos em sala de aula e explicamos a atividade³⁵ que seria desenvolvida.

Entregamos tampinhas brancas e coloridas aos alunos, que significavam as quantidades positivas e negativas respectivamente. Não alertamos nenhum dos grupos a respeito do fato de uma tampinha branca cancelar uma colorida, mas logo nas primeiras operações os alunos perceberam essa propriedade.

Todas as ações seguintes foram relacionadas ao uso desse material concreto. Trabalhamos com operações de adição de dois números positivos, de um número positivo e um negativo, adição de dois números negativos.

Ao trabalharmos com as operações envolvendo multiplicação e divisão, percebemos mais dificuldade por parte dos participantes em compreender os métodos de resolução utilizando os marcadores.

³⁵Atividade baseada em Van de Walle, Jonh A. Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª edição Porto Alegre: Artmed, 2009, páginas 534 a 538.

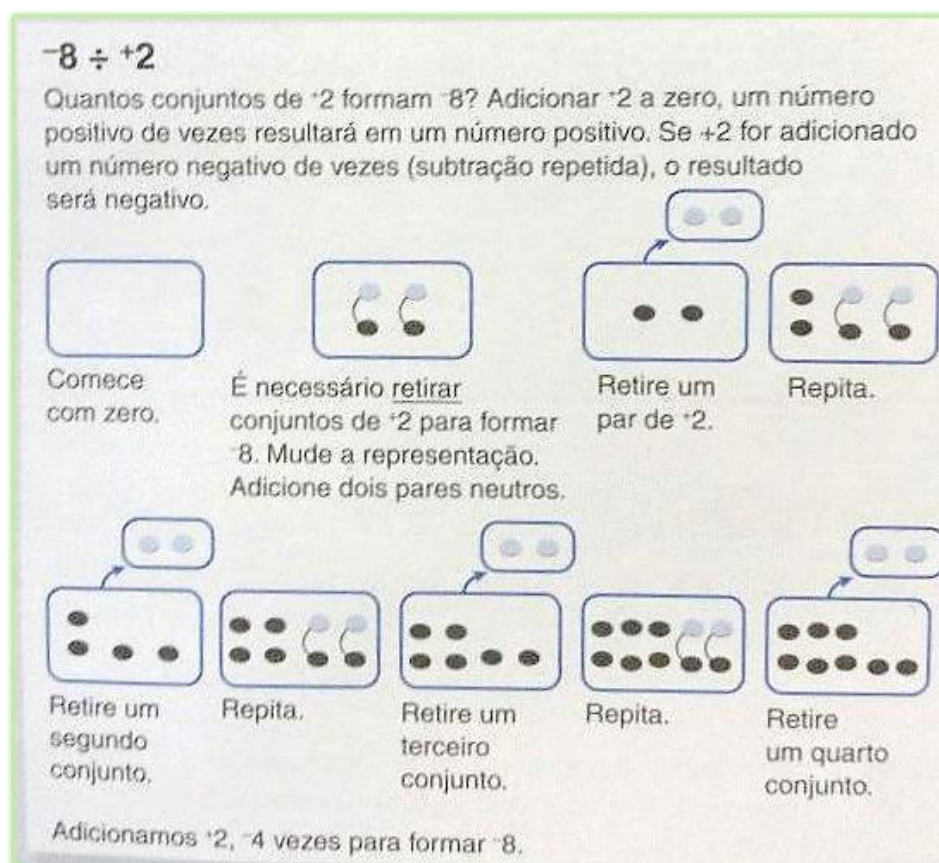


Figura 1: Divisão com marcadores. Fonte: Vande Walle (2009 p. 538).

Próximo ao horário de término da reunião, finalizamos a atividade retomando as informações históricas e tentando ressaltar que todo aquele viés histórico que havíamos informado era para evidenciar como a história não é linear, como muitos pensam, mas um processo de construção ao longo do tempo, das gerações e civilizações. Também destacamos a importância de, ao se trabalhar com o conteúdo de números negativos, ter uma certa cautela e paciência com os alunos, visto que dentre os vários obstáculos encontrados por eles nesta compreensão, muitos vem ao encontro dos que foram vivenciados pelos matemáticos antigos no decorrer da história.

As primeiras reflexões sobre a proposta implementada

Nossas considerações sobre a proposta implementada foram direcionadas pelas questões a seguir. Ao tentar responder essas questões e analisar nossos objetivos, percebemos a lacuna que se fez em nossa proposta. Equívocos que poderiam ser justificados por falta de experiência em sala de aula, dificuldade de encontrar material que nos norteara na preparação das atividades, dificuldade de associar a teoria estudada e colocá-la em prática, etc.

As atividades trataram dos Números Negativos?

O nosso intuito era o de trabalhar com os números negativos, apresentando o seu percurso histórico e situar os alunos das dificuldades que foi a sua aceitação, porém ao

aplicarmos a atividade de operações com os marcadores, estávamos tratando de números inteiros e não apenas de números negativos.

Atingimos nosso objetivo de utilizar a História da Matemática como estratégia de ensino do conteúdo de Números Negativos?

Não consideramos que a História da Matemática foi trabalhada na sala de aula, já que as informações históricas foram apenas expostas apresentadas de forma isolada da atividade com os marcadores, que por sua vez, tornou-se o foco principal da aula.

Elaborar uma referência para professores e outros interessados?

Aos participantes foi exposto o processo de aceitação dos números negativos e também uma atividade com materiais manipuláveis para se trabalhar esse tema. Informações e material que podem ser utilizados por eles quando convier, porém, como já citamos, a proposta era usar devidamente a História da Matemática como estratégia de ensino. Dessa maneira, não consideramos que conseguimos aproximar esses professores em formação inicial desta estratégia, nem norteá-los e/ou despertá-los ao interesse de incorporá-la em suas aulas. *A atividade utilizando os marcadores, situou os alunos da dificuldade que os matemáticos do passado tiveram para o entendimento e a aceitação dos números negativos?*

A atividade com os marcadores se fez distante da apresentação histórica. Não houve a conexão devida, ou seja, podem ser trabalhadas separadamente sem nenhum prejuízo.

Mostrar que a construção histórica de um determinado tema matemático não é linear?

Apesar de não termos conseguido finalizar a aula como gostaríamos, destacando os pontos principais desta não linearidade na construção dos conhecimentos, ao apresentar o percurso histórico, passar por diversas civilizações em diferentes períodos e pelas várias maneiras de se tratar esse assunto, acreditamos ter iniciado a descaracterizar ideias de que a construção dos conceitos matemáticos é imediata, facilmente demarcada e que segue uma ordem cronológica linear.

Aprendendo com os Equívocos e a Elaboração da Nova Proposta

Poderíamos encerrar nossas reflexões ao reconhecer os erros e, no futuro, ao nos depararmos com a necessidade de trabalhar uma aula com essa temática, faríamos as devidas correções. Porém, trouxemos esse futuro para o agora, para o “aqui”, e confirmamos a necessidade de se aprender com os erros, nos colocando a aprender a partir de novas reflexões. Desse modo, segue o processo de reformulação da proposta e alguns passos essenciais desse processo.

Foi realizada uma busca sobre os trabalhos que tratassem do conteúdo de números inteiros, com a finalidade de nos situar sobre o que vem sendo produzido a respeito e nos nortear na realização da nova proposta utilizando a História da Matemática como estratégia. Para tanto, buscamos por trabalhos no site do banco de teses e dissertações da

Capes³⁶. Foi feita uma seleção e identificação prévia de trabalhos que pudessem contribuir com a elaboração da nova proposta.

Assim, considerando os equívocos e as lacunas identificados na implementação da primeira proposta, assim como a incorporação de referenciais que tratam do ensino de números inteiros (utilizando a estratégia metodológica da história da matemática), elaboramos uma **proposta de ensino para esse conteúdo, que abrange o percurso histórico e as regras de sinais para a multiplicação com esses números**. Desta vez, outros aspectos precisavam estar bem delimitados.

Em determinados casos, as representações de situações cotidianas podem não ser suficientes para explicar alguns padrões, por exemplo no caso de débitos e créditos, que é uma situação satisfatória para se ensinar as operações de soma e subtração entre inteiros, mas não se estende para as operações de multiplicação e divisão. De acordo com os PCN,

Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apóiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas (BRASIL, 1998, p. 100)

Ainda nesse sentido, os Parâmetros afirmam que “É preciso ir um pouco além e possibilitar, pela extensão dos conhecimentos já construídos para os naturais, compreender e justificar algumas das propriedades dos números inteiros” (BRASIL, 1998, p. 100). Deste modo, elaboramos nossas atividades com o objetivo de estender os conhecimentos já adquiridos com os números naturais, também ao conjunto dos inteiros.

De acordo com Moretti (2012), essa ideia de prolongamento vem de um princípio que orienta o pensamento intelectual do homem, o princípio de extensão. Esse autor traz ainda que

[...] o homem tem tendência a generalizar e estender todas as aquisições do seu pensamento, seja qual for o caminho pelo qual essas aquisições se obtêm, e a procurar o maior rendimento possível dessas generalizações pela exploração metódica de todas as suas consequências. (CARAÇA, 1951, p. 10, apud MORETTI, 2012, p. 696).

Assim, se o homem já possui uma regra para lidar com determinada situação, quando se depara com uma nova, é natural que tente utilizar a mesma regra, a fim de poupar esforços.

O registro de números negativos mais antigo atualmente conhecido vem da “obra chinesa *“Nove Capítulos sobre a Arte Matemática”*, cerca de 200 a.C, devida provavelmente a Chang Tsang” (HOLLINGDALE, 1989, apud MEDEIROS, MEDEIROS, 1992, p. 2). Na Europa, no século III, teria surgido com Diofanto de Alexandria “O germe da regra dos sinais para a multiplicação” que dizia que “Menos multiplicado por menos é

³⁶Na busca, foram utilizadas as palavras-chave “História da Matemática”, “Números Negativos” e “Números Inteiros”. Os trabalhos encontrados se expandiam por diversas vertentes dentro dos temas, selecionamos os trabalhos mediante a leitura dos títulos e resumos, e focalizamos naqueles que tratavam de alguma forma da História da Matemática. Para um refinamento, fizemos o uso da classificação dos campos da História da Matemática de Miguel & Miorim (2002) nos limitamos aos 3 primeiros campos: História da Matemática, História da Educação Matemática e História na Educação Matemática.

mais e menos por mais é menos” (MORETTI, 2012, p. 692). Ainda assim, a regra da multiplicação levou cerca de dezesseis séculos para ser provada.

De acordo com Medeiros e Medeiros (1992), apenas no século XVIII George Peacock (1791 -1858) teria sugerido uma justificativa para a “regra” que alguns matemáticos já haviam enunciado ao estender para esses números as regras já usadas para os demais, sendo que “as principais, tomadas como axiomas na álgebra clássica, podem ser expressas como:

1. $a + b = b + a$
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$
3. $ab = ba$
4. $(ab)c = a(bc)$
5. $a(a + c) = ab + ac$ ” (p. 8).

No entanto, essa regra “[...] só muito mais tarde, em 1867, foi demonstrada por Hankel como sendo a única das regras possíveis, aquela que preserva as distributividades à esquerda e à direita” (MORETTI, 2012, p. 693).

Moretti (2012) apresenta diversos modelos para se explicar as regras de sinais, dentre os quais adotamos o que permite aos alunos a percepção do prolongamento e da permanência de regras já conhecidas e utilizadas. Esse modelo foi considerado por estar presente em três trabalhos obtidos a partir da busca junto ao banco de teses e dissertações da Capes (PONTES, 2010; DEIXA, 2014; e HILLESHEIM, 2013).

A seguir apresentamos a proposta detalhada, com orientações (em *itálico*) que podem direcionar o trabalho do professor.

Público alvo: Alunos do sétimo ano do ensino fundamental

Tema: Multiplicação entre números inteiros

Pré-requisitos: Os alunos devem ser capazes de realizar soma e subtração de números inteiros, assim como compreender a relação entre maior e menor; também devem ser capazes de trabalhar com os marcadores para realizar operações com números inteiros.

Estratégia: História da Matemática.

Desenvolvimento da sequência de atividades: As ações serão iniciadas com a leitura e discussão de um texto, retirado de Roque (2012, p. 137-138), que chamaremos de Atividade 1. A autora sugere que o texto seja lido pela classe, com cada aluno lendo um trecho, e que ao final da leitura seja feita uma discussão acerca do processo e da dificuldade da aceitação desses números, a fim de mostrar aos alunos as incertezas que cercam os conhecimentos matemáticos até que eles se estabeleçam (ROQUE, 2012).

Atividade 1: leitura e discussão do texto

Um pouco de história: *Os números negativos*

A noção de número negativo demorou muito a surgir na História da Matemática.

Até onde se sabe, a aparição dos números negativos na Matemática aconteceu na antiga China, há cerca de dois milênios. Na obra *Nove Capítulos da Arte Matemática* (séc. III a.C.), que continha todos os conhecimentos matemáticos chineses daquele tempo, já se encontram enunciadas as regras para adicionar e subtrair números negativos.

Os chineses pensavam os números negativos como um valor a ser pago. Uma quantidade de dinheiro recebida era representada por um número positivo e uma quantidade de dinheiro gasta com um número negativo.

Mas, como os chineses faziam para distinguir os números negativos dos positivos? Na China, há muito tempo atrás, havia se desenvolvido a prática de calcular com barras de bambu estendidas sobre um tabuleiro. E, para distinguir número positivo de negativo, foi adotada a seguinte convenção: barras pretas indicavam os negativos e barras vermelhas, os positivos.

Depois dos chineses, acredita-se que os hindus foram o primeiro povo a trabalhar com os números negativos. Na Índia antiga, as pessoas se interessavam pela matemática por dois principais motivos: primeiro para entender astronomia e astrologia e segundo para ajudar os negócios comerciais. No comércio, os números negativos representavam dívidas e números positivos representavam bens.

Brahmagupta, nascido no ano 625 d.C., foi um dos primeiros matemáticos indianos a lidar com números negativos. Ele enunciou a regra de sinais para a multiplicação e divisão.

Os árabes construíram um vasto império, dominando muitos povos, dentre eles os hindus. A partir da segunda metade do século VIII, houve um grande intercâmbio cultural no império árabe, do qual fazia parte a Península Ibérica. Foi através dos árabes que o nosso sistema de numeração tornou-se conhecido na Europa e, por isso, veio a ser chamado de sistema de numeração indo-arábico (criado pelos indianos e difundido pelos árabes).

Os números negativos também foram assimilados pelos árabes, porém não eram tão usados.

Durante a Idade Média, nem a matemática árabe, nem a europeia reconheceram o avanço dos matemáticos indianos de considerar as diferenças "impossíveis" como possíveis, introduzindo para elas os números negativos. Ex: $4 - 7 = ?$

No Renascimento, os matemáticos europeus deram um tremendo salto, motivados pela astronomia, navegação, ciências físicas, indústria da guerra, comércio e outras aplicações. Apesar desse progresso, continuava a haver resistência aos números negativos. Quando os negativos apareciam como solução de equações, por exemplo, $x + 5 = 3$, eles eram considerados "fictícios", "falsos", ou "absurdos". Talvez o nome "NEGATIVO" venha dessa época, já que eles eram valores negados quando eram obtidos como solução de problemas e equações.

Somente no início do século XVII, a situação começou a mudar. À medida que a utilidade dos números negativos se torna óbvia demais para ser ignorada, alguns matemáticos europeus passaram a usar os números negativos em seu trabalho. Apesar de serem utilizados, a rejeição pelos negativos persistiu por algum tempo, devido à dificuldade de encontrar um significado intuitivo e prático para eles.

Para se ter uma ideia, as Américas já estavam sendo colonizadas, nos séculos XVII e XVIII, e os números negativos ainda não haviam sido totalmente aceitos.

René Descartes (1596-1650), importante matemático francês que, dentre outras coisas, contribuiu para a criação do Plano Cartesiano, não compreendia bem o conceito de números negativos. Ele dizia que: "Não podem existir números menores do que nada."

No século XIX, a Matemática foi se tornando mais abstrata, ou seja, mais desligada da realidade e, assim, o significado "real" dos números passou a ser menos importante. Os números negativos se tornaram elementos importantes dos sistemas numéricos e as dúvidas sobre sua legitimidade simplesmente desapareceram.

Após sua aceitação, os números negativos começaram a ser úteis em várias situações do mundo real.

Após a discussão do texto, a Atividade 2 pode ser trabalhada sem que o professor faça considerações sobre o sinal do produto entre inteiros.

Atividade 2: Efetue as operações abaixo, utilizando os marcadores (faça os exercícios na sequência, de baixo para cima ou de cima para baixo):

a)

$(+4).(+3)=$
$(+4).(+2)=$
$(+4).(+1)=$
$(+4).(0)=$
$(+4).(-1)=$
$(+4).(-2)=$
$(+4).(-3)=$

b)

$(+5).(-3)=$
$(+5).(-2)=$
$(+5).(-1)=$
$(+5).(0)=$
$(+5).(+1)=$
$(+5).(+2)=$
$(+5).(+3)=$

Questionamentos que o professor pode incentivar com os alunos:

- Vocês acham que o resultado da quinta operação vai ser positivo ou negativo? Por que? *(Anotar algumas respostas no quadro para que possa haver discussão).*
- O que foi acontecendo com os resultados de uma linha para outra? Escreva suas justificativas *(Foram diminuindo quatro unidades quando os números que estavam sendo multiplicados por quatro foram decrescendo, e aumentando cinco unidades quando os números que estavam sendo multiplicados por cinco crescem).*
- Você conseguiria obter os resultados sem o uso das tampinhas? Como? *(Vendo o padrão de aumento/diminuição de um número fixo: se estavam sendo diminuídas quatro unidades quando multiplicávamos números positivos, a regra deve se manter. O mesmo vale para o caso em que o cinco é multiplicado. Esse padrão é importante, já que os matemáticos aceitaram essa “regra de sinal” pelo fato de ela preservar as propriedades da álgebra já vigentes).*

É interessante que o professor destaque a importância dos padrões percebidos para a generalização das regras de sinais.

Em seguida, podem ser trabalhados outros exemplos envolvendo multiplicação de números negativos por números positivos para então generalizar que o produto de números negativos por números positivos resulta em um número negativo.

Atividade 3: Efetue as operações abaixo:

$(-4).(+3)=$
$(-4).(+2)=$
$(-4).(+1)=$
$(-4).(0)=$
$(-4).(-1)=$
$(-4).(-2)=$
$(-4).(-3)=$

Considerando que os alunos já tenham compreendido que o produto de um número negativo por um número positivo será um número negativo, espera-se que eles novamente identifiquem um padrão, agora, de aumento de quatro unidades. Nesse momento, pode ser que alguns alunos já deduzam que o resultado de $(-4).(-1)$ será $+4$, já que de uma linha para outra, foram aumentando quatro unidades. Ainda assim, são sugeridos os seguintes questionamentos:

- Quais foram os resultados obtidos na tabela?
 - Como vocês resolveram a atividade da quinta linha? E as da sexta e sétima linha?
- (Espera-se que eles vejam que de uma linha para outra os resultados foram aumentando*

quatro unidades conforme os números que foram sendo multiplicados por menos quatro foram aumentando. Se os números foram aumentando, esse padrão precisa se manter. Destacar que da necessidade de conservar padrões veio a aceitação do produto entre negativos)

Qual foi o sinal desse produto, positivo ou negativo? Porque? (Espera-se que eles percebam que será positivo devido ao padrão de ir diminuindo quatro do resultado anterior para obter o resultado seguinte).

A atividade 4 tem o intuito de retomar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à soma para os números naturais, para então utilizá-la com os números negativos e verificar o que ocorre caso consideremos $-x - = -$ (MORETTI, 2012). Essa propriedade (e outras) são válidas com os números naturais, e a adoção de $-x - = +$ decorre da necessidade de mantê-las.

Atividade 4: Resolva as atividades abaixo:

- a) $2.(3 + 1) =$
- b) $2.3 + 2.1 =$
- c) $4.(1 + 2) =$
- d) $4.1 + 4.2 =$

Ressaltar que as operações dos itens (a) e (b) são equivalentes entre si, assim como as dos itens (c) e (d).

Atividade 5:

Efetue as operações abaixo de duas maneiras: considerando que o produto entre dois números negativos tem resultado negativo, e considerando que o produto entre dois números negativos tem resultado positivo.

Considerando $-x - = -$	Considerando $-x - = +$
$(-1).(1+(-1)) =$	$(-1).(1+(-1)) =$
$(-1)(1)+(-1)(-1)=$	$(-1)(1)+(-1)(-1)=$
$(-2)(3+(-1))=$	$(-2)(3+(-1))=$
$(-2).(3)+(-2).(-1)=$	$(-2).(3)+(-2).(-1)=$
$(-5).(1+(-2))=$	$(-5).(1+(-2))=$
$(-5).(1)+(-5).(-2)=$	$(-5).(1)+(-5).(-2)=$

O professor pode destacar que, como visto na Atividade 4, as operações da primeira linha são equivalentes às da segunda linha, assim como as da terceira linha são equivalentes às da quarta, e as da quinta linha são equivalentes às da sexta.

Assim que os alunos completarem a tabela, é válido resolver no quadro para que os que puderem ter resolvido sem seguir todas as instruções o façam, e tenham o registro correto.

Retomando a Atividade 4, o professor pode destacar que os alunos precisam, primeiramente, efetuar a operação que está entre os parênteses, e que os resultados das operações equivalentes não serão os mesmos na primeira coluna, ou seja, a propriedade até então válida, seria quebrada. Uma informação útil é que, para evitar esse dilema, os matemáticos optaram por adotar o produto de dois números negativos como positivo, conseguindo assim utilizar as regras que já valiam para os números positivos, também com os números negativos.

Atividade 6: Elaborar uma linha do tempo com os principais acontecimentos desde os primeiros registros dos números negativos até sua aceitação e incorporação, usando como base o texto discutido, assim como informações extras discutidas em aula ou pesquisadas em casa.

O objetivo dessa atividade é levar os alunos a retomar, depois de terem aprendido a respeito da regra de sinais para a multiplicação entre inteiros, a difícil aceitação e incorporação desses números pelos matemáticos ao longo dos séculos.

Reflexões acerca da nova proposta

Levando em conta os argumentos reforçadores e questionadores do uso da História de Matemática no ensino apresentados por Miguel (1997) anteriormente citados, podemos identificar alguns deles emergindo dessa nova proposta. Os argumentos reforçadores percebidos por nós foram:

História da Matemática como fonte de métodos de ensino: a disposição e escolha das atividades foi desenvolvida de modo a levar os estudantes a fazer questionamentos que os ajudem a compreender a dificuldade da aceitação dos números inteiros, usando um problema histórico enfrentado pelos matemáticos: considerar $-x - = +$ ou $-x - = -$, para então generalizar as regras utilizadas na multiplicação de números inteiros.

História da Matemática como instrumento para a desmistificação da matemática: a nova proposta incentiva que os alunos façam as mesmas considerações que, segundo Moretti (2012), os matemáticos tiveram que fazer para entender e chegar ao consenso de que o produto entre dois números negativos deveria ser um número positivo, assim como conservar as “leis fundamentais dos velhos números da aritmética eram preservados para os novos números” (MEDEIROS, MEDEIROS, p. 8, 1992). Além disso, por meio do texto apresentado por Roque (2012), evidencia-se algumas das dificuldades enfrentadas pelos matemáticos ao longo do tempo.

A história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática: Em referência a Zuñiga, Miguel (1997) coloca que a ordem histórica deve ser utilizada na construção da matemática “para facilitar uma melhor assimilação durante a reconstrução teórica. Isso é central. [...] Esse decurso concreto põe em evidencia os obstáculos que surgiram em sua edificação e compreensão”(ZUÑIGA, 1988, p. 34, apud MIGUEL, 1997, p. 90). Nesse sentido, os exercícios são elencados em uma ordem que parte de regras que os alunos já dominam, para então partir para constatações que conserva as regras já conhecidas.

Ainda nesse argumento, Miguel (1997), em referência a Jones (1969), traz “três categorias de porquês que deveriam ser levados em conta por todos que se propõem a

ensinar matemática: os porquês cronológicos, os porquês lógicos e os porquês pedagógicos” (JONES, 1969, apud MIGUEL, 1997, p. 91)”. O produto de dois inteiros negativos resultando em um inteiro positivo é classificado por Miguel como porquê lógico, o que pode se mostrar mais compreensível por meio da nova proposta, e aponta que Jones (1969) atribui à história a ligação entre as explicações dadas por esses “porquês”.

Entre os argumentos questionadores, destacamos, por ora, a *Ausência de literatura adequada*: A palavra “ausência” soa um pouco extrema, mas devemos levar em conta que essa referência tem quase 20 anos, e, conforme constatamos em nossa busca, é possível encontrar alguns trabalhos com propostas voltadas para o ensino na educação básica utilizando a História da Matemática. Mesmo assim, o principal material que usamos como referência nessa nova proposta (Moretti, 2012), foi citado em dois trabalhos selecionados por nós depois da busca por “números inteiros” no banco de teses e dissertações da Capes, e um terceiro trabalho usou Medeiros e Medeiros (1992) como uma de suas referências, e apresenta atividades parecidas com a que propusemos aqui, o que nos leva a supor que ainda há a necessidade de materiais que proponham outras abordagens desse conteúdo na educação básica.

Considerações Finais

Embora a primeira proposta não tenha atingido seus objetivos de ensino, ela foi essencial para a reflexão e elaboração da nova proposta aqui apresentada. Apesar de ter contato com leituras sobre a História da Matemática, sobre a História da Matemática na Educação Matemática, foram cometidos equívocos na tentativa de sua utilização, mas essa falha foi utilizada como uma oportunidade para melhorar. A nova proposta não é perfeita nem fechada, inserções e adaptações podem ser feitas de acordo com a turma em que ela for ser trabalhada, mas acreditamos que a intenção de propor uma sequência pensada a partir da História da Matemática foi aperfeiçoada. Da mesma maneira que fizemos a reflexão com a implementação, outras pessoas podem identificar outros argumentos, outras possibilidades que possam enriquecer essa sequência de atividades.

É importante a realização de trabalhos que tragam propostas pedagógicas da utilização da História da Matemática em sala de aula. No caso dos números inteiros, essa se mostra uma opção coerente e plausível com a própria construção deste conhecimento, podendo ser uma estratégia significativa para a aprendizagem que o professor pode utilizar em sua prática.

Por fim, destacamos a importância de se fazer uma auto-avaliação. Reflexões sobre aulas, revisões dos objetivos que se quer alcançar, estratégias utilizadas, sempre podem contribuir para a qualidade do processo de ensino e de aprendizagem.

Referências

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q.. **A matemática através dos tempos**: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2012. Tradução de Elza F. Gomide e Helena Castro.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF - Terceiro e quarto ciclos, 1998. 148 p.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Bertrand, 1951

DEIXA, Geraldo Vernijo. **Uma Abordagem dos Números Inteiros Relativos na 8ª Classe**: indicadores para uma proposta de formação de professores. 2014. 153 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000191933>>. Acesso em: 24 nov. 2016.

FAUVEL, John (Ed.). **History in the mathematics class room**: The IREM Papers. Leicester: Mathematical Association, 1990.

FAUVEL, John. Using History in Mathematics Education. **For The Learning Of Mathematics**, Edmonton, v. 11, n. 2, p.3-6, jun. 1991. Special Issue on History in Mathematics Education. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/40248010>>. Acesso em: 29 jul. 2015.

FAUVEL, John; FASANELLI, Florence. History of the International Study Group on the Relations Between the History and Pedagogy of Mathematics: the first twenty five years, 1976-2000. In: ICME, 10., 2004, Greece. **Proceedings of HPM 2004 & ESU 4: ICME 10**. Greece: University Of Crete, 2006. p. 5 - 28. Disponível em: <<http://www.clab.edc.uoc.gr/HPM/HPMhistory.pdf>>. Acesso em: 29 jul. 2015.

HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais**. 2013. 2016 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Centro de Ciências da Educação, Centro de Ciências Biológicas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/107422>>. Acesso em: 24 nov. 2016.

HOLLINGDALE, Stuart. **Makers of Mathematics**. London, Penguin Books, 1989.

JANKVIST, Uffe Thomas. Notices - Proceedings HPM2004&ESU4: Empirical research on using history of mathematics in mathematics education. **Hpm Newsletter**, n. 67, p. 15-18, mar. 2008. Disponível em: <[http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/HPM News 67.pdf](http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/HPM%20News%2067.pdf)>. Acesso em 29 jul. 2015.

JONES, P. S. The History of Mathematics as Teaching tool. In: **Historical Topics for the mathematics class room**. Washington D.C.: National Council of Teachers of Mathematics, 1969.

MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide. Números Negativos: uma história de incertezas. **Bolema**, Rio Claro (sp), v. 7, n. 8, p.1-11, 1992.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, Unicamp, v. 5, n. 8, p.73-105, jul. 1997. Semestral.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. História da matemática: uma prática social de investigação em construção. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 1, n. 36, p.177-203, dez. 2002.

MORETTI, Mércles T.. A Regra dos Sinais para a Multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática*. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42, p.691-714, abr. 2012.

PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade:** a polêmica da multiplicação dos números inteiros. 2010. 158 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós Graduação em Educação, Centro de Ciencias Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/14378/1/MerciaOP_TESE.pdf>. Acesso em: 24 nov. 2016.

ROQUE, Ana Catarina Cantoni. **Uma Investigação sobre a Participação da História da Matemática em uma Sala de Aula do Ensino Fundamental.** 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Educação, UFMG, Belo Horizonte, 2012. Disponível em: <http://www.ufmg.edu.br/site_campi/g/images/arquivos_governador_valadares/AnaCatarina.pdf>. Acesso em: 16 nov. 2016.

TZANAKIS, Constantinos; ARCAVI, Abraham. Integrating history of mathematics in the class room: an analytic survey. In: FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan (Ed.). **History in Mathematics Education: The ICMI Study.** Netherlands: Springer, 2002. p. 201-240.

VAN DE WALLE, Jonh A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª edição Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZUÑIGA, Ángel Ruiz. **La filosofía de las matemáticas: analisis de textos em secundaria.** Editorial de laUniversidad de Costa Rica, 1988.

Vanessa Cristina Rhea

Universidade Estadual de Maringá – UEM

E-mail: vcrhea@gmail.com.

Lorena Carolina Rosa Biffi

Universidade Estadual de Maringá – UEM

E-mail: lorena_carolina_1606@hotmail.com .

Lucieli Trivizoli

Universidade Estadual de Maringá – UEM

E-mail: lmtrivizoli@uem.br

A Formação de Professores para o Ensino Primário (1830-1980): um estudo comparativo Brasil e Portugal

The Training of Teachers for Primary Education (1830-1980): a comparative study Brazil and Portugal

Rosimeire Aparecida Soares Borges
Universidade do Vale do Sapucaí – UNIVAS/MG/Brasil

RESUMO

Este estudo histórico comparativo³⁷ analisa a formação dos professores primários no Brasil e em Portugal, entre 1830 e 1980. Para tanto, este trabalho considera a cultura escolar como uma cultura específica e que, analisá-la historicamente envolve estudar como se deu a formação dos professores para o exercício do magistério na escola primária nesses dois países. Intenta responder ao seguinte questionamento: que trajetórias de formação tiveram os professores primários no Brasil e em Portugal durante as reformas educacionais embasadas em mudanças políticas e sociais nesses dois países nesse período? Este estudo apresenta que diferentes culturas escolares tiveram suas diferenças e similaridades na formação de seus professores para a escola primária e muitas mudanças se processaram em nome de uma transformação da sociedade, de modo que pudessem, melhor preparados, contribuir na democratização do ensino primário e na qualificação dos alunos para o mercado de trabalho.

Palavras-chave: Formação de Professores. História da Educação. Ensino Primário.

ABSTRACT

This comparative historical study analyzes the primary teachers' training in Brazil and in Portugal, between 1830 and 1980. Thus, this paper considers the school culture as a specific culture and that analyze it historically involves studying how occurred teachers training to exercise teaching career in primary schools in both countries. Aims to answer the following question: what training paths had primary teachers in Brazil and in Portugal during the educational reforms based on political and social changes at this time? This study presents that different school cultures had their differences and similarities in the training of their teachers to the primary school and several changes were processed on behalf of a society transformation, so that they could, better prepared, contribute on the primary education democratization and on the students' qualification for the job market.

Keywords: Teacher Education. History of Education. Primary school.

Introdução

A cultura escolar é uma cultura específica e ao analisá-la historicamente é imprescindível que seja estudada a maneira se dá a formação dos professores de cada nível de ensino, de modo a conhecer os saberes que lhes são requeridos para exercer o magistério. O magistério é uma das bases sob a qual se assenta o desenvolvimento e a renovação dos sistemas educativos, uma espécie de campo historicamente atravessado

³⁷ Este artigo é uma tradução do artigo “Teachers’ training for primary education (1830-1980): a comparative study between Brazil and Portugal” na RIPEM V.5, N.2, 2015.

por modelos pedagógicos e por princípios políticos e ideológicos (MOGARRO, 2001). Assim, um estudo histórico sobre a formação dos professores para exercer o magistério primário, em determinado período, está relacionado com a escrita da História da Educação.

A produção histórica está carregada de uma tradição de ser produzida nacionalmente, entretanto, os estudos históricos comparativos apresentam “a questão do trânsito entre países, entre culturas, permitindo que determinados problemas sejam compreendidos para além do que poderiam ser os seus determinantes regionais” (VALENTE, 2009, p.230). Assim, na história comparativa o interesse reside na produção do conhecimento não condicionado à concepção de espaço como o território nacional, o que está acordado a um dos aspectos da Educação Comparada: a reorganização do espaço mundial.

Concebida como um saber resultante da interpelação, por meio da comparação, da educação em seus diversos aspectos, estabelecidos em diferentes contextos, a Educação Comparada deve ter como objetivo último, não o de encontrar semelhanças ou diferenças, mas o de dar sentido aos processos educacionais (Ferreira, 2008). Há uma presença da comparação na história da construção de saberes o que levou ao tema deste estudo: a formação de professores primários no Brasil e em Portugal de 1830-1980, período em que ocorreram diversas reformas educacionais embasadas em mudanças políticas e sociais nesses dois países.

As pesquisas desenvolvidas por historiadores sobre as reformas educativas denunciam o divórcio existente entre os promotores das reformas, os reformadores da Educação e a História. Viñao (2000) enfatiza que, em convivência com as sucessivas reformas educacionais que ocorrem, a cultura escolar, ou seja, os modos de ser e de pensar transmitidos de geração em geração pelos professores, decorrentes de suas experiências como docentes, permitem-lhes planejar e exercer as atividades acadêmicas, adaptadas e transformadas de acordo com as exigências e pressões externas. Assim, “[...] a cultura escolar pode ser definida como um conjunto de ideias, princípios, critérios, normas e práticas sedimentadas ao longo do tempo das instituições educativas” (VIÑAO, 2000, p. 100). Nessa direção, os sujeitos que assumem parte da vida cotidiana de uma escola, ao longo do tempo, vão definindo as práticas e os modelos escolares de fazer e de pensar. Entretanto, no âmbito da cultura professoral, muitas vezes esses sujeitos, alegando falta de tempo para as modificações e guiados internamente pela continuidade das práticas docentes já existentes, resistem às mudanças requeridas.

Para Viñao (2000) a cultura escolar é uma combinação de crenças e modos de pensar, hábitos e práticas, adotada pelas comunidades de professores que têm que enfrentar exigências e limitações similares no transcorrer de muitos anos. Essa cultura transmite aos novos integrantes as soluções, historicamente compartilhadas de modo coletivo na comunidade, que se configuram como referência para a aprendizagem. As estratégias utilizadas pelos professores facilitam enfrentar as incertezas e ansiedades geradas pelas reformas e a adaptação aos diferentes e variáveis contextos escolares.

Considerando as reformas que ocorreram no período 1830-1980 no Brasil e em Portugal, países com diferentes culturas, um estudo histórico comparativo pode permitir

a abertura das fronteiras entre esses dois países e dar ênfase em espaços dinâmicos nos quais houve a circulação de ideias assinaladas por divergências e diferenças culturais entre o local e a educação transnacional. De modo mais específico, pode auxiliar na compreensão de como a leitura histórica desse tempo, segundo Chartier (2007, p.81), colabora para a "união indissociável do global e do local" e, nessa direção, levar a conhecer as trajetórias de formação dos professores primários durante as diversas reformas educacionais fundamentadas em mudanças políticas e sociais no Brasil e em Portugal nesse período.

A Formação de Professores da Escola Primária no Brasil

A exigência de preparação didática do professor, embora não fizesse referência à questão pedagógica da educação, foi colocada pela Lei das Escolas de Primeiras Letras, promulgada no Brasil em 15 de outubro de 1827. Essa Lei trouxe uma preocupação com a formação dos professores, os quais deveriam ser treinados pelo método de ensino mútuo, nas capitais das respectivas províncias. A responsabilidade pela instrução primária foi atribuída às províncias com a promulgação do Ato Adicional de 1834, quando foi adotado dos países europeus o modelo de formação dos professores com a criação de Escolas Normais (SAVIANI, 2009).

No Brasil, a primeira Escola Normal foi criada na Província do Rio de Janeiro, em 1835. As Escolas Normais foram criadas com o propósito de aprimorar a formação dos docentes para a escola primária. Na Bahia, no ano de 1836; em Mato Grosso em 1842 e em São Paulo em 1846 (ROMANELLI, 2009) e posteriormente em outros estados brasileiros foram criadas Escolas Normais (RIBEIRO, 1987). No entanto, essas escolas tiveram existência intermitente, pois foram fechadas e reabertas periodicamente (SAVIANI, 2009). Nessa época, como disciplinas do currículo da escola normal: Português; Francês; Matemáticas Elementares e Escrituração Mercantil; Geografia e História Universal; Filosofia e Princípios de Direito Natural e de Direito Público; Pedagogia e Prática do Ensino Primário, dentre outras. Essas disciplinas eram quase as mesmas estudadas nas escolas primárias, porém estudadas de modo mais aprofundado pelas normalistas, com ênfase na metodologia de ensino (NATSUME, 2005).

O modelo de organização e funcionamento das Escolas Normais foi firmado com a reforma da instrução pública de São Paulo, ocorrida em 1890, que defendia que, sem professores bem preparados, de acordo com processos pedagógicos e científicos adequados às exigências da vida real, o ensino não poderia ser regenerador e eficiente (SAVIANI, 2009). Para que os professores fossem bem qualificados as escolas normais deveriam estar organizadas em condições de assim formá-los (REIS FILHO, 1995).

Essa reforma paulista se expandiu para outras cidades do interior desse estado e acabou por se tornar uma referência para outros estados brasileiros, visto que professores vinham até São Paulo para realizar estágios ou professores paulistas visitavam escolas de outras localidades em missões de formação. Entretanto, a expansão desse padrão de escola Normal não trouxe avanços significativos, pois era centrado no domínio dos conhecimentos que seriam transmitidos.

Reivindicações em prol da Educação e consequentes reformas educacionais

decorreram das transformações impelidas pela Proclamação da República, que ocorreu em 1889, no Brasil. Segundo Hilsdorf (2005), a Proclamação da República marcou o início de uma era de grandes transformações sociopolíticas e culturais, consideradas como fatores relevantes que seriam admitidos para o entendimento da expansão dos sistemas de ensino. Essa preocupação é notória, no início do século XX, quando observase um aumento da preocupação dos governantes com a expansão de vagas na escola pública, buscando atender a toda a população em idade escolar.

No âmbito político, com a revolução ocorrida em 1930, foi conduzido ao poder Getúlio Vargas³⁸. Nesse período, a formação dos professores primários no Brasil foi regulamentada pelo Decreto nº. 19.890, de 18 de abril de 1931. A partir desse ano, os alunos que haviam concluído o primário e ingressariam no Curso Normal fariam o exame de admissão em fevereiro. Esse exame era obrigatório de acordo com o *Art. 18* desse Decreto e constituído de dois momentos: no primeiro, o candidato realizava uma prova escrita e, no segundo, uma prova oral. Realizado esse processo avaliativo, era calculada uma média aritmética de todos os resultados obtidos no exame e elaborada uma lista classificatória com os nomes dos candidatos, em que constavam suas notas e respectivas colocações. Esses exames foram realizados no Brasil ao longo de 40 anos (CIPRIANI, 2006).

No ano de 1932, uma nova constituição foi outorgada e instituiu, no Brasil, o Estado Novo, liderado por Getúlio Vargas que permaneceria no poder como ditador até o ano de 1945. Foi um período, em que privilegiou-se a centralização e maior autonomia do poder, em detrimento às forças locais, com atuação econômica ligada à criação da indústria de base no país, então controlado pelas forças armadas (HILSDORF, 2005). Assinalado pelo ideário de qualificação e desenvolvimento das novas indústrias, poucos resultados foram obtidos no que se refere à democratização do ensino nesse período. O Estado passou a intervir em todos os setores da sociedade, sendo que na área da Educação, reinou o autoritarismo, havendo grande difusão de ideias de centralização, nacionalização e modernização. Foi idealizado o Plano Nacional de Educação, com a fundação de órgãos específicos que pudessem criar uma linha de diretrizes curriculares, juntamente com o Ministério de Educação e o Conselho Nacional de Educação (MEDINA, 2007).

Nesses anos 1930, uma nova fase para a Educação brasileira, com a criação dos Institutos de Educação admitidos como espaços para o desenvolvimento da educação, ensino e pesquisa. Destacaram-se nesse período o Instituto de Educação do Distrito Federal, implantado em 1932 por Anísio Teixeira e tendo como diretor Lourenço Filho; e o Instituto de Educação de São Paulo, implantado por Fernando de Azevedo no ano de 1933 (SAVIANI, 2009). Nesse período, via-se no processo de formação do professor uma dupla preocupação com a profissionalização docente e a busca de profissionais da educação com nova conformação moral e social, ou seja, a necessidade de formação de um novo tipo de educador, de acordo com os princípios morais e científicos daquela época (ROMANELLI, 2009).

³⁸ A Era Vargas se divide em: governo provisório (1930 a 1934), governo constitucional (1934 a 1937), Estado Novo (1938 a 1945) e governo democrático (1951 a 1954).

Com a reforma determinada pelo Decreto-lei nº. 3.810, de 19 de março de 1932, Anísio Teixeira transformou a Escola Normal em Escola de Professores. Esse novo tipo de escola possuía como estrutura de apoio: o jardim de infância, a escola primária e a escola secundária; bem como o instituto de pesquisas educacionais e as bibliotecas. O currículo foi alterado e já no primeiro ano seriam estudadas as seguintes disciplinas: sociologia educacional; biologia educacional; psicologia educacional; introdução ao ensino e história da educação. Em São Paulo também ocorre a criação, da Escola de Professores (SAVIANI, 2009).

Elevados ao nível universitário, os Institutos de Educação do Distrito Federal e de São Paulo foram incorporados às universidades. O de São Paulo à Universidade de São Paulo e o do Rio de Janeiro à Universidade do Distrito Federal. O decreto-lei n. 1.190, de 4 de abril de 1939, organizou definitivamente a Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil, uma instituição referência em nível superior de ensino. Esse decreto compôs um modelo conhecido como “esquema 3+1”, admitido na organização dos cursos de Pedagogia e de licenciatura. Esse modelo preconizava que deveriam ser três anos para cursar as disciplinas específicas e um ano para a formação de ordem didática. As licenciaturas formariam os professores para ministrar aulas nas escolas secundárias e a Pedagogia formaria os professores para as Escolas Normais.

De acordo com Saviani (2006), os anos 1930 e 1940 marcaram um período de disseminação das escolas normais pelos estados brasileiros. Em 2 de janeiro de 1946, com a aprovação do decreto-lei 8.530, em âmbito nacional, conhecido por Lei Orgânica do Ensino Normal, o Curso Normal foi dividido em dois ciclos. O primeiro ciclo correspondia ao ciclo ginasial do curso secundário e tinha a duração de quatro anos, com o objetivo de formar regentes para atuar no Ensino Primário e funcionava nas Escolas Normais Regionais. O segundo correspondia ao Ciclo Colegial do Curso Secundário com duração de três anos e tinha como objetivo formar os professores do nível primário de ensino e funcionava nos Institutos de Educação e nas Escolas Normais (SAVIANI, 2006). Nesses cursos de formação de professores primários, a proposta pedagógica apontava a exigência de métodos ativos, sendo o currículo fiscalizado pelo governo federal. O currículo para todos os Estados brasileiros era único, contendo a disciplina Prática de Ensino e havia ainda autonomia para acréscimos ou desdobramentos de disciplinas de modo a adequar o curso à realidade local (PIMENTA, 2006).

A partir do ano 1945, o Brasil viveu o período pós-Estado Novo, no qual a escola constituía-se patamar importante na busca de ascensão social e para o ingresso no mercado de trabalho. A educação escolarizada por sua vez, passou a ser vista como via de acesso ao desenvolvimento da sociedade. Nesse período, foi promulgada, no Brasil, uma nova Constituição de 1946, com características liberal e democrática em seus enunciados. Essa Constituição delegava à União, de acordo com o artigo 5º (inciso XV, alínea d do Cap. I), legislar sobre as diretrizes e bases da educação nacional e organizar o Sistema Federal de Ensino. Essa Constituição estabeleceu que apenas o Ensino Primário, de quatro anos de duração, era obrigatório e deveria ser gratuito nas escolas públicas. O Ministro da Educação constituiu uma comissão de educadores com o intuito de estudar e propor um projeto de lei da Educação Nacional que entrou no Congresso

Nacional em novembro de 1948 (PETRY, 2002).

De acordo com o decreto-lei 8.530/46, Art. 8º, as disciplinas que constavam nos cursos de formação de professores primários deveriam ser organizadas em três séries anuais e ter no mínimo, os seguintes conteúdos, para as respectivas séries:

Primeira série: Português; Matemática; Física e química; Anatomia e Fisiologia Humanas; Música e Canto; Desenho e Artes Aplicadas; Educação Física, recreação, e jogos; na Segunda série: Biologia educacional; Psicologia educacional; Higiene e educação sanitária; Metodologia do ensino primário; Desenho e artes aplicadas; Música e canto; Educação física, recreação e jogos; na Terceira série: Psicologia educacional; Sociologia educacional; História e filosofia da educação; Higiene e puericultura; Metodologia do ensino primário; Desenho e artes aplicadas; Música e canto; Prática do ensino; Educação física, recreação e jogos (BRASIL, 1946).

Porém, os cursos de formação de professores primários poderiam ainda ser realizados em dois anos de estudos intensivos como reza o Art. 9º da lei 8.530/46, que estabelecia, no mínimo, as seguintes disciplinas:

Primeira série: Português; Matemática; Biologia Educacional (noções de anatomia e fisiologia humanas e higiene); Psicologia Educacional (noções de psicologia da criança e fundamentos psicológicos da educação); Metodologia do Ensino Primário; Desenho e Artes Aplicadas; Música e Canto; Educação Física, Recreação e Jogos; Segunda série: Psicologia Educacional; Fundamentos Sociais da Educação; Puericultura e Educação Sanitária; Metodologia do Ensino Primário; Prática de Ensino; Desenho e Artes Aplicadas; Música e Canto; Educação Física, Recreação e Jogos (BRASIL, 1946).

A Constituição de 1946 também contemplou os procedimentos avaliativos aos quais os alunos do Curso Normal deveriam ser submetidos para a promoção à série imediata, ou conclusão do curso. Constatou-se como obrigatoriedade, em cada disciplina: uma nota anual de exercícios, uma nota obtida em prova parcial e notas alcançadas no exame final, as quais deveriam ser expressas em escala, de zero a cem. Além disso, deveria ser dada, a cada aluno, em cada disciplina, pelo respectivo professor, uma nota resultante da avaliação de seu aproveitamento. Desse modo, a média aritmética dessas notas mensais comporia a nota anual de exercícios obtida pelo aluno. A prova parcial, escrita ou prática, deveria ser dada na primeira quinzena de junho, para todas as disciplinas, versando sobre toda a matéria ensinada (BRASIL, 1946).

Ainda de acordo com a Constituição de 1946, ao final do ano letivo, aos alunos do Curso Normal deveriam ser aplicados exames finais que constariam de prova escrita e oral, ou de prova escrita e prática. Ressalva-se que as provas escritas dos exames finais deveriam ser realizadas na segunda quinzena de novembro e as provas orais e práticas no mês de dezembro. A nota final resultaria da média aritmética de todas essas notas obtidas: nota anual de exercícios; nota da prova parcial e nota das duas provas do exame final. Terminado esse processo estaria promovido o aluno que obtivesse, pelo menos, nota final cinco, em cada disciplina. Porém, se o aluno ficasse na dependência de uma ou duas disciplinas, poderia recorrer ao exame de segunda época em fevereiro (BRASIL, 1946).

O decreto-lei 8.530/46 também rezava a obrigatoriedade de que todos os estabelecimentos de Ensino Normal deveriam manter escolas primárias anexas para a prática de ensino. Nesse sentido, além das provas já mencionadas anteriormente, os alunos do Curso Normal eram submetidos a provas práticas de docência, que se estendiam por três anos do curso, o que era subsidiado pelas disciplinas Metodologia do Ensino Primário e Prática de Ensino. Nessas provas os alunos deveriam mostrar desenvoltura e aptidão para exercer o magistério, de modo que tivessem um saber técnico-científico que os auxiliasse a manter a autoridade, a ordem e a disciplina em sala de aula (CIPRIANI, 2006). A prática do professor baseava-se em modelos de ensino, considerados eficazes para o ensino-aprendizagem das disciplinas (PIMENTA, 2006).

Nesse período, os Institutos de Educação e as Escolas Normais contavam com o Jardim de Infância e a Escola Primária, como escolas anexas. Os Institutos de Educação formavam os professores primários com habilitação profissional para o Magistério e em administração escolar. A Escola Normal oferecia o segundo ciclo, formando professores primários e o Curso Normal Regional, em nível de primeiro ciclo, preparava regentes para o Ensino Primário (ALMEIDA, 2006).

Em meados dos anos 1950, inicia no Brasil uma política desenvolvimentista, liderada por Juscelino Kubitschek que passou a governar o país, sendo apoiado por diferentes segmentos da sociedade. No que tange à política educacional desse governo, estava atrelada às necessidades do desenvolvimento e até no Ensino Primário, a escola deveria voltar-se às necessidades do mercado de trabalho (ZOTTI, 2004). Nesse período, no Brasil, com a evolução da tecnologia aconteceram diversas modificações sociais e o modelo econômico passou a exigir mão-de-obra qualificada. Uma ideologia voltada à evolução da economia, com o aumento das oportunidades de emprego para a população, mas os lucros ficavam concentrados em setores minoritários (SAVIANI, 2004). Vigorou um movimento de cobrança da democratização do Ensino em todo o país. Assim, diversas políticas sociais foram adotadas pelo governo, dentre as quais, destaca-se a política educacional de expansão da Educação Primária e Normal.

No início dos anos 1960, o Brasil atravessava uma profunda agitação política. No ano de 1961, Jânio Quadros iniciou como presidente do Brasil e traçou novos rumos para a política externa, orientando a política interna. Em meio a essa transição política, no âmbito da Educação, a escola pública entrou num processo de expansão, abrindo suas portas aos filhos dos trabalhadores. Com esse avanço em favor da descentralização da educação foi promulgada em dezembro de 1961 a Lei 4.024/61, denominada por Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Essa Lei foi a primeira a contemplar todos os níveis de ensino e vigorar em todo território nacional, criando formalmente o Sistema Federal de Ensino e o Sistema de Ensino dos Estados e do Distrito Federal e estruturou o ensino em Ensino Pré-Primário, Ensino Primário, Ensino Médio e Ensino Superior (SAVIANI, 2004).

Nesse período, como pauta das discussões evidencia-se: “a qualidade do ensino e a relação entre o curso primário, a vida ocupacional e a continuidade dos estudos” (SAVIANI, 2004, p.151). Por um lado, havia a preocupação com o término dos estudos elementares (com 12 anos) e a iniciação no mercado de trabalho (14 anos,

regulamentada). Por outro lado, haveria de se romper a barreira mantida, até então, pelos exames de admissão entre o Ensino Primário e Secundário. O interesse agora era conceituar a escola primária como sendo sinônimo de uma escola elementar comum e não seletiva. Ao fixar diretrizes gerais para a educação brasileira, a Lei 4.024/61 desencadeou a unificação dos sistemas de ensino, descentralizando e flexibilizando os currículos (MEDINA, 2007).

Ainda nesse ano de 1961, houve no cenário político brasileiro, a renúncia do presidente Jânio Quadros e assumiu o governo o presidente João Goulart. Como metas, esse novo governo estabeleceu reformas de base que pudessem diminuir as desigualdades. Propôs reformas constitucionais que acabaram por criar condições no Brasil, para que em 1964 ocorresse o golpe militar, uma ruptura política, com o apoio da população, considerada necessária pelos setores que dominavam a economia do País (SAVIANI, 2008). Com esse Golpe, iniciou no Brasil um governo militar tendo Castelo Branco como presidente. Seu governo era centralizado, nutrido pela ideologia do nacionalismo desenvolvimentista e associado à economia baseada na indústria e no capital estrangeiro, o qual perduraria até o ano de 1984.

Nesse ano de 1964, no âmbito da educação foram exigidas inovações, com a assinatura de convênios MEC-USAID, que se constituíram em uma série de acordos entre Ministério da Educação e Cultura – MEC e a Agência Norte-Americana para Desenvolvimento Internacional – USAID, cujo auxílio permitiu prover os órgãos educacionais brasileiros, instituições e autoridades com assistência técnica e financeira (ROMANELLI, 2009). Nesse período, a tendência tecnicista tornou-se acentuada, quando pretendeu-se formar professores eficientes que pudessem trabalhar para o desenvolvimento econômico do país. Assim, à Escola Normal foi atribuído o papel de oferecer, aos futuros professores, um curso profissionalizante no qual predominassem os conhecimentos metodológicos para que pudessem exercer o magistério. Modernizar o trabalho docente significava operacionalizar os objetivos, o planejamento, as atividades pedagógicas, a aplicação de métodos e técnicas de ensino. As disciplinas que visavam os aspectos mais técnicos como Didática, Metodologia de Ensino e Prática de Ensino foram consideradas relevantes na formação dos professores primários (TANURI, 2000).

No ano de 1965, o Plano Nacional de Educação foi revisado, abrangendo normas que estimulassem a preparação dos planos estaduais. Como esse regime militar vigente no Brasil revelava-se antidemocrático, os educadores passaram a não ter mais direito de se pronunciarem sobre as leis e decretos referentes à Educação. Assim, a política educacional do governo militar, espelhada nos modelos internacionais passou a adequar a população brasileira às exigências que se colocavam (PILETTI, 1996; HILSDORF, 2005).

Em 1967, a nova situação política e social brasileira exigiu que fossem realizadas modificações na legislação educacional. Porém, foi feito apenas um ajuste da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional já existente por meio da Lei 5692/67, a qual ajustou o Ensino Primário e Médio e a denominação foi alterada para ensino de primeiro

grau³⁹ e ensino de segundo grau⁴⁰. Outra medida tomada foram os acordos de colaboração técnica e financeira assinados pelo Ministério da Educação Brasileira e a *Agency for International Development* (AID) para que fosse atenuada a crise do sistema educacional brasileiro (SAVIANI, 2008).

Com esses acordos que tinham como cerne a integração dos ensinos visando reorganizar a escola fundamental, o governo passou a tomar medidas para convencionar o sistema educacional ao novo modelo econômico, exigente de melhor formação de recursos humanos e tecnológicos, guiando a formação de profissionais qualificados. Nesse período, o Estado organizava e definia o ensino nos moldes da autonomia e interdependência entre União, estados e municípios. Para tanto, utilizava-se do planejamento integrado buscando superar as desigualdades existentes. Na educação, essa atuação foi realizada pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação-FNDE, um órgão de função corretiva e de coordenação, criado pela Lei 5537/68.

Foi um tempo em que, a inovação dos currículos do Ensino Primário se fundamentou nas orientações dos acordos MEC-USAID, pautada na rentabilidade, na utilização de menos recursos, na expansão e melhoria da qualidade do ensino. No âmbito do Ensino Primário, houve a modificação da seriação do ensino, não havendo mais reprovação dos alunos entre duas séries de um mesmo ciclo; bem como a reorganização do currículo e dos programas e da orientação pedagógica (MEDINA, 2007).

Na década de 1970, devido à entrada de capital estrangeiro no Brasil, ocorreram mudanças no aspecto político, social, econômico e educacional. Destaca-se nesse período, em decorrência da rápida urbanização, o aumento da procura de empregos pela população, o que levou os empregadores a exigirem um nível cada vez maior de escolaridade. No ano de 1971, em plena ditadura militar, foi instituída a Lei 5.692/71 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, que fixou as novas normas que regulamentariam o ensino de 1º e 2º graus⁴¹. Essa Lei foi imposta à sociedade civil, fundamentada em princípios liberais e de cunho tecnicista, instituindo a profissionalização obrigatória em todos os cursos de 2º grau no país (SAVIANI, 1996).

O objetivo da Lei 5.692/71 foi ampliar a faixa de escolaridade obrigatória, que se limitava ao Ensino Primário e reformular o sistema educacional para o ensino de 1º e 2º graus. De acordo com essa nova Lei, os ensinos primário e ginásial⁴² foram fundidos sob a denominação de 1º grau, com duração de 8 anos, sendo obrigatório às crianças com idades entre 7 e 14 anos e gratuito nas escolas públicas. Essa nova estrutura veio eliminar os denominados exames de admissão, a que os alunos eram submetidos ao término do ensino primário para ingressar no ginásial. O ensino médio, sob a denominação de 2.º grau, passou a ter 3 ou 4 anos de duração. Essa lei estabeleceu que os currículos de 1º e 2º graus teriam um núcleo comum, obrigatório nacionalmente, além de uma parte diversificada para atender, de acordo com às necessidades e possibilidades reais, às particularidades locais, aos planos dos estabelecimentos, bem

³⁹ Ensino de primeiro grau compreende os nove anos do Ensino Fundamental que antecedem o Ensino Médio.

⁴⁰ Ensino de segundo grau compreende os três anos do Ensino Médio que antecedem o Ensino Superior.

⁴¹ Hoje denominados por Ensino Fundamental e Ensino Médio.

⁴² Correspondente hoje de 6º a 9º anos do Ensino Fundamental II.

como às diferenças individuais apresentadas pelos alunos (SAVIANI,1996).

A primeira medida real para a implementação da Lei 5.692/71 foi o Parecer 853/71 que fixou “o núcleo-comum para os currículos do ensino de 1º e 2º graus” e o currículo na lei 5.692/71 (SAVIANI, 2006). Como objetivos do referido parecer, a apreciação da doutrina do currículo e apresentação dos conteúdos, diferenciando o núcleo comum da parte diversificada. As disciplinas que integravam o núcleo comum eram: Comunicação e Expressão, Ciências e Estudos Sociais e deveriam ser determinadas de modo integrado. Porém como educação geral, nas séries iniciais deveria predominar o tratamento pedagógico em Comunicação e Expressão, Integração Social e Iniciação às Ciências. Desse modo, o propósito da educação geral era formar nos educandos uma base comum de conhecimentos indispensáveis, com humanismo e que pudesse garantir a continuidade dos estudos. Ainda constava nesse parecer, a fração da formação especial que objetivasse uma sondagem de aptidões e iniciação para o trabalho no 1º grau e de habilitação profissional no 2º grau.

Com a publicação da Lei 5.692/71, as Escolas Normais foram extintas e em substituição foi instituída para o exercício do magistério de 1º grau a Habilitação Específica de 2º grau (SAVIANI, 2006). Quanto aos critérios adotados na formação do magistério, essa lei 5.692/71 estipulou que seria exigida uma formação mínima para exercer o magistério, segundo alguns critérios, estabelecidos no Artigo 30:

- a) no ensino de 1º grau, da 1ª à 4ª séries, habilitação específica de 2º grau;
 - b) no ensino de 1º grau, da 1ª à 8ª séries, habilitação específica de grau superior, ao nível de graduação, representada por licenciatura de 1º grau obtida em curso de curta duração;
 - c) em todo o ensino de 1º e 2º graus, habilitação específica obtida em curso superior de graduação correspondente a licenciatura plena.
- § 1º Os professores a que se refere à letra *a* poderão lecionar na 5ª e 6ª séries do ensino de 1º grau se a sua habilitação houver sido obtida em quatro séries ou, quando em três mediante estudos adicionais correspondentes a um ano letivo que incluirão, quando for o caso, formação pedagógica.
- § 2º Os professores a que se refere à letra *b* poderão alcançar, no exercício do magistério, a 2ª série do ensino de 2º grau mediante estudos adicionais correspondentes no mínimo a um ano letivo (BRASIL, 1971, s/p).

No que tange aos cursos de formação, a LDB nº 5.692/71, extinguiu os Institutos de Educação e transformou a Escola Normal na Habilitação Específica para o Magistério. O curso para formar professores primários deixou de ser ministrado no nível ginasial, o qual foi extinto, passando a ser ministrado em nível de segundo grau. Como principal mudança na nova estrutura, o futuro professor poderia se especializar para o magistério em jardins de infância ou, se preferisse, no primeiro grau, ou seja, o curso foi fracionado em Habilitações Específicas. Houve ênfase na elaboração de planos de ensino, nas formas de avaliação dos alunos e no uso de técnicas de ensino (TANURI, 2000).

No ano de 1972, foi publicado o Parecer nº. 349/72, que organizou a Habilitação Específica do Magistério em duas modalidades basilares: uma que habilitaria os professores para lecionar até a 4ª série, com duração de três anos; e outra habilitando ao magistério até a 6ª série do 1º grau com a duração de quatro anos. No currículo mínimo

para esses cursos de formação de professores constavam as disciplinas do núcleo comum, obrigatórias para todo o ensino de 1º e 2º graus, que deveria garantir a formação geral; e uma parte diversificada visando a formação especial (SAVIANI, 2006).

Desse núcleo comum constavam as seguintes disciplinas: Comunicação e Expressão, que contemplava os conteúdos Língua Portuguesa e Literatura Brasileira; Estudos Sociais, que tinha os conteúdos de Geografia, História, Educação Moral e Cívica e Organização Social e Política do Brasil; e Ciências que abrangia os conteúdos de Matemática, Ciências Físicas e Biológicas e Programas de Saúde. Já na parte diversificada, Fundamentos da Educação, que compreendia “os aspectos biológicos, psicológicos, sociológicos, históricos e filosóficos da educação; Estrutura e Funcionamento do Ensino de 1º Grau; e Didática, incluindo Prática de Ensino” (SAVIANI, 2005). Assim, essa habilitação de 2º Grau veio substituir o antigo Curso Normal e a formação de professores primários reduziu-se a uma habilitação em meio às outras, o que se tornou uma preocupação.

O Centro Nacional de Aperfeiçoamento de Pessoal para a Formação Profissional apontou como deficiências desse curso de formação dos professores, a estrutura curricular pouco específica; a não adequação entre os conteúdos ministrados e necessidades reais para a formação do professor; a parte diversificada do currículo que abordava disciplinas que não acrescentavam na formação do professor; a não existência de integração interdisciplinar; dentre outras (SAVIANI, 2006).

A partir de 1980, foi realizado um movimento centrado no princípio de que a docência se constituía na base da identidade dos profissionais da educação, o qual intentava reformular os cursos de Pedagogia e de Licenciatura. Dessa forma, as instituições passaram a atribuir aos Cursos de Pedagogia, a formação de professores para a Educação Infantil e Ensino Primário. Nesse período, ocorreu um amplo movimento em prol da reformulação dos cursos de Pedagogia e licenciatura, quando a maioria das instituições formadoras tendeu atribuir a formação de professores para a educação infantil e séries iniciais do ensino fundamental aos cursos de Pedagogia.

A Formação de Professores da Escola Primária em Portugal

A formação dos professores primários em Portugal teve início na Escola Normal Primária de Lisboa fundada no ano de 1862 por decreto do Rei D. Luís I de Portugal e permaneceu em funcionamento até início do século XX. Entre 1910 e 1926, a instabilidade política veio dificultar a continuidade das iniciativas republicanas referentes ao ensino. Em 1926, resultante de um movimento militar, iniciou-se em Portugal, um período conhecido por Estado Novo que veio alterar as políticas educativas. Nessa ocasião, instalou-se um regime ditatorial nesse país. Os militares formaram o governo e convidaram Oliveira Salazar⁴³ para ser o Ministro das Finanças que recusou o convite, porém veio a ocupar esse cargo dois anos depois (ABREU; ROLDÃO, 1989).

⁴³ Oliveira Salazar cursou a Faculdade de Direito na Universidade de Coimbra (MOGARRO, 2001).

Em Portugal, a década de 1930 ficou marcada pela extinção das escolas normais portuguesas e a fundação das Escolas do Magistério Primário, responsáveis pela formação dos professores para o nível primário de ensino. No contexto político, no ano de 1932, Salazar tornou-se presidente do Conselho de Ministro, o que equivalia ao cargo de Primeiro Ministro. No ano seguinte, promulgou uma nova Constituição, na qual consagrou a expressão: “Estado Novo”. Assim, o Regime ditatorial assumiu uma configuração que seria mantida até o ano de 1974 (STRANG, 2008). No ano de 1936, as Escolas de Magistério Primário, com apenas seis anos de funcionamento, foram encerradas, e somente reabertas em 1942.

Como consequência desse encerramento das Escolas de Magistério Primário houve uma grande falta de professores para esse nível de ensino. Essa situação se agravou quando Salazar iniciou um projeto que pretendia a construção de 12500 salas de aula de ensino primário até 1950. No ano de 1943, pelo decreto-lei nº 52629, o estado aprovou os programas de ensino dos Cursos de Magistério Primário. Esses mesmos programas continuaram vigorando até o ano de 1974 sem sofrer alterações (STOER, 1982). O curso que era de três anos foi reduzido para dois, sendo ministrado em escolas situadas em Lisboa, Porto, Braga e Coimbra (CARVALHO, 1985). A partir de 1947, as políticas educativas portuguesas refletiam a realidade social e econômica do período pós-guerra, sob a direção de Salazar, e articulavam-se com o objetivo de promover o desenvolvimento econômico do país (BRITO; ROSAS, 1996).

A década de 1950, em Portugal, foi palco de grandes transformações. No ano de 1955, Leite Pinto iniciou suas funções de Ministro da Educação Nacional, colocando como objetivos da educação nacional “ampliar a escolaridade primária e atenuar diretrizes rígidas, que estavam em total conflito com o mundo pós-guerra” (SAMPAIO, 1977, p.5-6). Os progressos técnicos exigiam formação de mão-de-obra qualificada por especialistas habilitados e investigadores preparados para ativarem a Escola (CARVALHO, 1985).

No ano de 1956, em Portugal, o Decreto-lei nº 40694 de 31 de dezembro instituiu o regime de escolaridade obrigatória até a quarta classe⁴⁴ do Ensino Primário o que agravou a falta de professores (SAMPAIO, 1977). Assim, no sentido de incentivo à formação de professores do Ensino Primário, o decreto-lei nº 41 902, de 9 de outubro de 1958, autorizou o aumento do número de alunos previstos para a matrícula no ano letivo de 1958-1959, nas Escolas de Magistério Primário e a nomeação de pessoal docente indispensável (Diário do Governo, 1958).

Em 1959, o ministro da Educação Nacional, elaborou um *Plano de Fomento Cultural*, estabelecendo conversações com organismos internacionais ligados aos estudos em causa e buscando auxílio da OCDE- Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico. Esse plano resultou em assistência da OCDE a Portugal, Espanha, Itália, Iugoslávia, Grécia e Turquia para um projeto comum “Projecto Regional do Mediterrâneo” (CARVALHO, 1985) que objetivou estudar as necessidades nacionais de educação até 1975; promover reformas no sistema educativo vigente, adaptando-o aos novos programas e às novas exigências do ensino; bem como realizar

⁴⁴ Em Portugal, as denominações: primeira classe, segunda classe, terceira classe e quarta classe do ensino primário, correspondem atualmente ao 1º Ciclo: 1º, 2º 3º e 4º Anos.

cursos de formação e aperfeiçoamento de professores.

Em 1960, em Portugal, é marcada uma nova era, a obrigatoriedade escolar foi estendida ao sexo feminino, por meio do decreto lei nº 42994/60. Com esse decreto, o Ensino Primário formava somente um ciclo de quatro classes, finalizando com a distinção entre Ensino Primário Elementar e Complementar. Pretendia-se com os novos programas, coordenar e atualizar as disciplinas do Ensino Primário (SAMPAIO, 1977).

O decreto-lei nº 43369 de 1960, veio modificar o Ensino Normal Primário, reorganizando e alterando o plano de estudos, ampliando para quatro semestres letivos e permitindo a frequência dos regentes escolares nas Escolas do Magistério Primário, com dispensa do exame de admissão, especificamente aqueles que obedeciam aos requisitos exigidos para esses exames, o que lhes deu o direito ao ingresso nessas escolas. Os demais candidatos ao Curso do Magistério Primário realizavam o Exame de Admissão elaborado pelo Ministério da Educação Nacional (Diário do Governo, 1960). Aprovados no Exame de Admissão, esses alunos se matriculavam no referido curso, objetivando abraçar a carreira docente no nível primário de ensino.

Os candidatos ao professorado do Ensino Primário até essa data eram admitidos pelas Escolas do Magistério Primário com habilitação mínima do 2º ciclo liceal ou equivalente, ou com cursos preparatórios para ingresso nos institutos industriais e comerciais e para as escolas de belas-artes. Admitidos nesse curso, além de realizarem as provas regulares no decorrer do ano letivo em todas as disciplinas, os alunos do Curso de Magistério Primário eram avaliados também pela presença, comportamento e aproveitamento. Para ser promovido, o aluno tinha que alcançar dez ou mais valores, numa escala de 0 (zero) a 20 (vinte) valores, em cada uma das disciplinas do 3º semestre do curso, quando faziam o Exame de Saída⁴⁵. Esse exame constava de provas práticas para averiguar a habilitação nas disciplinas de Desenho e Trabalhos Manuais Educativos e ainda das provas escritas que versavam sobre as outras disciplinas curriculares. O aluno que perdesse a frequência do mesmo ano, por duas vezes, ou ficasse reprovado no Exame de Saída duas vezes seria excluído de todas as Escolas de Magistério Primário desse país (Diário do Governo, 1960).

A aprovação no Exame de Saída dava ao aluno o direito de ser admitido ao estágio, realizado no quarto semestre desse curso, nas escolas primárias oficiais, sob a orientação dos professores do Ensino Primário. A partir do ano de 1960, quando foi publicado o Decreto-Lei nº 43369, os estágios passaram a ser realizados paralelamente ao curso, com uma duração de doze semanas, para que pudesse haver uma aprendizagem que permitisse a teorização da prática e a aplicação das noções teóricas. Para facilitar, os estágios passaram a ser feitos nas Escolas de Aplicação, anexas às Escolas de Magistério Primário ou em outras escolas do ensino Primário da mesma cidade que haviam passado a funcionar como Escola de Aplicação, mediante despacho do Ministro da Educação Nacional (Diário do Governo, 1960).

Nesse período, quando os alunos do Curso de Magistério Primário o finalizassem, com aproveitamento médio de “10 valores” por semestre, somado a um

⁴⁵ Esse exame era aplicado aos alunos do Magistério Primário que ingressaram até 1960. A partir daí, como houve uma modificação no estágio desse curso de acordo com o Decreto-Lei nº 43369, os alunos ingressantes passaram a não fazer mais o Exame de Saída.

bom comportamento e frequência nas aulas, podiam se candidatar ao Exame de Estado que os habilitava para o exercício do Magistério Primário (Diário do Governo, 1960). Porém, mesmo estando habilitados e classificados para o Magistério nesse nível de ensino, esses profissionais, poderiam melhorar a classificação anteriormente obtida no Exame de Estado (PINHEIRO, depoimento oral, 2007), o que era feito por meio da realização do exame de Repetição do Exame de Estado do Magistério Primário, regulamentado pela Portaria nº 18581 de 8 de julho de 1961. Nesse sentido, após a realização desse exame, prevalecia a maior das notas adquiridas nos dois exames. Para realizá-lo os candidatos deveriam ter comprovação passada em Direções Escolares de no mínimo 5 anos de serviço prestados ao Ensino Primário.

Em Portugal, no ano de 1962, assumiu o Ministério da Educação Nacional, Galvão Teles, que deu continuidade à mesma linha de ação. Pelo decreto-lei nº 45810, em 1964, o período de escolaridade obrigatória foi estendido até a sexta classe⁴⁶ para as crianças matriculadas na primeira classe até 1964-1965 (Diário do Governo, 1964). Ainda nesse ano de 1964, foi elaborado o Estatuto da Educação Nacional que objetivava abranger “todo o sistema escolar Português, à luz dos novos interesses pedagógicos”. Nesse documento estavam os princípios orientadores e as ideias-força que poderiam dar forma e expressão ao sistema renovado de ação educativa (SAMPAIO, 1977, p.24). Ainda nesse mesmo ano, tornou-se público o relatório do Mediterrâneo com o apoio técnico e financeiro da OCDE. Teles dispensou grande atenção a esse projeto vindo a acompanhar esses trabalhos nos anos subsequentes. Nesse relatório foram expostas as características vigentes de cada nível de ensino desde o Ensino Primário até o Ensino Superior. O decreto 45810 de 9 de julho de 1964 definiu que as Escolas de Magistério Primário passariam a ter dois cursos, um geral e outro complementar, com planos e programas que seriam estabelecidos, mas não veio a funcionar o curso para o ensino complementar (SAMPAIO, 1977).

Em 1970, registrou-se grande procura pelo Curso de Magistério Primário, justificada pela carência de agentes de ensino primário (SAMPAIO, 1977). As Escolas de Magistério Primário, a partir de 1974/75, entraram em regime de experiência pedagógica, o que lhes admitiu um novo tipo de abertura, com experimentação de novas metodologias de ensino e práticas. Nesse período, passaram a ser oferecidos cursos para regentes escolares que não tinham habilitação profissional ou acadêmica para ingressar nestas escolas, as quais organizaram ações para a formação contínua dos professores primários. Esses cursos consistiram em ações de sensibilização dos professores aos novos programas (ABREU; ROLDÃO, 1989).

Mudanças significativas no âmbito do Ensino Normal em Portugal ocorreram no período 1976-1977, quando o Ministério da Educação e Investigação Científica, juntamente com a Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica e Direção Geral do Ensino Primário, publicou o Plano de Estudos das Escolas de Magistério Primário. A programação compôs-se por três áreas de formação: área científica, área psicopedagógica e área de atividades de expressão (Planos de Estudo, 1976-1977, p.47). Esses planos vigoraram dois anos, quando no ano 1978-1979, foram elaborados novos

⁴⁶ Corresponde atualmente em Portugal ao 6º Ano do 2º Ciclo.

Programas das Escolas de Magistério Primário, pelo Ministério da Educação e Cultura e Secretaria de Estado do Ensino Básico e Secundário e Direção-Geral do Ensino Básico. Programas esses que passaram a nortear a formação dos professores primários em Portugal nessa época.

Considerações Finais

Os estudos históricos comparativos constituem-se em uma das especificidades da discussão sobre a história de caráter global, como lembra Valente (2009). As considerações apresentadas resultam de um estudo histórico comparativo no âmbito da formação dos professores primários no Brasil e em Portugal no período 1830-1980 quando ocorreram diversas reformas educacionais. Como afirma Viñao (2000), para o estudo histórico das reformas educativas, deve-se conhecer como as mudanças ocorreram, seus ritmos e modos de ocorrência, sua relação com o momento e o seu processo de difusão. Nesse sentido, este estudo consistiu em um caminhar na direção de conhecer as reformas que foram efetuadas no âmbito da formação de professores primários, ações essas que sempre estiveram atreladas ao contexto político desses dois países.

Um estudo histórico sobre a formação dos professores para magistério primário está relacionado com a escrita da História da Educação, defende Mogarro (2001). Em Portugal, a criação da primeira Escola Normal se deu no ano de 1816, em Lisboa e, no Brasil no ano de 1835, em Niterói, marcando o início da formação dos professores primários nesses dois países. Acompanhando as transformações sociais que incidiam em terras portuguesas e brasileiras, nesse período, as Escolas Normais, gradualmente, acomodaram-se aos projetos políticos locais, que cada vez mais apostavam na necessidade de uma educação primária para as camadas populares. Embora os anseios de renovação estivessem sempre atrelados aos regimes de governo vigentes nos dois países, até os anos 1900, houve uma continuidade das iniciativas tomadas, no que tange ao desenvolvimento do Ensino Normal. Nessa virada de século, o que se percebe como características comuns encontradas nas Escolas Normais é a valorização crescente da prática profissional e a necessidade de adaptação da formação geral ao contexto local.

No início dos anos 1900, um período de instabilidade política começa a se instalar, tanto no Brasil como em Portugal, o que veio resultar em movimentos políticos que propiciaram à população, experimentar diversas mudanças de governo. Em Portugal, o governo militar iniciou em 1926 e no Brasil no ano de 1964. A leitura histórica desse período, colaborou para compreender que nesse tipo de governo, reinava o autoritarismo, com centralização do poder no Estado, o que acabou por influenciar nos rumos educativos, inclusive na formação de professores primários (Chartier, 2007).

Para Viñao (2000), nesses períodos de instabilidade podem acontecer mudanças impostas pelos reformadores, ocorrendo resistências por vários motivos como a presença de persistências, continuidades e tradições. Por um lado, as diferentes concepções existentes na cultura das Escolas Normais brasileiras que tiveram que conviver com as mudanças impostas pelo Estado que ditava as regras a serem seguidas. Por outro lado, a cultura das Escolas Normais Portuguesas que, com a função de formar

os professores primários, tiveram que admitir que essas escolas fossem encerradas em 1930. O que ocorreu, é que, em meados dos anos 1930, quando o Brasil regulamentava a formação dos professores primários por meio de decreto lei, Portugal encerrava as Escolas Magistério Primário, o que resultou posteriormente em uma grande falta de professores para esse nível de ensino naquele país.

Vivendo em um momento no qual reinava o regime ditatorial de governo, nos anos 1940, Portugal reabriu as escolas Normais e novos programas para esse ensino foram elaborados. O que se torna claro neste estudo é que, tanto no Brasil, quanto em Portugal, houve uma preocupação com a formação dos professores primários. Cada um desses países, ao seu tempo e contexto, regulamentou o estágio para os alunos desses cursos. No Brasil, a Lei Orgânica do Ensino Normal veio deixar a formação dos professores primários, a cargo dos Institutos de Educação e das Escolas Normais. A Constituição de 1946 trouxe a obrigatoriedade de escolas primárias anexas aos estabelecimentos da Escola Normal para que os alunos pudessem desenvolver o estágio. Em Portugal, a prática de ensino em escolas anexas ou de aplicação, viria ser instituída somente a partir de 1960.

Torna-se evidente que, com a evolução tecnológica e o desenvolvimento desses países, nos anos de 1950, tanto no Brasil no governo Juscelino Kubitschek, como em Portugal no governo de Oliveira Salazar, a política desenvolvimentista passa a vigorar e a educação nesses dois países nesse período, atrelou-se às necessidades do mercado de trabalho. Como se pode observar no Brasil, é que o início dos anos 1960 se constituiu em um período de grande tensão política e social. Do mesmo modo, Portugal estava ainda sob o poder dos militares, em um governo autoritário no qual se defendia amar e servir a Pátria. Nesse período, os dois países firmaram acordos internacionais que vieram auxiliar o campo educacional. No Brasil, o acordo MEC-USAID e em Portugal com a OCDE. Esses acordos renderam elaboração de planos para a educação como o Plano Nacional de Educação no Brasil e em Portugal o Projeto do Mediterrâneo. A integração dos ensinos era o cerne desses acordos que visavam reestruturar o sistema educacional de forma semelhante ao modelo econômico mundial. Assim, foram realizadas diversas reformas no sistema educativo para adaptá-lo às novas exigências que se colocavam.

Tanto no Brasil, quanto em Portugal, todas as mudanças que se processaram na década de 1960 vieram impulsionar iniciativas de modificações no âmbito da formação dos professores primários. Os anos 1970 marcaram a extinção das Escolas Normais no Brasil, quando a formação dos professores primários passou a ser a Habilitação Específica do Magistério, nível 2º grau. As deficiências dessa habilitação levaram a atribuir à responsabilidade da formação dos professores primários no Brasil, a partir de 1980, aos cursos de Pedagogia, período em que ainda vigorava a ditadura militar, que só viria findar no ano de 1985. Em Portugal, a partir de 1974, com os ares da democracia, foram efetuadas reestruturações dos Planos de Estudos das Escolas de Magistério Primário, nos anos de 1976 e 1978, de modo a adaptá-los ao novo contexto que se firmou.

Em nome de uma adaptação do Ensino Normal ao contexto político, o que se tem é esse período em estudo, foi palco de grandes reformas nesse nível de ensino. Ao

que parece, os reformadores da educação, que ocuparam seus cargos à frente ao ensino de seus países, nem sempre atribuíram importância às escolas de formação de professores primários, que por vezes vieram até a encerrá-las, como ocorreu em Portugal. Carregando a bandeira de impulsionar a melhoria da qualidade do ensino, muito raramente agiram fundamentados na crença de que deveria sempre haver uma maior atenção com a formação desses professores, responsáveis pela educação de base.

As culturas específicas do Brasil e de Portugal vieram determinar as diferentes reformas educativas que ocorreram nesses dois países no período em estudo. No que tange à Educação Normal, ao que parece, nem sempre houve um projeto político de reforma. O que se nota é que, no campo da formação dos professores primários, o trabalho realizado pelos reformadores da educação, até os anos 1960, não teve uma continuidade que considerasse os acertos e os erros para que se pudesse avançar no plano educacional. As Escolas Normais e depois Escolas de Magistério Primário em Portugal e Escolas Normais e depois Institutos de Educação no Brasil, viveram divergentes mudanças no processo da formação dos professores para esse nível de ensino. Além disso, o que se nota, no período estudado, é que as iniciativas educacionais foram distanciadas no tempo, os programas do ensino Normal ficaram estagnados por décadas, eram sucintos e a cada período político sofriam mínimas alterações, mas em termos de estruturação do curso, e nem sempre foram adaptados à realidade que se colocava nos dois países.

Foi somente nos finais dos anos 1960, no Brasil e, início dos anos 1970, em Portugal, que esses países, passaram a democratizar o ensino, permitindo uma formação escolar profissionalizante. Desse modo, essencialmente em relação às escolas formadoras de professores primários, ao que parece, passaram a atender o objetivo dos reformadores da educação, que visando uma educação aliada ao desenvolvimento do país se empenhavam em dotar essas escolas das condições que as fizessem se destacar no cenário educacional dos dois países.

Em suma, a realidade educacional no âmbito da formação dos professores primários no Brasil e em Portugal foi se renovando, mesmo que lentamente, cumprindo regras impostas por Decretos, Acordos Internacionais e Planos de Governo. E muitos foram esses planos, muitas mudanças se processaram no âmbito da formação desses professores, em nome de uma transformação da sociedade, no sentido que como professores primários pudessem, quando melhor preparados, contribuir na democratização do ensino primário e na qualificação dos alunos para o mercado de trabalho.

Referências

ABREU, I & ROLDÃO, M C. A evolução da escolaridade obrigatória em Portugal nos últimos vinte anos. In: PIRES, E. L. (Ed.). **O ensino básico em Portugal**. 1 ed. Porto: Edições ASA, 1989.

ALMEIDA, J. S. de. Mulheres na Educação: missão, vocação e destino? A feminilização do magistério ao longo do século XX. In: SAVIANI, D.(org.). **O legado Educacional do século XX no Brasil**. 2 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

BRASIL, **Decreto Lei nº. 5.692/71**, de 11 de agosto de 1971. Brasília, Diário Oficial de 12 de ago.1971.

BRASIL. Decreto- Lei nº 8530 de 2 de janeiro de 1946. **Lei Orgânica do Ensino Normal**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Rio de Janeiro, 4 jan. p.116-118,1946.

BRASIL. **Parecer nº 853/71**, de 12 de novembro de 1971, do CFE. Núcleo-comum para os currículos do ensino de 1º e 2º graus. A doutrina do currículo na Lei 5.692.1971.

BRASIL/MEC/CFE. Parecer 349/72. **Documenta**, n. 137, p. 155-173, abr. 1972.

BRITO, J. M. B. & ROSAS, F. **Dicionário de história do Estado Novo**. v. 1.1996.

CARVALHO, R. **História do Ensino em Portugal**. Fundação Calouste Gulbenkian. Lisboa. 1985.

CHARTIER, R. (2007). **La historia o la lectura del tiempo**. Barcelona: editorial Gedisa S.A.

CIPRIANI, J. R. **Escola Normal Pedro II (1940-1950)**: um estudo sobre a formação de sujeitos. Dissertação (Mestrado em Educação). Centro de Ciências da Educação da Universidade Regional de Blumenau – FURB. 2006.

FERREIRA, António Gomes. O sentido da Educação Comparada: uma compreensão sobre a construção de uma identidade. **Educação**, Porto Alegre, v. 31, n. 2, p. 124-138, maio/ago. 2008.p.137.

HILSDORF, M. L. **História da Educação no Brasil**: leituras. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2005.

MEDINA, D. **A produção oficial do MMM para o ensino primário do Estado de São Paulo (1960-1980)**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Departamento de Matemática, PUC-SP, 2007.

MOGARRO, M. J. **A formação de professores no Portugal contemporâneo**: a Escola do Magistério Primário de Portalegre. Tese (Doutorado em Pedagogia). Cáceres: Universidade da Extremadura, 2001.

NATSUME, M. Ensinar a Ensinar: um estudo acerca da formação de professores para o ensino fundamental (1876-1880). In: 28ª REUNIÃO ANUAL DA AMPED: 40 anos da pós-graduação em educação no Brasil: produção de conhecimentos, poderes e práticas, 2005. **Anais Eletrônicos...** Caxambu, Minas Gerais. 2005. Disponível em: <www.anped.org.br/reunioes/28/textos/GT13/gt13415int.rtf> Acesso em: 12 abr. 2015.

PETRY, E. C. **LDB – Lei de Diretrizes e Bases**: uma abordagem orientadora. Porto Alegre: AGE, 2002.

PILETTI, N. **História da Educação no Brasil**. São Paulo: Ática,1996.

PIMENTA, S. G. **O Estágio na formação de professores**: unidade teoria e prática? 7 ed. São Paulo: Cortez, 2006.

PINHEIRO, M. **Entrevista** oral informal concedida à Rosimeire Aparecida Soares Borges. Escola Superior de Educação de Lisboa. Lisboa, fev. 2007.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Cultura (1978-1979). **Plano de Estudos das Escolas de Magistério Primário**. Direção-Geral do Ensino Básico,1978.

PORTUGAL, Ministério da Educação e Investigação Científica. **Plano de Estudos das Escolas do Magistério Primário**. Secretaria de Estado da Orientação Pedagógica. Direcção Geral do Ensino Básico. 1976.

PORTUGAL. Decreto- Lei 32243 de 5 setembro de 1942. **Diário do Governo**. nº 208, 5 set. p.1139. Série I. 1942.

PORTUGAL. Decreto- Lei nº43369 do dia 2 de dezembro de 1960. **Diário do Governo**, nº 270. Série I. p. 2674, 2 de dez. 1960.

PORTUGAL. Ministério da Educação Nacional - Secretaria-Geral. Decreto- Lei nº 45810 do dia 9 de julho de 1964. **Diário do Governo**, nº 160/64. Série I. p. 876-877, 09 de jul. 1964.

PORTUGAL. **Portaria nº18581 do dia 8 de julho de 1961**. Diário do Governo, nº 827, p.827.1961.

REIS FILHO, C. **A educação e a ilusão liberal**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 1995.

RIBEIRO, M. L. S. **História da educação brasileira**: a organização escolar. São Paulo: Cortez, 1987.

ROMANELLI, O. **História da Educação no Brasil**. 3 ed. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 34. ed., 2009.

SAMPAIO, J. S. **O Ensino Primário 1911-1969**: contribuição monográfica. v.3. 3º período 1955-1969. Fundação Calouste Gulbenkian. Centro de Investigação Pedagógica. Lisboa,1977.

SAVIANI, D. **A pedagogia no Brasil**: história e teoria. Campinas: Autores Associados, 2008.

SAVIANI, D. *et al* (Org.). **O legado Educacional do século XX no Brasil**. 2 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2004.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Rev. Bras. Educ.[online]**. 2009, vol.14, n.40, pp. 143-155. ISSN 1809-449X. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782009000100012>. Acesso em:15 abr. 2015.

SAVIANI, D. História da formação docente no Brasil: três momentos decisivos. **Revista do Centro de Educação**. Santa Maria. v. 30, n. 2, p. 11-26, 2005. Disponível em: <<http://coralx.ufsm.br/revce/revce/2005/02/a1.htm>>. Acesso em: 10 fev. 2015.

SAVIANI, D. **Política e Educação no Brasil**. 3 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1996.

SAVIANI, D. **Política e Educação no Brasil**: o papel do Congresso Nacional na legislação do ensino. 6 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

STOER, S. **Educação, estado e desenvolvimento em Portugal**. Livros Horizonte: Lisboa, 1982.

STRANG, B.L.S. A nova educação nas páginas da revista Escola Portuguesa (1934-1940). In: VII Congresso LUSO BRASILEIRO de História da Educação. Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação (Universidade do Porto). Porto: Jun. 2008. **Actas...** Porto: Jun. 2008.

TANURI, L. História da formação de professores. **Revista Brasileira de Educação**. nº 14, p.61-88, mai-jun-jul-ago. 2000.

VALENTE, W. R. **Pensamento pedagógico e aritmética escolar para o curso primário, no Brasil e na Espanha**: tempos de ensino intuitivo. Ediciones Universidad de Salamanca. nº 15. Venda Nova: Bertrand Editora. 2009.

VIÑAO, A. **Culturas escolares e reformas**: sobre a natureza histórica dos sistemas e instituições educativas. Universidade de Murcia. Espanha. 2000.

ZOTTI, S. A. **Sociedade, educação e currículo no Brasil**: dos jesuítas aos anos de 1980. Campinas: Autores Associados, 2004.

Rosimeire Aparecida Soares Borges

Universidade do Vale do Sapucaí – UNIVAS/MG/Brasil

E-mail: rasborges3@gmail.com