REMATEC

Revista de Matemática, Ensino e Cultura

ano 09 | n.16 | maio - ago. 2014 ISSN 1980-3141

Histórias de Práticas Matemáticas

EDUFRN
Editora da UFRN

Revista de Matemática, Ensino e Cultura
Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Cultura Matemática e suas Epistemologias na Educação Matemática
ano 9 | n. 16 | maio - ago. 2014
ISSN 1980-3141

Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Reitora: Ângela Maria Paiva Cruz
Vice-reitora: Maria de Fátima Freire de Melo Ximenes
Diretora da EDUFRN: Margarida Maria Dias de Oliveira

Projeto gráfico e capa: Marcelo Miranda Serrão
Supervisão editorial: Alva Medeiros da Costa
Revisão: Os autores
Editor responsável: Iran Abreu Mendes
Editor adjunto: Claudianny Amorim Noronha
Editor assistente: Carlos Aldemir Farias da Silva

Divisão de Serviços Técnicos

Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura / Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 1 (jul./nov. 2006). – Natal, RN: EDUFRN – editora da UFRN, 2006. 138p. il.
Descrição baseada em ano 9, n. 16 (maio-ago. 2014)
Periodicidade quadrimestral.
ISSN: 1980-3141

1. Matemática – Ensino - Periódico. 2. Matemática – História – Periódicos. 3. Ensino e cultura – Periódicos. I. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. II. Título.

RN/UF/BCZM **CDD 510.172**
CDU 51:37(05)

A responsabilidade pelos artigos assinados cabe aos autores.

Endereço para envio de artigos, resenhas, sugestões e críticas:
contato@rematec.net.br e revistarematec@gmail.com

Índice

Editorial

As histórias referentes à produção das matemáticas, têm se caracterizado por uma dinâmica de criação e organização formal de códigos representativos da interpretação de situações socioculturais de todas as ordens. Ao ser admitida em uma dialógica cultura e ciência, a matemática pode ser interpretada como um conhecimento subjetivamente construído e incorporado ao arcabouço cultural organizado, difundido e institucionalizado socialmente, a partir de dimensões científicas, artísticas, religiosas entre outras resultantes de nossa tentativa de dar significados às probletizações geradas cotidianamente no cntexto da natureza e da cultura. Os estudos e pesquisas em Educação Matemática têm mostrado que a busca de uma reconstrução histórica desse conhecimento pode oferecer importantes implicações pedagógicas na formação escolar e científica dos nossos alunos, quando utilizada de maneira *pedagogicamente vetorizada*[1].

Portanto, é importante refletirmos acerca das relações teórico-práticas advindas da matemática em suas histórias, como um meio de construção do conhecimento para a superação das dificuldades encontradas socialmente. Nesse sentido, os diversos pressupostos que norteiam a produção do conhecimento matemático, são tomados como bases fundacionais para a organização epistemológica das práticas matemáticas identificadas em diversos contextos históricos pesquisados. O tema *histórias de práticas matemáticas* aparece neste número da Revista de Matemática, Ensino e Cultura com a intenção de mostrar alguns processos históricos de produção do conhecimento matemático pela sociedade em seus aspectos cotidiano, escolar e científico.

Nesse sentido, contamos com oito artigos que relacionam alguns modos de se compreender a matemática ao longo da história, em seus aspectos epistemológicos e pedagógicos focaliados em temas como *Matemática, Beleza e Saúde*, bem como aspectos historiográficos dos *instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII sob a perspectiva de uma articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática*. Igualmente, outros temas vinculados à *Educação Matemática sob a óptica dos Jesuítas, no século XIX e XX, no Rio Grande do Sul*, bem como acerca de *uma análise das reformas metodológicas e das provas de Matemática do III curso de treinamento para professores leigos em Caicó, Rio Grande do Norte, no ano de 1965*. Em continuação, encontra-se uma discussão sobre a dinâmica do currículo *trivium* ao conhecimento *trivium*, na forma de um estudo do desenvolvimento do conhecimento *trivium* nos professores de matemática. Neste número há, também, artigos que tratam da perspectiva sociocultural da história da Matemática na

---

[1] Essa expressão foi introduzida por Miguel e Miorim (2004), no sentido de apontar as potencialidades das relações entre história, cultura matemática e educação matemática na instituição escolar.

sala de aula, dos problemas matemáticos da Antiguidade como estratégia para o ensino de equações no 9º ano da educação básica e da preparação de aulas usando história da Matemática.

Mais uma vez esperamos que os artigos publicados neste número temático possam contribuir para o enriquecimento dos leitores e para a divulgação do trabalho realizado pelos autores que enviaram os artigos publicados, pois essa é, sem dúvida, a meta principal e a flecha mobilizadora de nossos esforços desde 2006, quando criamos este periódico para contribuir na valorização dos estudos e pesquisas em Educação Matemática.

Carlos Aldemir Farias
Iran Abreu Mendes

REMATEC
Revista de Matemática, Ensino e Cultura
Histórias de Práticas Matemáticas

MATEMÁTICA, BELEZA E SAÚDE
MATHEMATICS, BEAUTY AND HEALTH

Arlete de Jesus Brito
Departamento de Educação - UNESP Rio Claro

Natanael Pereira de Araújo Junior
Departamento de Educação – UNESP Rio Claro

Resumo
Esse artigo discute, a partir de uma mirada histórica, modos que a matemática tem sido utilizada para disciplinar corpos por meio de padrões estéticos e de saúde. Para tal, utilizamos como fontes imagens e textos tanto da Idade Moderna como da época contemporânea. Estamos entendendo que o corpo, além da determinação genética, é uma criação social. Em nossas análises, nossos principais referenciais são Adorno e Horkheimer (1985), Upinsky (1989) e Foucault (1987, 2012).

Palavras-chave: Saúde, Beleza, Matemática, História

Abstract
From a historical view, this article discusses manners that the mathematics has been used to discipline bodies through both aesthetic and of health patterns. We use images and texts of the Modern Age and of the contemporary Era as sources. We understand that the body, besides the genetic determination, is a social creation. To do our analyze, our main referential authors are Adorno and Horkheimer (1985), Upinsky (1989) and Foucault (1987, 2012).

Keywords: Health, Aesthetic, Mathematics, History.

Introdução

Atualmente, em nossa sociedade, há um discurso bastante difundido acerca dos padrões para o que seria saudável e esteticamente aceitável. Estamos habituamos a ver, nos meios midiáticos, pessoas que pretensamente servem de modelo a tais padrões e somos bombardeados com infindáveis receitas para alcançá-los. Segundo Abbagnano (1982), a noção de belo passou a coincidir com a noção de objeto estético apenas a partir do século XVIII, antes disso, o belo não era mencionado entre os objetos produzíveis. Atualmente, não apenas as obras de arte estão entre tais objetos, mas também o corpo humano.

Para discutir tais padrões e suas relações com a matemática, nesse artigo, buscaremos superar a dicotomia – bastante criticada por pensadores, como, por exemplo, Elias (1998) – entre as áreas nomeadas por Ciências Humanas, Ciências Exatas e Ciências Biológicas, que exclui muitas vezes o diálogo entre elas. Não pretendemos nos subordinar a essas amarras e teceremos uma análise de alguns modos pelos quais a matemática foi compondo, historicamente, os discursos acerca da saúde e da beleza, de modo a realizar o que propõe Schorske (1979):

> Situar e interpretar o artefato temporalmente, num campo no qual se cruzam duas linhas. Uma linha é vertical, ou diacrônica, com a qual ele estabelece a relação de um texto ou um sistema de pensamento com expressões anteriores do mesmo ramo da atividade cultural (pintura, política, etc.). A outra é horizontal, ou sincrônica; com ela o historiador avalia a relação do conteúdo do objeto intelectual com as outras coisas que vêm surgindo, simultaneamente, em outros ramos ou aspectos de uma cultura (SCHORSKE, 1979 apud CHARTIER, 2009, p. 34).

Assim, esse artigo inscreve-se na História Cultural, e abrange a história do tempo presente. Marc Bloch, em seus escritos das primeiras décadas do século XX, já afirmava a necessidade de a história estender suas inquirições até o tempo presente (cf. LE GOFF, 1998), uma vez que a demarcação entre passado e presente é bastante fluida e, além disso, é o presente que coloca as questões que guiam nosso olhar para o passado. Bloch (2001) faz uma analogia entre a história e um filme de cinema em que apenas a última película está intacta. Assim, o historiador "para reconstituir os vestígios quebrados das outras, tem obrigação de, antes, desenrolar a bobina no sentido inverso das seqüências" (BLOCH, 2001, p. 67).

Nossa inquirição, que levou à escrita desse texto, surgiu da observação de como a matemática tem sido utilizada pelo discurso que normatiza, atualmente, o que seria o padrão de pessoa bela e saudável. Não apenas supõem-se certas medidas corporais externas e proporções entre elas tais como entre altura e peso[2], mas também índices aceitáveis e necessários de determinadas substâncias no interior do organismo, como de sais minerais, vitaminas, colesterol, etc. Porém, poucas pessoas observam o quanto a matemática tem sido usada por aquele discurso.

Podemos conjecturar que esta utilização da matemática na imposição do que seria um corpo saudável e bonito remonta há algumas décadas, porém, um olhar sobre a história nos indica que é muito antiga a mobilização dos conhecimentos matemáticos pela medicina e pelo que seria considerado "belo". Por exemplo, a doutrina do belo apresentada por Aristóteles já o relacionava a conceitos matemáticos. Para o Estagirita, o belo seria constituído "pela ordem e pela simetria e por uma grandeza capaz de ser abraçada no seu conjunto por um só golpe de vista" (ABBAGNANO, 1987, p. 101).

---

[2] Estamos utilizando o termo "peso" no lugar de "massa", apenas para diferenciar o que, na linguagem estética, denomina-se por "massa", que seria apenas a massa muscular de um corpo.

No entanto, por mais explícito que seja o uso da matemática, pelos discursos estéticos, muitas pessoas não se dão conta dele. Talvez porque quando se pensa em matemática, normalmente, se destina a compreensão desta disciplina e seu uso a um número reduzido de pessoas, pois ela seria entendida apenas a supostos indivíduos de inteligência superior, como queria Platão. Ou, talvez isto ocorra pela dissociação que a escola faz, na maior parte das vezes, entre a matemática escolar e aquela usada fora daquela instituição, o que não colabora para que as pessoas se habituem a usar a matemática para analisar situações que ocorrem fora dos muros da escola.

No entanto, somos diariamente bombardeados com discursos acerca das medidas que revelariam um ser saudável e belo, inclusive pelas denominadas revistas de beleza. Tais revistas podem ser consideradas não apenas como veículos de publicidade, mas também de propaganda (inverter a posição de publicidade/ propaganda. Ficaria: “não apenas como veículos de propaganda, mas também de publicidade”), pois

> A publicidade é dirigida especialmente para canalizar padrões ou atitudes de comportamentos preexistentes. Ela raras vezes procura incutir novas atitudes ou criar novos padrões de comportamento [...] uma vez que os maiores modelos de comportamento ou de atitudes genéricas tenham sido estabelecidos é fácil canalizá-los numa direção ou noutra. A resistência é pouca. Mas a propaganda de massa encontra geralmente uma situação muito mais complexa. Ela pode visar a objetivos que estão em desvantagem quanto a atitudes enraizadas. Ela pode procurar antes remodelar do que canalizar os sistemas correntes de valor (MERTON; LAZARSFELD, 1948, p. 144).

Como veremos, a seguir, esses meios de comunicação além de manter alguns modelos já estabelecidos sobre beleza e saúde, ainda criam modos de nos comportar, agir, ser, pensar... Para tal, se apropriam de discursos científicos em geral e, particularmente o que nos interessa aqui, da matemática.

Assim, para compreender como a matemática tem sido usada para justificar, historicamente os padrões históricos sobre beleza, utilizaremos, em nosso estudo, textos e imagens da Idade Moderna e Idade Média, além de revistas atuais. Dentre essas, escolhemos analisar alguns números da revista Boa Forma, publicação mensal da editora Abril, voltada prioritariamente para o público feminino e presente em academias brasileiras de ginástica. Em 2012 a revista completou 28 anos de existência, o que comprova sua forte e consolidada presença no mercado editorial brasileiro. Analisaremos nesta revista as “*Dica da editora*”, presentes na seção *Viva Melhor*, e as (a seção) partes de *Fitness* que utilizam tabelas.

Salientamos que a primeira parte com a qual trabalhamos, ou seja, a*"Dica da editora"*está presente na seção *Viva Melhor* que é composta pelas seguintes partes: *Viva Melhor, Viva Melhor divã, Viva Melhor tira-dúvidas, Viva Melhor teste*e *Viva Melhor saúde*. Estas partes estavam presentes em todas as edições estudadas por nós, com exceção da edição de Maio que não conta com a parte *Viva Melhor teste.* As partes *Viva Melhor* e *Viva Melhor saúde* são compostas por duas páginas e uma página respectivamente, com textos de rápida leitura. Ambas as partes se diferenciam das demais por possuírem a "*Dica da editora*", texto pequeno e de rápida leitura que se destaca entre os demais pelas fontes utilizadas.

Nossa opção por observar as revistas de maio a agosto, época que abrange o fim do outono e grande parte do inverno, se deu por buscamos reconhecer como o corpo, sua beleza e saúde são retratados e fazem uso da matemática num período em que as condições climáticas em parte de nosso país tornam o corpo menos exposto, e, além disso, pelo fato de que nas regiões em que o inverno significa temperaturas mais frias, as pessoas estarem, em geral, mais propensas a consumir mais alimentos e ter uma tendência a abandonar práticas esportivas , ou seja,justamente o contrário do que é proposto pelas revistas de estética, em geral.

A história de nossos corpos e a matemática

Podemos afirmar que a matemática se faz presente na forma como nos relacionamos com o nosso próprio corpo, apesar de, na maior parte de tempo, não refletirmos sobre esta relação. Este vínculo tem início quando uma mulher descobre estar grávida. Podemos afirmar que neste momento, não somente as mães, mas todos que circundam a gestante começam a pensar matematicamente. São comuns perguntas tais como: de quanto tempo é essa gravidez? Quantos meses restam até o beber nascer? Quantos quilogramas terá o bebê, ao nascer? Que quantidade e tipos de nutrientes precisa-se consumir para se ter uma gestação saudável?

Para nossa surpresa esta relação não termina com nosso derradeiro suspiro de vida. Mesmo quando a morte se instala, ainda resta ao corpo um tempo de "vida usando a matemática". Pergunta-se: qual o tamanho do caixão necessário para abrigar o corpo; que tipo de enterro desejamos ou podemos financeiramente proporcionar ao morto; o que fazer com a herança deixada; quanto tempo levaremos para aceitarmos a definitiva ausência desta pessoa, deste corpo? Enfim, as relações matemáticas sobre o corpo não se encerram concomitantemente com a morte física, com a morte corporal.

A matemática nos ajuda a observar como o corpo humano tem se alterado, no decorrer da história. Um bom exemplo são as mudanças físicas sofridas pelo corpo nos últimos séculos, como nos aponta Hobsbawm (1977):

> Os europeus eram nitidamente mais baixos e mais leves do que hoje [...]Em um pequeno cantão da costa da Ligúria, 72% dos recrutas entre 1792-1799 tinha menos de 1,50 metro de altura. Isto não significava que os homens do fim do século XVIII fossem mais frágeis do que somos. Os esqueléticos, raquíticos e destreinados soldados da Revolução Francesa eram capazes de um sofrimento físico igualado atualmente somente pelos guerrilheiros das montanhas coloniais (HOBSBAWM, 1977, p. 29).

Graças à citação acima podemos constatar grandes diferenças corporais, advindas não apenas de questões genéticas, mas também dos modos de existir em diferentes sociedades. Upinsky (1989), no livro *A perversão matemática: o olho do poder*, se refere da seguinte maneira às determinações sociais sobre o corpo:

> Mergulhe seu “corpo” numa determinada situação e seu olho tirará inconscientemente as conclusões lógicas. Nisso consiste o behaviorismo. Toda profissão determina um estado específico do espírito e para citar apenas um exemplo: um militar aposentado se reconhece de longe.
> Acreditamos estar livres das influencias de nosso meio, contudo, os outros percebem, instantaneamente, donde procedemos; é vexatório! (UPINSKY, 1989, p. 193).

Freyre (2005), da mesma forma, afirma que os aspectos culturais também afetam a forma e a expressão de nossos corpos, pois

> Todo brasileiro, mesmo o alvo, de cabelo louro, traz na alma, quando não na alma e no corpo [...] a sombra, ou pelo menos a pinta, do indígena ou do negro [...] Na ternura, na mímica excessiva, no catolicismo em que se deliciam nossos sentidos, em tudo que é expressão sincera da vida, trazemos quase todos a marca da influência negra (FREYRE, 2005, p. 367).

Portanto, Gilberto Freyre nos mostra a importância da influência do indígena e principalmente do negro na formação cultural do povo brasileiro. A partir desta ideia, podemos afirmar que o brasileiro subtraiu comportamentos europeus e adicionou e multiplicou comportamentos africanos em sua maneira de ser. Desta forma, podemos observar como a mudança cultural interfere na formação e na expressão corporal**.**

Para um melhor entendimento sobre a importância cultural na construção de paradigmas corporais podemos observar a postura dos católicos durante a realização de uma missa e a contrastante postura das pessoas que frequentam os xangôs afro-brasileiros – ruidosos, exuberantes, quase sem nenhuma repressão de impulsos individuais (FREYRE, 2005, p.372). Na missa católica encontramos corpos quase que estáticos, que não necessitam de grandes esforços físicos, enquanto que nos xangôs afro-brasileiros os corpos necessitam de um maior vigor físico para expressarem sua fé.

Portanto, podemos afirmar que o corpo se modifica através do tempo e das diferentes culturas nas quais ele se insere, pois

> o corpo tem uma história. A concepção do corpo, seu lugar na sociedade, sua presença no imaginário e na realidade, na vida cotidiana e nos momentos excepcionais sofreram modificações em todas as sociedades históricas (LE GOFF; TRUONG, 2012, p. 10).

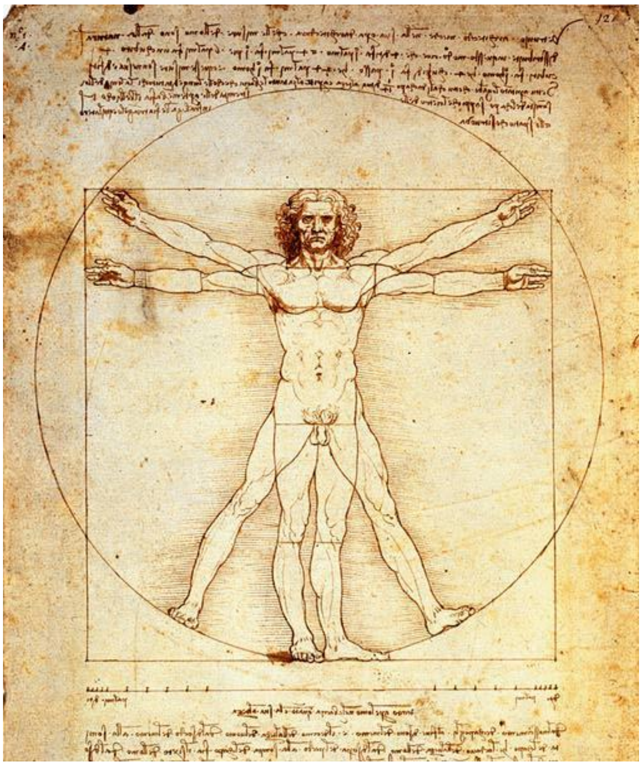
Vejamos, a seguir, quais os papéis a matemática tem desempenhado nos modos de ser dos corpos, em diferentes momentos históricos.

A saúde, a beleza e a matemática

Como vimos anteriormente, desde Aristóteles se supõem que o belo estaria intimamente ligado à simetria e a determinadas grandezas. Muitos artistas adotaram, em sua arte, esse ideal clássico de beleza. Dentre eles, podemos citar Giotto (1267 – 1337) e Da Vinci (1452 – 1519). Desde inícios do Renascimento italiano, o corpo humano passou a ser limitado pela geometria e a ter suas proporções determinadas por números. Tais pressupostos inspiraram Leonardo Da Vinci a realizar sua famosa imagem *Homem Vitruviano* (c. 1490).

O título dado por Da Vinci a essa imagem refere-se às teorias de Vitruvio, arquiteto romano que viveu no século I a. C., sobre a presença da razão áurea, em tudo o que é percebido como belo, por nossos olhos. A perfeição do corpo humano seria confirmada pela existência, nele, dessa proporção numérica phi – em grego, ϕ. O número que resulta de tal proporção corresponde ao irracional $\left(\sqrt{\frac{5}{2}}+\frac{1}{2}\right)$.

Figura 1. Homem Vitruviano



Fonte: Gallerie dell'Academia - Veneza

Para elaborar seu *Homem Vitruviano*, o sábio do século XV, inseriu a razão áurea em várias proporções feitas a partir de medidas do corpo, como, por exemplo, aquela entre altura do corpo e a do umbigo até o chão; a distância do alto da cabeça ao umbigo e a distância do umbigo aos pés,entre as medidas da cintura até a cabeça e a do tamanho do tórax; entre a medida do ombro à ponta do dedo médio e a medida do cotovelo à ponta do mesmo dedo.

Segundo Miguel (1993), provavelmente, o número ϕ foi encontrado pelos pitagóricos ao estudarem o símbolo de sua sociedade, ou seja, o pentágono estrelado. Para eles, a unidade, ou a mônada, seria tanto o *um* quanto o ponto e estes se desdobrariam em números e medidas, linhas, planos e no espaço, ou seja, tudo seria formado pelos números. O pressuposto de um princípio numérico na organização do mundo está presente também na Bíblia em que se afirma que "tudo foi criado em medida, número e peso" (Sab 11, 21); nos textos de vários padres da igreja católica da Idade Média (cf. BRITO, 1999), e em várias imagens de Bíblias medievais que representam Deus gerando o mundo com um compasso na mão (cf. BRITO, 1995). Já no século XVII, Johann Valentin Andreae (1586 – 1654) afirmava que

> Deus tem seus próprios números e medidas, os quais são apropriados para a contemplação do homem. É certo que o Supremo Arquiteto não fez esta imensa máquina, o universo, ao acaso, mas incorporou medidas, números e proporções na maior sabedoria e adicionou-lhe divisões do tempo, em uma maravilhosa harmonia. [...] Então, podemos também decifrar como Ele agrupa todas as coisas em harmonia (ANDREAE apud THOMPSON, 1999, p. 231).

Assim, a harmonia segundo a qual Deus teria criado todo o universo também estaria presente no corpo humano, e nessa relação perfeita, o corpo espelharia, como um microcosmo, o universo todo.

Mas, mesmo antes do Renascimento, Santa Hildegarda de Bingen (sec. XII) e Guilherme de Saint-Thierry (sec. XIII) também inscreveram o corpo humano em um círculo e em um quadrado para comentar as relações numéricas daquele corpo com as do restante do mundo, sem, no entanto, explicitarem as razões numéricas presentes no corpo. Nesse caso, o quadrado e o círculo possuem uma simbologia específica. O círculo se relaciona ao tempo. Nossa percepção dos movimentos dos astros no céu, que a nós nos parecem circulares, embasou as teorias pitagóricas e, após elas, todos os modelos de mundo anteriores a Kepler[3] que pressupunham que o céu se comporia de esferas nas quais estariam as estrelas, os planetas, o Sol e a Lua. Essas esferas fariam movimentos circulares ao redor da Terra, o que demarcaria a passagem do tempo. Tais teorias acarretaram a analogia entre **(o)**céu, o círculo, a passagem do tempo e o divino.

Nas catedrais românicas e góticas, em que a arquitetura seguia o simbolismo numérico e geométrico pitagórico, as abóbadas representam este céu/tempo. Nas plantas baixas dessas igrejas, encontram-se quadrados. O quadrado e o cubo, por sua pretensa imobilidade, denotavam, principalmente na simbologia medieval, a Terra e a eternidade. A inscrição, concomitante, do corpo humano no quadrado e no círculopode simbolizar sua participação, ao mesmo tempo, nos planos terrestre (quadrado) e divino (círculo), mas também sua existência no tempo (círculo) e na eternidade (quadrado).

Tal simbologia foi utilizada também em inícios da Idade Moderna, assim, podemos pressupor que o belo do corpo de *O Homem Vitruviano* encontrar-se-ia na presença da razão áurea em suas proporções, mas também de sua participação concomitante no mundo terrestre e no divino, em sua inscriçãono tempo e na eternidade.

---

[3] É importante ressaltar que Kepler, em seus trabalhos iniciais sobre as órbitas dos planetas, não apenas acreditava em tal esfericidade, como tentou inscrever em cada uma das supostas esferas celestes, um diferente sólido de Platão.

O tempo e seus fiéis e inseparáveis companheiros, o envelhecimento e a morte, estão entre as maiores causas de angústia do homemocidentalmoderno. A imagem de Da Vinci é uma resposta a essa angústia. Nos dias atuais a medicina é, provavelmente, o mais importante aliado para sermos "eternamente" saudáveis e aparentemente jovens. Pretensamente, para vencermos a natureza e a inexorabilidade do tempo devemos ser saudáveis. Mas, mesmo que sejamos saudáveis, esta vitória é utópica, pois nesse combate estamos fadados à derrota da mesma forma que qualquer ser vivo está condenado à morte e, na maioria das vezes, ao envelhecimento. Benjamin (1993) aponta como a negação do antigo e a busca pelo sempre novo é característica de nossa sociedade atual de consumo. Tal negação, no que se refere ao corpo humano, acabou por acarretar uma hipertrofia dos discursos que relacionam a beleza e a juventude e que têm por suporte, a medicina.

Desta forma, ao elegermos um único modelo de corpo aceito socialmente, ou seja: o corpo belo – beleza expressa principalmente por corpos delgados, poderemos concordar com Adorno e Horkheimer (1985, p. 99) quando este afirma que "a cultura contemporânea confere a tudo um ar de semelhança" e os corpos "construídos" em academias, salas de cirurgia, consultórios médicos, a partir de práticas físicas, de regimes e de orientações de revistas voltadas para a saúde e beleza acabam se formatando da mesma maneira que os produtos que a sociedade produz e consome. Ou seja, os produtos mecanicamente diferenciados acabam por se revelar sempre como a mesma coisa (ADORNO e HORKHEIMER, 1985, p. 102) através de discursos e práticas legitimadas pelas ciências, dentre as quais se destaca a medicina.

A medicina, em seus primórdios esteve relacionada à matemática. Claudio Galeno (sec. II), médico romano, de origem grega, afirmava, citando Hipócrates (sec. IV a.C.), que a geometria prediz a astrologia e que é necessária à medicina. Em sua época, a astrologia era utilizada para se determinar o tratamento às diferentes doenças. Tais pressupostos continuaram a existir na Idade Média, pois em escritos de Isidoro de Sevilha (c. 550 – 636), se afirma: "[na medicina] deve-se conhecer a Astronomia[4] por meio da qual se examina o movimento dos astros e a evolução do tempo, porque alguns médicos sustentam que devido a tais variações nosso corpo também sofre alterações"[5] (ISIDORO, IV, 13, 4).

Nos séculos XVI e XVII, os ensinamentos de Galeno voltaram à tona, em Universidades. Segundo Nutton (1987), o italiano Matteo Corti (1475 – 1545?) foi um dos responsáveis pela retomada do embasamento galênico para a medicina. Corti lecionou nas universidades de Pavia, Pisa, Pádua e Bolonha, na primeira metade do século XVI. Foi

[4] Deve-se ressaltar que na Idade Média ainda não havia uma separação entre Astronomia e Astrologia.
[5] "Postremo et Astronomiam notam habebit, per quam contempletur ratione mastrorum et mutation em temporum. Nam sicutaitquidammedicorum, cum ipsorumqualitatibus et nostra corpora communtatur." (*Etim.*, IV, 13, 4)

professor, entre outros, de Agrícola (1494 – 1555) e de Cardano (1501 – 1576); médico do papa Clemente VII e criador da Nova Academia Galênica, em Florença, em 1530. Ainda segundo essa autora, entre os anos de 1525 e 1560 houve uma florescência de impressões dos escritos de Galeno e no século XVII, professores de medicina em Pádua sempre comentavam e explicavam os textos de Galeno. Se considerarmos a importância das universidades de Pisa, Pádua e Bolonha, na formação de médicos e matemáticos, na Europa do século XVII, os estudos de Nutton nos dão algumas indicações do por quê, naquele período, a medicina e a matemática ainda estarem interligadas. Nos Reinos Germânicos luteranos do início do século XVII, a formação em matemática e em filosofia eram caminhos para a titulação em medicina.

Atualmente, a aplicação da matemática à medicina continua em voga. Somos escaneados matematicamente e a partir de números obtidos por fórmulas que indicam nosso nível de colesterol, glicemia, etc, nos são impostos tipos de alimentação e modos de vida que, teoricamente, irão nos garantir um corpo saudável e uma vida melhor. É interessante refletirmos sobre os discursos que relacionam o corpo sadio a um padrão para nossa forma física, pois, muitas vezes, não importa que nossos exames médicos indiquem uma normalidade em nossa saúde se a nossa forma física não for compatível com a disseminada pelos meios de comunicação em massa.

> A forma é a força. [...] Leis, regulamentos, medidas, formalidades, leis físicas, fórmulas matemáticas... são formas eficazes em si mesmas e mesmo destacadas de qualquer referencia moral ou da verdade, permitem um controle mecânico das maquinas e dos objetos; igualmente dos seres (UPINSKY, 1989, p. 213).

Muitas vezes, recebemos de médicos o cálculo pronto do quanto comer, e o que comer, o quanto devemos repousar, o quanto nos exercitar, que "peso" devemos ter, que medida da circunferência abdominal, etc. Há um poder disciplinador que se instaura sobre nossos corpos. Sobre esse papel disciplinador da medicina, Foucault afirma que desde a Antiguidade

> A medicina não era, a esse título, simplesmente concebida como uma técnica de intervenção que, em caso de doença, empregaria remédios e operações. Ela também devia, sob a forma de um *corpus* de saber e de regras, definir uma maneira de viver, um modo de relação refletida consigo, com o próprio corpo, com o alimento, com a vigília e com o sono, com as diferentes atividades e com o meio. A medicina teria a propor, sob a forma de um regime, uma estrutura voluntária e racional de conduta (FOUCAULT, 1985, p. 106).

Esta reflexão é indispensável, pois revela a relação entre a forma, entre os números e o poder. Isto é, a relação entre a matemática e o poder. É importante percebermos que, supostamente, se seguirmos com disciplina, perseverança e determinação as recomendações médicas não apenas seremos mais saudáveis e, consequentemente mais belos, mas seremos reconhecidos socialmente como pessoas vitoriosas por vencermos a preguiça, derrotarmos o desejo por uma vida ociosa ou simplesmente as tentações alimentares, muitas vezes apresentadas pela publicidade das empresas do setor de alimentos. Desta maneira, seremos coroados com o status de modelos exemplares de comportamento, isto é, seremos paradigmas corporais e morais a serem "imitados" socialmente**.**

> É preciso nunca perder de vista que o poder é uma forma em movimento. As pessoas, envelhecem, desaparecem ou são substituídas por outras; as situações são móveis como as ambições. Cada qual tem um lugar a preservar e um outro a tomar, procura seguir sua trajetória e não "dar um passo em falso". Quanto mais se aproxima do centro do poder, mais se impõe as regras a serem seguidas e o caminho é estreito e escarpado (UPINSKY, 1989, p. 220).

Porém, como observa Upinsky (1989), ao nos sentirmos, erroneamente, vitoriosos, podemos estar alimentando o poder de instituições que visam a administrar as nossas vidas, e seremos, desta maneira, cada vez mais disciplinados por meio dos saberes institucionais sobre o corpo. Em nossa sociedade capitalista, corpo saudável e disciplinado é corpo trabalhador, como analisa Foucault (2012)

> [...] o capitalismo, desenvolvendo-se em fins do século XVIII e início do século XIX, socializou um primeiro objeto que foi o corpo enquanto força de produção, força de trabalho. O controle da sociedade sobre os indivíduos não se opera simplesmente pela consciência ou pela ideologia, mas começa no corpo, com o corpo. Foi no corpo biológico, no somático, no corporal que, antes de tudo, investiu a sociedade capitalista. O corpo é uma realidade biopolítica. A medicina é uma estratégia biopolítica (FOUCAULT, 2012, p. 144).

Desta forma, em nossa sociedade cada vez mais tecnológica, o corpo continua a ser uma força, produtora e/ou consumidora, imprescindível para o capitalismo. Esta afirmação permite uma nova questão: as pessoas ao adotarem práticas que visam à saúde estarão adotando uma forma que atenda a demanda de várias indústrias, dentre a qual destacamos a da beleza, estariam também permitindo que o mercado encontre uma oferta de mão de obra mais saudável e consequentemente mais "resistente"? Desta forma, a saúde e a beleza se transformam em sinônimo de lucro.

A beleza e a saúde têm se tornado características que, muitas vezes, facilitam a venda da força de trabalho. Mas os discursos atuais sobre a estética, nos últimos tempos, além de estarem se tornando cada vez mais disciplinadores, ainda movimentam um enorme mercado industrial e de consumo. Sobre isso, discorreremos no próximo item desse artigo.

A matemática e normas atuais sobre os corpos

Meios midiáticos em geral e as revistas sobre saúde e beleza, em particular, têm se constituído em meios de propaganda de um ideal de saúde e de um padrão de beleza a ser seguido. Notamos que os diversos meios de comunicação retratam ambos os temas, da saúde e da beleza, com uma frequência cada vez maior, indissociando-os, por exemplo, no número 321 (agosto/2013) da revista Boa Forma, afirma-se que "quem malha sabe que a silhueta enxuta é só uma das conquistas do estilo de vida ativo e saudável" (BOA FORMA, 2013, p. 97).

Estes temas, a saúde e a beleza, chamam a atenção da maioria das leitoras e também de leitores, pois os homens têm demonstrado uma vaidade cada vez maior, o que possibilita a crescente ascensão do mercado de produtos voltados para a saúde e beleza; e que desperta cada vez mais a atenção dos fabricantes de produtos de beleza e das agências de publicidade, movimentando a indústria cultural.

> O fato de que milhões de pessoas participam dessa indústria imporia métodos de reprodução que, por sua vez, tornam inevitável a disseminação de bens padronizados para a satisfação de necessidade iguais [...] Os padrões teriam resultado originariamente das necessidades dos consumidores: eis por que são aceitos sem resistência (ADORNO e HORKHEIMER, 1985, p. 100).

As agências utilizam o suporte de revistas de beleza para incitar as pessoas a determinadas ações e a determinados comportamentos. Para o êxito de ambas, ou seja, das agências e das revistas, é necessário o planejamento, a estratégia, o cálculo. Enfim é necessário criar fórmulas e regras regidas por princípios matemáticos. Nessa indústria cultural, a matemática não é utilizada apenas nas fórmulas que têm por objetivo o êxito das agências publicitárias, mas também nos discursos que pretendem disseminar normas sobre o corpo para que esse esteja sempre saudável e belo, segundo os padrões estabelecidos para tal.

Tais discursos, algumas vezes, distorcem os limites de possibilidade de uso da matemática. Por exemplo, a edição 320 (jul/2013), da revista que estamos aqui considerando, diz que "você fuma e quer uma força para largar esse vício nada saudável?

A acupuntura estimula a produção de serotonina, endorfina e dopamina (hormônios do bem estar), evitando 50% a depressão provocada pela abstinência do cigarro" (BOA FORMA, jul/2013, p. 62). A pergunta que nos vêm imediatamente é: como se mede numericamente a depressão para que se possa calcular a metade dela? Alguém bem intencionado pode supor que tal cálculo se dê pela quantidade de sintomas da depressão, mas a essa pessoa perguntamos: todos aqueles que já tiveram depressão a sentiram da mesma maneira? É possível criar uma unidade para medir a intensidade de sentimentos e pensamentos de alguém em depressão? Caso o fumante dobre as sessões de acupuntura que ele realiza, ele poderá, de acordo com o discurso da revista, se livrar totalmente da depressão? Ou será que a pesquisa citada concluía que cerca de 50% das pessoas que utilizam acupuntura têm os sintomas de depressão amenizados e tal conclusão foi alterada pelo texto da revista?

Em outro trecho da Revista Boa Forma, afirma-se:

> Quer dormir melhor? Evite ficar de olho no celular, no tablet, no computador e na televisão muito perto da hora de ir para a cama. Um estudo americano provou que a exposição por duas horas à luz emitida por esses equipamentos eletrônicos reduz em 22% a produção de melatonina, hormônio que regula o sono (BOA FORMA, jun/2013, p. 66).

É uma precisão admirável. As pessoas que dormem assistindo televisão, ao ler o texto acima citado, provavelmente se sentirão uma anomalia, pois reagem em seus hábitos de sono, de modo diferente ao apontado pela exatidão do "estudo americano".

A presença da matemática, por meio dos números, também pode levar o leitor a realizar determinadas intepretações equivocadas, como podemos constatar pela "*Dica*" a seguir.

> Mais um motivo para encontrar um emprego que você curta: funcionários satisfeitos ficam menos doentes do que aqueles que trabalham descontentes. Esses faltam até 15 dias por ano por razões de saúde, dizem neurocientistas estudiosos do assunto (BOA FORMA, maio/2013, p. 54).

Nesta dica a editora nos alerta que um emprego que não satisfaça nossas aspirações pode ser maléfico a nossa saúde, deixando-nos doentes por "até 15 dias" durante o ano. Por ser um texto de leitura rápida, o número "15" pode se sobressair à **(preposição)** palavra "até"**(que o antecede)** e o texto tornar-se bem pouco explicativo. Ele corresponde à ausência em mais de duas semanas de trabalho e expõe que a preocupação primeira é com o individuo enquanto força de trabalho/produção e não com a sua saúde e o seu bem estar.

Isto nos faz lembrar Napoleão: “Os homens são como algarismos, só tem valor pela sua posição” (UPINSKY, 1989, p. 111). Outro problema presente no texto é o fato de determinar que a satisfação no trabalho é **(o único fator)** a única responsável pelo fato das pessoas satisfeitas com seu trabalho ficarem menos doentes ao longo dos anos. A satisfação pode sim ser um dos elementos que contribuem para um corpo mais sadio, mas certamente não será o único. Todo o contexto e hábitos culturais no qual o individuo está inserido, assim como suas características genéticas, contam para garantir ou não sua saúde.

A seguir outro exemplo sobre como a forma do texto e a matemática interferem na interpretação por parte do leitor

> Malhar ouvindo música ajuda (e muito) a performance, especialmente quando o ritmo acompanha a frequência cardíaca máxima. Mas cuidado com o volume. O hábito de escutar música alta pode desencadear um zumbido intermitente nos ouvidos ou prejudicar a audição (BOA FORMA, jun/2013, p. 72).

Não duvidamos que ouvir música pode ser estimulante durante a prática de exercícios e, desta forma, colaborar para um melhor desempenho. Mas como programar a performance – e aqui se faz necessário à matemática através de cálculos e tabelas - para que nossa frequência cardíaca acompanhe o ritmo ditado pela música ouvida durante a atividade física, ou vice-versa? Buscar a viabilidade desta fórmula durante os treinamentos, se isso for possível, não seria aumentar o stress em vez de diminuí-lo?

Em todos os casos expostos acima, o que temos é o uso indevido da matemática, com o objetivo de causar o efeito de “verdade”, entendida aqui como aqueles discursos que a sociedade cria e faz circular como verdadeiros (cf. FOUCAUT, 1972). Tal uso se faz por meio da divulgação de médias aproximadas (50%, 22%, 15 dias) – provavelmente, citadas em pesquisas cujas delimitações, sujeitos, instrumentos e resultados nos são omitidos – para mostrar ao leitor que as informações expostas na revista possuem precisão numérica que, como tal, é inquestionável. Desde inícios da Idade Moderna, a generalização numérica e a algébrica se tornaram índices de discursos de verdade e, também desde aquela época, generalizações indevidas têm ocorrido, conforme nos aponta Bachelard (1996):

> O excesso de precisão, no reino da quantidade corresponde exatamente ao excesso de pitoresco, no reino da qualidade. A precisão numérica é quase sempre uma rebelião de números como o pitoresco é, no dizer de Baudelaire, ‘uma rebelião de minúcias’. Essa é uma das marcas mais nítidas do espírito não-científico, no momento mesmo em que esse espírito tem pretensões de objetividade científica (BACHELARD, 1996, p. 261).

Em outra seção da revista, *Fitness*, são apresentados desafios em que uma organização temporal dos exercícios físicos é apresentada aos leitores como *a fórmula* para se conseguir resistência física e beleza. O chamado treino iniciante propõe a seguinte regularidade:

	SEGUNDA	QUARTA	SEXTA	SÁBADO
semana 1	60 min (alternando 2 min de CM com 3 min de CA)	48 min (alternando 6 min de CM com 2 min de descanso)	5 km de CM (com 2 min de CA sempre que ficar sem fôlego)	8 km de CM (com 4 min de CA sempre que ficar sem fôlego)
semana 2	50 min (alternando 3 min de CM com 2 min de CA)	60 min (alternando 8 min de CM com 2 min de descanso)	5 km de CM (com 2 min de CA sempre que ficar sem fôlego)	8 km de CM (com 2 min de CA sempre que ficar sem fôlego)
semana 3	60 min (alternando 3 min de CM com 2 min de CA)	60 min (alternando 8 min de CM com 2 min de descanso)	5 km de CM (com 2 min de CA sempre que ficar sem fôlego)	10 km de CM (com 2 min de CA sempre que ficar sem fôlego)
semana 4	70 min (alternando 4 min CM com 3 min de CA)	72 min (alternando 8 min de CM com 1 min de descanso)	5 km de CM (com 1 min de CA sempre que ficar sem fôlego)	10 km de CM (com 1 min de CA sempre que ficar sem fôlego)

Figura 2. Boa forma, jun/2013, p. 110[6]

Esse tipo de treinamento é também proposto em outros números da revista. Neles, observamos a disciplina corporal obtida por meio da escansão do tempo de exercícios. São saberes disciplinares tornando os corpos resistentes, saudáveis, belos e vitoriosos, ou, a partir de um outro ponto de vista, dóceis e produtivos. São saberes que exigem esforço e disciplina para se atingir os resultados prometidos, mas que ignoram as particularidades de cada individuo. No entanto, tais particularidades possuem interferências fundamentais no que tange atingir os objetivos anunciados. Podemos constatar nesses saberes que o número,

[6] Na tabela, CA significa caminhada e CM, corrida moderada.

a quantidade, a norma, a regra, e as relações quantitativas é que fazem as leis (UPINSKY, 1989, p. 80) e não as características e idiossincrasias de cada sujeito**.** Mas, como observa Upinsky,

> Não são os melhores que ganham, mas os mais conformados, os mais bem colocados, segundo uma aritmética de posição, que rejeita impiedosamente e marginaliza os que não entram na listagem preestabelecida (UPINSKY, 1989, p. 53).

Portanto, longe de estarmos garantindo nossa individualidade ao buscarmos um corpo saudável, um corpo belo segundo padrões estabelecidos, ao reduzir "os nossos cinco sentidos ao da vista" (UPINSKY, 1989, p. 61), isto é, ao nos importarmos apenas com o modo como aparecemos ao outro – entendendo esse "outro" inclusive aqueles que decidem sobre nossa saúde - estaremos participando de um processo de massificação estética. Ou como diriam Adorno e Horkheimer,

> A indústria cultural acaba por colocar a imitação como algo absoluto. Reduzida ao estilo, ela trai seu segredo, a obediência à hierarquia social. A barbárie estética consuma hoje a ameaça que sempre pairou sobre as criações do espírito desde que foram reunidas e neutralizadas a título de cultura. Falar em cultura foi sempre contrário à cultura. O denominador comum "cultura" já contém virtualmente o levantamento estatístico, a catalogação, a classificação que introduz a cultura no domínio da administração (ADORNO e HORKHEIMER, 1985, p. 108).

Referências

ABBAGNANO, N. **Dicionário de Filosofia**. S Paulo: Mestre Jou, 1982.

ADORNO, T. W. e HORKHEIMER, M. **Dialética do esclarecimento: fragmentos filosóficos**. Rio de Janeiro: Zahar, 1985.

BACHELARD, G. **A formação do espírito científico.** Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BENJAMIN, W. **Paris, Capitale Du XIXesiècle**. Paris: LesEditions Du CERF, 1993

BOCH, M. **Apologia da história ou o ofício do historiador**. Rio de Janeiro: Zahar Ed., 2001.

BRITO, A. J. **A mathematica na obra de Isidoro de Sevilha**. Tese (Doutorado). Campinas: FE UNICAMP, 1999. 150 p.

BRITO, A. J. **Geometrias não-euclidianas:** um estudo histórico-pedagógico. Dissertação (Mestrado). Campinas: FE UNICAMP, 1995. 187p.

BURKE, P. **Uma história social do conhecimento** – II: da Enciclopédia à Wikipédia. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

CHARTIER, R.**A história ou leitura do tempo**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

COBRA, M. **Administração de marketing.** 2. ed. – São Paulo: Atlas, 1992.

FOUCAULT, M. **A arqueologia do saber.** RJ: Ed. Forense Universitária, 2002.

FOUCAULT, M. **A história da sexualidade**, 3: o cuidado de si. Rio de Janeiro: Edições Graal, 1985.

FOUCAULT, M**. Microfísica do poder**. 25. Ed. São Paulo: Graal, 2012.

FOUCAULT, M. **Vigiar e punir.** Petrópolis: Ed. Vozes, 1987.

FREYRE, G. **Casa-grande & senzala:** formação da família brasileira sob o regime da economia patriarcal. – 50º ed. rev. – São Paulo: Global, 2005.

HOBSBAWM, E. J. *A era das revoluções*. 1789-1848. 25º ed. São Paulo: Paz e Terra, 1977.

ISIDORO. **Etimologías** – Vol. I e II – Edicion bilingüe latim/espanhol – Version Española Jose O Reta y Manuel A. M. Casquero – Introdução general de DIAZ. M. C. D. - BAC – Madrid – 1983.

LE GOFF, J. **A história nova**. S Paulo: Martins Fontes, 1998.

LE GOFF, J.; TRUONG, N.**Uma história do corpo na Idade Média**. 4ª ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2012.

MERTON, R. K.; LAZARSFELD P. F. Comunicação de massa, gosto popular e a organização da ação social. In: LIMA, C. L. **Teoria da cultura de massa**. 8. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Tese (Doutorado), Campinas: FE UNICAMP, 1993.

NUTTON, V. Qui magni Galeni doctrinam in re medica primus revocavit – Matteo Corti und der Galenismus im medizinischen Unterricht der Renaissance. In KEIL, G., MOELLER, B. e TRUSEN, W. **Der humanismus und die oberen Fakultäten**. Bonn: Acta humaniora, 1987, p. 173 a 184.

THOMPSON, E. H. **Andrea, J. V.Cristianopolis**. Kluwer Academic, 1999

UPINSKY, Arnaud-Aaron. **A perversão matemática**. Rio de Janeiro: F. Alves, 1989.

VIGARELLO, G. **História da beleza**. Rio de Janeiro: Ediouro, 2006.

Arlete de Jesus Brito
Departamento de Educação – UNESP/Rio Claro – Brasil
E-mail: arlete@rc.unesp.br

Natanael Pereira de Araújo Junior
Departamento de Educação – UNESP Rio Claro – Brasil
E-mail: soulnata@yahoo.com.br

INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS DOS SÉCULOS XVI E XVII NA ARTICULAÇÃO ENTRE HISTÓRIA, ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA

LINKING HISTORY, TEACHING AND LEARNING MATH BY SIXTEENTH AND SEVENTEENTH CENTURIES MATHEMATICAL INSTRUMENTS

Fumikazu Saito
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

Resumo
Neste artigo apresentamos o instrumento como suporte que veicula conhecimentos do "saber-fazer" matemáticos do século XVI. Discorro aqui apenas uma pequena parte de minha proposta de trabalho que procura articular história, ensino e aprendizagem de matemática. Tendo por foco a ideia de "medida" e de "medição", este texto busca por meio da história da matemática, pautada em perspectivas historiográficas atualizadas, apontar para alguns aspectos do processo da construção do conhecimento e suas possíveis implicações no processo de ensino e aprendizagem de matemática. A história da matemática é aqui articulada ao ensino e à aprendizagem com vistas a promover uma reflexão sobre o significado da medida de modo a levantar questões epistemológica acerca da medição.

Palavras-chaves: história da matemática, instrumentos matemáticos, ensino de matemática, epistemologia.

Abstract
This paper deals with instrument which embodies knowledge of sixteenth century "knowing by doing" mathematics. I here discuss a small part of my work proposal that aims at articulate history, teaching and learning mathematics. This work focus on the idea of "measure" and "measurement" and is based on a history of mathematics grounded on current historiography trend. Its purpose is to point out some aspects of constructing knowledge and implications in the process of teaching and learning mathematics. In this paper, the history of mathematics is articulated to teaching and learning to promote a reflection on the meaning of measure, raising epistemological questions about the notion of measurement.

Keywords: history of mathematics, mathematical instruments, teaching math, epistemology

Introdução

A medida faz parte de nosso cotidiano e não costumamos questionar a seu respeito. Basta colocarmos um termômetro em água fervente para logo constatarmos a "medida" de sua temperatura. Do mesmo modo, um teodolito "mede" ângulos verticais e horizontais, uma máquina de hemograma "conta" o número de células brancas e vermelhas, plaquetas, hemoglobina etc. e o relógio "mede" o tempo e "conta" as horas, os minutos e os segundos. Numa primeira aproximação, visto que estão sempre associados à noção de quantidade, esses instrumentos e máquinas, de certa maneira, "medem" alguma coisa. E essas medidas são tomadas como dadas e raramente são questionadas, pois não só os critérios e os padrões de medida, mas também os instrumentos que as executam já se encontram convencionados.

Os modernos instrumentos de medida parecem, dessa maneira, artefatos simples e óbvios em sua operação de modo que não questionamos o resultado, ou seja, aquilo que aparece num visor ou numa escala. Contudo, o processo que está por trás dessa operação é extremamente complexo não só do ponto de vista técnico-científico, mas também histórico.

Recentes estudos históricos têm revelado que o instrumento nunca foi neutro no processo da construção do conhecimento de modo que as medidas não podem ser reduzidas a uma fórmula óbvia e simples (VAN HELDEN, HANKINS, 1993; HANKINS, SILVERMAN, 1995; SAITO, 2009).

Convém observar que instrumentos sempre estiveram presentes no processo da construção do conhecimento em geral. Entretanto, sua importância foi enfatizada apenas no início do século XVII, quando “novos instrumentos”, concebidos em virtude da demanda por novos métodos matemáticos e experimentais, exerceram um significativo papel no desenvolvimento da ciência moderna (VAN HELDEN, 1983; BENNETT, 1986; KUHN, 1989; WARNER, 1990, 1994).

Esses instrumentos entraram em uso para facilitar a resolução de problemas matemáticos, observacionais e experimentais (DAUMAS, 1972; HACKMANN, 1989, TURNER, 1998). Dentre esses instrumentos, encontramos aqueles denominados "matemáticos", isto é, instrumentos concebidos para medir aquilo que Aristóteles (1952) denominava "quantidades" (distância e ângulos) (BENNETT, 1991, 1998, 2003).

No que diz respeito a esses instrumentos, que já eram fabricados em grande quantidade no século XIII (HACKMANN, 2003), seu número aumentou significativamente a partir do século XVI, revitalizando as práticas matemáticas, dando-lhes não só mais visibilidade, mas também reforçando a associação entre filósofos naturais e outros artesãos, principalmente, os "praticantes de matemáticas"[7].

Um dos fatores que levou os praticantes de matemáticas, artesãos e estudiosos da natureza, geralmente patrocinados por príncipes, comerciantes, banqueiros e outros, a investirem na produção desses instrumentos está relacionada ao próprio contexto de época. As transações comerciais, a pequena indústria em pleno desenvolvimento, as operações bancárias, as questões militares, o aumento dos valores das terras, entre outros aspectos, impulsionaram o desenvolvimento de novas ferramentas pra lidar com a nova ordem econômica e social (SAITO; DIAS, 2011). Foi nessas circunstâncias que floresceram muitas oficinas dedicadas à fabricação de instrumentos matemáticos em várias regiões da Europa, notadamente, Louvain, Nuremberg, Florença, Londres, entre outras (CONNER, 2005).

Esses instrumentos matemáticos são apreciados pelos historiadores da ciência e da matemática de diferentes maneiras[8]. Neste artigo apresentamos o instrumento como suporte que veicula conhecimentos do "saber-fazer" matemáticos do século XVI. Tendo por foco a ideia de "medida" e do processo de "medição", este texto busca por meio da história da matemática, pautada em perspectivas historiográficas atualizadas, apontar para alguns aspectos do processo da construção do conhecimento e suas possíveis implicações no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

Instrumentos matemáticos na interface entre história, ensino e aprendizagem de matemática

A proposta de reconstruir antigos instrumentos e utilizá-los para promover ensino e aprendizagem de matemática é bastante interessante. Entretanto, do ponto de vista do historiador, fornecer ao discente[9] apenas uma imagem do instrumento e diferentes ilustrações de seu uso não propiciaria nenhuma articulação entre história e ensino, pois o discente seria colocado frente a uma situação em que ele mobilizaria conhecimentos matemáticos atuais para reconstruí-lo e utilizá-lo para medir. Embora possamos reconhecer que a mobilização de conhecimentos para a reconstrução do instrumento já fornecesse importante contribuição para o processo de aprendizagem, a proposta nesse sentido não implicaria numa efetiva articulação entre história e ensino, visto que a história da matemática não teria aí contribuído a não ser na escolha do instrumento.

---

[7] Por exceder os objetivos desse artigo, não discorremos aqui sobre as diferentes práticas matemáticas, bem como sobre os praticantes de matemáticas no século XVI. A esse respeito, consulte Taylor (1954); McKiranhan (1978), Bennett (1991, 2003); Mancosu (1996), Hill (1998), Higton (2001), Mosley (2009) e Roux (2010).
[8] A lista é bem é bastante longa, vide, por exemplo: Warner (1994), Gabbey (1997), Kusukawa e MacLean (2006), Gessner (2010, 2013) e Saito (2013c).
[9] Referimo-nos por "discente", tanto o professor em formação quanto o aluno em sala de aula.

As potencialidades didáticas e/ou pedagógicas na reconstrução de instrumentos antigos podem ser exploradas por meio de uma proposta que busque revelar não só os conhecimentos matemáticos incorporados nesses instrumentos, mas também a complexa rede de conhecimentos que "esteve" e "está" presente no processo de sua construção e uso. Essa proposta confere à história da matemática uma papel mais significativo visto que a reconstrução dos instrumentos é realizada de maneira contextualizada, uma vez que a história da matemática é tomada como ponto de partida para o discente resignificar os conceitos matemáticos e levantar discussões epistemológicas que seriam relevantes para o ensino e a aprendizagem de matemática (SAITO, 2013a).

A nossa proposta, dessa maneira, busca articular história e ensino a partir da contingência histórica propiciada por documentos originais (SAITO, 2012a, 2012b). Isso, entretanto, não significa levar documentos originais e usá-los numa sala de aula, mas sim, por meio deles, construir uma interface entre história e ensino de matemática.

A não ser que se trate de uma pesquisa histórica, utilizar documentos originais nem sempre é recomendável, pois os discentes não estão preparados para lidar com eles. Assim, para construir uma interface entre história, ensino e aprendizagem de matemática sugerimos que os documentos sejam revistos e adaptados à proposta de articulação, preservando neles aspectos essenciais que permitam trazer à luz a concepção de ciência e de matemática que influencia, quando não fundamenta, a prática matemática de uma determinada época[10] (SAITO, DIAS, 2013).

A interface nesses termos é construída pautando-se em aspectos essenciais do fazer matemático de uma época, evitando-se adotar uma perspectiva normativa (ou filosófica) estranha ao contexto desse mesmo fazer matemático. Desse modo, a interface propicia ao discente o acesso à matemática do passado tal como ela era vista no passado, e não como ela deveria ser vista segundo uma perspectiva filosófica (ou epistemológica) ou didática pré-concebida (BROMBERG, SAITO, 2010; BELTRAN, SAITO, 2012; SAITO, 2013b). É nesse sentido que recentes estudos em história da ciência têm apontado para importantes contribuições das tentativas de reconstruir antigos instrumentos, pois o processo de reconstrução permite não só a compreender o significado histórico do registro descritivo, mas também os tipos de problemas (práticos e teóricos) enfrentados por seus fabricantes originais (WILLMOTH, 2009).

Contudo, é importante ter em conta que a reconstrução exata desses instrumentos é impossível visto que não temos notícias dos conhecimentos e técnicas mobilizados por artesãos na sua construção. A tentativa de reproduzir as condições materiais e históricas é impossível porque vivemos em outra época e, portanto, em outro contexto, em que os

[10] Denominamos "tratamento didático" a esse procedimento, vide Saito e Dias (2013).

conhecimentos matemáticos e extramatemáticos incorporados no instrumentos nos conduzirão a uma interpretação moderna e anacrônica do processo.

Embora indícios de tais conhecimentos, bem como de outras técnicas e práticas antigas, possam ser recuperados por investigação histórica, baseada em documentos originais, mesmo assim, a reconstrução não reproduzirá o processo real. Assim, mesmo que os conhecimentos e as operações requeridas em sua reconstrução tornem-se disponíveis, muito das práticas e técnicas antigas ainda requisitarão pesquisas históricas mais aprofundadas de modo que nada podemos inferir sobre os procedimentos efetivamente utilizados. Além disso, diferentemente do que se costuma pensar, muito do conhecimento geométrico compartilhado por artesãos, eruditos e outros estudiosos de matemática no século XVI não tinha por base apenas os *Elementos* de Euclides, mas também outras obras ligadas às práticas matemáticas, como abordamos mais adiante. Desse modo, embora o conhecimento geométrico incorporado nesses instrumentos sejam elementares, a sua relação com as diferentes práticas apontam para outros aspectos multifacetado das "matemáticas" que hoje não estão mais presentes na matemática moderna.

Mas, uma vez que a proposta de reconstrução de um instrumento matemático do século XVI não tem aqui por objetivo reproduzir exatamente o processo, mas propiciar valiosos *insights* da práticas e técnicas em voga naquela época, ela se torna interessante porque possibilita ao discente o acesso aos conhecimentos matemáticos incorporados no instrumento, tanto na sua construção, quanto no seu uso, para que então os (re)signifique.

Como já bem observamos em outros estudos, a construção de instrumentos e seu uso promove um deslocamento de concepções familiares para outras bastante incomuns. Esse deslocamento e a dialética proporcionada pela articulação entre duas diferentes concepções (do passado e do presente) favorecem a reconstrução das ideias matemáticas já preconcebidas e sedimentadas pelo discente, fazendo-o (re)significar o objeto matemático. Nesse movimento o objeto matemático é desconectado das malhas formais e reintegrado ao processo de sua elaboração, fazendo o discente tomar consciência de que a formalização é também uma construção.

Um exemplo disso é a atividade didática elaborada a partir do tratado *Del modo di misurare* de Cosimo Bartoli, publicada em 1564 (SAITO, DIAS, 2011). Esse tratado, como muitos outros disseminados nos séculos XVI e XVII ensina, entre outras coisas, como medir distâncias em diferentes situações utilizando diferentes instrumentos matemáticos. Para o desenvolvimento da atividade foram escolhidos, dentre os muitos instrumentos ali apresentados, três que eram muito comuns naquela época (figura 1): o quadrante geométrico, o quadrante num quarto de círculo e o báculo (DIAS; SAITO, 2010a, 2010b; 2011; SAITO, DIAS, 2013).

A atividade consistiu basicamente em fazer os participantes[11] seguirem as instruções fornecidas[12] por Bartoli para a construção e o uso do instrumento. Buscamos, assim, observar a articulação da interpretação da leitura dessas instruções com os conhecimentos que subjazem à concepção dos participantes do processo de medição. Um desses conhecimentos refere-se à escala e aos procedimentos de medida que não são nada convencionais. Assim diferentemente do uso de instrumentos hoje disponíveis para medir, essa atividade propiciou aos participantes a realizarem ligações conceituais necessárias à tarefa de mensurar grandezas.

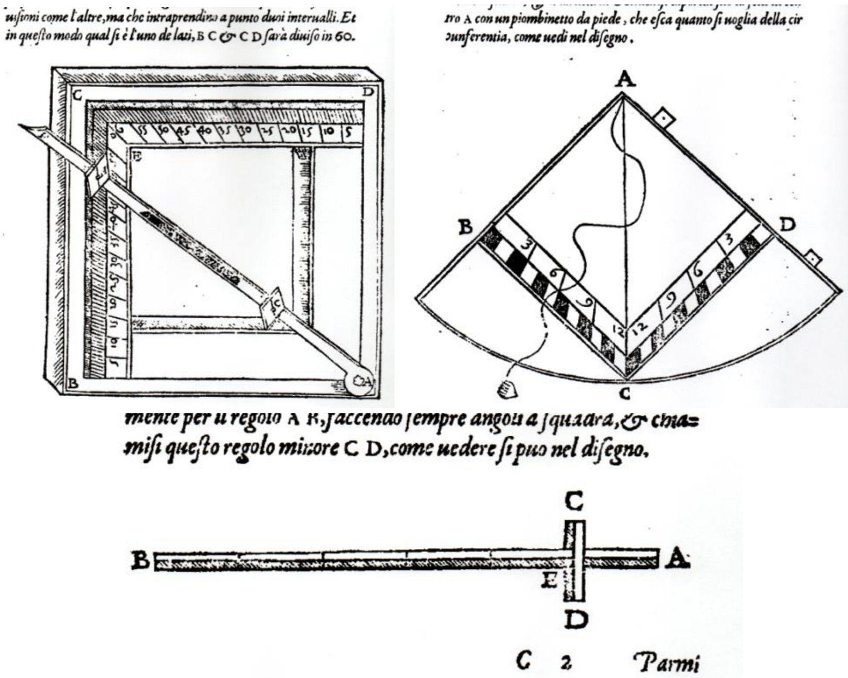


Figura 1: Da esquerda para a direita temos o quadrante geométrico e o quadrante num quarto de círculo e, abaixo, o báculo (BARTOLI, 1564, p. 3r, 8r e 10r)

No processo da atividade notamos que a leitura das instruções e as informações da figura, que acompanha o texto, não foram suficientes para que a realização de uma medida fosse imediata. Observamos que, no processo de medição, a posição do observador no espaço, a posição dos olhos em relação aos instrumentos e a posição do instrumento no espaço configuraram três ações não triviais aos participantes. Essas ações assim se configuraram porque os participantes estavam acostumados aos modernos instrumentos

[11] Esses participantes são alunos de pós-graduação e professores da educação básica e superior.
[12] Cabe observar que o texto utilizado na atividade passou antes por um "tratamento didático", tal como mencionamos anteriormente (SAITO, DIAS, 2013).

que, geralmente, ocultam as relações conceituais básicas necessárias para a realização de uma medida (DIAS; SAITO, 2010a, 2010b; 2011).

Convém aqui observar que esta atividade, elaborada na interface entre história, ensino e aprendizagem de matemática não teve por objetivo explicar, nem justificar, por meio da história, as dificuldades encontradas pelos participantes. A história da matemática foi articulada (entre outros propósitos) para promover uma reflexão sobre o significado da medida de modo a levantar questões epistemológicas acerca da medição. Podemos dizer que por meio dessa atividade de construção e uso de instrumentos, os participantes puderam visualizar parcialmente práticas e técnicas antigas de medição, flagrando no processo os aspectos conceituais fundamentais para se compreender o que é uma medida.

Um desses aspectos refere-se a relação entre o sujeito, instrumento e o ente a ser medido. Instrumentos matemáticos antigos nos dão acesso não só ao processo de medição, mas também do significado e o lugar dos diferentes instrumentos na construção do conhecimento matemático ou científico. Ao manusear os instrumentos para obter uma medida, os participantes notaram que o corpo de quem mede fazia parte do processo de mensuração, pois a medida dependia, tal como já mencionamos, da posição do observador no espaço, da posição dos olhos em relação aos instrumentos e da posição do instrumento no espaço (figura 2).

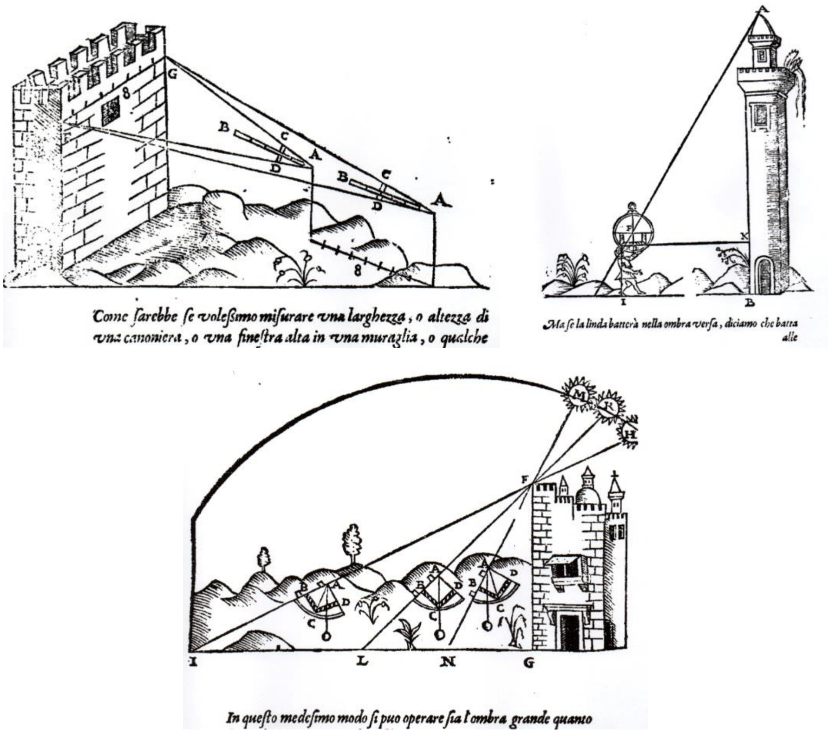


Figura 2: No báculo a medida é dada pelo deslocamento do observador; à direita e embaixo, a medida depende também da altura do observador (BARTOLI, 1564, p. 11v, 23 e 15v).

O uso de triângulos retângulos e/ou isósceles, bem como das relações de semelhança de triângulos, indica que a medida depende também da orientação do sujeito no espaço real. O traçado imaginário desses triângulos no espaço real, em que se situa o sujeito que mede, o torna consciente das relações geométricas inscritas no instrumento (vide figura 2). O instrumento matemático, assim, possibilita estabelecer uma relação entre o que se encontra inscrito no instrumento e o espaço em que se localiza o sujeito que mede.

Diferentemente dos modernos instrumentos, que geralmente realizam a medida com a mínima interferência de quem os manuseia (como uma régua, por exemplo), esses instrumentos requeriam não só destreza de quem os manuseava, como também de conhecimentos matemáticos relativos à medida. O sujeito fazia parte da medida porque, naquela época, os instrumentos ainda eram compreendidos como extensões da natureza (porém, não dos sentidos) (SAITO, 2011). Sem entrarmos em detalhes a esse respeito, podemos dizer que foi somente a partir da primeira metade do século XVIII que os instrumentos matemáticos, assim como os filosóficos, passaram a "mediar" definitivamente a relação entre aquele que "mede", "observa" ou "manipula" e a natureza. Isso porque ao longo do século XVII foi se constituindo os critérios e as convenções para seu uso, promovendo gradativamente a transcendência do homem em relação à natureza. Na medida em que a natureza passava a ser o outro, o instrumentos passaram a ser compreendidos como extensões dos sentidos humanos, adquirindo, assim, um papel mediador (SAITO, 2011, 2014).

A medida, portanto, era obtida (ou melhor, calculada) a partir da distância em que se encontravam o observador e o ente a ser medido. Nesse processo, o observador, o instrumento e o ente medido faziam parte de um só conjunto de ações que revela importantes aspectos ligados ao ato de medir. Como veremos a seguir, os instrumentos matemáticos, a geometria e outros segmentos do conhecimento das artes, que estiveram na origem dos modernos instrumentos de medida, apontam para um rico cenário que nos conduzem a refletir não só sobre as diferentes técnicas, mas também o conhecimento matemático ligado à medida. Esse cenário nos permite levantar questões de natureza epistemológica a respeito do significado de grandeza numérica e geométrica visto que nos dá acesso à diferentes práticas matemáticas do passado.

O número e a grandeza

Três aspectos fundamentais devem ser considerados quando nos referimos à medida: acessibilidade, adequabilidade e consistência. Isso significa que a medida deve ser acessível a todos, adequada ao que se quer medir e confiável, ou seja, ela deve ser convencionada.

Diferentes culturas em diferentes épocas "mediram" e "medem" por variadas razões sempre atendendo a diferentes propósitos em variadas circunstâncias. Nesse sentido, o corpo humano foi talvez o primeiro e o mais antigo instrumento medida. Assim, uma vez que o pé, o palmo, o côvado, a polegada, por exemplo, são estabelecidos como padrão, eles "corporificam" a unidade, conferindo-lhe identidade específica e concreta, como se fosse um artefato.

Contudo, o padrão de medida deve também se adequar ao que se quer medir. A medida, desse modo, requer uma escala própria ao objetivo pretendido, ou seja, o padrão para se pesar, por exemplo, não deve ser utilizado, para medir distâncias. Todavia, mesmo que a medida tenha uma escala, esta necessariamente deve ser consistente, segura e confiável, pois as medidas são como ferramentas, como bem observa Creese:

> as pessoas as utilizam com fins específicos, e se as condições mudam ou surgem novas finalidades, as medidas são adaptadas ou são improvisadas substituições. Porém, as comunidades precisam compartilhar e confiar nelas. Como resultado, adquirem vida própria, difundindo-se lentamente e sendo substituídas com relutância. Desenvolve-se uma interação entre tradição, a forma como a medições foram feitas no passado, e a evolução das necessidades (CREESE, 2013 , p. 66).

A história da ciência e da matemática nos fornecem, assim, exemplos variados e originais a esse respeito[13]. E ao fornecê-los não apenas os apresenta, como também trazem indícios de uma prática matemática e de outros aspectos ligados ao processo da construção do conhecimento matemático. Trataremos aqui apenas da arte de medir dos agrimensores que utilizavam escalas lineares para medir distâncias (comprimento) sem perder de vista, entretanto, outras escalas, tais como a angular, por exemplo.

Em linhas gerais, medir significa reduzir grandezas geométricas a números. Para tanto, requer-se de antemão uma unidade de medida. Cada grandeza é, assim, identificada ao número inteiro de unidades de medida que a compõem. A medida, portanto, é um procedimento que estabelece uma correspondência entre qualquer grandeza e um número inteiro, ou uma relação entre inteiros. Desse modo, "medir" significa essencialmente "comparar" e, muitas vezes, para medirmos, subdividimos uma das grandezas para obter a unidade de medida que caiba um número inteiro de vezes em ambas as grandezas a serem comparadas.

[13] Vide, por exemplo: Crosby (1999), Cohen (2005), Glennie e Thrift (2005) e MacLean (2006).

Todavia, no século XVI, atribuir um número a uma grandeza geométrica não era uma prática tão óbvia e bem fundamentada. Embora medidas do tipo cinco braças, três pés e duas polegadas, uma jarda e meia etc. fizessem parte do jargão do agrimensores, a atribuição de número ao comprimento medido (ou seja, para expressar uma quantidade) era feita informalmente.

É importante relembrar que, nos séculos XVI e XVII, a geometria e a aritmética, embora fossem campos de conhecimento matemático, eram consideradas separadamente. Isso é notório, por exemplo, nos livros V e VII de *Elementos* de Euclides que não apresenta nenhum equivalente à noção de "comprimento" de um segmento, nem trata de medidas de objetos geométricos em geral. O livro V, por exemplo, discorre sobre as grandezas numéricas (discretas) e nele não encontramos nenhuma menção sobre a possibilidade de multiplicar ou dividir as grandezas que são consideradas contínuas (geométricas). O Livro VII, por sua vez, trata dos números e suas operações e nele não encontramos nenhuma a relação entre número e grandeza geométrica (EUCLIDES, 2009).

A separação entre aritmética e geometria foi expressa por muitos estudiosos entre os séculos XVI e XVII, tais como John Dee (1527-160[8]), Egnatio Danti (1536-1586), entre muitos outros. Não encontramos até a publicação do tratado de aritmética de Simon Stevin (1548-1620), nenhuma teoria que confrontasse com essa noção clássica de números e grandezas geométricas. No entanto, como bem observa Malet (2006), no mundo árabe essas duas noções estavam se aproximando em razão do desenvolvimento da álgebra. Assim, é bem provável que a ideia de expressar uma grandeza geométrica por meio de números tenha sido transmitido ao ocidente latino por meio das escolas de ábaco que eram frequentadas por filhos de comerciantes, agrimensores, navegadores e toda sorte de praticantes de matemáticas.

De fato, tratados, tal como *Del modo di misurare* de Bartoli, por exemplo, foram muito utilizados em escolas de ábaco para instruir os filhos de artesãos e outros praticantes de matemáticas. Além disso, se considerarmos os tratados publicados por Fineo, Leonard Digges (*ca*.1515–*ca*.1559) e Johann Müller (Regiomontanus) (1436–1476), por exemplo, notamos que, em todos eles, o número é associado indiscriminadamente à grandeza geométrica. Todos esses tratados, embora tenham por referência e se fundamentem nos *Elementos* de Euclides, trazem, entretanto, no corpo de seus tratados modificações significativas para adequar o número à grandeza (MALET, 2006).

Podemos dizer que essa prática tornou-se comum a partir do século XVI e esteve associada, em parte, à disseminação de diferentes instrumentos matemáticos, principalmente aqueles utilizados em astronomia, navegação e agrimensura. As descobertas e o mapeamento de novas terras, a busca de métodos para localização das naus em alto-mar, a divisão de terras para o cultivo da agricultura e pecuária, a construção de fortificações, a organização bélica e militar de diferentes regiões da Europa, bem como da recém-descoberta América e da Ásia, formam um conjunto de fatores que fomentou o desenvolvimento de novas técnicas de medição. Instrumentos antigos foram, então, modificados e utilizados em diferentes contextos[14] (RICHENSON, 1996; BENNETT, 1991; SHORT, 2004).

Convém observar que a arte de medir é bem antiga. Entretanto, as origens das técnicas de medição do século XVI, remonta basicamente às práticas medievais que deram continuidade à tradição romana dos agrimensores (*agrimensores*)[15]. Considerada parte das muitas artes manuais (*technai*) ou mecânicas (*mechanikai*), a arte de medir era comumente vista como uma arte servil e inferior, portanto, não liberal. Foi ao longo do período medieval que a arte de medir começou a despertar interesse de alguns estudiosos de geometria, e até mesmo a ganhar espaço nos currículos universitários, porém num contexto muito peculiar[16].

A esse respeito, Zaitsev (1999) observa que, no início da Idade Média, a imagem clássica da geometria grega tinha passado por profundas mudanças que teriam rompido as barreiras entre metafísica, geometria e agrimensura. Isso decorreu, em parte, à nova configuração social, política e religiosa do ocidente latino, o que conduziu a uma reorganização do conhecimento, em que a referência etimológica passou a ser utilizada para classificar, expressar e captar a essência das diferentes "disciplinas" (*disciplinae*). Nesse contexto, o termo grego *geometria* passou a designar *mensuratio terrae* (a medição da terra) estabelecendo estreita relação com a agrimensura.

No início da Idade Média, os estudiosos de geometria, que desconheciam ainda os livros de *Elementos* de Euclides, passaram a estabelecer uma estreita conexão da *geometria* e a *gromatica*, isto é, a arte de medir terras com a *groma*, instrumento de medida romano que era utilizado para mapear e dividir as terras (ZAITSEV, 1999, p. 528-530). Nesse particular, é importante não perder de vista que, após a queda do Império Romano por volta do século V, grande parte do conhecimento grego ficara confinada no oriente e disponível aos árabes que o estudaram e o comentaram, desenvolvendo novas matemáticas. Assim, o parco material relativo à geometria de Euclides, que estava à disposição dos

[14] É importante aqui observar que a arte de medir ganhou impulso por causa dos altos valores que adquiriram as terras para cultivo no século XVI, fomentando diferentes práticas que lidavam com a organização do espaço, incluindo a cartografia, vide: Fischer (1996); Braudel (2002) e Short (2004).
[15] Sobre os agrimensores romanos e as técnicas utilizadas para medir, vide: Lewis (2001), Vitrúvio (1999) e Thulin (1913).
[16] Por "arte" não nos referimos a "belas-artes". Trata-se das muitas práticas manuais muito comum nos séculos XVI e XVII. A esse respeito, vide: Rossi (1989); Van den Hoven (1996); Long (2001) e Smith (2003).

estudiosos latinos, era muito simplificado e atendia basicamente às necessidades práticas do cotidiano.

Contudo, os medievais procuraram reorganizar os conhecimentos relativos à geometria e, com vista a de dar-lhe alguma coerência, aproximaram-na da *gromatica*. Mas, tal aproximação atendia a outros propósitos de natureza teológica e não necessariamente matemáticos. No início da Idade Média, elas eram exaltadas e apreciadas não só porque conduziam à compreensão da construção do universo, mas também porque davam acesso a Deus por meio da investigação piedosa de toda construção dos céus (ZAITSEV, 1999, p. 531-553).

A partir de então, as relações entre geometria, astronomia e agrimensura passariam a estreitar-se cada vez mais, compartilhando não só o conhecimento geométrico, mas também instrumentos e técnicas de medição. Essa aproximação, entretanto, também daria uma nova configuração ao campo de conhecimento geométrico à medida em que o tempo avançava. Assim, em meados da Idade Média, por volta do século XI, a cultura monástica buscou resgatar e ampliar as técnicas de medidas do mundo greco-romano, incorporando-as ao que ficou conhecido por *practica geometriae* (literalmente: "prática da geometria", mas comumente designado pelos historiadores como "geometria prática").

Diferentemente da geometria teórica (ou especulativa), que recorria à pura reflexão intelectual para estudar o espaço e os intervalos das dimensões, a *practica geometriae* tinha um apelo mais empírico, visto que estava sempre associada ao uso de instrumentos. Mas, ao contrário da *gromatica*, a *practica geometriae* não era mera aplicação do conhecimento geométrico a problemas de natureza prática, mas um ramo da própria geometria que incorporava aspectos mais teóricos, fazendo parte das sete artes liberais. Assim, Hugo de São Vitor (1096-1141), por exemplo, incluía a *practica geometriae* entre as artes liberais, como parte do *quadrivium*[17] (HUGH OF SAINT VICTOR, 1961).

Em *Didascalicon*, Hugo de São Vitor define "geometria" como "a medida da terra", seguindo a tradição medieval, tal como mencionamos anteriormente. E no que diz respeito à geometria, observa que ela é dividida em três partes: "planimetria" (*planimetria*), "altimetria" (*altimetria*) e "cosmimetria " (*cosmimetria*):

> Planimetria mede o plano, isto é, o comprimento e a largura, e, ampliando sua finalidade, mede o que está na frente e atrás, o que está à direita e à esquerda. Altimetria mede o aquilo que está elevado e, ampliando sua finalidade, mede o que atinge em cima e o que se estende embaixo: pois a altura é atribuída tanto ao mar, no sentido de profundidade, quanto a uma

[17] O *quadrivium* era constituído por quatro disciplinas, Aritmética, Música, Geometria e Astronomia que, juntamente com o *trivium* (Gramática, Lógica e Retórica) compunham as sete artes liberais. Sobre o *quadrivium* medieval, vide: Mongeli (1999, p. 161-329) e Gagné (1969).

> árvore, no sentido de estatura. *Cosmos* é a palavra que designa o universo e dele deriva o termo "cosmimetria", ou "medida do universo". Cosmimetria mede coisas esféricas, isto é, em forma de globo e arredondada, tais como uma bola ou um ovo e é, portanto, denominada "cosmimetria" a partir da esfera do universo, por conta da proeminência dessa esfera... (HUGH OF SAINT VICTOR, 1961, p. 70, tradução nossa).

Em outro tratado, intitulado *Practica geometriae* (1125?), Hugo de São Vitor, discorre sobre cada uma dessas três partes da geometria prática. Para cada uma delas, apresenta os instrumentos adequados para realizar a medição. Assim, além de astrolábios, espelhos, vara etc., a obra discorre sobre diferentes técnicas de medição, utilizando em grande parte as propriedades de triângulos retângulos (HUGH OF SAINT VICTOR, 1956, 1991).

Devemos notar que a geometria a que se referia Hugo de São Vitor, e que fazia parte do *quadrivium*, não era aquela que encontramos em *Elementos* de Euclides. Isso é compreensível, tal como já mencionamos, se considerarmos que as traduções dos tratados de Euclides e de Arquimedes, a partir do árabe, só se tornariam disponíveis aos estudiosos de geometria no século seguinte. Essas traduções, por sua vez, implicariam na reorganização do conhecimento, alargando o abismo entre geometria teórica e geometria prática.

Com efeito, no século XII, a edição e tradução de *Elementos* de Euclides por Adelard de Bath (1080-1152) e, posteriormente, por Campanus da Novara (1220-1296) passaram a roubar o cenário intelectual medieval ao lado da geometria prática. O estudo sistemático das obras de Euclides, notoriamente os *Elementos*, entretanto, não ofuscou o ensino da geometria prática. Além das técnicas de medida apresentadas em *Practica geometriae* de Hugo de São Vitor, outras encontradas no tratado intitulado *Geometria Geberti*, atribuído a Gerbert de Aurillac (946-1003) (posteriormente, Papa Silvestre II), que fazia uso sistemático de triângulos semelhantes para obter medidas (diferentemente dos romanos que utilizavam apenas triângulos congruentes), continuaram a ser disseminadas (HOMANN, 1991). Mas, além dessas duas formas de geometria, uma terceira transmitida por tradição oral começou a circular em forma manuscrita em alguns grupos a partir do século XIII. Tratavam-se de "cadernos de desenho", em que arquitetos e "mestres de obras" (carpinteiros e pedreiros) esboçavam genuínas "construções geométricas", tais como os desenhos de Villard de Honnecourt (SHELBY, 1972).

O ambiente intelectual, entretanto, mudaria radicalmente com o retorno da ciência grega a partir de finais do século XIV. E à medida em que se avançava em direção ao século XVI, a nova organização social, a recuperação de textos da antiguidade tardia, a expansão dos horizontes físicos proporcionada pela descoberta de novas terras, as mudanças que tiveram lugar nos métodos da arte militar, o crescimento do comércio e da pequena indústria e o surgimento da imprensa passariam a renovar o interesse pela especulação matemática. Foi nesse contexto que a geometria teórica e a agrimensura sofreram mudanças significativas.

Em meados do século XVI, a geometria prática e a arte da agrimensura tornaram-se praticamente indistintas e passaram também a incorporar alguns aspectos daquela "geometria construtiva" encontrada nos cadernos de desenho. Além disso, a agrimensura, assim como outras artes (*technai*), adquiriu um novo *status* nessa nova ordem social, visto que a arte de medir tinha se tornado importante para os príncipes e governantes em todos os novos segmentos de negócios naquela época. A navegação, a agricultura, a pecuária, a pequena indústria e o comércio requisitavam cada vez mais inovações em que a quantificação e a medida tinham papel fundamental. Assim, a valorização da arte de medir conduziu artesãos e agrimensores a publicarem em vernáculo tratados relacionados à instrumentos matemáticos e à técnicas de medida. Mas, diferentemente da "geometria prática" medieval, esses tratados passaram a incorporar demonstrações geométricas, baseadas nos teoremas encontrados em *Elementos* de Euclides, para validar os procedimentos utilizados para medir.

Esse movimento, que se caracterizou pela apropriação de conhecimentos da geometria teórica (especulativa) encontrada nas universidades à arte de medir, entretanto, não estava relacionado a questões de natureza essencialmente matemática. Sem dúvidas que, ao longo dos séculos XVII e XVIII, a precisão desses instrumentos se tornaria cada vez mais premente. Entretanto, no século XVI, a incorporação de alguns teoremas da geometria teórica nesses tratados estava mais relacionado ao lugar que a arte de medir ocupava na organização do conhecimento do que em dar mais "certeza" matemática às técnicas de medição. A incorporação de aspectos da geometria teórica conferia à arte de medir, que sempre fora considerada uma *techné* (arte manual e mecânica), o estatuto de arte liberal ou mesmo de *scientia* no sentido aristotélico, visto que encontrava-se subordinada à geometria.

Nesse contexto, podemos dizer que a arte de medir alargou seu escopo de atuação. Instrumentos não só utilizados em agrimensura, mas também em astronomia, navegação, cartografia, geografia, cosmografia, etc. receberam novos atributos e tornaram-se cada vez mais complexos em suas operações. Assim, no que diz respeito aos instrumentos utilizados em agrimensura, por exemplo, os fabricantes começaram a introduzir neles escalas angulares, muito utilizadas em astronomia e na navegação. Além disso, diferentes instrumentos, adotados por astrônomos e navegadores, foram adaptados às necessidades terrestres (BENNETT, 1991).

De fato, os três instrumentos apresentados por Bartoli em *Del modo di misurare* (o quadrante geométrico, o quadrante num quarto de círculo e o báculo), por exemplo, dispensavam o uso de ângulos para realizar a medida, visto que as escalas eram todas lineares (vide figura 1). Assim, embora já existissem instrumentos que apresentavam escalas angulares naquela época, tal como o "quadrante geométrico" de Oroncio Fineo (1494-1555), elas, entretanto, só seriam incorporadas de forma definitiva aos instrumentos ao longo do século XVII, como podemos notar, por exemplo, no "setor trigonal" de John Chatfeild (?) (figura 3)

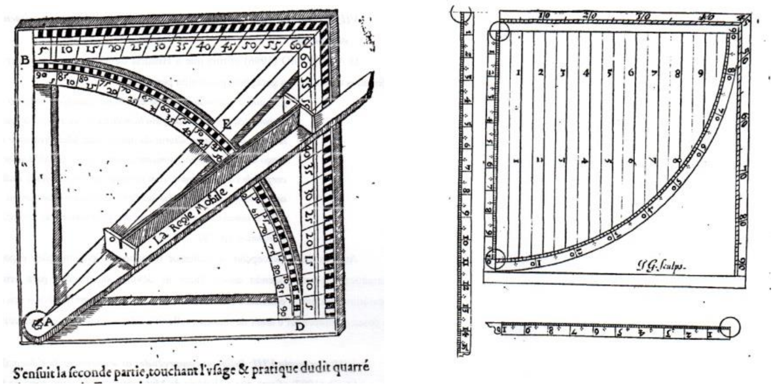


Figura 3: Da esquerda para a direita, o quadrante geométrico de Oroncio Fineo (1556, p. 3v) e o setor trigonal de John Chatfeild (1650, p. 1)

Mas, embora alguns desses instrumentos matemáticos tivessem incorporado escalas angulares, elas eram pouco utilizadas, visto que o uso das relações trigonométricas não estava ainda difundida, embora Johann Müller (Regiomontanus) já tivesse publicado *De triangulis omnimodis* (1533). As escalas angulares não eram utilizadas por razões de prática. O traçado preciso das escalas lineares já não era tarefa fácil de ser executada. Mas, os problemas encontrados para dividir um arco de círculo em partes iguais eram praticamente insuperáveis. Além do mais, a medida poderia ser determinada facilmente por meio de semelhança de triângulos conforme a geometria prática medieval, o que dispensava a escala angular. No entanto, a incorporação das técnicas trigonométricas ainda viria a ocorrer ao longo do século XVI e XVII. Os fabricantes de instrumentos matemáticos apropriaram-se dos métodos utilizados pelos astrônomos para construir suas escalas e procuraram incorporar aos instrumentos as escalas angulares.

A esse respeito, cabe observar que não temos notícias dos métodos de divisão de arco de círculo em pequenas partes. Segundo Richenson (1966, p. 83-85), Pedro Nunez teria descrito um dos primeiros métodos para divisão de arcos em seu tratado *De* *crespusculis Liber Unus*, publicado em Lisboa em 1542. Porém, o método mais comum, utilizado com bastante sucesso em finais do século XVI e início do XVII, parece ter sido o das escalas transversais e diagonais. É bem possível que Regiomontanus e Georg von Puerbach (1423-1461) tivessem conhecimento do método das transversais. Isso porque Tycho Brahe (1546-1601) teria dividido incorporado ao seu báculo (*cross-staff*) divisões de arcos utilizando o método das transversais em 1562. Outro indício é encontrado no tratado *Alae seu Scalae Mathematicae*, publicado em 1573, em que Thomas Digges (1546-1595) fornece uma imagem da escala linear dividida pelo método das transversais por meio do qual divide o báculo.

Considerações finais

O movimento histórico do conhecimento matemático associado ao instrumento e às diferentes práticas matemáticas no passado dá um significado mais amplo à medida. A restituição da medição ao seu processo histórico, extraindo-o das malhas formais da matemática moderna, dá acesso aos nexos conceituais que estão em torno do ato de medir. A dialética entre concepções do passado e do presente (re)significa, dessa maneira, a medição, fazendo emergir diferentes questões de natureza epistemológica.

Uma dessas questões refere-se aos procedimentos de medida e sua finalidade. Entretanto, como abordamos, a questão de "como medir" e "para que medir" são indissociáveis de outra, a saber, "o que é medição" (SAITO, 2014) Desse modo, a história nos mostra que a medida só faz sentido se considerarmos o ato de medir, em que o sujeito mobiliza diferentes ações que não são essencialmente matemáticas. A posição de quem mede, o alcance do objeto a ser medido, o manuseamento do instrumento, entre outros, são aspectos que fazem parte da medida. Além disso, o movimento histórico traz evidências de que nem mesmo a escolha de uma escala linear ou angular para se obter uma medida é um problema essencialmente matemático embora o uso de uma dessas escalas implique em discutir epistemologicamente a redução de uma em outra.

A medição, portanto, implica em diferentes escolhas, envolvendo essencialmente a associação de números a "graus" de certa grandeza (vide as escalas nas figuras 1 e 3). Associação esta que não é arbitrária embora, à primeira vista, assim pareça, pois acreditamos ser natural atribuir um número à qualquer grandeza. Por outro lado, tal associação também não é essencialmente teórica, pois, como vimos, a prática de medição antecede histórica e epistemologicamente a fundamentação teórica que permite estabelecer a correspondência de um número a uma grandeza geométrica. De um lado, isso é decorrência da organização do conhecimento matemático em que aritmética (estudo dos números) é entendida como campo de conhecimento distinto da geometria (estudo das formas). De outro, da relação que passa a existir, pelo menos entre os estudiosos de matemáticas, entre aritmética, geometria e física, entendida aqui num sentido mais amplo que abarca a ideia geral de ciências naturais. E eis aqui um ponto importante a ser considerado. "Medir" não significa "ler" um número na escala do instrumento e sim "interpretar" a correspondência estabelecida entre um número e uma quantidade, pois o número, correspondente à medida num instrumento, não é um numeral (abstrato), mas uma quantidade que, em última instância, é empírica (concreta).

Concluindo, do ponto de vista epistemológico, podemos dizer que a quantificação precede a medição, uma vez que a unidade de medida, incorporada no instrumento, tem origem empírica (um pé, um côvado, uma braça etc.). Assim, a grandeza geométrica, assunto que aqui tratamos, era entendida pelo agrimensor, astrônomo, navegador e outros praticantes de matemáticas como uma entidade concreta. Diferentemente do geômetra, que se dedicava à especulação abstrata dos entes geométricos, os praticantes de matemáticas do século XVI estavam preocupados com questões práticas de sua época. Por sua vez, do ponto de vista histórico, os instrumentos matemáticos do século XVI não atendiam a uma necessidade estritamente matemática. Tais instrumentos não eram produtos da geometria pura, mas de uma geometria prática que era compartilhada por um grupo de praticantes de matemática. Assim, a geometria incorporada nesses instrumentos não fazia dela uma geometria aplicada, concepção que só viria a surgir a partir de finais do século XVIII. Porém, é no século XVI que essas duas dimensões de geometria, teórica e prática, mediadas pelo instrumento matemático, passaram a estreitar suas relações, impulsionando o desenvolvimento de uma geometria moderna a partir do século XVII.

Referências

ALEXANDER, A. R. Introduction: Mathematical Stories. **Isis**, Chicago, v. 97, p. 678-682, 2006.

BARTOLI, C. **Cosimo Bartoli Gentil'huomo, et accademico Fiorentino, Del modo di misurare le distantie, le superficie, i corpi, le piante, le province, le prospettive, & tutte le altre cose terrene...**. Veneza: Francesco Franceschi Sanese, 1564.

BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F. História da Ciência, Epistemologia e Ensino: Uma proposta para atualizar esse diálogo. IN: ***Atas do VIII ENPEC: Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências / I CIEC: Congreso Iberoamericano de Investigación en Enseñanza de las Ciéncias***. Campinas: ABRAPEC, 2012. p. 1-8.

BENNETT, J. A. The Mechanics' Philosophy and the Mechanical Philosophy. **History of Science**, v. 24, p. 1-28, 1986.

BENNETT, J. A. The challenge of practical mathematics. In: PUMFREY, S.; ROSSI, P. L.; SLAWINSKI, M. (Orgs.). **Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe**. Manchester/New York: Manchester University Press, 1991. p. 176-190.

BENNETT, J. A. Practical Geometry and Operative Knowledge. **Configurations**, Baltimore, v. 6, p. 195-222, 1998.

BENNETT, J. A. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. **British Journal for the History of Science**, London, v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.

BRAUDEL, F. **Reflexões sobre a História**. São Paulo: Martins Fontes, 2002.

BROMBERG, C.; SAITO, F. A História da Matemática e a História da Ciência. IN: BETRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. (Orgs.), ***História da Ciência:*** *tópicos atuais*. São Paulo: Ed. Livraria da Física/CAPES, 2010. p. 47-71.

CHATSFEILD, J. **The trigonall sector: The description and use thereof: Being an instrument most aptly serving for the resolution of all Rightlined Triangles with great faculty and delight...**. London: Robert Leybourn, 1650.

COHEN, I. B. **The Triumph of Numbers:** How Counting Shaped Modern Life. New York/London: W. W. Norton, 2005.

CONNER, C. D. **A People's History of Science:** Miners, Midwives, and "Low Mechanicks". New York: Nation Books, 2005.

CREESE, R. P. **A medida do mundo:** A busca por um sistema universal de pesos e medidas. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

CROSBY, A. W. **A mensuração da realidade:** A quantificação e a sociedade ocidental 1250-1600. São Paulo: Ed. Unesp, 1999.]

DANTI, E. **Le scienze matematiche ridotte in tavole**. Bologna: Compagnia della Stampa, 1577.

DAUMAS, M. **Scientific Instruments of the 17th & 18th Centuries and their Makers**. London: Portman Books, 1972.

DEE, J. **The Mathematical Preface of the Elements of Geometrie of Euclid of Megara** (1570). New York: Science History Publications, 1975.

DIAS, M. S.; SAITO, F. A resolução de situações-problema a partir da construção e uso de instrumentos de medida segundo o tratado *Del modo di misurare* (1564) de Cosimo Bartoli. IN: ***Anais Congresso Internacional – PBL 2010: Aprendizagem baseada em Problemas e Metodologias Ativas de Aprendizagem – Conectando pessoas, idéias e comunidades (8 a 11 de fevereiro de 2010, São Paulo, Brasil)*. São Paulo: Pan American Network of Problem Based Learning/USP, 2010a.

DIAS, M. S.; SAITO, F. O ensino da matemática por meio de construção de instrumentos de medida do século XVI. IN: ***Anais do X Encontro Paulista de Educação Matemática: X EPEM.*** São Carlos: SBEM/SBEM-SP, 2010b. p. 1-4.

DIAS, M. S.; SAITO, F. História e ensino de matemática: o báculo e a geometria. IN: ***Anais do Profmat 2011 e XII SIEM (Seminário de Investigação em Educação Matemática) – Lisboa: 5 a 8 de setembro de 2011***. Lisboa: Associação dos professores de matemática, 2011. p. 1-11.

DIGGES, L. **A boke named Tectonicon. Briefelye shewynge the exacte, and speady reckenynge all manner lande, squared tymber, stone, steaples, pyllers, globes, etc...**. London: Iohn Daye for Thomas Gemini, 1556.

EUCLIDES. **Os elementos**. Trad. e Introd. de I. Bicudo. São Paulo: Ed. Unesp, 2009.

FINEO, O. **La composition et usage du Quarre Geometrique, par lequel on pu mesurer fidelement toutes longueurs, hauteurs, & profunditez, ...**. Paris: Gilles Gourbin, 1556.

FISCHER, D. H. **The Great Wave:** Price Revolutions and the Rhythm of History. New York/Oxford: Oxford University Press, 1996.

GABBEY, A. Between *ars* and *philosophia naturalis*: reflections on the historiography of early moderns mechanics. In: FIELD, J. V.; JAMES, F. A. J. L. (Orgs.). **Renaissance & Revolution:** Humanists, Scholars & Natural Philosophers in Early Modern Europe. Cambridge: Cambridge University Press, 1997. p. 133-145.

Gagné, J. Du *Quadrivium* aux *Scientaie Mediae*. IN: **Arts Liberaux et Philosophie au Moyen Age.Actes du IVe Congrès International de Philosophie Médiévale: Univ. de Montreal, 27/08-02/09, 1967**. Montreal/Paris, J. Vrin, 1969.

GESSNER, S. Savoir manier les instruments: la géometrie dans les écrits italiens d'architecture (1545-1570). **Revue d'Histoire des Mathématiques**, Paris, v. 16, n.1, p. 87-147, 2010.

GESSNER, S. The Use of Printed Images for Instrument-Making at the Arsenius Workshop. **Early Science and Medicine**, Leiden, v. 18, n. 1/2, p. 124-152, 2013.

GLENNIE, P.; THRIFT, N. Revolutions in the Times: Clocks and the Temporal Structures of Everyday Life. IN: LIVINGSTONE, D. N.; WITHERS, C. W. J. (Eds.). **Geography and Revolution.** Chicago/London: The University of Chicago Press, 2005. p. 160-198.

HACKMANN, W. D. Scientific Instruments: Models of Brass and Aids to Discovery. In: GOODING, D.; PINCH, T.; SCHAFFER, S. (Orgs.). **The Uses of Experiment:** Studies in the Natural Sciences. Cambridge/New York: Cambridge University Press, 1989. p. 39-43.

HACKMANN, W. D. Natural Philosophy and the Craft Techniques of Experimentation. **Bulletin of the Scientific Instrument Society**, South Ruislip, v. 78, p. 35-37, 2003.

HANKINS, T. L.; SILVERMAN, R. J. **Instruments and the Imagination.** Princeton/New Jersey: Princeton University Press, 1995.

HIGTON, H. Does using an instrument make you mathematical? Mathematical practitioner of the 17th century. **Endeavour**, Michigan, v. 25, n. 1, p. 18-22, 2001.

HILL, K. "Juglers or Schollers?": negotiating the role of a mathematical practitioner. **British Journal for the History of Science**, London, v. 31, p. 253-274,1998.

HOMANN s.j., F. A. Introduction. IN: HUGH OF SAINT VICTOR. **Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh of St. Victor.** Milwaukee/Wisconsin: Marquette University Press, 1991. p. 1-30.

HUGH OF SAINT VICTOR. **Hvgonis de Sancto Vitore: Practica Geometriae**. Ed. R. Baron. **Osiris**, Philadelphia, v. 12, p. 186-224, 1956.

HUGH OF SAINT VICTOR. **The *Didascalicon* of Hugh of St. Victor:** A medieval guide to the arts. Ed. J. Taylor. New York/London: Columbia University Press, 1961.

HUGH OF SAINT VICTOR. **Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh of St. Victor.** Trad. F. A. Homann. Milwaukee/Wisconsin: Marquette University Press, 1991.

KUHN, T. S. Tradição matemática *versus* tradição experimental no desenvolvimento da ciência física. In: KUHN, T. S. **A tensão essencial.** Lisboa: Edições 70, 1989. p. 63-100.

KUSUKAWA, S.; MACLEAN, I. (Eds.). **Transmitting Knowledge:** Words, Images, and Instruments in Early Modern Europe. Oxford/New York: Oxford University Press, 2006.

LEWIS, M. J. T. **Surveying instruments of Greece and Rome**. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.

LONG, P. O. **Openness, Secrecy, Authorship**: Technical Arts and the Culture of Knowledge from Antiquity to the Renaissance. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 2001.

McLEAN, I. Diagrams in the Defense of Galen: Medical Uses of Tables, Squares, Dichotomies, Wheels, and Latitudes, 1480-1574. IN: KUSUKAWA, S.; MACLEAN, I. (Eds.). **Transmitting Knowledge:** Words, Images, and Instruments in Early Modern Europe. Oxford/New York: Oxford University Press, 2006. p. 135-164.

MALET, A. Renaissance notions of number and magnitude. **Historia Mathematica**, British Columbia, v. 33, p. 63-81, 2006.

MANCOSU, P. **Philosophy of Mathematics and Mathematical Practice in the Seventeenth Century**. New York/Oxford: Oxford University Press, 1996.

MCKIRANHAN Jr., R. D. Aristotle's Subordinate Sciences. **British Journal for the History of Science**, London, v. 11, p. 197-220, 1978.

MONGELLI, L. M. org. ***Trivium & Quadrivium:*** As artes liberais na Idade Média. Cotia, Íbis, 1999.

MOSLEY, A. Early Modern Cosmography: Fine’s *Sphaera Mundi* in Content and Context. In: MARR, A. (Org.). **The Worlds of Oronce Fine:** Mathematics, Instruments and Print in Renaissance France. Donington: Shaun Tyas, 2009. p. 114-136.

MÜLLER, J. **Regiomontanus On Triangles**. Trad. B. Hughes. Madison/Milwaukee/London: The University of Wisconsin Press, 1967.

RICHENSON, A. W. **English Land Measuring to 1800:** Instruments and Practices. Cambridge/London: The Society for the History of Technology/MIT Press, 1966.

ROSSI, P. **Os filósofos e as máquinas 1400-1700**. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

ROUX, S. Forms of Mathematization (14th-17th Centuries). **Early Science and Medicine**, Leiden, v. 15, n. 10, p. 319-337, 2010.

SAITO, F. Algumas considerações historiográficas para a história dos instrumentos e aparatos científicos: o telescópio na magia natural. IN: ALFONSO-GOLDFARB, A. M.; GOLDFARB, J. L.; FERRAZ, M. H. M.; WAISSE, S. (Orgs.). **Centenário Simão Mathias: documentos, métodos e identidade da história da ciência.** São Paulo: PUCSP, 2009. p. 103-120.

SAITO, F. **O telescópio na magia natural de Giambattista della Porta**. São Paulo: Educ/Ed. Livraria da Física/FAPESP, 2011.

SAITO, F. Possíveis fontes para a História da Matemática: Explorando os tratados que versam sobre construção e uso de instrumentos “matemáticos” do século XVI. IN: SILVA, M. R. B. da; HADDAD, T. A. S. (Orgs.), ***Anais do 13 Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia – FFLCH USP – 03 a 06 de setembro de 2012***. São Paulo: EACH/USP, 2012a. p. 1099-1110.

SAITO, F. History of Mathematics and History of Science: Some remarks concerning contextual framework. ***Educação Matemática Pesquisa***, São Paulo, v. 14, n. 3, p. 363-385, 2012b.

SAITO, F. História da Matemática e Educação Matemática: Uma proposta para atualizar o diálogo entre historiadores e educadores. IN: ***Actas VII Congreso Iberoamericado de Educación Matemática***. Montevideo: FISEM/SEMUR, 2013a. p. 3979-3987.

SAITO, F. “Continuidade" e "descontinuidade": o processo da construção do conhecimento científico na História da Ciência”. ***Educação e Contemporaneidade. Revista da FAEEBA***, Salvador, v. 22, n. 39, p. 183-194, 2013b.

SAITO, F. Instrumentos e o "saber-fazer" matemático no século XVI. ***Revista Tecnologia e Sociedade***, *Curitiba, v.* 18, n. especial, p. 101-112, 2013c.

SAITO, F. O "sentido da história": repensando o papel da história da matemática no ensino e na aprendizagem de matemática [em preparação], 2014.

SAITO, F. Revelando processos naturais por meio de instrumentos e outros aparatos científicos. IN: BELTRAN, M. H. R.; SAITO, F.; TRINDADE, L. dos S. P. (Orgs.). **História da Ciência:** Tópicos atuais 3. São Paulo: Ed. Livraria da Física/OBEDUC/CAPES, 2014. p. 95-115.

SAITO, F.; DIAS, M. S. ***Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI***. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SHELBY, L. R. The Geometrical Knowledge of Medieval Master Masons. **Speculum**, Cambridge, v. 47, p. 395-421,1972.

SMITH, P. H. **The Body of Artisan:** Art and Experience in the Scientific Revolution. Chicago/London: University of Chicago Press, 2003.

SHORT J. R. **Making Space: Revisioning the World, 1475-1600.** New York: Syracuse University Press, 2004.

TAYLOR, E. G. R. **The Mathematical Practitioners of Tudor & Stuart England.** Cambridge: Institute of Navigation/Cambridge University Press, 1954.

THULIN, C. O. (ed.). ***Corpus Agrimensorum romanorum I. Opuscula agrimensorum veterum*.** Leipzig: Teubner, 1913.

VAN DEN HOVEN, B. **Work in ancient and medieval thought**: ancient philosophers, medieval monks and theologians and their concept of work, occupations and technology. Amsterdam: J. C. Gieben, 1996.

VAN HELDEN, A. The Birth of the Modern Scientific Instrument, 1550-1770. In: BURKE, J. G. (Org.). **The Uses of Science in the Age of Newton**. Berkeley/Los Angeles/London: University of California Press, 1983. p. 49-84.

VAN HELDEN, A.; HANKINS, T. L. Introduction: Instruments in the History of Science. **Osiris**, Philadelphia, v. 9, p. 1-6, 1993.

VILLARD DE HONNECOURT. **Album de Villard de Honnecourt architecte du XIIIe siècle, manuscrit publié en facsimile...** Paris: Imprimerie Impériale, 1858.

VITRÚVIO. **Da Arquitetura**. São Paulo: Hucitec/Fundação Para a Pesquisa Ambiental, 1999.

WARNER, D. J. What is a scientific instrument, when did it become one, and why?. **British Journal for the History of Science**, v. 23, London, p. 83-93, 1990.

_____. Terrestrial Magnetism: For the Glory of God and the Benefit of Mankind. **Osiris**, Philadelphia, v. 9, p. 67-84, 1994.

WILLMOTH, F. "Reconstruction" and interpreting written instructions: what making a seventeenth-century plane table revealed about the independence of readers. **Studies in History and Philosophy of Science**, Notre Dame/Indiana, v. 40, p. 352-359, 2009.

ZAITSEV, E. A. The Meaning of Early Medieval Geometry: From Euclid and Surveyor's Manuals to Christian Philosophy. **Isis**, Chicago, v. 90, p. 522-553, 1999.

Fumikazu Saito
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – Brasil
REMATEC/Ano 9/n.16/ maio – agos. de 2014 p. 22 - 37

Email: fsaito@pucsp.br

REMATEC
Revista de Matemática, ensino e cultura
Histórias de Práticas Matemáticas

A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA SOB A ÓPTICA DOS JESUÍTAS, NO SÉCULO XIX E XX, NO RIO GRANDE DO SUL

MATHEMATICS EDUCATION FROM THE PERSPECTIVE OF THE JESUITS, IN THE NINETEENTH AND TWENTIETH CENTURY IN RIO GRANDE DO SUL

Silvio Luiz Martins Britto
Universidade Luterana do Brasil- Ulbra

Arno Bayer
Universidade Luterana do Brasil – Ulbra

Resumo
O artigo apresentado trata de uma síntese da pesquisa em andamento intitulada "A Educação Matemática sob a óptica dos Jesuítas, no século XIX e XX, no Rio Grande do Sul". A proposta objetiva analisar o início da trajetória da Educação Matemática no Estado e o trabalho desenvolvido pelos Jesuítas nas colônias teuto-riograndenses através das escolas paroquiais, formação dos professores e, posteriormente, em suas próprias escolas. Em relação às escolas paroquiais, observa-se que essas foram criadas pelos próprios imigrantes alemães, seguindo o modelo das escolas da Alemanha, sendo o Professor Paroquial a figura de fundamental importância nesses educandários. As aulas, em um primeiro momento, eram ministradas na língua materna dos imigrantes, sendo que o material didático utilizado era, inicialmente, escrito em alemão, proveniente da Alemanha ou elaborado no Brasil pelos próprios imigrantes. Em relação à análise dos livros didáticos, adota-se uma perspectiva sócio-histórica, observando em que momento esses livros se mostravam de acordo com as necessidades dos alunos no que diz respeito ao contexto sociocultural vivenciado pelas comunidades. Na descrição e análise desses livros, priorizam-se as orientações didáticas presentes, exemplos apresentados e os exercícios propostos, avaliando a opinião dos autores em relação ao ensino de Aritmética, bem como o tratamento dado ao conteúdo matemático.

Palavras-Chave: Ensino da Matemática. Escolas Paroquiais. Educação Jesuítica.

Abstract
The article deals with a synthesis of research in progress entitled "Mathematics Education from the perspective of the Jesuits in the 19th century and the 20th century in Rio Grande do Sul". The proposal aims to analyze the beginning of the trajectory of Mathematics Education in the State, and the work developed by the Jesuits in the teuto-riograndenses colonies through parish schools, training of teachers and, later, in their own schools. In relation to parish schools, it was observed that these were created by own German immigrants, following the model of the schools of Germany, being the Professor Parish the figure of fundamental importance in these schools. The classes, in a first moment, were taught in the mother tongue of immigrants being that the didactic material used was originally written in German, coming from Germany or produced in Brazil by

immigrants themselves. In relation to the analysis of textbooks, it was adopted a perspective socio-historical, watching the moment these books were in accordance with the needs of the students as regards the sociocultural context experienced by them in these communities. The description and analysis of these books, it was prioritized the didactic orientations present, examples and the proposed exercises, identifying the opinion of the authors in relation to the teaching of Arithmetic, as well as the treatment of the mathematical content.

Key Words: Teaching of Mathematics. Parish Schools. Jesuit Education.

Introdução

A história da Matemática e da Educação Matemática tem assumido um importante papel nos últimos tempos, enquanto fonte de pesquisa, como método de abordagem ou auxílio em atividades envolvendo os conteúdos matemáticos trabalhados em sala de aula. Diante disso, o artigo objetiva apresentar uma panorâmica da Educação Matemática no Rio Grande do Sul, no século XIX e início do século XX, sob a óptica dos Jesuítas.

Considera-se, assim, a retomada da ordem jesuítica nessa região do país e as suas contribuições junto aos núcleos coloniais no interior do Rio Grande do Sul, através do projeto de restauração católica de ensino e de formação do povo. Quando aqui chegaram, os Jesuítas logo se aliaram às comunidades através das escolas e do professor, desenvolvendo a sua atividade pastoral.

Dessa forma, o tema em questão apresenta as contribuições dos Jesuítas em relação à organização escolar nas colônias teuto-brasileiras. Os Jesuítas são os mentores de um projeto curricular que garantiu o êxito dessas escolas ao longo de várias décadas.

Inicialmente, esses educandários visavam oportunizar condições para que os filhos dos colonos aprendessem a ler, a escrever, a fazer contas e, sobretudo, para que recebessem instruções religiosas suficientes, a fim de poderem viver uma vida cristã. Com foco nessas escolas, investigaram-se os objetivos dessas instituições, em especial, no campo da Matemática, e os recursos metodológicos que foram utilizados para atingir esses princípios, principalmente quanto à forma como os conteúdos de Matemática eram abordados durante as aulas.

Na etapa seguinte, analisaram-se livros e compêndios didáticos de Matemática utilizados nessas escolas, o conteúdo disponibilizado e a opinião de seus autores em relação ao ensino da Aritmética. Tudo isso foi investigado, principalmente, em relação aos mecanismos e às estratégias de ensino utilizadas.

O início do processo de formação no Rio Grande do Sul

Quando comparado com o dos outros países latino-americanos, o desenvolvimento da Matemática no Brasil foi muito tardio, sendo que no Rio Grande do Sul essa atividade iniciou ainda mais tarde. Além de o Estado estar afastado dos centros culturais do país, sua condição de fronteira dificultou e atrasou ainda mais sua evolução cultural e científica em geral. Com efeito, não seria exagero resumir a história do Rio Grande do Sul, até 1950, como dividida em 200 anos de guerras de fronteiras e 100 anos de não menos dolorosas guerras civis. Além da falta de um ambiente adequado para os estudos e pesquisas, é preciso levar em conta as enormes perdas humanas e materiais que tudo isso acarretou.

Segundo Schneider (1993), durante muito tempo, o Rio Grande do Sul permaneceu, sem a devida atenção, quanto à formação de seu povo. Esse fato está relacionado à indefinição das fronteiras entre Portugal e Espanha e devido à tardia ocupação efetiva das terras. Vale ressaltar que os primeiros tempos de ocupação de território, pelos portugueses, foram incertos e agitados, devido aos dirigentes militares concentrarem suas energias na defesa do território contra o avanço espanhol e firmar a posse das terras por Portugal.

Para a autora, as primeiras escolas surgidas em território rio-grandense foram as que resultaram do trabalho desenvolvido pelos Jesuítas Espanhóis, que criaram escolas de ler, escrever e contar nas reduções primitivas[18]. Junto às igrejas dessas reduções, os padres da Companhia de Jesus faziam erguer uma peça ampla para a escola, e a frequência era obrigatória para as crianças em idade escolar.

> Na organização dos sete povos das missões havia escolas onde as crianças aprendiam a ler, escrever, contar, música e danças religiosas. Os professores eram índios com cultura superior a comum e com especial inclinação para o ensino. Freqüentavam essas escolas os filhos de caciques, dos vereadores, dos músicos, dos sacristãos, dos mordomos e dos oficiais mecânicos, que constituíram a nobreza do povo, e os filhos dos demais índios, quando isso era solicitado pelos pais (PORTO *apud* SCHNEIDER,1993, p.7).

Conforme Porto (*apud* SCHNEIDER, 1993), com o tratado de Madri, em 1750, houve a guerra Guaranítica, a destruição dos sete povos e a retirada dos Jesuítas para o lado espanhol, não havendo substitutos para o trabalho educativo que haviam iniciado. Isso se verificou igualmente em Portugal, quando os Jesuítas, acusados de conspirações políticas pelo Marquês de Pombal, tiveram seus bens confiscados e suas escolas substituídas por escolas leigas. Esse fato ocasionou uma reformulação do ensino em Portugal e em todos os

---

[18] Sistema implantado pelos Jesuítas na América do Sul com o objetivo de converter os índios Guaranis à fé Cristã, na margem oriental do rio Uruguai, onde lhes ensinavam os princípios do Evangelho, que tinha o poder de adestrar os nativos para o trabalho organizado.
Para maiores esclarecimentos acerca do trabalho desenvolvido pelos jesuítas junto às reduções primitivas, sugere-se consultar o trabalho de Marcus Lübeck, intitulado “Uma investigação Etnomatemática sobre os Trabalhos dos Jesuítas nos sete povos das missões/RS nos séculos XVII e XVIII”. Rio Claro SP, 2005.

seus domínios. Essa reforma do ensino português atingiu o Brasil, em 1759, a diretoria de estudos e também as aulas régias.

Ainda, de acordo com a autora, em 1772, o Rei criou escolas por todo o país, porém, o mapa que acompanhava o novo plano não incluía o Rio Grande do Sul. Havia a inclusão do Rio de Janeiro, Bahia, Pernambuco, Mariana, São Paulo, Vila Rica, São João de El-Rei, Pará e Maranhão. Com o passar dos anos, a região de São Pedro do Rio Grande sofreu diferentes transformações. O domínio português firmava-se e já se estabelecia aqui um início de vida administrativa. Mesmo que a coroa portuguesa não promovesse a educação das novas gerações rio-grandenses, houve governantes que se interessaram por essa terra e por suas necessidades e promoveram meios de oportunizá-la aos sul-rio-grandenses.

Na visão de Schupp (*apud* BONHEN; ULLMANN, 1989. p.123), antes de 1800, existiam várias escolas no Rio Grande do Sul, das quais, futuramente, não se ouviu mais falar. Todas essas escolas eram de iniciativa privada e tinham a função de ensinar os alunos a ler, a escrever e a fazer contas.

Para Schneider (1993), coube ao governador José Marcelino determinar a criação, em 1776, do que se denomina de "escolas públicas" na Aldeia dos Anjos[19], hoje Gravataí. De acordo com o governador:

> Porquanto para fazer eficazes muitas das providências que tenho dado para fazer felizes estes povos Guaranis é muito necessário estimar-lhes o uso da língua e que compreendam e falem a portuguesa, ao mesmo tempo em que devam aprender a doutrina cristã e se educam na escola que estabeleci em forma de colégio que não pode substituir sem ter uma aplicação para o cotidiano alimento dos cinqüenta meninos que atualmente tem (Portaria de José Marcelino Figueiredo, 30 de setembro de 1776) (SCHNEIDER, 1993, p.10).

Ainda, na opinião da autora, o governador criou, no ano de 1778, uma portaria para a casa das meninas indígenas, sendo que, no regulamento, essas não poderiam comunicar-se em guarani, somente em língua portuguesa, sendo-lhes ensinada a doutrina cristã e todos os serviços de uma casa. Vale ressaltar que o objetivo era que essas meninas servissem a Deus e soubessem governar-se honradamente.

Nesses tempos, o ensino não era livre e a nomeação dos professores era direito exclusivo da coroa, mesmo de professores particulares. No século XIX, devido a

[19] Segundo Wikipédia enciclopédia livre, **Aldeia dos Anjos** são terras compradas pela coroa portuguesa para assentamento de índios e famílias de gente branca e honrada. A fundação da Aldeia dos Anjos está inserida no ambiente de disputa ibérica pela posse do território ao sul da América. Atualmente é o município de Gravataí.

preocupações dos governantes, a educação começa a desenvolver-se no Rio Grande do Sul, através de diversos regulamentos, procurando dar as primeiras diretrizes ao ensino público. Isso, porém, aconteceu de forma lenta. Em janeiro de 1800, surge, em Porto Alegre, a primeira aula particular regular, ministrada pelo professor Antônio D'Avila.

No que se refere aos métodos de ensino, em especial ao campo da Matemática, observou-se que "[...] A contabilidade encerra-se nas quatro operações aritméticas, regra de três e contas de juros. A gramática só é explicada aos discípulos de latim. Ordinariamente as quartas e sábados há argumento de tabuada" (SCHNEIDER, 1993).

Para a estudiosa, os anos seguintes foram marcados por várias tentativas de desenvolver a instrução das novas gerações na capitania, porém, somente com o Marquês do Alegrete (1814-1818) foram criadas aulas de primeiras letras em diversas localidades. Vale destacar que, neste período, era proibido o método de ensino dos Padres Jesuítas.

A Companhia de Jesus e o processo de instrução no Rio Grande do Sul

A retomada da Ordem no sul do país, após o trabalho desenvolvido junto aos Sete Povos das Missões/RS, nos séculos XVII e XVIII, verificou-se em 1844, conforme Schmitz (2012):

> A missão aqui no sul surge porque os Jesuítas se desentenderam com o governo da Argentina, mais especificamente no tempo de Rosa. Eram Jesuítas espanhóis, que tiveram que fugir desse país. Então, saíram da Argentina, passaram pelo Uruguai e vieram para Porto Alegre. A primeira coisa que o Bispo fez foi recebê-los no seminário que estava atrás da Catedral, ficando um ou dois anos. Eles viram que havia aqui muitos colonos alemães e católicos que não tinham nenhuma assistência espiritual.

De acordo com Schmitz (2012), ao chegarem a Porto Alegre, expulsos da Argentina, devido ao fato de não apoiarem o seu partido, os Jesuítas perceberam que a região era constituída de imigrantes alemães, católicos, recém-chegados da Europa e desprovidos de qualquer tipo de assistência espiritual. Isso tornaria o campo ainda mais fértil para o trabalho missionário.

Porém, os Jesuítas tiveram grandes dificuldades, principalmente no que se refere ao idioma, visto que eles eram espanhóis. A chegada dos Padres Jesuítas Alemães verificou-se no ano de 1848, ocasionando uma intensa relação com os imigrantes alemães nas diferentes comunidades no Rio Grande do Sul e, posteriormente, nos demais estados da região sul do país.

Escolas Paroquiais Católicas e o trabalho dos Jesuítas

Segundo Kreutz (1991), com a chegada ao Rio Grande do Sul, os imigrantes foram assentados, inicialmente, ao longo do Rio dos Sinos, Rio Taquari, Rio Caí, Rio Pardo, Rio Jacuí e, posteriormente, Rio Uruguai. Em poucas décadas, já haviam ocupado boa parte do território gaúcho. Os colonos organizavam-se em comunidades, cujos núcleos incluíam escola, igreja, clube e associações.

Observa-se, nessas comunidades, uma forte ligação entre igreja e escola. Era em torno dessas duas instituições que girava a vida da comunidade. Para Kreutz (1991), a formação de uma comunidade religiosa sempre vinha acompanhada da instalação de uma escola, pois era importante que os membros da comunidade soubessem ler e interpretar a Bíblia.

Desde que aqui chegaram, conforme Bonhen e Ulmann (1989), uma das preocupações dos imigrantes direcionava-se à formação de seus filhos. Mesmo com todas as dificuldades que aqui encontraram os imigrantes jamais esqueceram o velho e estimulador lema *virtus ET scientia* (virtude e ciência), pois uma proposta política, econômica e social se alicerça na educação.

Para os autores, o que se verificou, nas primeiras décadas, é que o poder público desenvolveu poucas ações concretas quanto à instrução dos imigrantes. Da teoria à prática as distâncias eram grandes. Diante disso, após frustrantes tentativas para conseguir a criação de estabelecimentos de ensino junto ao governo da província do Rio Grande do Sul, essas famílias obtiveram o apoio de entidades religiosas, evangélicos e católicos da Companhia de Jesus, interessados na formação religiosa dessas comunidades e na criação dessas escolas.

Nem todas as instituições criadas eram escolas paroquiais, simplesmente, mas, sim, escolas elementares, mantidas em condições precárias, pelos próprios colonos. Segundo Gehse, estudioso em assuntos teuto-brasileiros, “Somente a atividade posterior das Ordens (religiosas) é que lançou grande escala o fundamento para uma verdadeira instrução” (GEHSE *apud* BOHNEN; ULLMANN, 1989, p.128).

Ainda, na opinião de Bohnen e Ullmann (1989), a presença de praticamente uma escola em cada comunidade, conjugada com índices muito baixos de analfabetismo, difundiu e consolidou noções de que a “valorização do estudo” pelos teuto-brasileiros, ainda que muitas vezes apenas rudimentar, seria elemento distintivo da cultura alemã. Inicialmente, de acordo com os autores (1989), o ensino era somente em alemão, mas, com o passar do tempo, começou-se a ensinar o alemão, juntamente com o português, com o objetivo de facilitar a comunicação dos imigrantes com os nativos e as autoridades. Sob a orientação dos Padres Jesuítas, os professores empregavam os recursos que tinham disponíveis, tais como: quadro-negro, mapas, gravuras, entre outros.

Ainda, conforme os teóricos, o interesse não era tanto ensinar muitos conteúdos, deixando a cabeça dos alunos confusa, mas ensinar bem o que se ministrava. *Non multa, sed multum* (não quantidade, mas qualidade) era o princípio orientador nas aulas. Assim, a fixação da aprendizagem fazia parte do método pedagógico, de acordo com o velho ditado *repetitio est mater studiorum* (a repetição é a mãe dos estudos) (BOHNEN; ULLMANN, 1989). O ensino visava à vida prática e cotidiana do filho do imigrante.

Por isso, a tabuada constituía um ponto significativo na aprendizagem. Sabê-la prontamente, de um a vinte, era questão de honra. O professor treinava os alunos para fazerem “cálculos de cabeça” (*Kopfrechnungen*), sem recorrer à lousa. Desse modo, as escolas de imigrantes alemães, apesar de terem passado por muitas dificuldades, desempenharam um papel educacional muito importante na formação dos imigrantes colonizadores, daquela época.

Para Bohnen e Ullmann (1989), tomando em conta a tradição germânica na educação elementar, a inserção do modelo escolar paroquial no esquema de revitalização do catolicismo no Estado, inspirado pelos Jesuítas, logrou resultados animadores à Igreja da época. No que se refere à escola paroquial ou comunitária, essa se distinguia, sobretudo, pela função religiosa que incorporava, ocupando espaço central no esquema de moralização cristã através de um sistema de educação formal ainda protegido da moral laica dominante nas escolas públicas.

A escola situava-se, geralmente, ao lado da própria igreja (capela) e do salão paroquial, reservando-se um terreno com benfeitorias, nas proximidades, para a casa do Professor Paroquial e sua família, assegurado pelas comunidades locais. Sua concepção pedagógica seguia os princípios da *Ratio Studiorum* dos jesuítas, fundamentados na disciplina rígida e no respeito hierárquico, elementos básicos de um tipo de ensino calcado na repetição como principal meio de interiorização de comportamentos e rituais ao estilo do catecismo. As aulas eram ministradas, geralmente, em um único turno, com preferência pela manhã. Esse fato explica-se devido à tarde ser mais longa, permitindo aos filhos dos colonos maior participação nos trabalhos da lavoura.

Na figura a seguir, observam-se as disciplinas lecionadas nessas escolas e sua respectiva carga horária semanal.

Figura 1. Disciplinas e carga horária semanal.

Disciplinas	Carga Horária Semanal
Religião	6 horas
Língua	8 horas
Matemática	6 horas
Realia	2 horas
Recreio: 20 minutos cada dia, o que perfaz 2h semanais para 22 de aula.	
Observação: O currículo exposto abrange 24 horas por semana, com aulas aos sábados pela manhã.	

Fonte: Bonhen e Ullmann 1989, p.134.

De acordo com os autores, no que concerne aos anos de escolaridade, é importante destacar diversas fases. Nas primeiras décadas, a partir de 1824, a escolaridade variava desde alguns meses a um ano ou, no máximo, dois anos. A razão é evidente: os pais necessitavam do braço dos filhos para o trabalho na lavoura. A partir de 1870, foram consagrados três anos à escolarização. De 1890 em diante, insistiu-se em quatro anos. A partir de 1920, passou-se para cinco anos.

Nem todos os colonos concordavam que seus filhos frequentassem as aulas por vários anos, declarando que "não era bom eles saberem mais do que o pai!" (LUTTERBECK *apud* BOHNEN; ULLMANN 1989, p.134). Outros diziam bastar às crianças serem bem instruídas para a Primeira Comunhão, a qual era feita aos 12 anos de idade. Todas essas dificuldades foram sanadas, quando os Padres Jesuítas, na última década do século XIX, em comum acordo entre si, exigiram de todos os candidatos à Primeira Comunhão quatro anos de escolaridade completa.

Quanto aos conteúdos ministrados, o Ensino Religioso sempre teve destaque como principal disciplina, tomando cerca de um terço da carga horária semanal. No decorrer dos anos, foram sendo incorporadas outras matérias além da leitura da cartilha, história bíblica e catecismo decorado, escrita e tabuada aplicada às contas cotidianas. Vale ressaltar que os materiais didáticos usados pelos professores eram, inicialmente, elaborados por eles próprios com o propósito de suprir as necessidades básicas da comunidade da época. Nesses materiais, era comum aparecerem, no campo da Matemática, problemas práticos do dia a dia, como, por exemplo, cálculo de volumes, áreas, situações evolvendo dinheiro, entre outros (KREUTZ, 1991, p.143).

A disciplina nas aulas pautava-se pela *Ratio Studiorum*, em que se visava à formação do intelecto, da vontade, do caráter, da obediência, pontualidade, o espírito de trabalho, respeito à autoridade e da ordem, ou seja, da disciplina de si mesmo. Sabe-se que, à época, os pais aplicavam castigos físicos. Sendo a escola o prolongamento do lar, não reclamavam quando o professor tratava os alunos com severidade ou lhes impunha castigos corporais. Todos os meios eram utilizados para educar as crianças dentro dos princípios alemães.

O controle e a supervisão constante dos Padres Jesuítas garantiram a qualidade das escolas. Essa comprovação pode ser observada através de um excerto do Thüringer Zeitung, de nove de dezembro de 1900, publicado em Erfurt, na Alemanha. É o testemunho de um imigrante que afirma ser ateu e inimigo dos Jesuítas: “De um modo geral, a superioridade das escolas católicas (no Rio Grande do Sul) é comprovada, embora não falte, de parte dos protestantes, empenho constante em criar boas escolas. Esta superioridade, primeiramente, no material dos professores católicos e, depois, na direção superior que as preside. Esta direção superior encontra-se nas mãos dos jesuítas alemães”. (SCHUPP *apud* BOHNEN; ULLMANN, 1989, p.138).

Infelizmente, a maioria das escolas paroquiais só funcionou até o advento da nacionalização. Porém, havia cumprido a sua tarefa: a formação intelectual, moral e religiosa dos imigrantes e de seus descendentes.

Embora, segundo os autores, no Império já existissem escolas oficiais (em grupo reduzido), essas instituições agora começam a multiplicar-se pelo Estado do Rio Grande do Sul. Vale destacar que, com o auxílio do Diretor da Colônia Alemã de São Leopoldo, o Presidente da Província de São Pedro autorizou a contratação de professores particulares, nacionais e estrangeiros, para lecionar as primeiras letras nas colônias provinciais.

Formação dos professores das colônias teuto-riograndenses

Na visão de Bonhen e Ulmann (1989), os colonos, quando aqui chegaram, providenciaram, eles mesmos, as suas escolas. Inicialmente, o ensino era deficitário quanto a material didático e professores. Vale destacar que alguns desses educandários funcionavam em galpões e, em alguns casos, sem bancos escolares. As escolas regulares eram distantes, cabendo, muitas vezes, aos colonos instruírem seus filhos.

Quanto aos professores, geralmente, eram pessoas que não podiam mais trabalhar na lavoura ou apresentavam um conhecimento avantajado em relação aos demais. O papel docente cabia também a pessoas com boa instrução que chegavam às comunidades. Isso acontecia por alguns meses ou anos. Dessa forma, iniciam-se as chamadas escolas coloniais. Portanto, os primeiros professores contratados para essas escolas eram pessoas escolhidas pela comunidade por saberem ler e por terem alguma noção sobre práticas pedagógicas.

Com a chegada dos Jesuítas à colônia de São Leopoldo e com o devotamento ao ensino e à educação, segundo Bonhen e Ulmann (1989), os padres de imediato começaram a trabalhar, abrindo novas escolas ou aperfeiçoando as que já existiam, concentrando, principalmente, esforços na formação dos professores, que ao longo dos anos melhorou consideravelmente.

De acordo com os autores, foi lastimável ter fracassado a ideia de se formarem professores para as colônias, no Ginásio Conceição. Em 1898, os padres fundaram o *Lehrerverein* (Associação dos Professores Católicos para a Colônia Teuto). Em 1900, essa associação começou a imprimir o *Lehrerzeitung* (Jornal do Professor), custeado pelos professores paroquiais e por seus mentores religiosos. O jornal tinha a finalidade de troca de experiências pedagógicas e didáticas, publicação de programas e currículos e convocação dos mestres.

No que se refere ao aperfeiçoamento dos docentes, ocorriam reuniões com aulas demonstrativas, cabendo aos professores mais experientes ministrar aulas sobre os diferentes assuntos, assistidas também pelo vigário e pela diretoria da escola. Após, todos discutiam os aspectos didáticos e pedagógicos, tecendo críticas. Essa prática servia para estimular os mestres em sua missão. Portanto, a excelência dessas escolas atribuía-se ao controle e à supervisão dos Padres Jesuítas.

Nesta análise, destacam-se, segundo os autores, palestras sobre avanços teóricos na ciência pedagógica, permitindo a atualização dos professores. É importante destacar que isso não se limitava somente à teoria. Toda a técnica nova tinha que ser demonstrada na prática aos demais colegas e, posteriormente, discussões referentes ao que foi apresentado eram estimuladas.

Outra prática comum na época, de acordo com os autores, eram os chamados cursos de férias e semanas de estudos. O objetivo primordial desses encontros era sempre o mesmo: atualização e troca de experiência e informações.

Um dos problemas enfrentados pelos professores, conforme Bonhen e Ulmann (1989) era a unidocência, ou seja, a arte de instruir simultaneamente, na mesma sala, alunos em diferentes níveis. Essa prática era quase universal no ensino elementar da época, porém isso pode ser verificado em várias escolas atualmente. Para essa prática, era comum adotar o método Lancaster[20], que se vale de um monitor e de um aluno mais adiantado para

---

[20] Joseph Lancaster (1778-1838), inglês, pedagogo. Fundou, em 1798, uma escola gratuita para pobres, instituindo o sistema de monitoria, na qual alunos mais adiantados, sob orientação do professor, ensinavam os mais novos. Mais tarde, o sistema se difundiu bastante. Os jesuítas – e isso revela o interesse deles por sempre estarem em dia com os meios pedagógicos mais modernos - introduziram o sistema aqui no Rio

ajudar no atendimento dos iniciantes. Os Jesuítas, sempre em dia com os meios pedagógicos mais modernos, introduziram esse sistema aqui no Rio Grande do Sul.

A validação do trabalho exercido pelos professores ocorria no final do período letivo através dos exames finais. Essas avaliações aconteciam na presença do vigário, pais de alunos e da diretoria escolar. Se a banca chegasse à conclusão, junto com o vigário, de que o educador não tivesse desempenhado seu trabalho com eficiência, era substituído por outro. Essa sistemática foi introduzida pelos Jesuítas aqui no Estado.

Mesmo com a promulgação da lei que permitia a contratação de professores, particulares ou estrangeiros, para lecionar as primeiras letras nas colônias provinciais, os pais não tinham preferência em mandar seus filhos às escolas cujos professores eram pagos pelo governo. Entre as razões para essa decisão observa-se o fato dessas instituições não ensinarem religião e as crianças não entenderem o português. Outro fator a ser observado é que, conhecendo a língua portuguesa, seus filhos teriam abertas as portas para a cidade. Assim, os aprendizes, ao retornarem as suas comunidades, trariam perversões e costumes e, principalmente, indiferença em relação à religião. (SCHUPP *apud* BONHEN; ULLMANN,1989, p.139).

Portanto, na visão dos autores, as escolas elementares atingiam seus objetivos nas colônias, tais como ler, escrever, fazer contas e uma formação religiosa de qualidade, permitindo uma vida cristã. Porém, com o passar dos anos, esses conhecimentos já não se mostravam suficientes. Havia a necessidade de uma formação mais ampla e profunda.

De acordo com os autores, para atender a essas necessidades, os Padres Jesuítas iniciaram, então, um processo de criação de escolas complementares, em diversas localidades. Entre elas destacam-se escolas em Dois Irmãos, Ivoti, Santa Cruz do Sul, Lajeado e, por último, em Bom Princípio. O objetivo dessas escolas era a formação de professores competentes para lecionarem nas Picadas[21], sendo exigidos estudos intensos e profundos dos candidatos ao magistério.

A necessidade de uma Escola Normal para a formação de professores não é algo novo. Já em 1858, conforme Kreutz (1994, p.197), o Padre Bonifácio Klüber apontava essa necessidade. Porém, não havia, na época, condições para realização de tal projeto, visto que a colonização apresentava-se em um primeiro estágio no que se refere à organização das necessidades básicas de sobrevivência nas colônias.

Segundo Bonhen e Ulmann (1989), coube aos Irmãos Maristas, em 1901, em Bom Princípio, abrigar professores paroquiais para cursos de férias. Dois anos após, foi criado a

---

Grande do Sul. (cf. Der Neue Herder, Freiburg im Breisgau, 1967.4.Band. p.141 *apud* Bohnen e Ulmann, 1969. p.135).

[21] Picada significa, originalmente, um caminho estreito aberto no meio do mato. Mais estreito do que uma estrada, permitindo apenas a passagem de pedestres e montarias (cavalos, mulas).(Cf. RAMBO, 2013).

Escola Normal para Professores Paroquiais, nesta localidade, ficando a coordenação a cargo dessa ordem. Esse projeto novamente fracassa devido ao número de candidatos.

Com a criação da *Lehrerverein*[22], Associação dos Professores Católicos, buscou-se imprimir uma linha unitária de ensino, sendo que a associação criou o jornal *Lehererzeitung*[23], que circulou de 1900 a 1939, ocorrendo sua suspensão durante a 1ª Guerra Mundial. Em 1923, o *Lehrerverein* cria em Estrela uma Escola Normal (*Lehrerseminar*), cabendo à iniciativa aos Padres Jesuítas. No ano seguinte, a escola muda-se para Arroio do Meio. Em 1930, o *Lehrerseminar* foi transferido para Hamburgo Velho, onde foi adquirida uma sede própria. Sob a direção dos Padres Jesuítas, esse projeto foi à frente, não medindo sacrifícios.

Livros didáticos de Matemática

Com o intuito de analisar os conteúdos de Matemática trabalhados nas escolas dos Jesuítas e em escolas paroquiais, no período de 1844 a 1938, investigou-se o vasto acervo da biblioteca da UNISINOS (Universidade do Vale do Rio dos Sinos - São Leopoldo-RS). Segundo o profissional responsável pela biblioteca, sabe-se que os livros que serão analisados, em algum momento, foram utilizados pelos professores ou manuseados pelos alunos, visto que essas obras circularam em bibliotecas de escolas dos Jesuítas em diferentes épocas, comprovado pela presença de carimbos indicando diferentes bibliotecas de educandários da Ordem, não raro em duas ou três delas. Essa prática era comum quanto à identificação de materiais didáticos pertencentes à Ordem.

No livro *Arithmetica Elementar* (BÜCHLER, 1919), identifica-se a preocupação do autor, no seu prefácio, em relação ao ensino de Aritmética no país, principalmente no que se refere ao fato de como ela é apresentada aos alunos principiantes. Para o estudioso, enquanto o ensino da Leitura, Geografia e de outras matérias fez os mais promissores progressos, o de Aritmética continuava na mais lamentável desorientação. Verifica-se que Büchler enfatiza que foram publicados compêndios, em anos anteriores, que procuraram tornar esse ensino menos árido, reduzindo, na medida do possível, o número de regras e definições.

> Ao meu ver, o grande erro consiste em os autores se aferrarem demasiado á letra dos programmas de ensino, sem levar em conta o grau de desenvolvimento intellectual dos alumnos. É devido a este erro que o

---

[22] Cf. KREUTZ, 1991, p.108. Lehrerverein, associação dos professores paroquiais católicos teuto-brasileiros no Rio Grande do Sul.

[23] Cf. KREUTZ, 1991, p.118. Lehrerzeitug, jornal dos professores, ou jornal revista, sendo este o instrumento de maior significado e o mais eficiente para alcançar os professores nas comunidades rurais, fornecendo-lhes subsídios didáticos e mantê-los em sintonia com o Lehrerverein.

> ensino de arithmetica degenerou em simples transmissão mechanica e mnemônica dos factos desta sciencia, e que o discípulo estuda a matéria sem interesse, e, as mais das vezes, sem proveito algum (BÜCHLER, 1919, prefácio, p.3).[24]

Na visão do autor, não há um compêndio de Aritmética que orienta a criança à transição da vida familiar para a vida escolar, aproveitando e desenvolvendo os seus conhecimentos pré-escolares. Não é possível, de acordo com Büchler (1919), a partir do mundo das causas, conduzir a criança ao mundo dos números que, seguindo o curso natural da aquisição das ideias, ao mesmo tempo instrui e educa.

> Erro trivial é, no ensinar arithmetica, esse modo abstracto, por que usam expol-a e d'ahi vem que a mor parte dos alumnos raro cogitam de achar nos actos quotidianos da vida applicações do que aprenderam, ou fazer na experiência de portas da escola a fora adaptações praticas do que a escola lhes ensina. (BÜCHLER, 1919, prefácio, p.3).[25]

Para o teórico, as crianças, ao chegarem à escola, deparam-se com um ambiente frio e de severidade, não devendo distrair-se e, quando isso acontece, o professor as repreende com palavras ríspidas. Na visão de Büchler, a falha não está nas crianças, mas, sem dúvida, nos métodos que são adotados.

Portanto, é possível observar a preocupação do autor em relação à inserção do aluno na vida escolar de forma prazerosa e com significados. Há certa inquietude referente a essa fase, uma vez que o estudioso enfatiza a necessidade de o aluno passar por uma vida pré-escolar para a vida escolar, propriamente dita, sendo condição primordial estabelecer uma fase de transição entre uma e outra. Essa visão de Büchler pode ser vista no dia a dia, pois, no sistema de ensino vigente, verifica-se um currículo básico de nove anos e uma fase pré-escolar em que a criança, gradativamente, vai sendo inserida no processo de escolarização.

Ao analisar os textos que introduzirão os primeiros números, percebe-se a preocupação do autor ao enfatizar situações do dia a dia, preparando os alunos para a vida, através de questionamentos: como os filhos podem ajudar os pais, economia - avareza, por que economizar, o castigo, o medo, não maltratar os animais, falar com precisão, observar a natureza, cumprir com os deveres, obedecer aos pais, entre outros, estimulando a criança a tornar-se um cidadão correto.

No campo da Matemática, o autor apresenta exercícios através de situações-problemas, relacionando-os ao texto trabalhado na introdução do capítulo. Nota-se que o

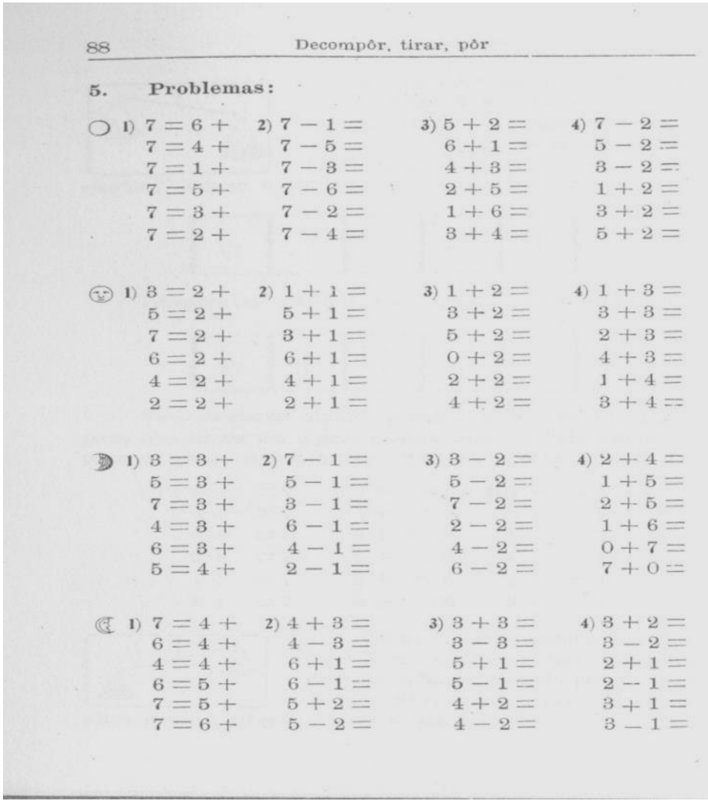
---

[24] Citação mantém a ortografia da época em que foi escrita (BÜCHLER, 1919).
[25] Citação mantém a ortografia da época em que foi escrita. (Büchler, 1919).

compêndio contempla situações envolvendo educação financeira, estimativa, “cálculos de cabeça”, lateralidade, noções de espaço e tempo, operações fundamentais, entre outros. Vale ressaltar que as atividades propostas estão diretamente relacionadas ao cotidiano do discente, ou seja, a proposta enfatiza a ideia de uma estreita relação da escola com o cotidiano do aluno.

Observam-se, em alguns momentos, exercícios repetitivos em que o educando deve, de forma exaustiva, completá-los. Tais atividades são denominadas pelo autor de “problemas”, conforme demonstra a figura a seguir.

Figura 2. Exemplos de problemas (Arithmetica Elementar – Livro I, Büchler G. A, p.88).



88 Decompôr, tirar, pôr

5. **Problemas:**

1) 7 = 6 +	2) 7 − 1 =	3) 5 + 2 =	4) 7 − 2 =
7 = 4 +	7 − 5 =	6 + 1 =	5 − 2 =
7 = 1 +	7 − 3 =	4 + 3 =	3 − 2 =
7 = 5 +	7 − 6 =	2 + 5 =	1 + 2 =
7 = 3 +	7 − 2 =	1 + 6 =	3 + 2 =
7 = 2 +	7 − 4 =	3 + 4 =	5 + 2 =
1) 3 = 2 +	2) 1 + 1 =	3) 1 + 2 =	4) 1 + 3 =
5 = 2 +	5 + 1 =	3 + 2 =	3 + 3 =
7 = 2 +	3 + 1 =	5 + 2 =	2 + 3 =
6 = 2 +	6 + 1 =	0 + 2 =	4 + 3 =
4 = 2 +	4 + 1 =	2 + 2 =	1 + 4 =
2 = 2 +	2 + 1 =	4 + 2 =	3 + 4 =
1) 3 = 3 +	2) 7 − 1 =	3) 3 − 2 =	4) 2 + 4 =
5 = 3 +	5 − 1 =	5 − 2 =	1 + 5 =
7 = 3 +	3 − 1 =	7 − 2 =	2 + 5 =
4 = 3 +	6 − 1 =	2 − 2 =	1 + 6 =
6 = 3 +	4 − 1 =	4 − 2 =	0 + 7 =
5 = 4 +	2 − 1 =	6 − 2 =	7 + 0 =
1) 7 = 4 +	2) 4 + 3 =	3) 3 + 3 =	4) 3 + 2 =
6 = 4 +	4 − 3 =	3 − 3 =	3 − 2 =
4 = 4 +	6 + 1 =	5 + 1 =	2 + 1 =
6 = 5 +	6 − 1 =	5 − 1 =	2 − 1 =
7 = 5 +	5 + 2 =	4 + 2 =	3 + 1 =
7 = 6 +	5 − 2 =	4 − 2 =	3 − 1 =

Fonte: Acervo do Instituto Anchietano de Pesquisa. Biblioteca da Província Sul Brasileira S.J

Nas atividades apresentadas, em nenhum momento, exige-se uma interpretação para a sua resolução, ou seja, identificam-se apenas atividades que primam pela repetição, o que era comum em livros didáticos de Aritmética nesse período. Em diferentes atividades, o autor explora, de forma sutil, as diferentes fases da lua. Esse fato pode estar relacionado à necessidade dos educandos conhecerem as diferentes fases da lua, visto que a população era predominantemente rural e a apropriação desse conhecimento era intensamente observada, principalmente no que se refere ao plantio, colheita, entre outros fatores.

Ao término de cada assunto trabalhado, o autor encerra com um provérbio instigando o aluno a uma vida correta. No capítulo analisado, a citação presente segue descrita a seguir: "Três cousas destroem o homem: muito falar e pouco saber; muito gastar e pouco ter; muito presumir e pouco valer." (BÜCHLER, 1919, p.47).

Na sequência, analisou-se o livro *Arithmetica Progressiva*, 6ª edição, do ano de 1891, de Antonio Bandeira Trajano, que foi utilizado no Ginásio Nossa Senhora da Conceição, escola dos Jesuítas em São Leopoldo, em 1898, no segundo Curso Comercial. Destinado para o ensino secundário e superior, a obra contém todos os esclarecimentos úteis sobre esse importante ramo da ciência. Observa-se, no índice, situado na última página, que seus capítulos são divididos em matérias sucessivas, constituídos por uma sucessão de operações naturalmente ligadas, em que o aluno facilmente percebe os pontos estudados através das definições claras e simples, gravuras intercaladas ao texto e problemas contextualizados, tornando o ensino duplamente útil.

Antonio Trajano utilizava em seus textos o método intuitivo, o qual "era inovador", pois se valia de "regras, demonstrações, ilustrações, notas, situações problemas e algumas soluções todas elaboradas nos limites das definições" (TRAJANO, 1891). Segundo ele, isso acontecia para apresentar "raciocínio nas resoluções de problemas, etimologia de termos técnicos e notícias históricas" (Idem, 1891). Nesse livro, outra inovação identificada é quando Trajano trabalha um pouco da História da Matemática, no capítulo acerca do Sistema Métrico, informando sobre a introdução do sistema de pesos e medidas.

> O sistema de pesos e medidas, adotado no Brasil por lei n. 1157, de 26 de Junho de 1862, e o único autorizado entre nós, desde 1º de Julho de 1873, é o Sistema métrico decimal, organizado na França, no século XVIII, por uma comissão de homens notáveis pelos seus conhecimentos matemáticos. Esta comissão tomou como base do novo sistema a distância do Equador ao Pólo Norte, segundo o meridiano de Paris; calculou esta distância e achou que tinha 5130740 toesas; dividiu esta distância em 10 milhões de partes iguais, e tomou o comprimento de uma destas partes para a dimensão do metro que tem a décima milionésima parte da distância do Equador ao Pólo (TRAJANO, 1891, p. 97, grifo do autor).[26]

Na opinião do autor, por muitos anos, o estudo de Aritmética esteve em quase completo abandono e deplorável atraso. Os mestres se limitavam a ensinar superficialmente as

[26] Citação mantém a ortografia da época em que foi escrita. (Trajano, 1891).

quatro operações fundamentais e algumas regras, sendo que os alunos desconheciam sua real aplicação.

Em relação ao ensino secundário, acrescentava-se somente fração, complexos, proporções e extração de raízes. Porém, esses conteúdos eram expostos e demonstrados em linguagem algébrica, sendo, de modo algum, compreendidos pelos alunos. Segundo o autor:

> Daqui resultava que aquelles que não seguiam depois um curso especial de mathematicas, ficavam inhabilitados para resolver os mais simples problemas e questões de Arithmetica. E tão desaffeiçoados elles se mostravam depois a esta sciencia, que nunca mais intentavam fazer novos estudos ou ensaios para comprehende-la. E' por isso, que ainda hoje vemos moços e moças muito intelligentes, que fallam Francez e Inglez, que sabem História, que podem discorrer sobre Philosophia e outros ramos da litteratura, mas que, em Aritmetica, não sabem dispor os termos de uma proporção, e muitas vezes, nem sommar duas frações. E' ainda pela mesma razão, que são tão raras as pessoas do povo que podem facilmente operar os cálculos mais triviaes e comuns (TRAJANO, 1891, prefácio, p.3).[27]

De acordo com Trajano, nos últimos anos, o estudo de Aritmética começa a sair de um estado de abandono que se verificava há muitos anos. Observa-se uma maior atenção a esse ramo da ciência que é, sem dúvida, um dos conhecimentos mais úteis e necessários a ambos os sexos em qualquer condição de vida. Na visão do autor, para o estudo de Aritmética oferecer essas vantagens, é necessário que o ensino seja completo, isto é, teórico e prático.

Diante disso, o compêndio de *Arithmética Progressiva* apresenta a parte teórica acompanhada de exercícios e problemas graduados para o ensino prático. Isso objetiva conduzir o aluno a conhecer a aplicação de cada teoria que aprende, exercitando o raciocínio na solução das várias questões de Arithmética.

Percebe-se que, ao introduzir determinado assunto, o autor destaca o conceito matemático e a seguir a origem da palavra (proveniente do latim). Outro fator a ser observado é a relação do conteúdo com o fato histórico. Não raro o autor busca, na história, um meio de motivar o aluno a compreender o conceito, situando a sua origem e aplicabilidade. Esse fato continua, hoje, sendo considerado um elemento motivacional no ensino da Matemática.

> As referências históricas a serem introduzidas no ensino podem ser extraordinariamente benéficas do ponto de vista do aluno, como

[27] Citação mantém a ortografia da época em que foi escrita. (Trajano, 1891).

> motivação e interesse, não são menos para o professor. Elas constituem um desafio aliciante aos seus conhecimentos e a sua criatividade e dão-lhes oportunidade de pesquisa de textos, que o podem levar a descobertas interessantes e inesperadas. A preparação dos temas fa-lo-ão entrar na aventura humana e cultural em que quer introduzir os seus alunos, muitas vezes até acompanhado por eles, envolvido também na investigação (ESTRADA, 1993, p.20).

Portanto, apresenta-se aos alunos e ao professor uma alternativa interessante de estimular, em sala de aula, a curiosidade pelos fatos históricos e sua origem. Cabe ao educador explorá-la e orientar os caminhos da curiosidade histórica para que o conteúdo torne-se efetivo e frutífero na reconstrução de conhecimentos produzidos em diferentes períodos da história.

Outro fator a ser destacado refere-se à grande quantidade de regras, provas e às chamadas observações, em que o autor procura detalhar os conceitos significativos e a real compreensão e entendimento do conteúdo. Como exemplo, segundo o autor, há vários modos de tirar a prova, das operações efetuadas. Algumas não têm muita importância. Nesta análise, destaca-se a prova da adição, em que o autor propõe a adição dos números:

$$337 + 440 + 96 + 1208$$

Prova real da soma.

$$\begin{array}{r} 337 \\ 440 \\ 96 \\ 1208 \\ \hline 2081 \\ 1000 \\ 900 \\ 160 \\ 21 \\ \hline 2081 \end{array}$$

Fonte: Arithmetica Progressiva, Trajano, 1891 p.21.

Conforme Trajano, passa-se um traço debaixo da soma e adicionam-se novamente todas as parcelas, começando pela primeira coluna da esquerda, escrevendo, debaixo de cada coluna, a soma completa. A soma da primeira coluna é 1, isto é, um milhar ou 1000; a soma da segunda é 9, isto é, nove centenas ou 900; a da terceira é 16, isto é, dezesseis dezenas ou 160; e a da última é 21 unidades. Juntando-se os milhares, as centenas, as dezenas e as unidades de todas as parcelas têm-se um total igual à soma das mesmas parcelas.

Outro item abordado no compêndio trata-se da regra da falsa posição, em que se opera com números supostos ou falsos, para achar o verdadeiro. Segundo o autor, a regra da falsa posição é uma aplicação curiosa da regra de três.

É importante destacar que geralmente se tem contato com essa regra, pela primeira vez, na disciplina de "Teoria Elementar dos Números", no final da graduação em Matemática. O curioso é que esse conteúdo corresponde ao sétimo ano do Ensino Fundamental. Portanto, o que se observa é que muitos métodos aritméticos interessantes e simples acabam ficando esquecidos no planejamento, nos livros didáticos e, consequentemente, em sala de aula, no nível básico.

A seguir, apresenta-se a resolução de um problema para exemplificar a situação descrita anteriormente, registrada por Trajano (1891):

Problema: *Perguntando-se a uma professora qual era o número de suas alumnas, Ella respondeu: Se eu tivesse tantas outras como as que tenho e mais metade e a quarta parte, teria 88. Qual era o número de alumnas?*

Número falso:	12	
Outro tanto:	12	33: 88 = 12 : x
Mais metade:	6	x = 32 alumnas
E a quarta parte:	3	
Total falso:	33	

> Solução: Para resolvermos este problema pela Falsa posição, temos que tomar qualquer número para com elle fazermos o cálculo, e esse número chamaremos número falso. Tomemos, por exemplo, o número 12, e juntando a ele outros tantos, mais metade e mais a quarta parte, teremos o total 33, que chamaremos total falso.
> Agora com os dois números falsos 12 e 33 e com o número 88 do problema, temos os três termos de uma proporção e podemos facilmente achar o quarto termo que é o número requerido. A proporção será então: 33, total falso, está para 88, total verdadeiro, assim como 12, número falso, está para x, número verdadeiro e requerido. Achando-se o valor de x, temos 32, número das alumnas que tinha a professora. Prova, 32 + 32 + 16 + 8 = 88.
> Regra: Na falsa posição toma-se um número falso e com elle se fazem todas as operações indicadas no problema, depois o total falso está para o total verdadeiro, assim como o número falso que se tomou, está para o número requerido (TRAJANO, 1981, p.146).[28]

[28] Citação mantém a ortografia da época em que foi escrita. (Trajano, 1891).

Essa regra, segundo registros, é de origem indiana e parece ter sido inventada depois do século VII, mas existem registros bem anteriores a esse, em outras civilizações. Pela sua simplicidade, ela merece ser resgatada, servindo de sugestão aos colegas professores e a futuros professores em suas aulas, contribuindo para que os alunos possam entender e gostar da Matemática.

Observa-se que as situações-problemas são uma estratégia didático-metodológica importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para o ensino da Matemática como para qualquer área do conhecimento. Porém, em sala de aula, o uso exagerado de regras, resoluções por meio de procedimentos padronizados, desinteressantes para professores e alunos, empregando-se problemas rotineiros, não desenvolvem a criatividade e a autonomia em Matemática.

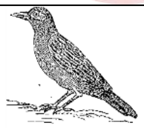
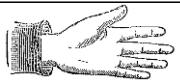
É importante destacar que a Matemática é uma área do conhecimento que surgiu e tem-se desenvolvido a partir dos problemas que o homem encontra. Dessa forma, a sua essência é a resolução de problemas. Por esse motivo, para o seu ensino, não basta só conhecer, é necessário ter criatividade e fazer com que os alunos participem efetivamente da aula na busca da solução dos problemas apresentados. Nesse compêndio, o autor busca situações que contextualizam situações cotidianas dos discípulos, além de regras para a sua solução.

Na sequência da análise, estudou-se o livro *Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasilien*, de Matthäus Grimm, *1ª Buch*. Nesse livro, o autor propõe, inicialmente, a introdução dos números de 1 a 10, diferindo da maioria dos livros de Aritmética da época, pois introduz, separadamente, as quatro operações fundamentais. Na visão do autor, essas operações trabalhadas simultaneamente poderiam confundir as crianças.

Nota-se que, para introduzir a ideia dos primeiros números, Grimm utiliza exemplos da natureza, recorrendo ao cotidiano dos alunos. Portanto, as leituras e os livros que foram confeccionados utilizam contos, atividades de leituras e cálculos, primando pelos assuntos locais. Tudo isso era dirigido para que a criança se conscientizasse e se tornasse conhecedora de seu ambiente local, sendo, realmente, um membro comprometido e solidário com aquele ambiente.

Esse fato igualmente foi observado no livro *Aritmética Elementar*, de Büchler (1919). Na obra, o autor recorre a noções elementares para nortear o ensino de Aritmética, associando-a a situações do ambiente do aluno.

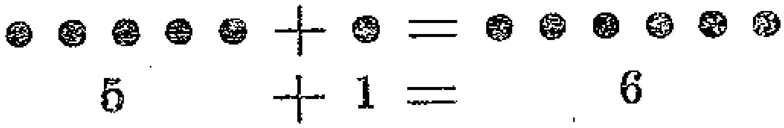
Figura 3. Introdução da ideia dos primeiros números.

 ein Vogel.	 zwei Hörner.	 drei Hühnchen.	 vier Augen.	 fünf Finger.
1	2	3	4	5

Fonte: Grimm, s/d p. 3-4. (Acervo do Instituto Anchietano de Pesquisa).

Na sequência, o autor introduz a adição relacionando situações concretas ao algoritmo. Essa sequência, devidamente apresentada pelo estudioso, vai, gradualmente, mostrando aos alunos perspectivas de novos conceitos aritméticos. Neste capítulo, são apresentados os números até dez, sendo esses ilustrados com animais e objetos cotidianos.

Figura 4. Introdução do algoritmo.



Fonte: Grimm, s/d, p. 3-4. (Acervo do Instituto Anchietano de Pesquisa).

Nas páginas seguintes, o autor organiza exercícios repetitivos, instigando a fixação dessas operações e a ideia de quantidade. Para Grimm, o objetivo primordial do livro didático de Aritmética direciona-se, inicialmente, aos professores que desenvolvem suas atividades em escolas rurais unidocentes[29]. Trata-se de um guia seguro, segundo Mauro (2005), com muitos exercícios, um facilitador do trabalho, em que se poupa a escrita na lousa, auxiliando o professor, pois, quando um grupo escuta as explicações do professor, os demais copiam e realizam as atividades.

Quanto à assimilação dos conteúdos, o próprio autor destaca que, para atingir os objetivos, era necessário que os mesmos fossem praticados através de muito "treino". O elevado número de "contas" trabalhadas no livro, envolvendo as quatro operações, é uma evidência disso.

Outro aspecto destacado por Mauro (2005), sobre o papel do livro didático na visão de Grimm, é que esse serve como um auxiliar do professor em suas práticas de sala de aula. Porém, se o docente trabalha única e exclusivamente o livro didático, a aula não se torna interessante. Para o autor, dessa forma, o livro constitui-se apenas uma estrutura

[29] Segundo Rambo (2013), são escolas que têm uma professora que dá aula para várias crianças, de várias séries.

morta, que ganha vida através da forma como o professor aborda os diferentes conteúdos, dando-lhes sentido, possibilitando a tão enfatizada contextualização em sala de aula.

Grimm apresenta, ao longo das páginas, uma grande quantidade de exercícios que primam pela repetição da ideia de fixar o conceito dos números e suas operações, sendo que nas páginas finais trabalha unidades, dezenas e centenas de milhar, contemplando as quatro operações fundamentais, porém, separadamente. Na sequência, o autor introduz situações-problemas, de forma contextualizada, buscando, de certa forma, dar sentido aos exercícios anteriormente trabalhados. Para finalizar, trabalha com os algarismos romanos até 2000.

Em suas páginas finais, o livro traz a conhecida tabuada pitagórica, pois sabê-la prontamente era motivo de honra para os alunos. Apresenta duas tabelas: a primeira com números de 1 a 10, e a segunda com números maiores de 10.

Considerações finais

Através da investigação que resultou neste artigo, foi possível identificar alguns aspectos do início do processo de instrução no Rio Grande do Sul, como a formação de professores e as escolas paroquiais nas colônias teuto-brasileiras bem como a sua importância em algumas regiões do Estado. Foi possível, ainda, verificar algumas das dificuldades que os educadores enfrentaram quanto à produção de material didático, fomento para discussões referentes às práticas pedagógicas e dificuldades quanto às questões financeiras.

No que diz respeito à educação em geral, constata-se que essa era direcionada principalmente às questões de cunho religioso e familiares, ou seja, os professores, junto com as famílias, deveriam ensinar os alunos a ter respeito aos mais velhos e a temer a Deus sendo primordial trabalhar aquilo que fosse útil para a vida do colono. Esse fato estava relacionado à cultura herdada do país de origem do imigrante e ao trabalho desenvolvido pelos Jesuítas nessas comunidades.

Os materiais didáticos, inicialmente, vinham da Alemanha e, ao final do século XIX, começaram a ser elaborados no Brasil, sendo muitos deles escritos ainda em língua alemã. Já em relação aos livros didáticos analisados, observa-se, em Trajano (1891) e Büchler (1919), inicialmente, uma preocupação em relação ao ensino de Aritmética, evidenciando a necessidade de que os métodos de ensino devem priorizar o raciocínio em detrimento das memorizações das regras exaustivas, o que era característico da época. Desenvolveram-se, na época, compêndios que visavam ao dia a dia dos alunos, inserindo os assuntos rotineiros, gradativamente, ao cotidiano escolar.

No livro *Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasillien*, de Mathäus Grimm, identifica-se, por exemplo, a preocupação do autor em relação aos conteúdos de Matemática, desprovidos de formalismo, prendendo-se única e exclusivamente ao ensino de uma matemática prática. São ensinados métodos elementares, estimulando-se cálculos mentais rápidos, sem a necessidade do uso da lousa, lápis, papel e, principalmente, do excesso de fórmulas e regras. Logo, os conteúdos matemáticos e a forma como eram trabalhados iam ao encontro das necessidades exigidas pelo contexto sociocultural vivenciado pelos alunos naquele período, respeitando a vida cotidiana na colônia.

Referências

BOHNEN, A; ULLMANN, R.A. **A Atividade dos Jesuítas de São Leopoldo.** São Leopoldo, UNISINOS, 1989.

BÜCHLER,G. A. **Arithmetica Elementar. Livro I**. São Paulo e Rio: Editora Weiszflog Irmãos, 1919.

ESTRADA, M.F.A. **A História da Matemática** para uso em sala de aula. Tradução por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1993.

GRIMM, M. **Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasilien, 1ª Buch.** Porto Alegre, Livraria Selbach**,** s/d. até a p. 94. (acervo do Instituto Anchietano de Pesquisas da Unisinos).

KREUTZ, L. **O Professor Paroquial:** Magistério e Imigração Alemã. Porto Alegre: Editora UFRGS; UFSC; EDUCS, 1991.

______ **Material Didático e Currículo na Escola Teuto-brasileira do Rio Grande do Sul.** São Leopoldo, Editora Unisinos, 1994.

LÜBECK, M. **Uma Investigação Etnomatemática sobre os Trabalhos dos Jesuítas nos Sete Povos das Missões/RS nos séculos XVII e XVIII.** Dissertação de mestrado, 2005.

RAMBO, A.B. **A Escola Paroquial e as escolas dos Jesuítas no sul do Brasil.** São Leopoldo, 15 de março 2013. Entrevista concedida a Silvio Luiz Martins Britto.

MAURO, S. **Uma História da Matemática escolar desenvolvida por Comunidades de origem alemã no Rio Grande do Sul no final do século XIX e início do século XX.** Tese de Doutorado. Rio Claro (SP), 2005.

SCHNEIDER, R.P. **A Instrução Pública no Rio Grande do Sul, 1770-1889**. Porto Alegre: Editora UFRGS, 1993.

SCHMITZ, I. **A Ordem dos Jesuítas.** São Leopoldo, 02 out. 2012. Entrevista concedida a Silvio Luiz Martins Britto.

TRAJANO, A. **Arithmetica Progressiva**. 6. ed. Rio de Janeiro: Ed. Companhia Typographica do Brasil. 1891.

Silvio Luiz Martins Britto
Universidade Luterana do Brasil – Ulbra_Brasil
Email: brittosilvio @uol.com.br

Arno Bayer
Universidade Luterana do Brasil – Ulbra – Brasil
Email: bayer@ulbra.br

REMATEC
Revista de Matemática, Ensino e Cultura
Histórias de Práticas Matemáticas

UMA ANÁLISE DAS REFORMAS METODOLÓGICAS E DAS PROVAS DE MATEMÁTICA DO III CURSO DE TREINAMENTO PARA PROFESSORES LEIGOS EM CAICÓ/RN (1965)

ANALYSIS OF REFORMS ON METHODOLOGY AND OF THE MATH TEST TRAINING COURSE OF LAY TEACHERS, 3rd, IN CAICÓ/RN (1965)

Liliane dos Santos Gutierre
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

Resumo
Neste artigo, apresentamos nossas reflexões e análises acerca dos conteúdos nas provas de Matemática do Curso de Treinamento para Professores Leigos do Rio Grande do Norte (RN), em especial o terceiro Curso, que aconteceu em Caicó/RN no ano de 1965, além de apresentar momentos significativos para a modernização do ensino da Matemática no RN. Esse Curso foi promovido pela Secretaria do Estado, da Educação e da Cultura (SEEC-RN), que realizou, com os recursos disponibilizados pelo Estado, SUDENE, Ministério da Educação e Cultura (MEC) e Agência Norte-americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID), no período de 8 de janeiro a 26 de fevereiro de 1965, na capital Natal e em algumas cidades do interior do estado, a saber: Mossoró, Caicó, Santa Cruz, Paus dos Ferros, Angicos e São José do Mipibu. As provas de Matemática desse Curso nos fornecem importantes indícios sobre as práticas educativas daquela época, no estado do Rio Grande do Norte (RN), de modo que nos permitiram reconstituir, historicamente, os conteúdos matemáticos ministrados e estudados, durante a formação dos professores leigos, respaldando-nos em pressupostos teóricos da História Cultural. Finalmente, apresentamos e apontamos que os conteúdos além de "ensinados" foram, também, estudados pelos professores ministrantes e que reformas metodológicas no ensino da Matemática aconteceram no Rio Grande do Norte (RN).

Palavras-Chave: Matemática; Prova; Professor Leigo.

Abstract
In this article, we present our reflections and analysis on the contents of the evidence math tests in the Training Course of Lay Teachers in Rio Grande do Norte (RN), particularly the 3rd Course, in Caicó / RN, in 1965, besides presenting important moments to modernize the teaching of mathematics in Rio Grande do Norte. This course was offered by the Department of State , Education and Culture (SEEC-RN) , which held , with funds provided by the State , SUDENE , Ministry of Education and Culture (MEC) and United States Agency for International Development (USAID) for the period from January 8 to February 26, 1965 , in Natal and Mossoró , Caicó , Santa Cruz , Paus dos ferros , Angicos and Sao José do Mipibu. Math test this Course that provide us with important traces about the educational practices of that time, in RN, because it allowed us to

reconstruct historically the mathematical content taught and studied during the formation of the lay teachers , we used as theoretical foundation assumptions of Cultural History. Thereby, we present and pointed out that the contents but "taught" were also studied by teachers who taught and methodological reforms in of the mathematics teacher modernizing in Rio Grande do Norte (RN).

Key-Words: Mathematics; Test; Lay Teacher.

Considerações Iniciais

No início da segunda metade do século XX, acontece, no Estado do Rio Grande do Norte (RN), um Curso de Treinamento para Professores Leigos. Nesta época, o RN, segundo registros no relatório do Centro de Estudos e Pesquisas Educacionais (CEPE), era um dos Estados de menor renda do país e estava entre as áreas de mais elevada natalidade do mundo.

De acordo com o Censo Demográfico do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), na década de 1960, a população alfabetizada em terras potiguares era na ordem de 364.976 pessoas, enquanto que 586.688 pessoas não dominavam o conhecimento da leitura e da escrita.

A população desejava ser alfabetizada. Esse desejo pode ser percebido nas palavras do senhor Antônio Ferreira, um dos alunos da experiência educacional realizada por Paulo Freire, em Angicos[30]/RN, ao então Vice-Presidente da República João Goulart, quando este visitou o local do curso de treinamento (Angicos), para dar a última aula do curso de alfabetização de adultos: “Nós ainda temos a fome da barriga, mas a nossa maior fome é a da cabeça”. (CENTRO DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS, 1963, p.2).

Isto posto, Aluízio Alves[31] assumiu a administração do Estado, no período de 1961 a 1966, e em seu mandato, elegeu, também, a educação como uma das prioridades, lançando mão do plano *Fazer em três anos o que não se fez em três séculos*, que tinha como objetivo mudar o cenário educacional norte-riograndense, pois,

> a educação se constituía num dos problemas mais graves do Estado. Por essa razão, passou a ser uma das prioridades do novo governo. Nessa área, a situação era caótica, como demonstram os dados divulgados na época: ‘mais de 65% de analfabetos; podendo-se afirmar que cerca de

[30] Cidade localizada a 169 km da capital Natal. Foi na cidade de Angicos, durante o Governo de Aluísio Alves (1961-1966), que, para educar um grande número de pessoas em um curto espaço de tempo, foi lançado o método do professor Paulo Freire.

[31] Aluízio Alves nasceu em Angicos/RN, no dia 11 de agosto de 1921. Era jornalista, advogado e político brasileiro com base eleitoral no Rio Grande do Norte, estado do qual foi governador entre 1961 e 1966, sendo depois cassado pelo AI-5, em 1969. Faleceu em Natal no dia 6 de maio de 2006. (Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Alu%C3%ADzio_Alves>. Acesso em 10/09/2008).

> 80% da população ativa apenas sabia assinar o nome; das 250.655 crianças em idade escolar, as escolas estaduais só podiam atender a 55 mil, enquanto as municipais apenas 27 mil e as particulares não abrigavam mais de 28 mil, num total deprimente de 11 mil matrículas. O déficit de mais de 140 mil crianças sem escola, sem nenhuma possibilidade de aprender a ler e a escrever, representava mais da metade da população escolar. [...]. O número de professores primários não excedia a 3.911, dos quais só 660 portavam diploma, e entre os restantes incluíam-se diaristas sem habilitação para o magistério e sem estabilidade funcional, reduzindo-se a 2.121 professores (HISTÓRIA..., 2008, p.7).

Assim, a realidade presente no Rio Grande do Norte exigia um esforço das autoridades para promover mudanças à população. A concretização dessas mudanças no que se refere à educação no RN nos parece nascer em 13 de abril de 1962, por meio do convênio entre a Superintendência de Desenvolvimento do Nordeste (SUDENE) e a Agência Norte-americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID), de modo que a USAID se comprometia a fazer uma doação de um bilhão e seiscentos milhões de cruzeiros à SUDENE, destinados ao melhoramento e ampliação do sistema de educação primária básica.

Por esse convênio pretendia-se:

> (1) cooperar com o Conselho Estadual de educação do RN, criado pela lei nº 2768, de 09 de maio de 1962; (2) cooperar com o atual sistema e supervisão de ensino do RN, através da Secretaria do Estado da Educação e da Cultura, a fim de proporcionar treinamento e coordenar outras atividades ligadas ao desenvolvimento educacional; (3) promover o treinamento, a formação e o aperfeiçoamento de professores; (4) proceder à revisão ou à elaboração dos currículos de ensino elementar e normal; (5) organizar o serviço de produção de material didático, com o fim de adquirir, imprimir e distribuir regularmente um número de 400.000 exemplares de material de ensino e informação para formação, treinamento e aperfeiçoamento de professores, e para uso de alunos; (6) organizar e equipar um centro áudio-visual, para servir às unidades de formação de professores; (7) assegurar o ensino primário à população dentro da faixa de escolaridade (7 a 14 anos); (8) promover a melhoria da assistência escolar no que se refere à alimentação, tratamento médico, farmacêutico e dentário, recreação, material didático e vestuário; (9) intensificar pesquisas e experiências sobre as condições regionais que possibilitem melhor integração do aluno e sua família na vida da comunidade; (10) promover a campanha de erradicação do analfabetismo; (11) desenvolver o ensino técnico; (12) pagar salário de acordo com a reforma administrativa do Estado, considerando as condições reais da região, promovendo a valorização da carreira do Magistério Público; (13) organizar, equipar, instalar e manter o Serviço Cooperativo de Educação, órgão coordenador e executor deste programa

> e subordinado à Secretaria de Estado da Educação e Cultura do Rio Grande do Norte (CENTRO DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS, 1963, p.3).

O item (3) desse acordo, que diz “promover o treinamento, a formação e o aperfeiçoamento de professores” foi detalhado em sete subitens nomeados pelas primeiras sete letras do nosso alfabeto[32]. O quinto item (*e*) diz: promovendo gradativamente o treinamento intensivo de 3000 professores leigos, inclusive monitores e instrutores de ensino, presentemente em exercício no magistério estadual, através de cursos em período de férias.

Portanto, trataremos, neste artigo, do Curso de Treinamento para Professores Leigos do RN, em especial o terceiro Curso, pelo fato de possuirmos fontes orais e escritas acerca deste. O nosso olhar se voltará para uma reflexão sobre os conteúdos das provas de Matemática nele apresentadas. Lembramos que este Curso foi promovido pela Secretaria do Estado, da Educação e da Cultura (SEEC-RN), que realizou com os recursos disponibilizados pelo Estado, Superintendência de Desenvolvimento do Nordeste (SUDENE), Ministério da Educação e Cultura (MEC) e Agência Norte-americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID), no período de 8 de janeiro a 26 de fevereiro de 1965, nas cidades de Natal, Mossoró, Caicó, Santa Cruz, Paus dos Ferros, Angicos e São José do Mipibu[33]. O investimento desses órgãos nesse curso foi no valor de dezessete milhões, trezentos e hum mil quatrocentos e vinte e oito cruzeiros, distribuídos entre pessoal administrativo, docente, professores-alunos e despesas de ordem geral (MACHADO, 1965). O objetivo geral do Curso era “melhorar o nível cultural e técnico-

---

[32] Os subitens eram os seguintes: “(a) reorganizando, modernizando e equipando a rede de Cursos de Regentes de Ensino Primário, com o objetivo de preparar anualmente 600 professores de 1º Ciclo; (b) reorganizando, modernizando e equipando os Cursos de Formação de Professores; (c) organizando um curso de emergência intensivo, com duração de um ano, para o aproveitamento de estudantes concluintes ou diplomados em cursos correlatos ao Normal, correspondente ao Curso Normal de 1º Ciclo; (d) construindo, instalando e equipando uma Escola Normal Rural, com a finalidade de formar e treinar professores e instrutores especializados nos processamentos e pecuários da região, os quais atuarão como orientadores, junto às diversas unidades de ensino primário; (e) promovendo gradativamente o treinamento intensivo de 3000 professores leigos, inclusive monitores e instrutores de ensino, presentemente em exercício no magistério estadual, através de cursos em período de férias; (f) organizando, equipando e mantendo uma escola primária de experimentação e demonstração, em coordenação com as escolas normais de 1º e 2º ciclos e com os cursos intensivos de férias; (g) proporcionando o treinamento em outros Estados da Federação e no estrangeiro a candidatos criteriosamente selecionados, com a finalidade de trabalharem nos programas de formação, treinamento e aperfeiçoamento de professores de ensino primário” (CENTRO DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS, 1963, p.3).

[33] Distâncias de Natal a: Mossoró (277 km), Caicó (269 km), Santa Cruz (124 km), Paus dos Ferros (406 km), Angicos (169 km), São José do Mipibu (39km). (Disponível em: <http://www.emsampa.com.br/xspxrn.htm>. Acesso em 09/09/2008)

pedagógico dos professores, assegurando-lhes melhoria de vencimentos e melhores condições de trabalho" (MACHADO, 1965, p.1).

Conteúdos das provas de Matemática do III curso de treinamento para professores leigos

Entendemos que refletir sobre as provas escritas de Matemática que foram realizadas aos professores-alunos do Curso de Treinamento[34], permitem-nos reconstruir trajetórias das práticas de avaliação, no que se refere ao conteúdo que era estudado e que os professores-alunos deveriam ter conhecimento[35], possibilitando-nos, inclusive, entender o que e por que os professores formadores entenderam como importante determinados conteúdos matemáticos a serem "cobrados" do professor leigo.

Concordamos com Meirieu (1997) quando nos diz que, ao avaliarmos não somos inocentes, de modo que "quem quer que seja que avalie, revela seu projeto [...] ou o que lhe impuseram seus preconceitos, as suas preocupações, a sua instituição" (MEIRIEU apud BERTAGNA, 1997, p. 17). Por isso, as provas de Matemática podem nos fornecer importantes indícios sobre as práticas educativas que aconteciam na década de 1960 no RN.

Desta forma, essas provas nos possibilitam revelar os conteúdos matemáticos escolhidos para serem estudados num Curso, onde havia professores leigos, que precisariam dos referidos conteúdos para dar sentido ou significado à Matemática, a seu ensino, à sua aprendizagem, as formas de avaliar e sobretudo a si mesmo, enquanto professor (aquele que irá formar/ensinar) para poder repassar o conhecimento aprendido e/ou apreendido àquelas pessoas que o esperavam em suas comunidades, ao retornaram do Curso, assumindo sua função de professor.

Em nossa pesquisa[36], encontramos a professora Teresinha Garcia de Melo. Ela foi uma das professoras designadas para fazer, em 1963, um curso de Metodologia da Matemática, como bolsista do Programa de Assistência Brasileiro-Americana ao Ensino

[34] Neste artigo, entenda-se Curso de Treinamento o mesmo que Curso de Treinamento para Professores Leigos do RN.
[35] As provas que temos em mãos não contêm as respostas dos alunos. São simplesmente modelos de provas. Por isso, não podemos fazer uma análise do ponto de vista da aprendizagem do aluno ou do ponto de vista de como a professora avaliava.
[36] O texto aqui apresentado é parte do resultado da nossa tese de doutorado intitulada *O ensino de Matemática no Rio Grande do Norte: trajetória de uma modernização (1950-1980)*, defendida em dezembro de 2008, no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGED) da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), sob orientação da Professora Drª Marlúcia Menezes de Paiva.

Elementar (PABAEE)[37] e, posteriormente, repassar o que aprendeu aos professores do Curso de Treinamento.

A Professora Teresinha nos informou quais os conteúdos que foram trabalhados no Curso, bem como a metodologia a ser utilizada.

> Os conteúdos ministrados eram os básicos em Matemática, eram as operações, o sistema de numeração decimal, os conteúdos mesmo elementares, básicos, para o ensino para aprendizagem da Matemática. [...]. Nessa época, os conteúdos ministrados vinham de cima para baixo, existia a equipe em nível central da Secretaria de Educação, da qual eu fazia parte, então eu com mais outras colegas, inclusive de outras áreas, elaborávamos o material para chegar aos professores. Elaborávamos as apostilas (TERESINHA DE GARCIA MELO. Depoimento Oral).

> O novo nos curso do PABAEE era a metodologia aplicada ao ensino da Matemática, era o método da descoberta, que eu não nunca tinha ouvido falar. Era o ensino pela compreensão, por meio do uso de material didático que facilitasse a compreensão dos alunos e, logicamente, a minha, porque antes eu partia do princípio que Matemática era somente de decorar. [...]. Foi, nesse momento, que também conheci o flanelógrafo, o quadro valor de lugar, e outros materiais.[...]. O PABAEE, a meu ver, era uma verdadeira Universidade. [...]. O método da descoberta era voltado para a compreensão do aluno. O aluno deveria se perguntar: "-por que eu fiz isso? Por que deu esse resultado? Como eu fiz? Por que você diz que dois mais dois são quatro?" Fazia-se necessário a comprovação (TERESINHA GARCIA DE MELO. Depoimento Oral).

Em se tratando do ensino da Matemática, no III Curso de Treinamento para Professores Leigos, as fontes nos revelaram que as professoras de Matemática designadas para esse treinamento foram Célia Santos e Avani Medeiros, na cidade de Caicó (RN). Avani Medeiros foi convidada para substituir a professora Iolanda Lima Lôbo, pois, após ter ministrado um mês de aulas no Curso, adoeceu e pediu afastamento da função.

Encontramos nos anexos do relatório escrito pela professora Carmem Sylvia Mellen Machado provas de Matemática. Uma delas, contendo três páginas, constava o nome da professora Iolanda Lima Lôbo. No relatório consta que esta prova foi preparada para ser aplicada aos professores-alunos que cursavam a terceira etapa do Curso, ou seja, o final do mesmo.

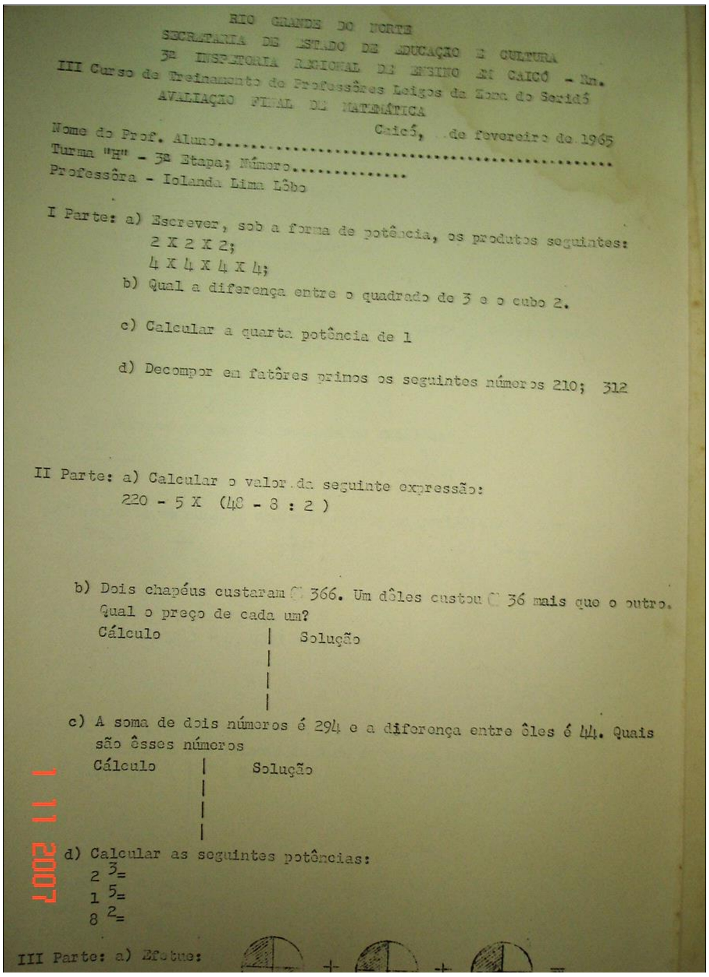
---

[37] Mais informações sobre este assunto encontram-se em: GUTIERRE, Liliane dos Santos. Formação de Professores Leigos e de seus formadores no Rio Grande do Norte (1965). In: FERREIRA, Ana Cristina; BRITO, Arlete de Jesus; MIORIM, Maria Ângela. (Orgs.). **Histórias de formação de professores que ensinaram Matemática no Brasil**. Campinas: Ílion, 2012.

A análise dessas provas escritas de Matemática, nos mostrou pelo menos duas particularidades: as provas eram datilografadas, impondo limites, como o desenho da representação de frações, que fazia-se à mão e a resolução de problemas que, em algumas provas, pedia-se para ser realizada em duas modalidades: (1) *cálculo*, localizado no canto esquerdo da folha, que entendemos ser o espaço destinado a forma algorítmica da solução do problema e (2) *solução*, localizado no canto direito, que entendemos ser a resposta, escrita com palavras junto à resposta final do problema (GUTIERRE, 2012).

Observamos-a nas figuras a seguir:

Figura 1. Avaliação Final de Matemática p. 1. 3ª Etapa. Professora Iolanda Lima



RIO GRANDE DO NORTE
SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO E CULTURA
3ª INSPETORIA REGIONAL DE ENSINO EM CAICÓ - Rn.
III Curso de Treinamento de Professôres Leigos da Zona do Seridó
AVALIAÇÃO FINAL DE MATEMÁTICA

Caicó, de fevereiro de 1965

Nome do Prof. Aluno...
Turma "H" - 3ª Etapa; Número..............
Professôra - Iolanda Lima Lôbo

I Parte: a) Escrever, sob a forma de potência, os produtos seguintes:
2 X 2 X 2;
4 X 4 X 4 X 4;
b) Qual a diferença entre o quadrado de 3 e o cubo 2.
c) Calcular a quarta potência de 1
d) Decompor em fatôres primos os seguintes números 210; 312

II Parte: a) Calcular o valor da seguinte expressão:
220 - 5 X (48 - 8 : 2)

b) Dois chapéus custaram Cr$ 366. Um dêles custou Cr$ 36 mais que o outro. Qual o preço de cada um?
Cálculo | Solução

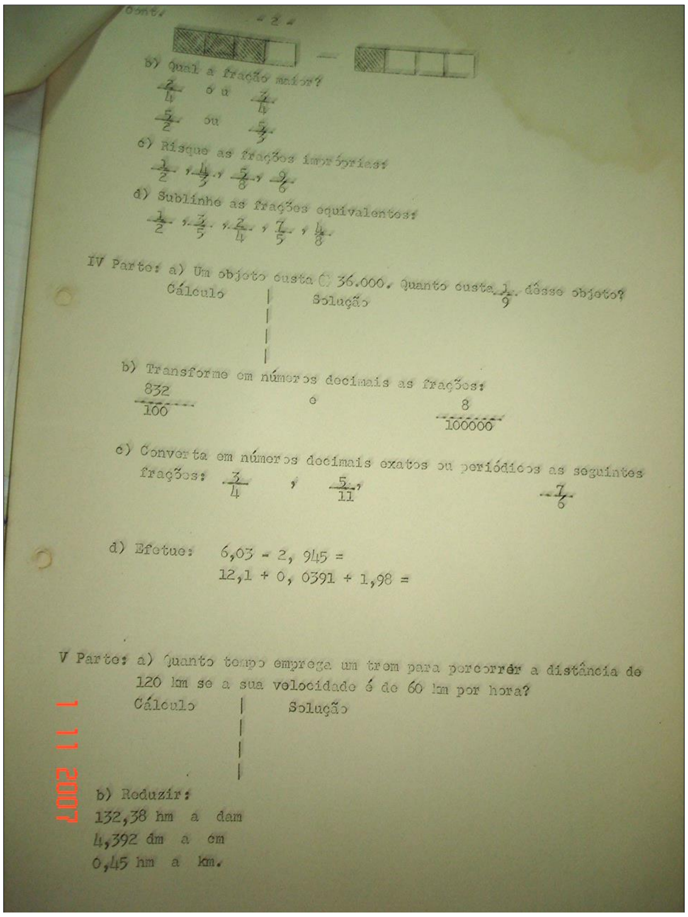
c) A soma de dois números é 294 e a diferença entre êles é 44. Quais são êsses números
Cálculo | Solução

d) Calcular as seguintes potências:
$2^3 =$
$1^5 =$
$8^2 =$

III Parte: a) Efetue: + + =

Fonte: MACHADO, 1965. (Arquivo Público da Cidade do Natal/RN).

Figura 2: Avaliação Final de Matemática p. 2. 3ª Etapa.
Professora Iolanda Lima Lôbo


Cont.

– 2 –

b) Qual a fração maior?

$\frac{2}{4}$ ou $\frac{3}{4}$

$\frac{5}{2}$ ou $\frac{5}{3}$

c) Risque as frações impróprias:

$\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{6}$

d) Sublinhe as frações equivalentes:

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{4}{8}$

IV Parte: a) Um objeto custa Cr$ 36.000. Quanto custa $\frac{1}{9}$ dêsse objeto?

Cálculo | Solução

b) Transforme em números decimais as frações:

$\frac{832}{100}$ e $\frac{8}{100000}$

c) Converta em números decimais exatos ou periódicos as seguintes frações: $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{7}{6}$

d) Efetue: 6,03 - 2, 945 =
12,1 + 0, 0391 + 1,98 =

V Parte: a) Quanto tempo emprega um trem para percorrêr a distância de 120 km se a sua velocidade é de 60 km por hora?

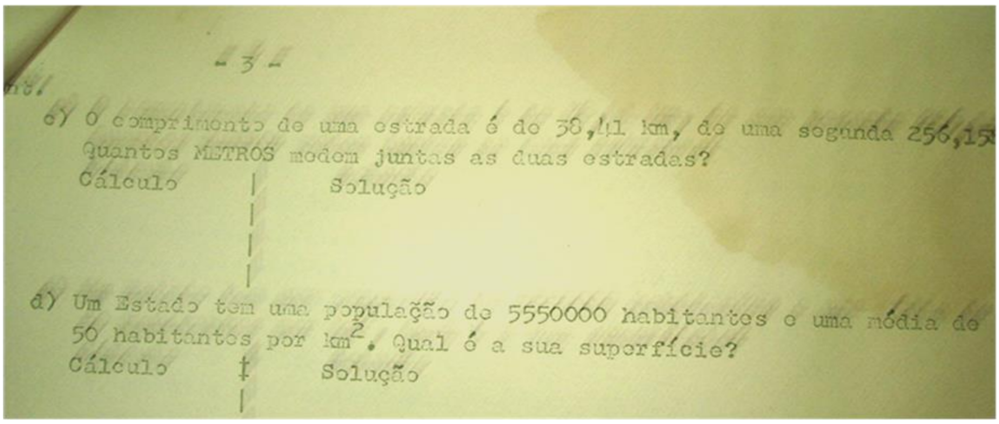
Cálculo | Solução

b) Reduzir:
132,38 hm a dam
4,392 dm a cm
0,45 hm a km.

1 11 2007

Fonte: MACHADO, 1965. (Arquivo Público da Cidade do Natal/RN)

Figura 3. Avaliação Final de Matemática p. 3. 3ª Etapa. Professora Iolanda Lima Lôbo


– 3 –

c) O comprimento de uma estrada é de 38,41 km, de uma segunda 256,15
Quantos METROS medem juntas as duas estradas?

Cálculo | Solução

d) Um Estado tem uma população de 5550000 habitantes e uma média de 50 habitantes por km². Qual é a sua superfície?

Cálculo | Solução

Fonte: MACHADO, 1965. (Arquivo Público da Cidade do Natal/RN)

Percebemos, segundo os tipos de problemas classificados por Dante (2009), que as questões das provas aplicadas no Curso de Treinamento para Professores Leigos do RN contemplam pelo menos três destes tipos. São eles: (1) os *exercícios de reconhecimento*, quando, por exemplo, se pede ao aluno para sublinhar a maior fração, ou ligar a fração a sua representação gráfica, ou reconhecer qual das figuras é a esfera, entre outros; (2) *os exercícios de algoritmo*, nas questões que pede ao aluno para efetuar e calcular o valor da expressão, e finalmente (3) os *problemas-padrão*, pois eles são problemas convencionais pela estrutura em que se apresentam.

Diante destes *problemas-padrão* podemos inferir que o problema a ser resolvido pelo professor-aluno é apenas uma aplicação de conteúdos e procedimentos estudados no Curso, nos questionando, inclusive: estes problemas são desafiadores e incentivam a tentativa de resolução que lance mão dos procedimentos próprios dos professores-alunos? Por mais que a resposta a esta pergunta nos pareça ser negativa, é fato que a metodologia de ensino da Matemática neste Curso foi algo marcante para a História do ensino de Matemática no RN, conforme discorremos a seguir.

Metodologia de ensino no curso de treinamento: *método intuitivo* e *método da descoberta*

Sabemos que mudanças metodológicas e curriculares eram objetivadas por alguns professores no final do século XIX e início do século XX. Era um momento onde se buscavam disciplinas que servissem para formação geral dos indivíduos, de modo que o ensino tivesse preocupação com a relação entre escola e trabalho e, acima de tudo, provocassem mudanças nos currículos das escolas secundárias e das universidades, consideradas, naquela época, conservadoras. (MIORIM, 1998).

Sobre mudanças metodológicas no ensino, atentemos para a narrativa da Professora Teresinha: "a metodologia aplicada ao ensino da Matemática, era o *método da descoberta*, que eu não nunca tinha ouvido falar” e atentemos também a ênfase dada à construção de material didático neste Curso, afirmando que a visão de ensino de Matemática que estava presente na prática docente daqueles que formavam os professores leigos era a da tendência Empírico-Ativista, assim denominada por Fiorentini (1995, p. 9). Sobre essa tendência o autor nos diz que:

> o professor deixa de ser o elemento fundamental do ensino, tornando-se orientador ou facilitador da aprendizagem. O aluno passa a ser considerado o centro da aprendizagem - um ser ‘ativo’. [...]. Os métodos

> de ensino consistem nas 'atividades' desenvolvidas em pequenos grupos, com rico material didático e em ambiente estimulante que permita a realização de jogos e experimentos ou o contato - visual e táctil - com material manipulativo. [...]. Alguns, os menos ativistas, também chamados de empírico-sensualistas, acreditam que basta a observação contemplativa da natureza ou de objetos/réplicas de figuras geométricas para a descoberta das idéias matemáticas.

E diz ainda:

> [...] os mais ativistas, entendem que a ação, a manipulação ou a experimentação são fundamentais e necessárias para a aprendizagem. Por isso, irão privilegiar e desenvolver jogos, materiais manipulativos e outras atividades lúdicas e/ou experimentais que permitiriam aos alunos não só tomar contato com noções já sabidas, mas descobri-las de novo. O método da descoberta, que foi muito difundido entre nós nas décadas de 60 e 70, contempla bem essa perspectiva. Exemplo disso é a atividade onde o aluno redescobreria que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º, a partir do recorte e da reunião dos vértices de um ou mais triângulos (FIORENTINI ,1995, p. 9).

Assim, entendemos que o ensino da Matemática no RN, no que se refere à metodologia, no bojo da Reforma Capanema (1942)[38], continuava centrado no ensino da aritmética, proposto também pela Reforma Benjamim Constant (1890).

Além disso, percebemos que não havia nas provas aplicadas no Curso de Treinamento, conteúdos matemáticos que nos remetessem ao Movimento da Matemática Moderna (MMM), que já acontecia veementemente em outros Estados brasileiros, pois as narrativas das professoras citadas neste artigo, que vivenciaram a época, bem como as fontes escritas encontradas por nós, nos remetem a esta proposição.

Isto posto, os conteúdos de Matemática trabalhados no Curso de Treinamento de Professores Leigos foram: contagem, operações fundamentais, expressões numéricas,

---

[38] Sobre reformas curriculares no Brasil, encontramos os seguintes registros: (1) Reforma Benjamim Constant, em 1890, que, impregnada do ideário positivista, valorizou a ciência no ensino secundário; (2) Reforma Epitácio Pessoa, em 1901, que estruturou o ensino secundário em 6 anos; (3) Reforma Rocha Vaz, em 1925, que preparava para o vestibular de Administração às escolas superiores (5 anos) e o último (6º ano) era reservado aos que queriam ser bacharéis; (4) Reforma Campos, ocorrida em 1931, fixou a duração de 7 anos para o ensino secundário (os 5 primeiros anos correspondiam ao ciclo fundamental e os dois últimos ao ciclo complementar; (5) Reforma Capanema, em 1942, que manteve o caráter enciclopedista da reforma Campos no ensino secundário e o dividiu em duas partes: o curso ginasial, de 4 anos, e o colegial, de 3 anos. Este último apresentava duas modalidades: o clássico e o científico (CARVALHO, 2003).

frações ordinárias, números decimais, sistemas de numeração decimal e romano, noções de Geometria e sistema métrico decimal.

Entendemos que estes foram impostos pela SEEC(RN), pois a professora Teresinha, afirmou sobre os conteúdos a serem ministrados: “Nessa época, os conteúdos ministrados vinham de cima para baixo”.

Embora o conteúdo Potências não esteja citado nos documentos encontrados, percebe-se que nas provas analisadas ele é cobrado do professor-aluno.

Diante da lista de conteúdos apresentada, notamos que a aritmética era a parte da Matemática predominante. A aritmética predominava antes mesmo da Reforma Benjamim Constant como predomina até nos dias atuais, quando nos remetemos aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Sobre a predominância da aritmética antes mesmo da Reforma Benjamim Constant, Pais (2012, p. 52) nos diz:

> Desde a obra de Lacroix, no início do século XIX, a aritmética escolar passou a ser estudada com base numa sequência quase imutável, passando pelos números, operações, frações, decimais, proporção, regra de três e aplicações.

Sobre as orientações metodológicas contidas no regulamento da Reforma Benjamim Constant para com o ensino da aritmética, consta que o professor deveria priorizar os processos espontâneos de contagem e operações (PAIS, 2012).

Atualmente, nos Parâmetros Curriculares Nacionais, também encontramos os conteúdos trabalhados no Curso de Treinamento de Professores Leigos do RN, ou seja, a aritmética, no que nomeamos de “Blocos de Conteúdos”, entre eles: Números e Operações; Grandezas e Medidas. Quanto ao primeiro, o estudante deve saber acerca dos números naturais e dos números racionais (com representações fracionárias e decimais) como instrumentos para resolver determinados problemas (BRASIL, 1997). Em relação a Grandezas e Medidas devem proporcionar ao estudante uma melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e as formas e dos significados dos números e das operações. (BRASIL, 1997).

Deste modo, entendemos que a aritmética foi priorizada no Curso de Treinamento, pelo mesmo motivo que continua sendo priorizada nos dias atuais: “a cultura instituída pelas práticas tradicionais faz com que o domínio de conteúdos anteriores seja imprescindível para a continuidade dos estudos” (PAIS, 2012, p.53).

Não queremos dizer por meio desta citação que a aritmética não é importante ou menos ou mais importante que outras áreas da Matemática, o que queremos é mostrar que as questões que foram colocadas nas provas de Matemática do Curso de Treinamento são questões que não nos mostram um diferencial em relação, por exemplo, aos livros didáticos da época. As questões da prova, assim como as do livro didático, são simples exercícios de aplicação ou de fixação de técnicas ou regras. Nos problemas propostos, por exemplo, percebemos a ausência de um contexto significativo para o professor-aluno.

Observamos, assim, que as questões podem ser resolvidas pela aplicação direta de um ou mais algoritmos e, nos problemas propostos, a resolução consta em identificar qual a operação matemática ou quais as operações matemáticas apropriadas para mostrar a solução e transformar as informações dos problemas em linguagem matemática.

A prova de Matemática nos pareceu ser a única forma de avaliação deste Curso de Treinamento, embora tenhamos encontrado fotografias que continham materiais didáticos confeccionados pelos professoros-alunos, não podendo inferir se eram avaliados também. Contudo, destacamos que a metodologia de ensino utilizada pelos professores formadores e a tentativa destes em repassar aos seus alunos tal metodologia foi um fato relevante na História do ensino da Matemática norte-rio-grandense.

Ao nos remetermos a metodologia utilizada por estes professores, refletimos acerca do que Pais (2012) nos diz sobre a Reforma Benjamim Constant. Nesta, havia a ênfase ao uso dos recursos didáticos que, mesmo impregnada do ideário positivista, valorizando a ciência no ensino secundário, previa “uma expansão do uso de recursos didáticos, objetos materiais ou ‘aparelhos de ensino’ pelos professores das escolas primárias do 1º grau”. (PAIS, 2012, p.49).

Este autor destaca que:

> O decreto determinava que somente após trabalhar com os processos espontâneos é que o professor deveria iniciar a sistematização da linguagem usual da matemática. Esse princípio estava em consonância com a valorização do enfoque *prático* e *concreto*, permeando não somente o ensino da matemática como também das demais matérias. Com base nessa orientação, o ensino do sistema métrico decimal foi visto como matéria ideal para incrementar o aspecto *concreto* do estudo dos números e das operações fundamentais. Em particular o estudo das frações decimais passou a ser relacionado aos múltiplos e submúltiplos das unidades de medida, sendo este um dos sinais de como os princípios do método intuitivo foram apropriados pelos propositores da reforma (Grifos do autor) (PAIS, 2012, p. 50).

As inter-relações que estamos fazendo entre o *Método Intuito* e o *Método da Descoberta*, este último difundido nas décadas de 1960 e 1970 em nosso país, nos levam a compreender a metodologia de ensino da Matemática utilizada pelos Professores formadores do Curso de Treinamento para os Professores Leigos do RN.

As questões que estão na prova escrita de Matemática da professora Iolanda Lima Lôbo, como em outras provas deste Curso, encontradas por nós, vão ao encontro dos aspectos práticos e concretos do ensino da aritmética, na perspectiva da orientação defendida com base nos pressupostos do *Método Intuitivo* proposto pela Reforma Benjamim Constant.

O fragmento do texto de Pais (2012), citado acima, é comprovado, à medida que, na prova de Matemática (figura 1) observamos questões de frações por meio das figuras que representam tais frações, bem como, na mesma prova (figura 2), observamos questões que exigem do estudante: (1) transformar números decimais em frações; (2) efetuar com números decimais e (3) relacionar frações aos múltiplos e submúltiplos das unidades de medida.

Os conteúdos abordados nesta prova foram especificamente: potências, expressões numéricas, decomposição em fatores primos, soma de frações pela sua representação gráfica, comparação entre frações (maior ou menor), frações impróprias e frações equivalentes, números decimais, operações com números decimais, velocidade, distância e tempo.

Na prova da professora Célia Santos, realizada na primeira etapa do Curso, os conteúdos abordados foram: potências, expressões numéricas, sistema de medidas, associação da fração com sua representação gráfica, comparação entre números decimais (maior ou menor), frações equivalentes, unidades quadradas, operações com números decimais (problema), área de retângulo, reconhecimento de triângulo isósceles e paralelogramo, soma e multiplicação de fração, envolvendo número misto.

Na segunda etapa do Curso, em uma das provas que encontramos, sem identificação do(a) professor(a), os conteúdos abordados foram: adição e subtração com números naturais, escrita dos algarismos hindu-arábicos, idéia de multiplicação, soma e subtração de frações pela sua representação gráfica, comparação entre frações (maior ou menor), raio do círculo, dezena, dúzia, retas, simplificação de fração e figuras geométricas.

Assim, observamos que, parte do conteúdo que consta nas provas, permanece nas três etapas do Curso, entre eles, frações e sua representação decimal, fato que corrobora o que Pais (2012, p.50) nos diz sobre o ensino do sistema métrico decimal: “foi visto como matéria ideal para incrementar o aspecto *concreto* do estudo dos números e das operações fundamentais”.

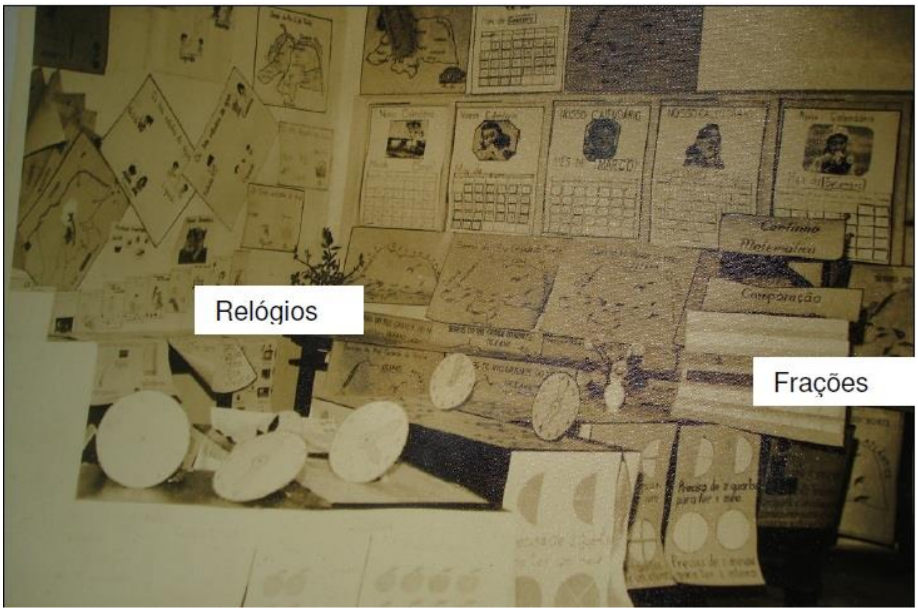
Entendemos que durante o Curso de Treinamento a metodologia utilizada nas aulas, pelos professores formadores, priorizava a prática do professor-aluno em detrimento ao conteúdo a ser ministrado, pois nos relatórios encontramos observações como a da professora Avani Medeiros:

> procurei seguir o programa elaborado não deixando de efetuar sorteios entre os professôres-alunos dando-lhes assim oportunidades para ministrarem aulas práticas. Em virtude da deficiência da turma não foi possível vencer o programa (MACHADO, 1965).

Com isso, entendemos também que para os formadores era importante que o professor-aluno fizesse o seu futuro aluno compreender ou entender o conteúdo matemático, evitando decorar conteúdos. As palavras da professora Teresinha corroboram com esta afirmação "era o ensino pela compreensão, por meio do uso de material didático que facilitasse a compreensão dos alunos e, logicamente, a minha, porque antes eu partia do princípio que Matemática era somente de decorar".

Além disso, identificamos nos documentos que retrataram a exposição de materiais didáticos confeccionados pelos professoros-alunos, no dia do encerramento do Curso, uma preocupação em disponibilizar e instrumentalizar o professor leigo a utilizar maneiras diferenciadas para ensinar Matemática, diferentes da aula puramente expositiva.

Figura 4. Trabalhos dos professore-alunos expostos no final do Curso de Treinamento



Fonte: MACHADO, 1965. (Arquivo Público da Cidade do Natal/RN).

Os planejamentos para as aulas de Matemática indicavam o *Método Intuito* e o *Método da Descoberta*, diante do uso e da confecção de vários materiais didáticos, entre eles flanelógrafo, quadros de equivalência de frações, círculos, metro, régua, fichas e cédulas.

À guisa de conclusão

Reformas metodológicas no ensino da Matemática no RN aconteceram, conforme vimos na fala da professora Teresinha, que vivenciou o ensino dessa disciplina, na década de 1960, no RN. O uso do *Método Intuito* e do *Método da Descoberta* nos Cursos foi caracterizado como uma modernização no ensino de Matemática, no RN, nessa época, a partir do momento que houve uma preocupação em minimizar a presença da memorização no estudo das operações fundamentais, reforçando uma exploração nos aspectos experimentais nas práticas e saberes escolares que incluem a Matemática, bem como, na tentativa de proporcionar ao leigo a informação e, consequentemente, a sua formação.

Especificamente, sobre os conteúdos que foram estudados/trabalhados no Curso, pois aparecem nas provas, foram: potências, expressões numéricas, comparação entre frações (maior ou menor), operações com números decimais, soma e comparação de números racionais na forma fracionária, adição e subtração com números naturais, decomposição em fatores primos, sistema de medidas, escrita dos algarismos hindu-arábicos, multiplicação, associação da fração com sua representação gráfica, frações impróprias e frações equivalentes, raio do círculo, números decimais, unidades quadradas, dezena – dúzia, retas, velocidade, distância, tempo, área de retângulo, simplificação de fração e soma e multiplicação de frações, envolvendo número misto.

Por conseguinte, entendemos que esse Curso de Treinamento no RN foi na formação profissional do leigo (professor-aluno), assim como o PABAEE foi na formação profissional do professor-formador um *momento-charneira*, ou seja, momentos que "representam uma passagem entre duas etapas de vida, um 'divisor de águas'". (JOSSO, 2004, p.64).

Referências

BERTAGNA, R. H. **Avaliação da aprendizagem escolar: a visão de alunos de 4ª e 5ª séries do 1º Grau.** Dissertação (Mestrado). Faculdade de Educação. UNICAMP. Campinas, 1997. 203p.BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática 5ª a 8ª série: Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITO, Arlete de Jesus; GUTIERRE, Liliane dos Santos. A formação de professores que ensinavam matemática no Rio Grande do Norte entre 1960 e 1970: O convênio sudene/usaid. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo Horizonte. **Anais**..., Belo Horizonte: [s.n.], 2007.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira. Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização internacional da matemática escolar. In: Valente, W. R. (Org). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil**. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, 2003, v. 1 (Coleção SBEM).

CENTRO DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS. Secretaria da Educação e Cultura do RN. **Relatório de atividades do CEPE.** Natal, 1963.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. São Paulo: Ática, 2009.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.3, n. 4, nov. 1995.

GUTIERRE, Liliane dos Santos. Formação de Professores Leigos e de seus formadores no Rio Grande do Norte (1965). In: FERREIRA, Ana Cristina; BRITO, Arlete de Jesus; MIORIM, Maria Ângela. (Orgs.). **Histórias de formação de professores que ensinaram Matemática no Brasil**. Campinas: Ílion, 2012.

HISTÓRIA do Rio Grande do Norte, A. **Tribuna do Norte**. Natal. Cadernos Especiais. Disponível em <tribunadonorte.com.br/especial/histrn/hist_rn_12ª.htm>. Acesso em 28 mar. 2008.

JOSSO, Marie-Christine. **Experiências de vida e formação**. Tradução: José Claudino e Júlia Ferreira. São Paulo: Cortez, 2004.

MACHADO, Carmem Sylvia Mallen. **Relatório Geral do III Curso de Treinamento para Professores Leigos da Zona do Seridó**. Caicó-RN, 1965.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à História da Educação Matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

PAIS, Luiz Carlos. Aspectos históricos do estudo da aritmética em programas do ensino primário do século XIX. In: DANYLUK, Ocsana Sônia. (Org.). **História da Educação Matemática**: escrita e reescrita de histórias. Porto Alegre: Sulina, 2012.

Liliane dos Santos Gutierre
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – Brasil

E-mail: liliane.math@gmail.com

DO CURRÍCULO TRIVIUM AO CONHECIMENTO TRIVIUM: UM ESTUDO DO DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO TRIVIUM NOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FROM CURRICULUM TRIVIUM TO KNOWLEDGE TRIVIUM: A STUDY OF THE DEVELOPMENT OF KNOWLEDGE TRIVIUM OF MATHEMATICS TEACHERS

Nuno Vieira
Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias

Ubiratan D'Ambrosio
Universidade Anhanguera de São Paulo

Resumo

D'Ambrosio (1999) apresenta-nos o curriculum trivium para a atualidade, que as escolas devem perseguir. As escolas devem ensinar a todos os alunos competências de literacia (instrumentos comunicativos), materacia (instrumentos intelectuais) e a tecnoracia (instrumentos materiais). Estas competências também podem ser adquiridas por todos na vida ativa, por via informal, quando são aplicadas de uma forma recursiva. Assim, toda a atividade social e particularmente a aqui abordada atividade profissional dos professores de matemática, permite desenvolver competências de literacia, materacia e tecnoracia. Os professores leem o que os alunos vão transmitindo (literacia), interpretam e fazem inferências (materacia) no sentido de adotarem estratégias de ação (tecnoracia) que melhor se adequem ao que os alunos vão dizendo. Neste sentido, literacia, materacia e tecnoracia constituem o seu conhecimento trivium. Através da análise das entrevistas a 17 professores de matemática, do ensino secundário, foi analisado o seu conhecimento trivum, no sentido de perceber como este é adquirido e desenvolvido com prática profissional. Foram também analisadas as implicações do conhecimento trivium na prática docente: os professores que revelam estar atentos ao que os alunos dizem, que analisam a informação e implementam estratégias que consideram consentâneas são os que menos tendem a seguir uma estruturação de aula padronizada e rígida, adotando uma postura mais paidocêntrica

Palavras-Chave: curriculum, conhecimento, postura de professores, paidocentrismo.

Abstract

D'Ambrosio (1999) proposes the curriculum trivium for current time which should be implemented in schools. Schools should teach all students competencies in literacy (communicative instruments), in matheracy (intellectual instruments) and in technoracy (material instruments). These competencies can also be acquired informally by everybody in active life, when applied in a recursive way. Thus, all the social activity and particularly mathematics teachers ' professional activity addressed in this paper, favors the development of literacy, matheracy and technoracy competencies. Teachers read what students try to communicate (literacy), interpret and make inferences (matheracy) in order to adopt strategies of action (technoracy) which best suit what the students are saying. In this sense, literacy, matheracy and technoracy constitute what we call the knowledge trivium. Through the analysis of the interviews with 17 math teachers of high school, their knowledge trivium was analyzed in order to understand how it is acquired and developed in their professional practice. We also analyze the implications of knowledge trivium on their teaching practice: the teachers who are attentive to what students say, analyze the information and implement the adequate strategies are those that follow a less standardized and rigid class structure, but instead adopt a more paidocentric posture.

Keywords: curriculum, knowledge, teacher’s posture, paidocentrism.

Introdução

Como a investigação em etnomatemática tem demostrado, a matemática está presente em todas as culturas desde os tempos mais remotos. O homem, para construir o seu primeiro artefacto, teve de aplicar conceitos matemáticos que assimilou e procurou perpetuar, passando-os aos seus descendentes. Estes processos de transmissão de conhecimentos, anteriores à escrita, são variados, e entre os mais frequentes está a memória oral, o ritual das gerações mais novas ouvirem histórias contadas pelos mais velhos, bem como a divulgação do conhecimento matemático através de jogos, com regras mais ou menos complexas, conceitos estratégicos implícitos e com uma correspondente aplicação prática. No presente, a hegemonia da escola na transmissão de conhecimentos resulta, em grande parte, do domínio da memória escrita sobre a oral, igualmente evidente na matemática como nas demais áreas do conhecimento.

Para Skovsmose (2001) a didática da Matemática tem evoluído no sentido de dividir as aulas em duas partes. Na primeira, o professor apresenta conceitos, técnicas, ideias que depois, na segunda, os alunos trabalham em exercícios selecionados. Esta padronização da lecionação pode ser explicada atendendo a que os professores de Matemática têm um

> hábito de classe que fundamenta a classe, ele é o princípio de uma orquestra sem maestro que vai dar regularidade, unidade e sistematização às práticas desta classe. E se as práticas dos membros do mesmo grupo ou da mesma classe são sempre mais e melhor concordantes que os agentes sabem ou querem é porque cada um, seguindo as suas próprias leis, concorda entretanto com o outro (BOURDIEU, 1972, p. 181).

Esta “consciência coletiva ” (HAECHT, 1992, p. 21) perpetua-se na consciência individual de cada professor, porque “cristaliza as aquisições da história coletiva” (Haecht, 1992, p.21). Desde "«A reprodução» que Bourdieu define o hábito no que ele designa uma lógica prática: a tendência que os indivíduos manifestam para agir de maneira regular, com o sistema de disposições à prática que os caracteriza, sem relação com uma regra ou uma lei explicita (hábito, espontaneidade geradora)" (HAECHT, 1992, p. 21).

A investigação em etnomatemática tem mostrado que a transmissão de conhecimentos matemáticos, dentro de grupos culturais, sociais ou familiares, ocorre independentemente do seu estádio de desenvolvimento ou nível de complexidade. Os processos de industrialização do séc. XIX levaram a que se estabelecesse uma relação entre o nível de conhecimentos matemáticos (a otimização, a dedução, a inferência), úteis em qualquer atividade produtiva, e o domínio da língua materna do trabalhador com a sua capacidade produtiva, pelo que os sistemas de ensino passaram a incorporar sempre estas duas vertentes no seu currículo.[39] Ninguém nega que a educação matemática influencia a empregabilidade, sendo muitas vezes apontada como a chave para se obter um bom emprego. "Mas a educação matemática desinteressante e, sobretudo, obsoleta, mostra-se irrelevante para ingressar no mercado de trabalho com as novas características" (D'AMBROSIO, 2008, p. 26).

Se é comumente aceite que o nível de desenvolvimento de uma sociedade decorre, em grande parte, do seu conhecimento científico e tecnológico, no qual a Matemática desempenha um papel central, então entende-se com alguma naturalidade que esta desempenhe um papel central nas instituições escolares, e esteja presente na generalidade dos curricula, ocupando cargas horárias significativas, o mesmo acontece com a língua materna. Facto acentuado pela convicção de que o desempenho da população nestas áreas, medido por testes internacionais padronizados, se relaciona com os índices de desenvolvimento de uma nação. Assim, a avaliação das políticas educativas, e do próprio sistema de ensino, está fortemente condicionada pela evolução dos resultados obtidos pelos alunos, em sucessivos testes. Mas, um pouco ao arrepio deste discurso, assente numa argumentação defensora das virtualidades da matemática e das ciências para o desenvolvimento de capacidades individuais como a otimização, o raciocínio ou a inferência, Kilpatrick (1999, p. 12) enfatiza que a Psicologia demonstra não haver uma relação estreita entre a inteligência, o desenvolvimento do raciocínio, e a aprendizagem da matemática. No entanto, esta convicção está ainda muito presente tanto no discurso geral como no dos professores de Matemática, que advogam frequentemente que a aprendizagem da disciplina ajuda os alunos a raciocinar melhor. É também um lugar-

[39] O discurso dominante do poder político, de hoje, na área da educação, vai no mesmo sentido. Tomando o exemplo de Portugal: articulando os resultados em testes internacionais, como os sucessivos PISA, com a baixa competitividade do país, associada à igualmente à produtividade dos trabalhadores, tem-se reforçado a importância da Matemática, da Língua Materna e do Inglês no currículo dos alunos.

comum considerar-se que a matemática ensina a pensar e a treinar competências que nenhuma outra área do conhecimento tem a capacidade de potenciar.

Não é menos verdade que os conteúdos abordados na Matemática, bem como na Língua Materna, ajudam a desenvolver competências importantes para a formação de indivíduos que virão a constituir a força de trabalho do futuro, o que não pode ser ignorado pelos sistemas educativos. Por exemplo, os processos mentais de otimização matemática aplicados ao fator tempo tiveram um papel preponderante na revolução industrial, particularmente no rendimento de uma unidade fabril, ou de uma escola, que se pela sua capacidade produtiva, e esta mede-se a partir da razão entre o que se produz e o tempo decorrido para o fazer (VIEIRA, 2013).

No processo de ensino aprendizagem das operações aritméticas e algébricas, por exemplo, os professores podem assumir uma estratégia de dar aos alunos toda a liberdade para explorarem as mais diversas operações matemáticas, bem como a oportunidade de criarem os seus próprios algoritmos, num exercício contínuo de exploração da imaginação, com a incorporação de conhecimentos matemáticos. Já numa estratégia diferente, que podemos considerar oposta, o professor assumirá uma postura mais redutora da imaginação, mas temporalmente mais económica: fornece um conjunto de algoritmos pré-estabelecidos e impõe que a resolução dos problemas se faça com recurso exclusivo a processos previamente delineados, habitualmente descritos nos programas e nos manuais escolares. Esta solução, aparentemente mais fácil por que não requer ao aluno um esforço de aprendizagem tão grande, pode constituir um entrave, por se traduzir numa aprendizagem simultânea: implica a compreensão dos conteúdos e uma mecanização dos procedimentos. No entanto, servem melhor o propósito unificador da escola, já que os algoritmos são construções sociais, matemáticas e comunicativas, que, uma vez adquiridas por todos, facilitam a comunicação entre quem ensina e quem aprende. Assim, contribuirão para encarar-se de forma unívoca a resolução dos problemas, seguindo uma determinada ideologia. “Ensinar exige reconhecer que a educação é ideológica” (Freire, 1997, p. 122) mas, as ideologias estão normalmente ao serviço de interesses particulares, apresentadas como interesses universais (Bourdieu, 2001, p. 10) e são sempre duplamente determinadas: devem as suas características específicas aos interesses das classes ou das frações de classe que exprimem, mas também aos interesses específicos daqueles que as produzem e à lógica específica do seu campo de produção (BOURDIEU, 2001, p. 10).

Esta facilitação da comunicação, posta ao serviço da otimização do tempo, numa perspetiva capitalista indutora do rendimento, começa a fazer-se sentir na sala de aula no momento em que o professor se propõe corrigir um exercício, e apresenta uma solução como única e universal, dispensando-se de verificar se o raciocínio desenvolvido por cada aluno, com recurso a algoritmos por si construídos, está certo, ou, onde se encontram as suas falhas. A matemática assim apresentada tende a tornar-se hermética para os alunos, desde logo, por uma questão de incomensurabilidade, ou seja, de grande distanciamento entre os estádios de desenvolvimento de uns e de outros, de professores e de alunos, dificultando a comunicação. E como as relações de comunicação são inseparáveis das relações de poder, dependendo estas últimas da forma e do conteúdo do poder material ou simbólico acumulado pelos agentes ou pelas instituições envolvidas, professores de Matemática são portadores de um grande poder simbólico. "É enquanto instrumentos estruturados e estruturantes da comunicação e do conhecimento que os «sistemas simbólicos» [destaque do autor] cumprem a sua função política de instrumentos de imposição ou de legitimação da dominação, que contribuem para assegurar a dominação de uma classe sobre outra (violência simbólica)" (BOURDIEU, 2001, p. 11).

Existe "violência" quando o que o professor diz não é entendido pelos alunos, e, analogamente, quando o que o aluno diz não é entendido pelo professor. Quando o professor de Matemática fala com o aluno, e explicita um raciocínio, fá-lo com recurso a algoritmos, que exigem o seu conhecimento prévio, assim como dos conceitos. Como os conteúdos da Matemática estão encadeados, não só ao longo de um ano letivo, mas de uns anos para outros, se um aluno deixa de acompanhar o ritmo imposto tem dificuldade em recuperar. E se o atraso for muito significativo torna-se praticamente irreversível pelo que existe a ideia generalizada de que um aluno que tenha tido negativa a Matemática num determinado ano tenderá a tê-la nos anos seguintes.

> A Matemática se formalizou muito no século XIX e as medidas de melhoria do Ensino da Matemática absorveram esse formalismo, que é, em geral, difícil e hermético. Todo o ensino baseado numa estrutura formalizada corre o risco, inevitável, de o aprendiz ser mais lento, não entender bem ou mesmo perder uma etapa e toda a estrutura estará comprometida. Metaforicamente, ao levantar um muro, alguns tijolos defeituosos nas primeiras fileiras do muro trazem o risco de o muro logo desabar. Assim é a educação estruturada mediante programas e grades curriculares rígidas. A falta de um elemento compromete toda a estrutura. A Matemática é ensinada, com poucas exceções, segunda a estrutura formalizada de programas e anos escolares. Qualquer falha em uma etapa, manifesta-se com maior intensidade, nas etapas seguintes, prejudicando toda a construção (D'AMBROSIO, cit por VIEIRA, 2008, pp. 165-166).

Embora seja já um lugar-comum afirmar que a educação tem como função preparar o indivíduo para uma cidadania plena, criando as condições para que cada um possa maximizar o seu potencial criativo e adquirir e desenvolver as suas capacidades, o papel da matemática académica, nos últimos anos, tem vindo a contrariar este desidrato. Tem vindo a ser cooptada pela necessidade de treinar os alunos no sentido de melhorar o seu desempenho em testes padronizados, como o TIMSS ou o PISA (esta «necessidade» dos sistemas educativos relaciona-se com a associação feita entre os níveis de desempenho dos alunos e a capacidade produtiva dos países). Perde-se, desta forma, aquelas que consideramos deverem ser as funções primeiras dos sistemas educativos, como o desenvolvimento da autoconfiança e a aquisição de conhecimentos e competências essenciais ao exercício de uma cidadania plena. A Matemática vem sendo associada a mecanismos de seleção dentro da escola, onde o aluno que é «inteligente» é incentivado a seguir as vertentes do ensino que exigem uma maior componente matemática, nomeadamente as áreas científicas.

A Matemática é, efetivamente, um pilar das sociedades atuais, mas a forma como está estruturada torna-a inútil e obsoleta, na perspetiva dos alunos (D'Ambrosio, 2007). Acresce que a forma como é ensinada pode afastá-los e ser mais um fator de descriminação social, embora não facilmente reconhecido. O argumento «não ser bom a Matemática» serve, por vezes, o propósito de justificar as opções tomadas para o percurso académico do aluno, ou, em certos casos, de fundamentação para um abandono escolar precoce. Em contraponto, não será habitual que um desempenho menos conseguido a línguas justifique quaisquer opções na eleição do percurso a seguir. O «preconceito» de que apenas as mentes inteligentes, as de nível intelectual superior, têm capacidade para seguir as áreas do conhecimento com uma forte componente matemática é dominante não só entre os alunos e as famílias mas também na sociedade. Os próprios professores da disciplina alimentam e acentuam a ideia de que a matemática é "misteriosa e difícil" (KILPATRICK, 1999, p. 16).

Ainda na na perspetiva de D'Ambrosio, a matemática deverá ser o "modo de pensar mais universal" (2007, p. 25) de que o homem dispõe[40]: Sendo o pensamento matemático o motor da ciência e da tecnologia deverá sê-lo também, da educação para a paz, e um caminho para a resolução de problemas, nomeadamente os que decorrem dos desequilíbrios sociais e das perturbações nos ecossistemas, fortemente marcados pelo consumo dos recursos materiais e energéticos. Assim, o estudo e a compreensão dos factos históricos da matemática devem nela estar presentes de uma forma sustentada. Uma disciplina é a sua epistemologia. "É importante conhecer a evolução da etnomatemática como resposta ao curso perigoso da humanidade em direção à destruição da dignidade individual, das relações sociais tensas e violentas, das relações com o ambiente inviáveis e

[40] O disco de cobre revestido a ouro que a sonda espacial *Voyager* transporta, como cartão-de-visita para outras formas de vida que surjam no seu caminho, tem gravados símbolos numa linguagem puramente matemática. Os responsáveis da NASA acreditam que esta será a única linguagem que pode superar o problema da incomensurabilidade entre civilizações. A NASA disponibiliza fotografias na sua página: http://voyager.jpl.nasa.gov/spacecraft/scenes.html (consultado em 10 de julho de 2011).

o aumento dos confrontos armados" (D'AMBROSIO & ROSA, 2008, p. 99). O reconhecimento da validade dos modos como o outro conta, mede, calcula, infere, localiza, representa, joga é um caminho sustentável para a equidade e para tolerância entre os povos. Assim, D'Ambrosio propõe, como resposta, que seja adotado pelas escolas o Programa Etnomatemática.

> O Programa Etnomatemática resulta de uma visão transdisciplinar e transcultural do conhecimento. Todos os povos, pensados como a mesma espécie humana, e todas as culturas, pensadas como integrando uma civilização planetária, exigem um novo pensar e um novo relacionamento de saberes e de fazeres que muitas vezes se manifestam diferentemente. (...) as novas relações internacionais e a intenção de recuperar a dignidade cultural de todos os povos, manifesta na Declaração Dos Direitos Humanos, exige o diálogo intercultural e interdisciplinar. Esse é o primeiro passo para o pensamento transcultural e o conhecimento transdisciplinar. A transculturalidade e a transdisciplinaridade possibilitam a sobrevivência, com dignidade, da espécie humana. Isso é anti-positivista. O Programa Etnomatemática é representativo desse novo pensar (VIEIRA, 2008, p. 168).

D'Ambrosio chama, ainda, a atenção para algo que todos sabemos: o facto da sobrevivência da humanidade estar dependente da sua relação com a natureza, relação essa regulada por princípios culturais e ecológicos que não raras vezes, ao longo da história contribuíram "para o conflito que se desenvolve, para o confronto, a violência e a subjugação do outro e da natureza" (D'AMBROSIO & ROSA, 2008, p. 101). A demanda contra o conflito e a violência pode ser bem-sucedida se existir partilha na distribuição do conhecimento e dos recursos que a natureza oferece. É este o caminho apresentado por D'Ambrosio, para "nos conduzir a uma civilização planetária, com paz e dignidade para toda a humanidade" (D'AMBROSIO & ROSA, 2008, p. 109). E nele a educação matemática surge como um meio de comunicação e uma ferramenta úteis e eficazes para a distribuição e gestão dos recursos.

O processo educativo tem também a seu cargo a tarefa de articular o velho com o novo, harmonizando o passado e o futuro. Não se deve descurar a tradição e os valores estabelecidos no passado, que nos caracterizam e nos conferem a identidade, mesmo tendo em mente a preparação para o futuro, estimulando a criatividade e a inovação. Assim, a educação matemática é, também, uma questão política.

A sociedade tem avançado no sentido da valorização dos números, seja na forma de estatísticas, que ao serem conhecidas condicionam a opinião pública e a individual, seja na economia de mercado, sustentada na matemática, seja na quantificação de tudo, onde se tenta traduzir tudo em valores numéricos, com o intuito de seriar e estabelecer *rankings*. É assim que se colocam aos sistemas de ensino novos desafios. Não podem ficar mais pelo velho objetivo de ensinar a ler, escrever e contar[41]. Preparar os jovens para uma cidadania plena implica, da parte dos professores de Matemática, nomeadamente, que assumam que "a Matemática pode ajudar os jovens no comprometimento com as suas obrigações, na promoção da equidade e da democracia, da dignidade e da paz, para toda a humanidade" (D'AMBROSIO, 1999, p. 131). Este compromisso, que D'Ambrosio advoga para a matemática e os professores, deverá ser partilhado por todos os professores, de todas as disciplinas.

É aqui que o autor (D'AMBROSIO, 1999, 2001, 2005) propõe um novo currículo para as escolas, o currículo *trivium*, constituído por "literacia, materacia e tecnoracia, que responde às necessidades da época que agora está a emergir" (D'AMBROSIO, 2001, p. 133). Assim, temos que:

> literacia é a capacidade de processar informação escrita e falada, o que inclui leitura, escrita, cálculo, diálogo, ecálogo, mídia, *internet* na vida cotidiana (instrumentos comunicativos); materacia é a capacidade de interpretar e analisar sinais e códigos, de propor e utilizar modelos e simulações na vida cotidiana, de elaborar abstrações sobre representações do real (instrumentos intelectuais); tecnoracia é a capacidade de usar e combinar instrumentos, simples ou complexos, inclusive o próprio corpo, avaliando suas possibilidades e suas limitações e a sua adequação a necessidades e situações diversas (instrumentos materiais) (D'AMBROSIO, 2005, p. 119).

Literacia é, então aqui entendida como a capacidade de ler e escrever em sentido lato, não apenas de traduzir caracteres sequenciados, mas de analisar, processar e interpretar informação que nos pode chegar através das mais variadas formas de comunicação, como a musical, a gestual ou a sensorial, ao que D'Ambrosio (2007) acrescenta que "hoje em dia, ler inclui a competência de numeracia, a interpretação de gráficos e tabelas" (p. 29). Na verdade, com a crescente importância social dos números, grande parte da informação chega-nos sob a forma de linguagem matemática, pelo que a escola deve fornecer ao indivíduo as ferramentas necessárias para a sua leitura crítica. O indivíduo deve ser capaz de, a par da análise de sinais e códigos, inferir, propor hipóteses e tirar conclusões, aquilo a que D'Ambrosio denomina de materacia, segunda componente do currículo *trivium*, "materacia é a mais profunda reflexão acerca do homem e da sociedade e não deveria ser restringida às elites, como tem sido no passado" (D'AMBROSIO, 2007, p. 29). Por fim,

[41] Os termos ler, escrever e contar, resultam do sistema americano que desde a sua fundação seguiu o lema dos três R's (Reading wRiting e aRithmetic) (D'AMBROSIO, 2001, p. 65).

temos a terceira componente – tecnoracia – que pressupõe um domínio crítico na seleção, adequação e utilização das ferramentas tecnológicas nas mais diversas situações, uma vez que a "história nos mostra que a ética e os valores estão intimamente relacionados com o progresso tecnológico" (D'AMBROSIO, 2007, p. 29).

Então, o currículo escolar deverá ser construído com objetivo de ajudar os alunos a desenvolverem um sentido crítico face ao mundo que os rodeia, e proporcionar-lhes os instrumentos intelectuais necessários para a sua compreensão plena, que engloba, naturalmente, as áreas científicas e as tecnológicas. No mesmo sentido, o professor deve estar seriamente comprometido com a humanidade como um todo, sustentando historicamente a contextualização dos conteúdos que leciona, fomentando a compreensão da Natureza da Ciência (VIEIRA, 2007), lecionando sempre no respeito pelo outro e pela sua cultura. Para isso, deverá ter sempre presentes as seguintes questões:

> o que é que sabemos acerca dos alunos e qual é o seu meio social de origem (background)? O que sabemos acerca do seu futuro? em que estado está o mundo? que implicações têm para a humanidade? qual é o nosso papel, enquanto professores, para influenciar o mundo? (D'AMBROSIO, 1999, p. 135).

Os professores têm, de facto, o

> poder simbólico de fazer ver e fazer crer, de confirmar ou de transformar a visão do mundo e (...) a ação sobre o mundo; poder quase mágico que permite obter o equivalente daquilo que é obtido pela força (física e económica), graças ao efeito específico de mobilização. Só se exerce se for "reconhecido" (BOURDIEU, 2001, p. 14).

Os alunos são cidadãos do Mundo, devem compreendê-lo e nele viver de forma consciente no exercício da sua cidadania, pelo que os conhecimentos matemáticos aprendidos, formal ou informalmente, têm uma assaz importância. Mas, para tal não deverão ser transmitidos de forma estéril e acrítica.

O Conhecimento trivium dos professores

Para além do domínio dos conteúdos que deve lecionar, o professor necessita possuir um conjunto de conhecimentos específicos, relativos à sua disciplina e à forma de lecionar, de índole mais técnica ou instrumental, como a didática própria de cada disciplina, saberes que adquire na sua formação de base ou contínua, assim como no quotidiano docente e nas trocas de experiências com colegas. Estes saberes assim construídos decorrem, em grande parte, de quando frente aos alunos, observam os seus comportamentos, as suas expressões e as suas reações, frequentemente recíprocas, isto é, decorrentes dos estímulos que lhes vão sendo fornecidos pelo professor no decorrer da aula, ao ser-lhes sugerida uma atividade, ao fazer-se um comentário, uma exposição relativa a um conteúdo, uma referência a situações diversas do quotidiano da escola e da sociedade, ao fazer-se uma chamada de atenção, ao elogiar o trabalho que está a desenvolver. É a «leitura» feita pelo professor que lhe permite, a cada momento, estimular os alunos com um gesto, uma expressão ou um comentário, e que estes, que não são sujeitos passivos, lhe «respondam», ao professor, num *feedback* permanente.

No processo de aquisição de competências de literacia, os professores com o continuado contacto com os alunos, vão aprendendo a «lê-los» É através da informação que vão constantemente recebendo, e que vão analisando, medindo, comparando, classificando, organizando, é por ela que podem fazer inferências e tirar conclusões – materacia – e será a partir destas, a par de todos os instrumentos materiais de que dispõe, que o professor poderá selecionar e aplicar as estratégias, os métodos, as técnicas, os instrumentos as atividades os que considera mais ajustados – tecnoracia – para atingir os objetivos a que se propõe. A “...REALIDADE informa o INDIVÍDUO que processa e executa uma AÇÃO que modifica a REALIDADE que informa o INDIVÍDUO... [destaque do autor]” (D'AMBROSIO, 2001, p. 57).

O esquema de comunicação clássico que referimos poderá ser traduzido por “quem diz o quê a quem e por que meio” (LEYENS & YZERBYT, 2004, p. 101) e enforma genericamente as dinâmicas de sala de aula. Nos processos de ensino-aprendizagem, sempre mútuos e recíprocos, os alunos enviam permanentes mensagens ao professor, de entre as quais se relevam as modificações operadas na sua estrutura atitudinal. Através das atitudes, os alunos estão constantemente a «informar» o professor sobre o que entendem e não entendem, o que sentem e como se sentem..., tornando-o o recetor da mensagem. E para que esta seja efetiva, é crucial que o professor esteja atento e a saiba descodificar. Só então poderá passar à fase seguinte do processo de comunicação, analisará os seus argumentos apresentados, podendo então adequar a ação aos interesses e capacidades dos seus alunos. “Quando as pessoas recebem uma mensagem nova verifica-se uma modificação na sua estrutura atitudinal. Esta tese é uma consequência direta da teoria da aprendizagem: as pessoas serão tanto mais suscetíveis de apreender uma mensagem quanto mais ela lhes trouxer benefícios ou evitar consequências lastimáveis" (LEYENS & YZERBYT, 2004, p. 102). O emissor de uma mensagem pretende, normalmente, que esta seja persuasiva, ou, diríamos, convincente, que influencie os outros. Por isso se procura qua a audiência esteja bem atenta e entenda bem o seu conteúdo. A capacidade de persuasão do emissor está, então em conseguir que a audiência adira à mensagem e que faça seus os argumentos apresentados. Face a uma mensagem verdadeiramente persuasiva a audiência raramente fica sem reação, não assume uma atitude acrítica, antes tornando um elemento indutor de mudança. É o que acontece com os «diálogos» da sala de aula: os alunos reagem ao «discurso persuasor» do professor, este recebe a informação, incorpora-a, somando-a a outra que já dispõe, deteta as fragilidades do raciocínio, aprecia o valor de uma dedução... subindo mais um degrau no processo de dialogo que lhe permite fazer deduções, tirar inferências, extrair conclusões, e estabelecer novos objetivos e novos padrões de atuação.

Por tudo isto, as respostas que o professor dá aos seus interlocutores, os alunos, são influenciadas não apenas pelos argumentos contidos na mensagem, mas também pelo conhecimento *trivium* por si adquirido. Através de um processo empírico, a partir da análise regular e sistemática das atitudes dos alunos face ao que lhes é dito e proposto, o professor estará continuamente a adquirir e a desenvolver novas competências de literacia , materacia e tecnoracia . Ao receber a informação que os alunos lhe estão a transmitir, vai «lê-la», interpretá-la, fazer inferências e tirar conclusões, e implementar procedimentos consentâneos.

E aí, surge uma nova mensagem, dos alunos para o professor, em reação, e serão feitas novas inferências, retiradas novas conclusões, que permitirão avaliar também a pertinência e a validade das que foram feitas relativamente às primeiras mensagens. Saliente-se que este processo de análise crítica não é espontâneo, que pode não ocorrer em todas as aulas, nem com todos os professores. Aceita-se que seja possível lecionar uma aula sem se estar atento ao que os alunos «dizem», sem «ler» as suas mensagens, na prática sem com eles «dialogar», mas aí não falamos, decerto de uma comunicação bem vivida. Não podemos deixar, igualmente, de ressalvar as eventuais lacunas e falhas de comunicação, a mensagem transmitida pelo aluno, ainda que percecionada pelo professor, pode não ter um efeito suficientemente persuasivo para produzir uma reação do professor, ou não ter sido por si bem traduzida e, nestes casos, o efeito prático certamente diferirá do esperado pelo aluno.

O professor poderá adquirir e desenvolver, então, competências de literacia no contacto com os alunos, num processo revestido de espontaneidade, que não exige dispêndio de energia acrescida ou um esforço voluntário e racional. Os alunos exprimir-se-ão de formas diferentes, inerentes à sua idade e a todas as outras condições que os diferenciam, mas também em função do interlocutor. Se alunos de diferentes faixas etárias informam os professores de diferentes formas, por maioria de razão alunos inseridos em contextos sociais distintos também apresentarão reações diferentes aos mesmos estímulos. Paulo Freire (1997) defendeu que nenhum professor deveria lecionar sem saber onde e como cada um dos seus alunos vivia. Não podemos estar mais de acordo. Saber um pouco da história do aluno pode permitir compreender, «ler» melhor, diríamos nós, as suas atitudes e os seus comportamentos.

A partir da «leitura» dos sinais de códigos dos alunos, o professor estará em melhores condições de lhes adequar a sua planificação. Pode inferir se os seus alunos estão cansados, física ou intelectualmente, se estão saturados das tarefas, se estão ou não a compreender os conteúdos abordados, se há outros fatores internos ou externos que estejam a condicionar a aula. Quanto melhor conhecer os alunos e melhor souber interpretar os seus sinais, mais ajustadas serão as conclusões que retira, por outras palavras, mais desenvolvida será a sua materacia.

É recorrente ouvir os professores dizer que os mesmos alunos, de manhã ou à tarde, não têm o mesmo comportamento, como não o terão a diferentes horas do dia com professores e em disciplinas diferentes. Portanto, a «leitura» dos alunos, bem como as inferências feitas e as conclusões tiradas, terão sempre de ser enquadradas pelo contexto de trabalho. Os seus sinais de cansaço podem decorrer de fatores inerentes à própria aula ou de outros.

Mas, existem outros fatores, desta vez intrínsecos ao desenrolar das atividades em sala de aula, que exigem igualmente competências de literacia e de materacia aos professores. Uma aula pode revelar-se, intelectual ou fisicamente, demasiado exigente para os alunos, ou seja porque já vêm cansados de outras aulas, seja porque as atividades da aula já os cansaram ou saturaram, e essa informação será «lida» pelo professor. Centrando-nos nas aulas de Matemática, onde haverá sempre lugar à resolução de exercícios para consolidar conteúdos, para treinar processos e métodos, ou para introduzir novas matérias, os alunos vão «dizendo» ao professor se a sua gestão da aula está ou não a ser adequada. Podem «dizer» se as atividades propostas estão a ser demasiado longas, gerando alguma saturação e desinteresse, normalmente patentes na mudança atitudinal e comportamental já aqui referidas, e manifesta num clima de agitação. Pode também acontecer que o tempo disponibilizado pelo professor seja insuficiente, e isso gerará nos alunos outros sentimentos e outras reações. Será, então a materacia do professor que lhe permitirá concluir se os exercícios propostos são os mais adequados e a retirar conclusões acerca da sua pertinência (em número e em grau de dificuldade, bem como no tempo de execução). Resumindo: após a «leitura» da situação (literacia), da interpretação da informação, e das inferências e conclusões a que chega (materacia), o professor estará finalmente em condições de recorrer aos instrumentos ao seu dispor, para aplicar estratégias que permitam reconduzir os alunos no sentido dos objetivos inicialmente traçados para a aula. A esta capacidade de adequação dos processos e de seleção dos instrumentos, bem como à forma como são implementados, chamamos tecnoracia .

Para ministrar as aulas, o professor dispõe para além de si próprio, enquanto recurso primeiro, de recursos materiais tradicionais (manuais escolares, cadernos e fichas de atividades, quadro de giz ou interativo) e, cada vez mais, de tecnologias de informação e comunicação, que podem ser eficazes na resposta às necessidades dos alunos, previamente diagnosticadas pelo professor. Hoje, a maioria das escolas dispõe já de um leque muito significativo de instrumentos tecnológicos, nomeadamente computadores, projetores de imagem, e em menor quantidade de quadros interativos, com variadíssimos programas computacionais didáticos, que abrangem um leque de conteúdos muito significativo. A sua correta implementação poderá ajudar na superação das dificuldades manifestadas pelos alunos[42], acelerando o tempo de aprendizagem (VIEIRA, 2012).

A tecnoracia do professor não se limita, porém, aos recursos materiais de que a escola dispõe. Terá sempre no próprio corpo uma ferramenta tecnológica, a que melhor domina e que pode aprender a otimizar. A voz é uma das primeiras e mais poderosas ferramentas que o professor tem ao seu dispor, que utiliza não apenas para se expressar mas, variando o seu tom, também para provocar estímulos diferentes nos alunos e alterar a dinâmica da aula. O mesmo se pode dizer da linguagem corporal e da linguagem gestual, e até mesmo do olhar.

O conhecimento *trivium* dos professores de Matemática

A análise do discurso de 17 professores de matemática, todos com mais de dez anos de experiência profissional, permite-nos ilustrar a forma como o conhecimento *trivium* por si adquirido, no decurso da sua ação letiva, influencia a sua prática. Os professores vão adquirindo e desenvolvendo competências do seu conhecimento *trivium* sobretudo das análises recursivas de tudo o que se passa na sala de aula, ou seja, o professor analisa criticamente a sua prática, procurando compreender as relações de causa-efeito entre as suas ações e as consequentes reações dos alunos. A conjunção dos elementos que constituem o conhecimento *trivium* permite perceber os momentos em que os professores tomam uma atitude recursiva: um dos professores entrevistados, CE, atua lançando um desafio, lê os alunos, avalia o desenvolvimento dos acontecimentos, e volta a atuar, para os voltar a ler.

> Eu normalmente quando lhes dou os exercícios, eu vou circulando e **vou ouvindo** [literacia] o que eles discutem uns com os outros, porque eu **deixo-os trabalhar** [tecnoracia], (...) **vou ouvindo** os comentários [literacia] de um para o outro e começo a **perceber** [materacia].... Bem,

[42] Por exemplo, o recurso a programas informáticos facilita a resolução de problemas geométricos a três dimensões, por auxiliar na área da visualização espacial. São vários os programas desenvolvidos para o efeito, dos quais destacamos o Geogebra.

> eles vão conseguir chegar lá ou eles vão empancar neste ponto (...) Quando **vejo que aquilo é muito geral** [materacia] eu própria **vou** [tecnoracia] [Destaques nossos]. (CE)

Uma análise desta descrição do trabalho do docente permite-nos inferir que, num período prévio ao aqui descrito o docente terá lecionado determinados conteúdos, nesta fase é dedicada ao treino dos alunos, em trabalho autónomo. A implementação desta estratégia segue-se à constatação que os alunos atingiram um nível de conhecimentos que lhes permite resolver os problemas propostos. E é a partir de uma nova «leitura» do que estes dizem, que avalia a pertinência dessa sua inferência prévia. Seguidamente, e mais uma vez com base nas «leituras» que faz, reavalia a situação, para se necessário implementar outra estratégia: recentrar a aula em si. Salientamos que este processo de análise, autocrítico, nunca é espontâneo, e pode não acontecer em todas as aulas nem com todos os professores. Aceitamos como perfeitamente possível lecionar uma aula sem se estar atento ao que os alunos «dizem», sem se «ler» as suas mensagens, sem, na prática, com eles «dialogar». Mas sabemos que uma prática reflexiva, autocrítica, se repetida no tempo permite ao professor, ler, analisar e encontrar soluções cada vez mais eficazes, o que se traduzirá numa melhoria evidente do seu conhecimento *trivium*, aplicável a situações futuras. Este conhecimento *trivium* está presente nos discursos dos entrevistados, por vezes de forma bem explícita, quando se usam conceitos como: experiência, intuição, idade (também no sentido de tempo de serviço), sensação ou *feeling*.

> Com alguma **experiência** normalmente nós... Tenta-se sempre prever [o que os alunos conseguem fazer]... como é que irão reagir. (AG)
>
> Vou-lhe dizer: a minha **experiência** diz-me que é completamente indiferente para eles [referindo-se à implementação de atividades laboratoriais]. (D)
>
> [Dizem] Oh S'tora já viu que está errado e não olhou quase para o exercício… porque eu já **vou diretamente ao ponto** em que eles [falham].
>
> A **experiência** já me diz, não vou conseguir fazer tudo aquilo que eu queria…
> Isso é um bocado pelo ***feeling***...(CE)

Também encontramos frases curtas, nas quais os entrevistados revelam combinar as três áreas do conhecimento *trivium*, quando os elementos de literacia e materacia surgem como justificação para a implementação de determinados processos (tecnoracia). Tomemos como exemplo uma citação de VC:

> …mas quando começo a senti-los [literacia] ausentes [materacia] está na altura de fazer o interlúdio [tecnocracia]… (VC)

O termo “ausentes” surge como uma adjetivação que decorre de uma leitura que o docente faz, de uma combinação de comportamentos, expressões, e atitudes dos alunos, em determinado momento. O elemento tecnoracia reside na inferência que faz de não poder continuar com o mesmo registo de aula, o que poderia tornar-se contraproducente para os objetivos que se propunha atingir. Assim, recorre a um instrumento processual diferente – a promoção de um interlúdio – para quebrar as dinâmicas vividas e implementar dinâmicas novas.

Encontramos também registos que marcam o predomínio de cada uma das áreas do conhecimento *trivium*. A literacia, por exemplo, que resulta do contacto direto com os alunos e permite ler posturas, expressões, comentários..., é evidente no uso de expressões como olhar para eles, vou ouvindo, nota-se, começo a ver, conseguimos ver, passadas ao discurso direto dos professores.

> Aliás, muitas vezes quando já **começa o burburinho**... (CF)
> … ser capaz **de olhar** para os «putos» e sentir... (VC)
> ...eu vou circulando e **vou ouvindo** o que eles discutem uns com os outros … **vou ouvindo** os comentários. (CE)
>
> ... quando eu olho para eles (…) percebe-se, percebe-se **pelo olhar**. (VC)
>
> ....**nota-se bastante** que os alunos na ponta final já estão muito cansados. (PA)
>
> **Se eu vejo** um aluno interessado (...) Nós conseguimos ver, é daquelas coisas que não se explicam.
> ...**vejo que os** alunos quando entram, estão com atenção vinte, trinta minutos. (DF)
>
> Quando começa a haver mais conversas laterais, quando há mais, pronto, **mais agitação.** (AS)

No que respeita a competências de materacia, uma vez que estas correspondem a ferramentas intelectuais, por vezes surgem verbalizadas no discurso dos entrevistados, outras surgem de forma implícita, embora possam ser identificadas a partir de uma análise do contexto em que são proferidas. Encontramos a descrição de sensações, por parte dos professores, e expressões como perceber; ninguém está a ver (o que eu estou a dizer); as dificuldades, capacidades e necessidades dos alunos, assim como previsões e inferências.

> …óbvio que os alunos **não conseguem** estar concentrados tanto tempo…
> …os alunos **não têm o mesmo** rendimento dentro das aulas… (D)
>
> ...ao fim de uma hora, já **é uma dificuldade,** por vezes, essencialmente no 10º ano para os manter concentrados.
> ...vou ouvindo os comentários de um para o outro e **começo a perceber**... Bem, eles **vão conseguir** chegar lá ou eles vão empancar... (CE)
> …**sinto** que eles não têm pedalada…
> …**ninguém está a ver aquilo** que eu estou a dizer, pois não?...**sentir se posso avançar** ou **não posso avançar**; está na altura de parar ou não está na altura de parar, estou sempre a fazer esse exercício, percebes? (VC)
>
> …já têm **muita dificuldade** em trabalhar…
> …
> …há turmas que os alunos têm, além de **capacidades intelectuais boas**…
> …**nível de concentração** dos miúdos, dos alunos, não é linear e **decai muito com** o avançar do tempo.. (PA)
>
> ...tenta-se sempre **prever** [o que os alunos conseguem fazer]... como é que irão reagir. (AG)
>
> …eu vejo que os alunos quando entram, **estão com atenção**…
> …**sentem necessidade** de se levantar….
> Eles **não conseguem ter** mais de trinta minutos de atenção. (DF)
>
> …os alunos **não têm capacidade** para…
> …alunos [de anos mais avançados] **têm mais capacidade** de trabalho…
> …têm **uma dificuldade** mas uma coisa boa **houve progresso**… (AS)
>
> Aliás muitas vezes quando já começa o burburinho [literacia], quando **vou a olhar para ver quanto é que ainda me falta** e... e geralmente bate aí, nos 60 minutos de aula (CF)

Como temos vindo a referir a tecnoracia está vinculada, e depende, dos conhecimentos de literacia e de materacia. É esta competência que permite ao professor materializar o conhecimento *trivium*, dado que é nela que se concentram os instrumentos processuais, nomeadamente as ferramentas adequadas a cada situação. As estratégias de atuação que vier a escolher, e as ferramentas que vier a implementar, decorrem das suas características e competências pessoais e profissionais e visam, as características e competências dos alunos com quem trabalha, procurando potenciá-las, no sentido do cumprimento dos objetivos traçados.

Dos dados recolhidos, constatamos que a **tecnoracia** dos professores pode manifestar-se a dois níveis, temporalmente distintos:

- **Na planificação**, através da seleção dos artefactos a implementar, de entre o leque de opções disponível, de que são exemplo;

> ...[tem] de se ter muito cuidado com o tipo de aula que se prepara, porque a partir dos 60 min eles [estala os dedos] desligam. (CF)
>
> E eu deixei de programar praticamente coisas para depois [dos 60min de aula] porque só me ia criar conflito, gerar um conflito tremendo dentro da sala de aula.
> Aquilo que eu faço é marco menos trabalhos nos dias consecutivos e então depois marco uma consolidação mais para o fim-de-semana... (VC)
>
> ...há dois ou três que farão num instante (...) Portanto, eu tenho de contar com isso... (AG)
>
> Às vezes isso ultrapassa-se fazendo algumas coisas que eu faço, do tipo dar fichas com níveis de dificuldade diferente, com vários graus de dificuldade, para que alguns que gostam muito continuem, os outros treinem coisas um pouco mais rudimentares, é um bocado assim. (PA)

- **No decorrer da aula** quando, face aos elementos de literacia e de materacia que adquire e independentemente do que havia sido planificado, o professor decide os artefactos a introduzir.

> ...vamos falar outra vez, vamos recomeçar. (VC)
>
> ...a meio da aula eles estão a começar a ficar ausentes, (…) está na altura de fazer o interlúdio, uma macacada qualquer, uma conversa qualquer... (CB)
>
> ... depois saturam (...) O que é que faço nessa altura? Olhe, vejo que já não vale a pena continuar. Quando a indisciplina aumenta

> não se pode virar as costas para os alunos, tem de estar sempre de frente... (AS)
>
> Sei que aquele assunto que eu vou dar é um bocadinho – desculpa o termo – chato. Eu digo: olhem, meus meninos, isto é assim, vocês hoje, desculpem lá, mas têm que me ouvir, isto é uma chatice, pronto, e eles já estão preparados psicologicamente. (CB)

Assim, podemos concluir que o professor, para lá de todos os recursos, tecnológicos e outros antes elencados, recorre também aos seus instrumentos comunicativos, nomeadamente corporais, à sua literacia, para «ler» o que os alunos lhe estão a dizer. A partir daí faz apelo aos seus instrumentos intelectuais, à sua materacia , para fazer inferências e retirar conclusões. Por fim, seleciona e implementa um conjunto de ferramentas tecnológicas, a sua tecnoracia, adequadas aos fins a que se propõe.

Naturalmente, o conhecimento trivium aqui apresentado, não é exclusivo dos professores de matemática, ou de qualquer outra disciplina. Todos, a nível pessoal, social ou profissional, desenvolvem conhecimento trivium nas mais diversas áreas emq que atuam e intervêm. E, citamos mais uma vez D'Ambrosio, quando se refere ao Programa Etnomatemática:

> desenvolve um sentido de respeito (por conhecer o outro), um sentido de solidariedade (por reconhecer as necessidades de partilhar conhecimento) e a cooperação (para enfrentar questões complexas, não normalizadas e não artificiais). Respeito, solidariedade e cooperação leva a rejeitar a intolerância, a iniquidade e a arrogância entre os humanos (D'AMBROSIO & ROSA, 2008, p. 100).

E dizemos nós, do conhecimento *trivium*: desenvolve um sentimento de respeito (porque «lê» e deixa-se «ler»), de solidariedade (porque reconhece as dificuldades dos outros e se dispõe a ultrapassá-las), de cooperação (porque fomenta a entreajuda). O respeito, a solidariedade e a cooperação levam a rejeitar a intolerância, a iniquidade e a arrogância na sala de aula, na escola, no local de trabalho, em família... na vida em sociedade.

Bibliografia

BOURDIEU, P. (2001). *O Poder Simbólico* (4ª ed.). Algés: Difel.

D'AMBROSIO, U. (1999). Literacy, Materacy, and Technoracy: a Trivium for Today *Mathematical Thinking and Learning*, *1*(2), pp. 131-153.

D'AMBROSIO, U. (2001). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica.

D'AMBROSIO, U. (2005). Sociedade, Cultura, Matemática e seu Ensino. *Educação e Pesquisa, 31*(001), 99-120.

D'AMBROSIO, U. (2007). Peace, social justice and ethnomathematics. *The Montana Mathematics Enthusiast, 1*, 25-34.

D'AMBROSIO, U. (2008). Globalização, educação multicultural e o programa etnomatemática. In P. Palhares (Ed.), *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática*. Ribeirão: Edições Húmus.

D'AMBROSIO, U. (2012). The Program Ethnomathematics: the theoretical basis and dynamics of cultural encounters. *Cosmopolis, 3*(4).

D'AMBROSIO, U., & Rosa, M. (2008). Um diálogo com Ubiratan D'Ambrósio: uma conversa sobre etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 1*(2), 88-110.

KILPATRICK, J. (1999). Investigação em educação matemática e desenvolvimento curricular em Portugal: 1986-1996. In M. Pires, C. Morais, J. P. Ponte, M. H. Fernandes, A. Leitão & M. L. Sarrazina (Eds.), *Caminhos para a Investigação em Educação Matemática em Portugal*. Bragança: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação

LEYENS, J.-P., & YZERBYT, V. (2004). *Psicologia Social*. Lisboa: Edições 70.

SÁ, A., ALMIRO, J., CAVALEIRO, J., REIS, L., ABREU, M., & ZENHAS, M. d. G. (2004). *Jogos do Mundo*. Tondela: Associação de Professores de Matemática.

SACRISTÁN, Gimeno J. (2003). *Educar e Conviver na Cultura Global*. Porto: Asa.

SKOVSMOSE, O. (2001). Cenários para Investigação. In D. Moreira, C. Lopes, I. Oliveira, J. M. Matos & L. Vicente (Eds.), *Matemática e Comunidades: a diversidade social no ensino-aprendizagem da Matemática* (pp. 26-40). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

VIEIRA, N. (2007). *Concepção de Ciência, um olhar para além do positivismo.* Mestre, Universidade Lusófona de Humanidades e tecnologias, Lisboa.

VIEIRA, N. (2008). Entrevista a Ubiratan D'Ambrósio: Para uma abordagem didáctica multicultural: o Programa Etnomatemática. [Entrevista]. *Revista Lusófona de Educação*(11), 163-168.

VIEIRA, N. (2012). O tempo nas aulas de matemática: os professores de matemática do ensino secundário ensinam no tempo e não com o tempo". In E. Araújo & E. Duque (Eds.), Os tempos Sociais e o Mundo Contemporâneo (pp. 239-259). Braga: Centro de Estudos de

Comunicação e Sociedade – Universidade do Minho. Retrieved from http://www.lasics.uminho.pt/ojs/index.php/cecs_ebooks/issue/view/119/showToc.

VIEIRA, N. (2013). The Oppressor School Time. *Acta Universitatis Danubius. Relationes Internationales*, *6*(4), 106-107.

Nuno Vieira
Universidade Lusófona de Humanidades e Tecnologias – Lisboa/Portugal
E-mail: nuno.mcvieira@gmail.com

Ubiratan D'Ambrosio
Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN/SP
E-mail: ubi@usp.br

A PERSPECTIVA SOCIOCULTURAL DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: POSSIBILIDADES E LIMITES

THE SOCIAL-CULTURAL PERSPECTIVE IN THE HISTORY OF MATHEMATICS IN CLASSROOMS: POSSIBILITIES AND LIMITS

Davidson Paulo Azevedo Oliveira
IFMG – *Campus* Ouro Preto
Milton Rosa
CEAD/UFOP
Marger da Conceição Ventura Viana
CEAD/UFOP

Resumo

A disponibilização de estudos na literatura brasileira sobre a utilização da perspectiva sociocultural da História da Matemática na sala de aula é recente. Assim, este artigo apresenta uma discussão sobre a utilização pedagógica da História da Matemática baseada em argumentos teóricos e em uma pesquisa empírica com algumas possibilidades e limites para a aplicação dessa abordagem metodológica de ensino em sala de aula. Uma das implicações educacionais dessa perspectiva para a Educação Matemática está relacionada com a sua pertinência para as pesquisas nessa área de investigação, pois pode auxiliar no desenvolvimento de atividades curriculares que procuram valorizar a cultura dos alunos ao mesmo tempo em que apresentam perspectivas metodológicas inovadoras para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Então, argumenta-se sobre a utilização dos aspectos históricos da matemática, discutindo-se sobre a fundamentação teórica de sua perspectiva sociocultural. Esse artigo também apresenta uma análise de exemplos sobre as possibilidades da utilização dessa perspectiva, bem como alguns limites que podem ser enfrentados pelos professores no desenvolvimento das atividades curriculares propostas.

Palavras-chave: Perspectiva Sociocultural, História da Matemática, Limites, Possibilidades.

Abstract

The availability of studies in Brazilian literature about the use of the social-cultural perspective of History of Mathematics is recent. This article presents a discussion about the pedagogical use of History of Mathematics based on theoretical arguments and in an empirical study with some possibilities and limits of the application of this teaching methodological approach in classrooms. One of the implications of this perspective in Mathematics Education is related to its pertinence to research in this investigation area, especially in regards to the development of curricular activities that seek to value a student’s culture as well as to present innovative methodological perspectives related to the process of teaching and learning of mathematics. Thus, there are arguments about the use of historical aspects that discuss the theoretical foundations of its social and cultural perspective. This paper also presents the analysis of examples related to the possibilities of the use of this perspective as well as some of it limits that can be faced by teachers during the development of proposed curricular activities.
Keywords: Sociocultural Perspective, Mathematics History, Limitations, Possibilities.

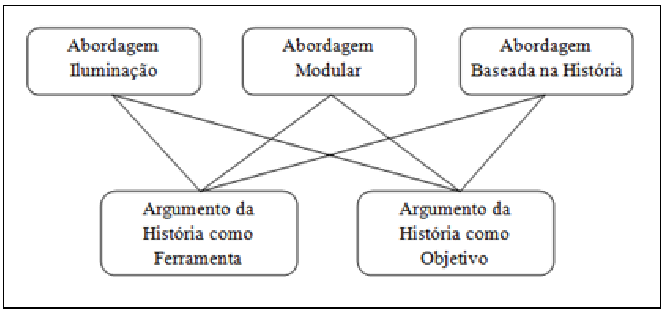
Introdução

Nas últimas três décadas foram conduzidas pesquisas nas quais são discutidos os *porquês* de se utilizar a História da Matemática (HM) como uma metodologia de ensino (MIGUEL, 1997; JANKVIST, 2009; AZEVEDO OLIVEIRA, 2012) nas práticas cotidianas dos professores. Com relação a essa utilização, existem argumentos que reforçam a necessidade do emprego desse campo de conhecimento na elaboração de atividades curriculares, pois apresentam possibilidades pedagógicas importantes para o ensino e aprendizagem em Matemática. Por outro lado, existem outros argumentos que questionam a utilização dessa tendência da Educação Matemática em sala de aula (MIGUEL, 1997).

Porém, como essa discussão está baseada em trabalhos, pesquisas e investigações que valorizam e discutem as teorias sobre essa área do conhecimento, existe a necessidade da realização de pesquisas empíricas que visam a validação dessas asserções. Dessa maneira, busca-se nesse artigo apresentar algumas possibilidades e também alguns limites da utilização da HM em sala de aula, que foram identificados em pesquisas e investigações realizadas empiricamente.

De acordo com esse contexto, a História da Matemática pode ser utilizada pedagogicamente como *ferramenta* e também como *objetivo* para o ensino e aprendizagem em Matemática com o auxílio de três abordagens denominadas de *Iluminação*, *Modular* e *Baseada na História* (JANKVIST, 2009). Essas abordagens se complementam e podem ser combinadas para propiciar seis conexões (figura 1) possíveis que informam *porque* é importante a utilização da HM como um importante recurso metodológico para a prática pedagógica dos professores (JANKVIST,2009). Por exemplo, na abordagem da *Iluminação*, a HM pode ser utilizada como *ferramenta* ou *objetivo* para o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos**.**

Figura 1. As possíveis conexões entre as abordagens *Iluminação*, *Modular* e *Baseada na História*



Fonte: Adaptado de Jankvist (2009, p. 251)

As alternativas apresentadas para justificar o porquê da utilização da História da Matemática como uma metodologia de ensino são:

a) A história é considerada como uma *ferramenta* que procura auxiliar os professores no ensino e na aprendizagem em Matemática, pois contém argumentos importantes sobre como os alunos aprendem e adquirem esse conhecimento (JANKVIST, 2009), a medida em que se observam a construção da matemática ao longo da história. Por meio do conhecimento de sua história, os alunos podem perceber que a Matemática é uma criação humana, que pode motivá-los na aprendizagem na medida em que aprendem que os grandes matemáticos também falharam em suas descobertas no decorrer da história. Essa abordagem pode auxiliar os professores na identificação de alguns dos obstáculos epistemológicos demonstrados pelos alunos na realização das atividades propostas em sala de aula, por exemplo, auxiliar na construção e entendimento da linguagem algébrica utilizada tradicionalmente.

b) A história é considerada como um *objetivo*, pois é importante que o seu ensino não seja somente um tópico independente no ensino e na aprendizagem em Matemática. Nesse sentido, é importante que a HM tenha como foco o desenvolvimento de determinados aspectos da matemática, o foco neste caso é a própria História da Matemática, o modo como foi construída e desenvolvida.

Porém, além da justificativa para a sua utilização pedagógica no ensino e aprendizagem em Matemática, é importante que se compreenda como a HM pode ser utilizada em sala de aula (JANKVIST, 2009). Nesse direcionamento, é necessário que os professores identifiquem as abordagens da *Iluminação*, *Modular* e *Baseada na História* para que possam ser utilizadas na elaboração das atividades propostas para a sala de aula:

a) Iluminação: fatos isolados sobre a História da Matemática são apresentados para os alunos sem o intuito de auxiliá-los na resolução dos problemas. Por exemplo, nessa abordagem são utilizados trechos históricos do desenvolvimento de conteúdos matemáticos, nome de matemáticos famosos, datas, trabalhos, eventos, biografias e anedotas.

b) Modular: o estudo de temas ou tópicos dedicados à História da Matemática são realizados com uma duração previamente estipulada, podendo estar desvinculados dos conteúdos curriculares. Por exemplo, nessa abordagem, os temas e os tópicos escolhidos são estudados por um determinado período de tempo por meio do trabalho realizado com fontes originais, dependendo do conhecimento histórico dos alunos sobre os conteúdos a serem estudados.

c) Baseada na História: não existe a necessidade de se discutir a história da matemática explicitamente, pois essa abordagem serve como um eixo orientador para que os professores utilizem a ordem histórica da construção de um determinado conteúdo matemático. Essa abordagem assemelha-se à abordagem genética de acordo com a qual o desenvolvimento dos indivíduos está relacionado com o desenvolvimento histórico da humanidade.

Argumentando sobre a Utilização da História da Matemática em Sala de Aula

Como existem argumentos que são favoráveis à utilização da História da Matemática pelos professores, é comum que existam pesquisas conduzidas por meio de diferentes perspectivas teóricas para justificar e fundamentar essa prática pedagógica em sala de aula. Assim, identificam-se diversas perspectivas teóricas, como por exemplo, a Perspectiva Evolucionista Linear, a Perspectiva Estrutural-Construtivista Operatória, a Perspectiva Evolutiva Descontínua, a Perspectiva dos Jogos de Vozes e Ecos e a Perspectiva Sociocultural.

Porém, com exceção da última perspectiva mencionada, os teóricos justificam as suas posições baseando-se na utilização do princípio recapitulacionista ou rejeitando-o. No argumento recapitulacionista, o desenvolvimento psíquico dos alunos ocorre por meio de "uma repetição abreviada da evolução filogenética" (MIGUEL e MIORIM, 2008, p. 80), na qual os conceitos matemáticos devem ser recapitulados durante o processo de ensino e aprendizagem. Esse argumento reduz a História da Matemática para uma ordem linear dos acontecimentos, na qual os conceitos matemáticos somente surgem para que sejam utilizados na preparação de aulas e atividades a serem desenvolvidas em sala de aula (RADFORD e FURINGHETTI,2002).

Embora as discussões sobre o desenvolvimento dos alunos de acordo com a recapitulação tem sido importante para iniciar as discussões sobre a inserção da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem em Matemática, a Perspectiva Sociocultural que fundamenta esse artigo não tem embasamento teórico nesse argumento. Nesse sentido, as atividades matemáticas não devem ser reconstruções idênticas àquelas ocorridas no decorrer da história, pois a situação matemática atual não é a mesma de quando uma situação-problema foi resolvida em um determinado período histórico (RADFORD, 1997). Assim, é importante que sejam invetigados textos de outras culturas visando examinar como os procedimentos, noções, conceitos, notações e significados foram produzidos em diversos contextos socioculturais.

Em termos pedagógicos essa perspectiva é relevante para o ensino e aprendizagem em Matemática, pois considera a sala de aula como um micro-espaço de um espaço geral da cultura, que influencia os trabalhos pedagógicos baseados nessa perspectiva. Assim, é de fundamental importância que a influência da cultura no desenvolvimento do conhecimento matemático seja reconhecida pela academia, pois deve-se evitar que o ambiente cultural seja considerado somente como um pano de fundo na evolução do conhecimento matemático. Nesse sentido, o ambiente cultural é um fator profundamente relevante para o desenvolvimento desse conhecimento no decorrer da história (RADFORD, 1997).

Entendendo a Perspectiva Sociocultural da História da Matemática

Com a Perspectiva Sociocultural da História da Matemática é possível perceber o lado humano do desenvolvimento do conhecimento matemático. Então, essa perspectiva pode ser utilizada de acordo com o ponto de vista cultural por meio do qual a História da Matemática é contextualizada. Nesse direcionamento, essa perspectiva considera os ambientes social, cultural, político, ambiental e econômico, nos quais os alunos estão inseridos para a elaboração das atividades curriculares propostas para a ação pedagógica a ser desenvolvida em sala de aula (D'AMBRÓSIO, 1990).

No entanto, é necessário que o ensino da Matemática esteja vinculado ao contexto da época e da cultura em que o conhecimento matemático foi construído, devendo estar relacionado com o ensino da História da Matemática (D'AMBROSIO, 1990). Dessa maneira, as características culturais podem influenciar os trabalhos pedagógicos realizados na Perspectiva Sociocultural da História da Matemática, pois nessa abordagem os:

> (...) textos matemáticos de outras culturas são investigados levando em consideração a cultura na qual eles estavam envolvidos. [Por exemplo], isso permite ao pesquisador examinar o modo como conceitos, notações e significados matemáticos foram produzidos (RADFORD e FURINGHETTI, 2002, p. 647).

De acordo com essa asserção, é importante ressaltar a necessidade de que a Matemática esteja vinculada aos acontecimentos da época e dos aspectos socioculturais sobre os quais essa ciência foi criada, desenvolvida, acumulada e difundida através das gerações (ROSA e OREY, 2006), pois essas características também estão presentes na utilização da História da Matemática com fins pedagógicos.

Por outro lado, é importante ressaltar a existência de várias histórias da Matemática para serem utilizadas no ensino e aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina, pois não existe uma "única história da matemática da qual o professor pudesse fazer uso e abuso e que pudesse ser recortada e inserida homeopaticamente no ensino" (MIGUEL, 1997, p. 101). Porém, para que as histórias da Matemática sejam escritas com objetivos educacionais relevantes para que possam ser pedagogicamente úteis, é necessário que essas histórias sejam abordadas sob o ponto de vista dos educadores matemáticos, pois podem:

> (...) enfatizar a reconstituição, não apenas dos resultados matemáticos, mas, sobretudo dos contextos epistemológico, psicológico, sócio-político e cultural nos quais esses resultados se produziram, contribuindo, desse modo, para a explicitação das relações que a Matemática estabelece com a sociedade em geral e com as diversas atividades teóricas específicas e práticas produtivas setorizadas (MIGUEL, 1997, p. 101).

Diante dessa asserção, a valorização do conhecimento matemático desenvolvido pelos membros de grupos culturais distintos no decorrer da história pode auxiliar os alunos na compreensão da necessidade da existência de determinados conteúdos da matemática (ROSA, 2010). Então, o conhecimento sobre a História da Matemática pode possibilitar aos professores a identificação dos obstáculos epistemológicos e das dificuldades que atrapalham os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos pelos alunos, pois esses obstáculos e dificuldades podem estar relacionados com os desafios que emergiram no decorrer da história (RADFORD, 1997). Assim, de posse desses conhecimentos, os professores podem compará-los para melhor compreendê-los, buscando soluções adequadas que facilitem os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

No entanto, os obstáculos epistemológicos enfrentados pela humanidade no decorrer da história podem ser diferentes daqueles que os alunos apresentam na atualidade. Assim, é complicado afirmar que os alunos podem apresentar essas mesmas dificuldades, pois esses obstáculos podem estar relacionados com os aspectos da cultura local presentes no desenvolvimento da Matemática, pois o:

> (...) desenvolvimento histórico da Matemática deve ter algo a nos informar em relação às dificuldades que os alunos modernos encontram quando aprendem Matemática, um olhar mais cuidadoso na situação revela que a ligação entre ambos os domínios – histórico e psicológico – não é fácil de ser entendida (RADFORD, 1997, p. 28).

Essas dificuldades e obstáculos de aprendizagem também podem traduzir as concepções matemáticas que os alunos trazem para as salas de aula, que podem estar baseadas em seu próprio *background* cultural (ROSA, 2010). Dessa maneira, como os alunos acumulam diferentes conhecimentos; as dúvidas, os questionamentos e as representações matemáticas também são diferenciadas, pois os membros de grupos culturais distintos apresentam diferentes maneiras para produzir e representar o conhecimento matemático (ROSA e OREY, 2008).

Por exemplo, no decorrer da história, os números negativos tiveram impactos diferentes em culturas distintas, pois a dificuldade que esses números revelaram em relação aos números positivos não é um problema intrínseco ao conhecimento, pois dependem do local, dos procedimentos culturais e das ideias sociais sobre a Matemática e a Ciência, bem como os seus objetivos e métodos (RADFORD, 1997). Diante desse contexto, houve uma grande dificuldade para a aceitação dos números negativos no século XVIII, “principalmente em decorrência de posicionamentos filosóficos diferentes” (MOTTA, 2006, p. 80) nos países que naquela época possuíam um maior número de matemáticos como a França, a Inglaterra e a Alemanha. Por exemplo, “na Inglaterra havia uma rejeição quase absoluta dos números negativos, na França havia um posicionamento ambivalente e na Alemanha ocorria uma clara aceitação” (MOTTA, 2006, p. 80) desses números.

Porém, é necessário atentar para as dificuldades históricas e para a historicidade dos conteúdos matemáticos, pois a maneira como a “história é apresentada, muitas vezes, isola o grande pensador do mundo do qual ele faz parte, mas não se pode esquecer que, nesse mundo, estavam presentes a família, o ambiente social, os amigos, a escola e os professores” (NOBRE, 2005, p. 540). Nesse sentido, a História da Matemática pode ser uma aliada dos professores na relação entre o conhecimento prévio dos alunos com os conteúdos matemáticos a serem estudados, bem como com o estudo das notações, da simbologia e dos algoritmos tradicionais de ensino com aqueles desenvolvidos e (re)criados pelos alunos (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012). Assim, na perspectiva Sociocultural da História da Matemática, o:

> (...) conhecimento matemático é re-criado e co-criado pelos alunos através do uso de signos e do discurso, ou seja, o conhecimento matemático resulta da negociação social dos signos, é um processo linguístico-semântico (MOTTA, 2006, p. 54).

Nesse sentido, existe a necessidade de ressaltar a importância do aspecto sociocultural no desenvolvimento da Matemática, pois uma simples inspeção sobre as diferentes características culturais inseridas em uma linha histórica mostra que os membros de grupos culturais distintos têm os seus próprios interesses matemáticos e científicos (RADFORD, 1997) para negociar o significado dos procedimentos e técnicas (signos) matemáticas utilizadas na resolução de situações-problemas enfrentadas no cotidiano.

Corroborando com essas ideias, a História da Matemática pode ser utilizada para aproximar a escola da sociedade e de outros ambientes frequentados pelos alunos, como por exemplo, os locais de passeio, as quadras poliesportivas, as escolas de idiomas e as academias de ginástica, pois na medida em que os alunos percebem que a Matemática é uma criação humana, existe a possibilidade de que entendam as relações dessa disciplina com o contexto histórico, social e cultural da época em que os conteúdos matemáticos foram desenvolvidos. O principal objetivo dessa aboragem é que os alunos compreendam o papel da Matemática na sociedade e na comunidade em que vivem (FAUVEL, 1991).

Da mesma maneira que a História da Matemática escrita por um(a) historiador(a) está influenciada pela cultura dos escritores, os professores também necessitam ler a história apresentada por vários autores para que possam ter uma visão mais ampla e geral sobre os aspectos históricos que estão relacionados com um determinado conteúdo matemático (NOBRE, 2005). Como os professores são um dos responsáveis para facilitar a aquisição do conhecimento matemático pelos alunos, é importante que estejam em constante processo de atualização pedagógica para que possam identificar os diversos pontos de vista de autores variados para que sejam capazes de diminuir a influência de interpretações que não estejam devidamente comprovadas por documentações baseadas em fatos históricos (NOBRE, 2005).

Nesse direcionamento, a Matemática também é uma disciplina dinâmica, pois está em constante evolução. Então, a utilização da História da Matemática como uma ferramenta para o ensino e aprendizagem em matemática permite que os professores apresentem essa disciplina aos alunos de uma maneira evolutiva ao mostrar como os conceitos matemáticos foram se desenvolvendo historicamente. Corroborando com esse ponto de vista, é necessário que os professores conheçam a história dos conteúdos propostos bem como os obstáculos que ocorreram durante o seu desenvolvimento no decorrer da história (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Por outro lado, existem dois aspectos importantes para o ensino e aprendizagem da Matemática, que estão relacionados com a importância da sociedade e da cultura para o desenvolvimento da Matemática em sua evolução histórica e também com a maneira como os professores utilizam pedagogicamente os aspectos históricos dessa evolução (NETO, 2009). Dessa maneira, a Matemática enquanto:

> (...) herança cultural da humanidade, é uma ciência que está sujeita a constantes modificações e por meio de sua história vinculamo-la diretamente à nossa cultura. Cabe ao professor, levando em conta os vários fatores que influenciam [a] sua prática, julgar a maneira mais adequada de utilizá-la, de acordo com as suas necessidades e de seus alunos (NETO, 2009, p. 91).

Por outro lado, sugere-se que os professores são os principais responsáveis pela maneira por meio da qual a História da Matemática é utilizada no ensino e na aprendizagem dessa disciplina (NETO, 2009). Contudo, uma década antes, alguns pesquisadores alertavam sobre a importância de que a História da Matemática não seja considerada apenas como um aspecto motivacional para as aulas (BARONI e NOBRE, 1999). De acordo com essa perspectiva, existe a necessidade de que os professores transcendam a utilização da abordagem da Iluminação da História da Matemática não utilizem na elaboração das atividades curriculares para o ensino e aprendizagem em Matemática.

Possibilidades da Utilização da Perspectiva Sociocultural da História da Matemática em Sala de Aula

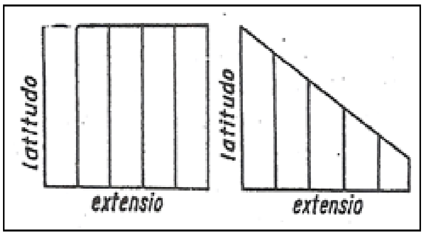
Algumas possibilidades da utilização da perspectiva sociocultural da História da Matemática estão relacionadas principalmente com as maneiras implícita e explícita de seu emprego em sala de aula (FERREIRA e RICH, 2001 *apud* DAMBROS, 2006). A maneira implícita permite que os professores orientem as atividades curriculares propostas para possibilitar o entendimento do raciocínio dos alunos e as suas possíveis dúvidas. Por outro lado, a maneira explícita proporciona exemplos de fatos e situações-problema que ocorreram no decorrer da história da Matemática objetivando adaptá-las para a elaboração de atividades curriculares desenvolvidas em sala de aula.

Assim, a História da Matemática pode servir como um instrumento para contextualizar as atividades curriculares matemáticas elaboradas pelos professores de acordo com os contextos social, econômico e cultural, nos quais ocorreu o desenvolvimento do conteúdo matemático. Possibilita-se, portanto, o entendimento do *porquê* da necessidade do estudo de determinados conteúdos matemáticos. Nesse sentido, os resultados do estudo conduzido por Azevedo Oliveira (2012) com alunos da primeira série do Ensino Médio mostram que os participantes da pesquisa perceberam que a história da Matemática é importante para a contextualização temporal e social dos acontecimentos matemáticos.

Outra possibilidade da utilização da História da Matemática no ensino e na aprendizagem em Matemática está relacionada com a orientação do trabalho pedagógico dos professores, auxiliando-os no entendimento das respostas dadas pelos alunos para as situações-problema trabalhadas em sala de aula, pois alguns questionamentos colocados podem ser os mesmos que foram discutidos pelos matemáticos no passado (ARTIGUE *apud* RADFORD, 1997). Por exemplo, a análise da construção dos gráficos de funções do primeiro grau realizadas por alguns participantes do estudo conduzido por Azevedo Oliveira (2012), mostrou que alguns desses gráficos se assemelhavam aos gráficos de movimento com velocidade constante que foram desenvolvidos por Oresme no século XIV em seu trabalho intitulado *Teoria das Latitudes das Formas*. A figura 2 mostra a representação da Teoria das Latitudes das Formas proposta por Oresme.

REMATEC
Revista de Matemática, ensino e cultura
Histórias de Práticas Matemáticas

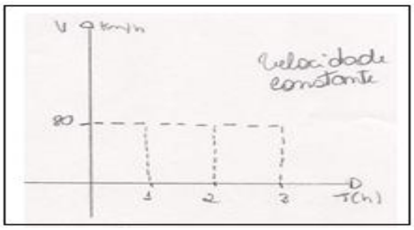
Figura 2: Teoria das Latitudes das Formas proposta Oresme



Fonte: Wussing (1998, p. 125)

A similaridade entre a figura 2 sobre a representação de Oresme e a figura 3 cuja representação gráfica foi elaborada por uma participante do estudo conduzido por Azevedo Oliveira (2012) pode ser claramente notada.

Figura 3: Resposta dada pela participante *B3*



Fonte: Azevedo Oliveira (2012)

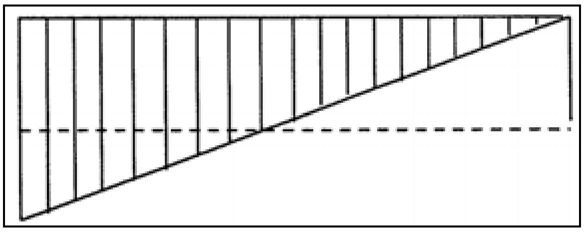
Historicamente, Oresme utilizou pela primeira vez no final da Idade Média, uma representação gráfica para expressar a ideia de variação. No entanto, alguns autores afirmam que Oresme não teria utilizado uma conceituação para função, tendo tratado esse tema somente no campo das ideias (WUSSING, 1998). Contudo, Oresme traçou representações gráficas retangulares, trapezóides e triangulares para exprimir o significado de variação das grandezas, porém não considerou as coordenadas cartesianas da maneira que se utiliza atualmente para a construção de gráficos de funções.

Oresme concebeu a ideia de empregar a coordenada retangular, na qual um segmento de reta proporcional ao *longitudo* foi considerado como sendo o valor da abscissa em um determinado ponto enquanto que a ordenada era representada por um segmento de reta perpendicular, que era traçada nesse ponto e proporcional ao *latitudo*. Assim, os parâmetros *longitudo* e *latitudo* podiam variar ou permanecer constantes (TASCHOW, 2003). De acordo com esse ponto de vista, é:

> (...) provável que [Oresme] pensasse na área [do triângulo] como sendo formada de muitos segmentos verticais e indivisíveis, cada um dos quais representa uma velocidade que se mantinha por um tempo muito curto" (BOYER, 1996, p.181).

A figura 4 ilustra a representação gráfica para a função proposta por Oresme.

Figura 4: Representação gráfica de função utilizada por Oresme



Fonte: Boyer (1996, p.181)

Essa abordagem pode facilitar a interpretação das informações contidas nas representações gráficas elaboradas, pois os alunos podem mostrar as mesmas dificuldades que os matemáticos apresentaram durante a Idade Média com relação às essas representações. Contudo, a História da Matemática pode fornecer informações sobre as dificuldades que os alunos apresentam com relação à construção desse tipo de gráficos ao construírem gráficos semelhantes ao de Oresme (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

De acordo com esse contexto, não se pode ignorar as diferenças metodológicas e os diferentes contextos socioculturais nos quais a evolução do pensamento conceitual matemático foi desencadeado (RADFORD e FURINGHETTI, 2002). Então, os contrastes e as conexões existentes entre a evolução histórica dos conceitos matemáticos com o ensino e aprendizagem em Matemática podem estar relacionados com a evolução histórica desses conceitos.

A Sala de Aula na Perspectiva Sociocultural da História da Matemática

Na perspectiva sociocultural da História da Matemática, a sala de aula pode ser considerada como um ambiente multicultural (RADFORD; BOERO; VASCO *apud* FAUVEL e MAANEN, 2000) de aprendizagem, que é composta por alunos originários de vários *background* culturais e tradições. Do ponto de vista cultural, analisando algumas representações algébricas de situações que envolveram as funções, os resultados do estudo conduzido por Azevedo Oliveira (2012) mostram que é possível realizar o levantamento de algumas hipóteses sobre a escrita sincopada utilizada pelos alunos relacionadas com o contexto cultural de cada estudante.

Assim, por meio da História da Matemática pode-se conectar o contexto no qual os alunos estão inseridos com o contexto da matemática acadêmica. Essa utilização da História Matemática pode ser abordada de maneira implícita na medida em que auxilia os professores no entendimento das respostas dos alunos, comparando-as com o aspecto cultural e com a história dos conteúdos matemáticos a serem estudados em sala de aula. Nesse direcionamento, de acordo com os resultados do estudo conduzido por Azevedo-Oliveira (2012), pode-se concluir que as representações algébricas e gráficas mostram que o contexto da rotina diária dos alunos influencia no desenvolvimento de seu pensamento funcional, auxiliando-os na resolução das situações-problema enfrentadas diariamente por meio da utilização das linguagens retórica (verbal), sincopada ou simbólica.

Historicamente, na linguagem matemática, a escrita da linguagem algébrica foi dividida em três estágios de evolução denominados de retórico, sincopado e simbólico (EVES, 1962; SCARLASSARI e MOURA, 2006). Essa divisão da escrita algébrica pode ser analisada do ponto de vista sociocultural, pois:

> (...) quando o desenvolvimento da álgebra é visto por uma perspectiva sociocultural, essa divisão da álgebra parece ser completamente diferente: a álgebra sincopada não foi um estágio intermediário de maturação no qual o conhecimento descansou em um pouco para ir em direção à corrida do simbolismo. Ao invés disso, foi uma mera estratégia técnica que limitava a escrita e a falta de tintas nos tempos passados impostos aos escribas que deveriam copiar os manuscritos a mão. De fato, muitas das freqüentes palavras foram abreviadas pelo uso de sua primeira letra (RADFORD, 1997, p. 27).

Por outro lado, é preciso enfatizar que as ideias, procedimentos e práticas matemáticas sejam estudados tendo em vista o *background* cultural de todos os envolvidos no processo educacional (RADFORD e FURINGHETTI,2002). De acordo com essa asserção, a utilização de representações de situações-problema por meio da linguagem retórica verbal em detrimento da simbologia matemática tradicional pode influenciar o desenvolvimento do conhecimento matemático dos alunos. Dessa maneira, a escrita retórica pode funcionar como um aspecto facilitador para a compreensão de procedimentos matemáticos, na medida em que permite aos alunos a demonstração do raciocínio matemático, possibilitando aos professores, o entendimento desse raciocínio (AZEVEDO-OLIVEIRA, 2012).

Contudo, talvez esse aspecto pedagógico da aprendizagem seja tolhido se os alunos ficarem condicionados a empregar a notação e a simbologia matemática acadêmica, mecanicamente, sem que tenham representado o pensamento funcional, desenvolvendo-o retoricamente, de maneira sincopada e simbólica, da mesma maneira como ocorreu na História da Matemática. Por exemplo, um dos participantes do estudo conduzido por Azevedo Oliveira (2012) respondeu corretamente e de modo retórico a uma questão da atividade 1 proposta no registro documental (figura 5), que estava relacionada ao conteúdo de funções, mostrando que é possível expressar uma situação-problema, matematicamente, escrevendo-a retoricamente por meio de palavras.

Figura 5: Enunciado da questão da atividade 1

ATIVIDADE 1

Para o almoço na escola os alunos pagam o valor de R$1,70, enquanto que o custo para servidores é de R$2,70. Algumas vezes os estudantes e os professores almoçam tomando refrigerante que custa, na cantina, R$ 2,00 a garrafa de 500 ml, servindo duas pessoas. E fora da escola, a garrafa pet de 2 litros custa R$ 5,00. Um professor resolve almoçar cada dia com um número de estudantes e compra sempre um pet de 2 litros de Coca-Cola.

Fonte: Azevedo Oliveira (2012)

Assim, ao ser questionado sobre como representar matematicamente a relação entre o número de estudantes e o valor pago, um participante solucionou esse problema retoricamente ao escrever “que a cada aluno, o professor iria pagar R$ 1,70 para o almoço mais o valor da coca-cola dividido entre eles” (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012, p. 125).

Dessa maneira, não seria necessária uma preocupação incisiva em escrever essa situação com a utilização da incógnita *x*, pois o mais importante é o desenvolvimento do raciocínio matemático, que será utilizado na resolução dessa situação-problema. Ressalta-se que a resposta dada por esse participante revela a importância da utilização da representação retórica, antes do emprego de símbolos matemáticos, para que a utilização dessa simbologia tenha significado para que os alunos possam manipular e entender amplamente o significado desses símbolos (RADFORD e GRENIER, 1996).

Por outro lado, de acordo com a análise dos dados do estudo conduzido por Azevedo Oliveira (2012), alguns participantes desse estudo interpretaram os símbolos matemáticos de maneira diferente daquela que foi inicialmente determinada por meio do ensino do conteúdo de funções desenvolvido em sala de aula. Por exemplo, na interpretação dos dados coletados sobre a representação simbólica das funções constatou-se que, sob o ponto de vista da cultura e vivência dos participantes, o símbolo *f(x)*que representa a dependência entre duas variáveis, representava para os participantes do estudo, a multiplicação de *f* por *x*. Assim, para esses participantes, a negociação social dos símbolos (MOTTA, 2006; RADFORD, 1997) ainda está se desenvolvendo, pois o conhecimento matemático sobre funções que estavam adquirindo ainda estava em evolução. Nesse direcionamento, os professores podem utilizar da História da Matemática para entender o processo de criação da linguagem algébrica pelos alunos (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Considera-se, portanto, o fato de que a expressão *f(x)* possui parênteses em sua representação e isso pode estar estreitamente relacionado aos conhecimentos matemáticos que os alunos adquirem anteriormente em situações matemáticas escolares. Talvez, esses alunos possuam essa percepção com relação a representação *f(x)* para as funções, pois a maioria das expressões numéricas ensinadas em séries anteriores é semelhante à representação funcional, que são resolvidas por meio da operação de multiplicação. Por exemplo, na expressão $3(x+4)$, o número 3 multiplica o binômio $(x+4)$, que está entre parênteses, com a utilização da propriedade distributiva da multiplicação. Assim, a interpretação dada para a notação simbólica de função *f(x)* pode ser útil para que os professores entendam a dificuldade dos alunos na criação e utilização dos símbolos matemáticos para a resolução de determinadas situações-problema propostas nas atividades matemáticas curriculares (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Historicamente, a notação *f(x)* para designar as funções é um símbolo que foi criado por Euler, em 1734, diante da necessidade de se representar situações-problemas relacionadas com o pensamento funcional. Atualmente, esse símbolo é utilizado porque houve uma convenção para que *f(x)* representasse as funções e tivesse alguma semelhança com os objetos representados por essa notação (AZEVEDO-OLIVEIRA, 2012). Assim, esse símbolo é um *signo* do objeto função em virtude de uma associação de ideias produzidas por uma determinada convenção. Os símbolos são de natureza geral, possuindo um *índice*, pois mantém uma relação causal de contiguidade física com as funções que representam**,** indicando que aquelas notações são funções e que a sociedade matemática ocidental assim as reconhece**.** No entanto, a representação *f(x)* também pode ser considerada como um *ícone*, que representa uma determinada função por meio de uma notação como se fosse uma imagem dessa função **(**ROSA e OREY, 2008**).**

Nesse contexto, existe a necessidade de que exista um símbolo para representar uma situação concreta, sendo essa a base da construção das representações simbólicas matemáticas. No entanto, nessa construção, um símbolo sem apoio no concreto ou sobre outro símbolo semântico não possui uma representação significativa, pois pode significar apenas uma terminologia escrita (RADFORD e GRENIER, 1996). Assim, os símbolos matemáticos podem ser considerados apenas como símbolos sem significados, pois estão apoiados em situações-problema que não possuem conexões com o concreto, causando grandes dificuldades para o estudo dos conteúdos matemáticos pelos alunos.

Por outro lado, com relação a construção de gráficos de função, a aplicação da proporcionalidade em situações-problema envolvendo funções permite a interpretação de que o pensamento proporcional pode contribuir para o desenvolvimento do conceito de função (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012). Porém, para que essa asserção atinja o objetivo almejado, é importante considerar que o raciocínio proporcional envolve o senso de covariação, comparações múltiplas, predição e inferência, pois utilizam os métodos de pensamento qualitativo e quantitativo (POST, BEHER e LESH, 1994). Então, é importante que os alunos construam uma ponte entre as experiências vivenciadas, os modelos numéricos e as relações abstratas e genéricas, que se expressam de maneira algébrica em uma função matemática.

De acordo com o ponto de vista da possibilidade de utilização da perspectiva sociocultural da História da Matemática de modo implícito destaca-se a importância da linguagem retórica para o desenvolvimento da linguagem matemática simbólica pelos alunos. Essa linguagem foi utilizada no oeste europeu até o século XV em detrimento da utilização excessiva da simbologia matemática, pois não havia uma aceitação de símbolos para expressar o pensamento matemático. Diante desse contexto, historicamente, a utilização de símbolos matemáticos não teve uma aceitação fácil entre os estudiosos da Matemática, pois houve uma demora de aproximadamente 15 séculos, para que essa simbologia fosse utilizada no continente europeu (BAUMGART, 1992). Esse fato histórico mostra que a aceitação da utilização da simbologia matemática pelos alunos parece seguir a dificuldade histórica que a humanidade teve para trabalhar com esse tipo de representação (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Contudo, as dificuldades com a utilização da simbologia algébrica podem ser devidas à natureza da álgebra, no contexto do ensino e aprendizagem da Matemática, pois essas dificuldades também emergem por meio dos processos de desenvolvimento cognitivo dos alunos, bem como por causa da estruturação e organização de suas experiências socioculturais, familiares e escolares. Por exemplo, a palavra número é escrita como *nº*, uma abreviatura bastante utilizada no Brasil e por esse motivo pertencente ao ambiente cultural no qual os alunos estão inseridos. Assim, entende-se que esse fato pode influenciar os alunos a escreverem a palavra número de uma maneira abreviada (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012). No entanto, a utilização dessa notação, não significa, necessariamente, que os alunos estejam construindo uma linguagem algébrica sincopada, pois poderiam estar utilizando uma notação matemática intrínseca à realidade escolar brasileira.

Continuando essa discussão teórica, a *sincopação* da linguagem utilizada pelos alunos pode ser útil no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Essa abordagem tem como objetivo auxiliar os professores na mediação do processo de construção da linguagem algébrica dos alunos por meio da utilização da simbologia da Matemática com a utilização de atividades vinculadas ao próprio contexto sociocultural (ROSA, 2010). Contudo, a sincopação da linguagem algébrica foi uma facilitação para a escrita dos escribas, que deveriam copiar os documentos com rapidez para que fossem guardados com segurança (AZEVEDO-OLIVEIRA, 2012).

É importante ressaltar que as atividades contextualizadas podem ser utilizadas em sala de aula, pois os alunos também utilizam as redes sociais em seu cotidiano, que necessitam de uma linguagem própria e rápida (RADFORD, 1997) para que possam se comunicar com eficiência. Então, da mesma maneira que os escribas egípcios e babilônios criavam símbolos que eram compreendidos por um determinado grupo de indivíduos, pois precisavam escrever os textos de uma maneira mais rápida, os alunos também utilizam, nas redes sociais, uma escrita sincopada, de uma maneira parecida com aquela empregada pelos escribas na antiguidade (AZEVEDO-OLIVEIRA, 2012).

A representação retórica pode permitir aos professores o entendimento do raciocínio matemático que os alunos desenvolvem, independentemente, da utilização da linguagem simbólica algébrica. Contudo, é necessário ressaltar a importância da utilização de símbolo e o significado de sua construção pelos alunos. De acordo com esse ponto de vista, os professores podem proporcionar situações, em sala de aula, nas quais existe a necessidade da utilização de representações matemáticas diferenciadas para generalizar as ideias contidas nas situações-problema propostas (ROSA, 2010).

Nesse sentido, os alunos podem utilizar as representações matemáticas, que não empregam a simbologia algébrica acadêmica, principalmente, se não adquiriram significado para a compreensão dos procedimentos matemáticos a serem utilizados nas atividades curriculares propostas em sala de aula. Porém, se as situações-problema forem representadas retoricamente por meio da linguagem verbal, os professores podem, inicialmente, aceitá-las e posteriormente discutirem sobre a necessidade da padronização simbólica dessas representações na resolução das situações-problema a serem solucionadas pelos alunos (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Nesse direcionamento, a importância de se ter padrões pode ser salientada por meio de situações-problemas, que são encontradas no ambiente sociocultural dos alunos. Essa abordagem é utilizada na perspectiva sociocultural da História da Matemática, na qual os fatos históricos são analisados de acordo com os contextos social e cultural, nos quais o conteúdo matemático foi desenvolvido. Por exemplo, a análise do processo de *sincopação* utilizada pelos alunos também pode ser realizada por meio das redes sociais virtuais, visto que existe uma simbologia própria e padronizada, que é utilizada entre os seus usuários (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Em contrapartida, historicamente, a falta de conhecimento da linguagem algébrica por Oresme pode ter limitado o seu desenvolvimento em relação à Matemática (BONETTO, 1999). Dessa maneira, os símbolos matemáticos e a linguagem algébrica simbólica são essenciais para o prosseguimento nos estudos, pois se os alunos não dominarem essa linguagem matemática usual, podem se limitar no desenvolvimento dos conteúdos matemáticos necessários para que possam ter um desempenho satisfatório na vida cotidiana e na esfera acadêmica (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012). Em outras palavras, a ausência de conhecimento e entendimento dos alunos sobre a linguagem algébrica e simbólica da matemática pode criar uma lacuna no desenvolvimento do próprio conhecimento matemático e também do pensamento funcional.

Alguns Limites da Utilização da História da Matemática na Sala de Aula

Discutiu-se, nesse artigo, situações nas quais a História da Matemática pode ser utilizada como uma possibilidade pedagógica nas aulas de matemática. Contudo, alguns limites desta utilização também merecem ser destacados. Os limites levantados sobre a utilização da perspectiva sociocultural da História da Matemática, em sala de aula, a partir da revisão de literatura, estão relacionados com a falta de adequação do contexto social, histórico e cultural da História da Matemática para a elaboração de atividades curriculares sobre a transposição do conteúdo histórico da Matemática para o contexto escolar atual.

Um limite dessa utilização está relacionado com o fato de que nem sempre a História da Matemática pode ser utilizada de maneira explícita na elaboração das atividades curriculares. Essa abordagem limita a utilização da HM na proposição de atividades que somente privilegia o estudo de determinados conteúdos matemáticos (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012). Por exemplo, no caso do estudo das funções, é difícil encontrar na literatura e em artigos e livros, informações históricas suficientes para que sejam elaboradas atividades curriculares matemáticas que possam ser adaptadas dos contextos históricos da matemática para a atualidade (RADFORD, 1997) e que estejam conectadas diretamente com a ampliação e formalização do conceito de função. Porém, a história da Matemática pode ser utilizada como uma estratégia de ensino para que os professores entendam e compreendam algumas dificuldades dos alunos. O objetivo dessa estratégia é servir como um guia para que os professores possam desenvolver, implantar e implementar atividades matemáticas curriculares que sejam pautadas em situações ou fatos históricos (AZEVEDO-OLIVEIRA, 2012).

No entanto, na realização das atividades matemáticas propostas em sala de aula não são utilizados com frequência os fatos históricos explícitos como aqueles relacionados com a construção da notação de função. Por outro lado, é importante que outras situações de ensino e aprendizagem nas quais a História da Matemática seja utilizada de maneira explícita podem ser empregadas com o objetivo da exploração do desenvolvimento da noção conceitual e da notação do pensamento funcional dos alunos. Contudo, essa limitação pode ser superada com a elaboração de atividades matemáticas que utilizem situações históricas implícitas, como por exemplo, a duplicação do quadrado e o cálculo da área de um círculo que, apesar de não estarem diretamente relacionadas com o conteúdo de funções, podem ser exploradas para o estudo desse conceito e também para a análise das representações de funções reais (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Inicialmente, para o desenvolvimento dessas tarefas, os professores podem observar o desempenho dos alunos na obtenção da resposta para a atividade da duplicação do quadrado, pois podem dobrar o lado do quadrado original, confirmando, dessa maneira, as dificuldades encontradas na resolução desse tipo de situação-problema no decorrer da história da Matemática. Nesse caso, há a aproximação dessa atividade com um determinado fato histórico, que estava relacionado com esse conteúdo matemático e com as dificuldades encontradas pelos alunos para a determinação da resposta correta para essa atividade. Entretanto, a resposta final dada pelos alunos não pode ser considerada errônea, pois pode haver uma superação das dificuldades encontradas durante a realização dessa atividade. Assim, historicamente, os alunos podem se portar como os atenienses que calcularam e recalcularam a medida do lado do novo quadrado até conseguirem determinar a resposta correta para essa situação-problema (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012).

Outro limite da utilização da perspectiva sociocultural da História da Matemática está relacionado com o princípio recapitulacionista, no qual o principal eixo conduzido pela História da Matemática é a utilização dos conhecimentos históricos, na ordem cronológica em que se desenvolveram, no decorrer dos séculos, na elaboração das atividades curriculares matemáticas (AZEVEDO OLIVEIRA, 2012). Por outro lado, existe a necessidade de que os professores ressaltem a importância dos fatos históricos que contribuiram para o avanço da construção do conhecimento matemático. Esse abordagem pedagógica pode ser utilizada, pois é justificada pelo emprego da perspectiva sociocultural da História da Matemática em sala de aula sem a necessidade de que os professores se atenham ao seu princípio recapitulacionista.

Nessa perspectiva, como o contexto sociocultural dos alunos pode ser ressaltado pelos pesquisadores da HM, não existe a necessidade de se traçar uma relação direta entre a aquisição do conhecimento matemático e a maneira pela qual esse conhecimento foi historicamente criado, desenvolvido, acumulado e difundido de geração em geração (MIGUEL e MIORIM, 2008). Então, pode-se interpretar que esse debate é importante para que se possa estabelecer uma relação de dependência entre os questionamentos dos alunos e as dificuldades apresentadas no decorrer da história, pois os professores necessitam conhecer profundamente os aspectos históricos do conteúdo matemático a ser estudado. Nesse sentido, a utilização da perspectiva sociocultural da História da Matemática pode possibilitar que os professores entendam como ocorre a construção do conhecimento da linguagem algébrica simbólica e acadêmica dos alunos.

Considerações Finais

A utilização da Perspectiva Sociocultural da História da Matemática em sala de aula possibilita o desenvolvimento intelectual dos alunos em relação à Matemática. No entanto, esse desenvolvimento depende do ambiente sociocultural no qual os alunos estão inseridos da mesma maneira que a construção do conhecimento matemático está inserida nesse ambiente. Essa abordagem é importante para o desenvolvimento do conhecimento matemático principalmente para a negociação dos símbolos que são utilizados na matemática acadêmica.

Nesse sentido, como sugerido pela perspectiva sociocultural da História da Matemática, o "conhecimento é um processo no qual o produto é obtido através da negociação de significados, aos quais os resultados da atividade cultural do indivíduo estão incorporados" (RADFORD, 1997, p. 32). Nesse contexto, a História da Matemática tem muito a oferecer para a epistemologia da Matemática, pois essa área do conhecimento pode ser considerada como facilitadora da negociação de significados que depende da atividade histórica e cultural dos alunos (RADFORD, 1997).

Assim, é importante enfatizar a necessidade da discussão sobre a inserção dos aspectos culturais da vida cotidiana dos alunos no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos para que possam perceber como a cultura modifica(ou) e influencia(ou) a atividade Matemática no decorrer da história (ROSA, 2010). No entanto, não é somente a cultura dos alunos que deve ser considerada no ensino e aprendizagem em Matemática, mas também os seus conhecimento prévios, que são transmitidos de geração em geração.

A disponibilização de estudos na literatura brasileira sobre a utilização da perspectiva sociocultural da História da Matemática na sala de aula ainda é recente. Assim, uma das implicações dessa perspectiva para a Educação Matemática está relacionada com a sua pertinência para as pesquisas nessa área de investigação, pois pode auxiliar no desenvolvimento de atividades curriculares que procuram valorizar a cultura dos alunos ao mesmo tempo em que apresentam perspectivas metodológicas inovadoras para o ensino e aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, o ensino pode ser considerado como o aprendizado que integra o conhecimento adquirido na prática. Então, o mais importante aspecto no processo de ensino e aprendizagem é o desenvolvimento do hábito da reflexão crítica sobre as práticas educativas, bem como sobre as alterações necessárias para o bom andamento dessa prática, que melhor atendam as necessidades educacionais e pedagógicas dos alunos. Dessa maneira, o conhecimento da perspectiva sociocultural da História da Matemática pode fornecer subsídios, destacando-se os seus limites e possibilidades para que os professores entendam como utilizar essa tendência na Educação Matemática em sua prática pedagógica. Porém, essa utilização deve ocorrer por meio de reflexões críticas sobre a utilização do conhecimento prévio dos alunos no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, como por exemplo, na conceituação e representação de funções.

Dessa maneira, o aprendizado dos professores sobre a rotina diária de seus alunos ao observá-los como indivíduos inseridos em contextos socioculturais diversos está diretamente relacionado com os pressupostos da perspectiva sociocultural da História da Matemática. Essa abordagem está em concordância com a perspectiva sociocultural do desenvolvimento histórico da Matemática, na qual existe a necessidade de que a cultura dos alunos seja valorizada como um fator importante no desenvolvimento do conhecimento matemático (RADFORD, 1997).

Por exemplo, os resultados do estudo conduzido por Azevedo Oliveira (2012) mostram a importância do estágio retórico da álgebra para o entendimento do simbolismo acadêmico e também do desenvolvimento da linguagem algébrica simbólica da matemática. Assim, a escrita matemática, em linguagem coloquial, pode ser utilizada pelos alunos que não possuem familiaridade com os símbolos matemáticos tradicionais, apesar do contato anterior que, provavelmente, tiveram com essa simbologia em sua jornada escolar. Nessa perspectiva, existe a necessidade de os professores estarem atentos a esse fato, no momento em que introduzirem os símbolos matemáticos utilizados nas atividades matemáticas curriculares propostas para realização em sala de aula, para que adquiram sentido e significado para os alunos, incentivando-os a utilizarem a retórica para a generalização de resultados e fórmulas a serem aplicadas na resolução dos problemas propostos. Nesse sentido, de acordo com a perspectiva sociocultural da História da Matemática, o conhecimento matemático pode ser considerado como um produto da negociação de significados matemáticos, pois os símbolos são criados e utilizados somente quando são difundidos na comunidade científica após a confirmação da utilidade e da compreensão do significado que esses símbolos trazem para o ensino e aprendizagem da Matemática (RADFORD,1997).

Finalizando, a utilização da perspectiva Sociocultural da História da Matemática em sala de aula mostra um dos possíveis caminhos pelos quais os professores podem seguir com o objetivo de desenvolverem nos alunos a reflexão e a criticidade, estando sempre atentos às possibilidade e aos limites existentes para a prática pedagógica.

Referências

AZEVEDO OLIVEIRA, Davidson Paulo. **Um estudo misto para entender as contribuições de atividades baseadas nos fundos de conhecimento e ancoradas na perspectiva sociocultural da história da matemática para a aprendizagem de funções por meio da pedagogia culturalmente relevante.** 2012. 311p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Ouro Preto, MG: UFOP, 2012.

BARONI, Rosa Lúcia; NOBRE, Sérgio. A pesquisa em história da matemática e suas relações com a educação matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (Orgs.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. 1º Edição. São Paulo, SP: Editora UNESP, 1999. pp.129-137.

BAUMGART, J. K. **Álgebra**. Série Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula. São Paulo, SP: Atual Editora, 1992.

BONETTO, Giácomo Augusto. **A construção da representação gráfica e o seu papel no ensino de funções: uma visão histórica**. (Dissertação de Mestrado), Faculdade de Educação. Campinas, SP: UNICAMP, 1999.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Tradução Elza Gomide. São Paulo, SP: Edgard Blucher, 1996.

DAMBROS, Adriana Aparecida**. O conhecimento do desenvolvimento histórico dos conceitos matemáticos e o ensino de matemática**: possíveis relações. 193p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná (UFP), 2006.

D’AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. São Paulo, SP: Editora Ática, 1990.

EVES, Howard. **An Introducion to the History of Mathematics**. New York, NY: Holt, Rinehart & Winston, 1962.

FAUVEL, John. Using history in mathematics education. **For the Learning of Mathematics**, v. 2, n. 11, p.3-6, 1991.

FAUVEL, J; MAANEN, J. Van. **History in Mathematics Education – the ICMI Study**. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publ., 2000.

JANKVIST, U. T. A categorization of the ‘whys’ and ‘hows’ of using history in mathematics education. **Educational Studies in Mathematics**, v.71, n. 3, p. 235–261, 2009.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**, v. 5, n. 8, p. 73-115. 1997.

MIGUEL, Antônio; MIORIN, Maria Ângela. **História na Educação Matemática: Propostas e desafios**. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2008.

MOTTA, Cristina Dalva Van Berghem. **História da Matemática na Educação Matemática: Espelho ou Pintura?** 120 p. Dissertação (Mestrado em Educação). São Paulo, SP; USP, 2006.

NETO, Helinton Mercatelli. **A Coleção História da Matemática para Professores: um estudo sobre as possibilidades de uso por professores das séries finais do Ensino Fundamental.** 2009. 95 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Rio Claro, SP: UNESP.

NOBRE, Sérgio Roberto. Leitura crítica da história: reflexões sobre a história da matemática. **Ciência & Educação**, v. 10, n. 3, p. 531-543, 2005.

POST, T. R., BEHER, M. J.; LESH, R. **A proporcionalidade o desenvolvimento de noções pré-Álgebra**. In COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Orgs.). *As idéias da Álgebra*. São Paulo, SP: Editora Atual, 1994. pp. 89-103.

RADFORD, L.; FURINGHETTI, F. **Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice.** In: L. English (Ed.), Handbook of International Research in Mathematics Education. New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum, 2002. pp. 631-654.

RADFORD, L. GRENIER, M. Entre les chose, les symboles et les idées... une séquence d'enseignement d'introduction à l'algébre. **Revue des Sciences de L'éducation,** v. 22, n. 2, p. 253–276, 1996.

RADFORD, Luis. *On Psychology*, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics: Towards a Socio-Cultural History of Mathematics. **For the Learning of Mathematics,** 17 n. 1, p. 26-33, 1997.

ROSA, M.; OREY, D. C. Abordagens atuais do programa etnomatematica: delinenando-se um caminho para a ação pedagógica. **BOLEMA**, v. 19, n. 26, p. 19 - 48, 2006.

ROSA, M.; OREY, D. C. Ethnomathematics and cultural representations: Teaching in highly diverse contexts. **Acta Scientiae**, v. 10, p. 27-46, 2008.

ROSA, M. **The perceptions of high school leaders abouth English language learners (ELL)**: the case of mathematics. 605p. Tese (Doutorado em Educação: Liderança Educational). Sacramento, CA: CSUS, 2010.

SCARLASSARI, Nathalia Tornisiello; MOURA, Anna, Regina Lanner de. **A linguagem e o movimento no aprendizado de Álgebra Elementar.** Anais do VIII EPEM - VIII Encontro Paulista de Educação Matemática. São Paulo, SP: SBEM – Regional São Paulo e UNICSUL - Universidade Cruzeiro do Sul, 24,25 e 26 de agosto de 2006

TASCHOW, U. **Nicole Oresme und der frühling der moderne: die ursprünge unserer modernen quantitativ-metrischen Weltaneignungsstrategien und neuzeitlichen Bewusstseins und Wissenschaftskultur**. Halle, Deutschland: Avox Medien-Verlag, 2003.

WUSSING, Hans. **Lecciones de Historia de las Matemáticas**. Tradução: Elena Ausejo, José Luis Escorihuela, Mariano Hormigón, Daria Kara-Murzá y Ana Millán. Cidade do México: México. Siglo XXI de España Editores S.A., 1998.

Davidson Paulo Azevedo Oliveira
Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia - IFMG – Ouro Preto - Brasil
E-mail: davidson.oliveira@ifmg.edu.br

Milton Rosa
Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP – Ouro Preto - Brasil
E-mail: milton@cead.ufop.br

Marger da Conceição Ventura Viana
Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP – Ouro Preto - Brasil
E-mail: margerv@terra.com.br

REMATEC
Revista de Matemática, Ensino e Cultura
Histórias de Práticas Matemáticas

PROBLEMAS MATEMÁTICOS DA ANTIGUIDADE COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE EQUAÇÕES NO 9º ANO DA EDUCAÇÃO BÁSICA

MATHEMATICAL PROBLEMS OF ANTIQUITY AS A STRATEGY FOR TEACHING EQUATIONS IN THE 9TH YEAR OF BASIC EDUCATION

Marcelo Miranda Serrão
Universidade Federal do Pará - UFPA

João Cláudio Brandemberg
Universidade Federal do Pará - UFPA

Resumo
O enfoque desta pesquisa foi investigar problemas matemáticos da antiguidade, visando localizar problemas clássicos e suas possíveis formalizações, de modo a podermos compreender seus elementos e compará-los. A investigação e o estudo de equações a partir da obra *Aritmética* de Diofanto do século III, nos permitiu selecionar problemas de cunho histórico em um processo de integração, visando oferecer aos professores da educação básica, apontamentos e sugestões para a exploração deste tipo de problemas como meio de superação de dificuldades de aprendizagem em sala de aula. Uma vez que a utilização da história da Matemática, promove uma integração da Matemática do passado com a Matemática dos dias atuais e oportuniza uma forma de tratamento dos conteúdos e conhecimentos matemáticos contextualizados.

Palavra-Chave: Problemas históricos. Aritmética de Diofanto. Ensino de equações.

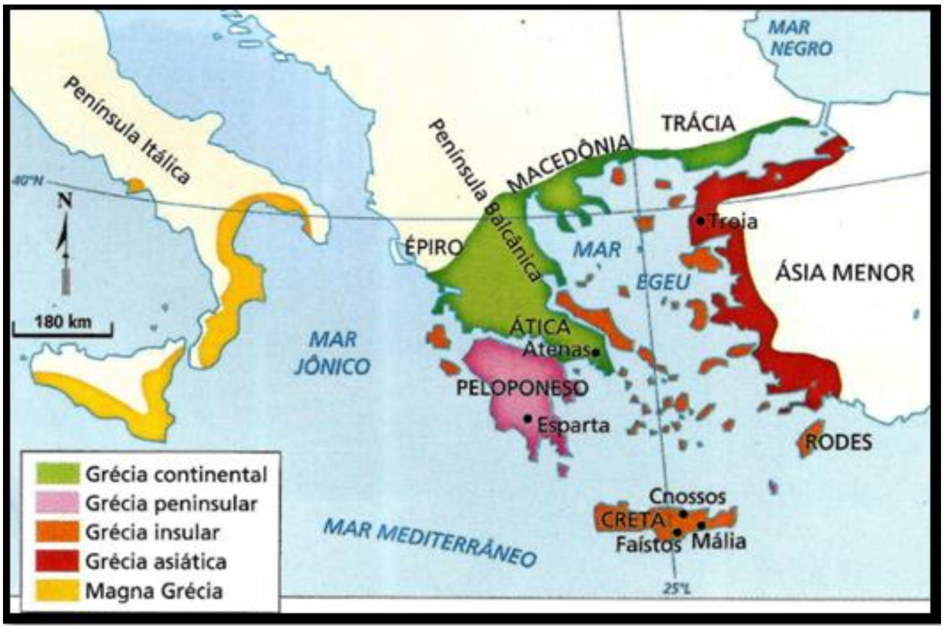
Abstract
The focus of this research was to investigate mathematical problems of antiquity, aiming to find classical problems and their possible formalization, so that we can understand its elements and compare them. Research and study of equations from the work of Diophantus's *Arithmetic* third century, allowed us to select problems of a historical nature in an integration process, aiming to provide basic education teachers, notes and suggestions to the exploration of such issues as a means to overcome learning difficulties in the classroom. Since the use of history of mathematics, mathematics promotes an integration of past with present-day mathematics and gives opportunity to a form of treatment of content and contextualized mathematical knowledge.

Keywords: Historical problems. Arithmetic of Diophantus. Teaching equations.

Introdução

No século VIII a.C., as comunidades da Jônia, na costa ocidental da Ásia Menor, estimuladas pela localização geográfica que lhes facilitava o contato com outros povos, desenvolveram o comércio, o artesanato e a navegação. Houve também, entre 800 e 750 a.C., o reaparecimento da escrita, derivada do alfabeto semítico utilizado pelos fenícios, provavelmente porque estes utilizavam a via marítima para o comércio e tinham contatos com os gregos.

Mapa 1: Grécia Antiga. Atlas Histórico.



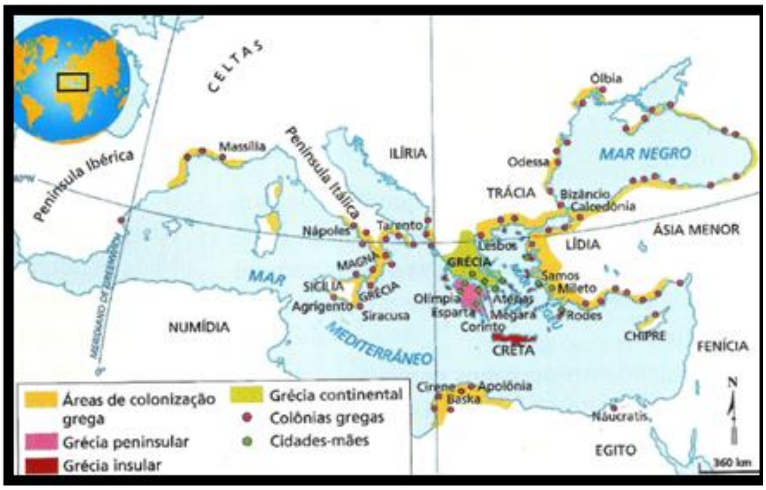
Fonte: Encyclopaedia Britannica, São Paulo, 1977. p. 165.

Foi na Jônia que pela primeira vez ocorreu à fusão de várias aldeias em uma só, dando origem a polis (cidade-estado), num processo denominado sinecismo, que posteriormente se estendeu por outros territórios da Grécia. O território das polis era reduzido e o solo não muito fértil. Em cada uma havia a Acrópole, colina fortificada e centro religioso; a Ágora, local central onde situava os edifícios públicos, o mercado e a praça, onde os cidadãos se reuniam para formar a Eclésia (assembleia política); o porto e o território rural. A população se aglomerava em volta da Acrópole ou se espalhava na área rural, constituindo, entretanto, campo e cidade, uma só unidade.

Figura 1: Acrópole de Atenas na Grécia

As Cidades de Esparta e Atenas representam o tipo clássico de cidades, respectivamente oligárquica e democrática. Em Esparta, o poder permaneceu sempre nas mãos dos cidadãos proprietários de terras os esparcistas. Em Atenas, as lutas políticas levaram a extensão da cidadania a todos os atenienses livres, tornando-os, pois, democratas, apesar da existência de grande número de escravos estrangeiros. A pobreza do solo que não produzia alimento suficiente para população em crescimento, a escravidão por dividas e a concentração cada vez maior das terras nas mãos da aristocracia foram fatores que levaram a um amplo movimento migratório dos gregos durante os séculos VIII a VI a.C., em direção aos mares Negro e Mediterrâneo.

Mapa 2: A Expansão Colonial Grega.



Fonte: HILGERMANN, Werner; KINDER, Herman. Atlas historique. Paris: Perris, 1992. p. 46.

Segundo Boyer (1996), hoje usamos a frase “matemática grega” como se indicasse um corpo de doutrina homogêneo e bem definido. Tal visão pode ser muito enganadora no entanto, pois significaria que a geometria sofisticada do tipo Arquimedes-Apolônio era a única espécie que os gregos conheciam. Devemos lembrar que a matemática no mundo grego cobriu um intervalo de tempo indo pelo menos de 600 a.C. a 600 d.C. e que viajou da Jônia à ponta da Itália e Atenas, a Alexandria e a outras partes do mundo civilizado.

Em função das transformações econômicas e expansão da riqueza, os gregos foram abandonando às tradições e mitos gentílicos e desenvolveram uma mentalidade individualista, racional e criativa, que já transparece claramente nas obras dos cientistas e filósofos jônios do século VI a.C., como Tales, Anaximandro, Anaxímenes da escola de Mileto. Criaram a lógica e a matemática, afirmando serem os sentidos e a razão os verdadeiros critérios para compreensão das leis que regem o universo.

Sócrates o maior filosofo, nascido em Atenas, foi professor de Platão, responsável pela organização e sistematização do estudo da Filosofia. Platão deixou 28 Diálogos, dos quais vamos encontrar trechos relacionados a Matemática. Em A República, um dos seus famosos diálogos, verifica-se várias passagens nas quais a matemática é mencionada, como, por exemplo, no Livro VII:

> É fácil concordar com isso – observou; - a geometria é, com efeito, o conhecimento do que existe sempre. Em consequência, meu nobre amigo, ela atrai a alma para a verdade e desenvolve nela este espírito filosófico que eleva para as coisas de cima os olhares que inclinamos erradamente para as coisas daqui de baixo (PLATÃO, 2005)

A educação na Grécia passou por muitas mudanças ao longo do tempo. Até o século VIII a.C., aproximadamente, predominou um ensino voltado para formar nobres guerreiros. Os meninos da aristocracia eram enviados aos palácios, onde eram treinados para a guerra e aprendiam valores como a lealdade, a honra e a coragem.

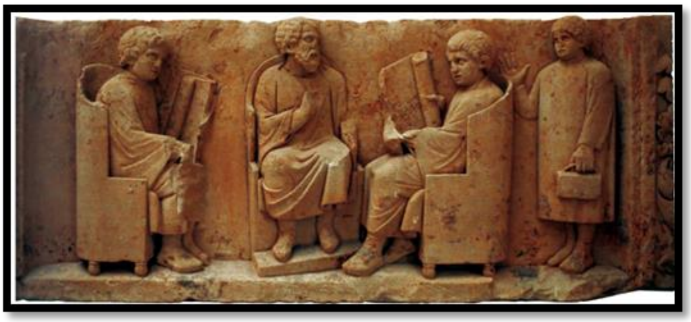
Com o tempo, a educação começou a priorizar o treinamento esportivo e iniciou-se o ensino das letras e dos cálculos. No século V a.C., havia dois modelos de educação bem diferentes: o de Atenas, centrado na formação integral, ou seja, no desenvolviemento do corpo e do espírito; e o de Esparta, centrado na formação guerreira.

Em Atenas, o ensino não era gratuito nem orbigatório. As famílias é que decidiam como educar os filhos. Por volta dos sete anos, os meninos das famílias mais ricas tinham aulas de gramática, para aprender a ler e a escrever; de música, quando aprendiam a tocar instrumentos como a libra a e flauta; e também aprendiam a recitar poemas. As aulas eram ministradas por um mestre, geralmente um escravo.

Aos quinze anos, os rapazes iam para os ginásios, onde praticavam atividades físicas e tinham aulas de leitura, escrita, cálculo, poesia e música. Também estudavam política e filosofia, para argumentarem com pefeição e se prepararem para atuar na vida pública. O objetivo era formar o cidadão integral.

As meninas geralmente, não aprediam a ler nem a escrever. Elas permaneciam em casa, e suas mães lhes ensinavam prendas domésticas. Os pais casavam suas filhas ainda muito jovens. O principal objetivo do casamento era gerar um filho, preferencialmente do sexo masculino.

Figura 2: Relevo romano do século II d.C. representando um professor grego e seus alunos. A obra foi encontrada em Neumangen-Dhron, Alemanha.



Fonte: Museu do Estado de Renânia, Trier, Alemanha.

Para Platão os seres matemáticos são entidades reais, objetivas, totalmente independentes do nosso conhecimento, têm propriedades bem determinadas, algumas conhecidas e muitas desconhecidas. Estes seres não são, naturalmente, objetos físicos ou materiais. Existem fora do espaço e tempo. São imutáveis e eternos - não foram criados, não mudarão, nem desaparecerão.

Aristóteles (384-322 a. C.) foi discípulo de Platão e também mestre de Alexandre, O Grande. Era filósofo e biólogo, mas estava sempre a par das questões matemáticas. Foi-lhe atribuído, um tratado sobre as Retas Indivisíveis, que consistiam em segmentos de reta, para os quais não há uma unidade de medida comum. Ele foi o fundador da Lógica e pode-se dizer que pelas suas alusões a conceitos e teoremas matemáticos, Aristóteles também é considerado um contribuinte para o desenvolvimento da matemática em sua época.

Com Alexandre Magno (336-323), filho de Filipe da Macedónia, a Grécia esforçou-se por espalhar ao longe e ao largo a cultura e a mentalidade humanista dos gregos. As conquistas de Alexandre implantavam, entre os povos conquistados, uma espécie de iluminismo cultural, onde a língua, os costumes e a arte dos gregos ganhavam foros de potência civilizadora.

Após a conquista do Egito, em 332 a.C., lançaram-se as bases duma nova cidade, aberta aos novos ventos da cultura e da arte gregas, livre das peias da teosofia pagã egípcia e independente do culto dos mortos, que tanto subjugava a vida do povo egípcio. Na verdade, morto Alexandre, o seu poder é repartido pelos seus dois generais maiores: Seleuco, de quem deriva a dinastia dos Selêucidas, ficará com a parte norte do império, com sede em Antioquia; o sul, com predominância do Egito, ficará para Ptolomeu I ou Lago, e dará lugar à dinastia dos Lágides. Todos eles se esmeraram em difundir e impor o helenismo, mas serão os Ptolomeus que, junto ao Mediterrâneo, na parte ocidental do Delta do Nilo e em frente da ilha de Faros, irão construir a nova cidade de Alexandria; ela seria como que a sede irradiadora da força do helenismo e da racionalidade humana, que ele impunha. O homem com sua inteligência seria o propulsor e a medida do progresso, da cultura, da religião e da arte. Desse modo e nesta linha de ideias, o grego comum, língua universalizada – KOINÉ – tornou-se o veículo de comunicação universal em todo o Médio Oriente, numa espécie de diálogo cultural entre povo grego e civilizações orientais.

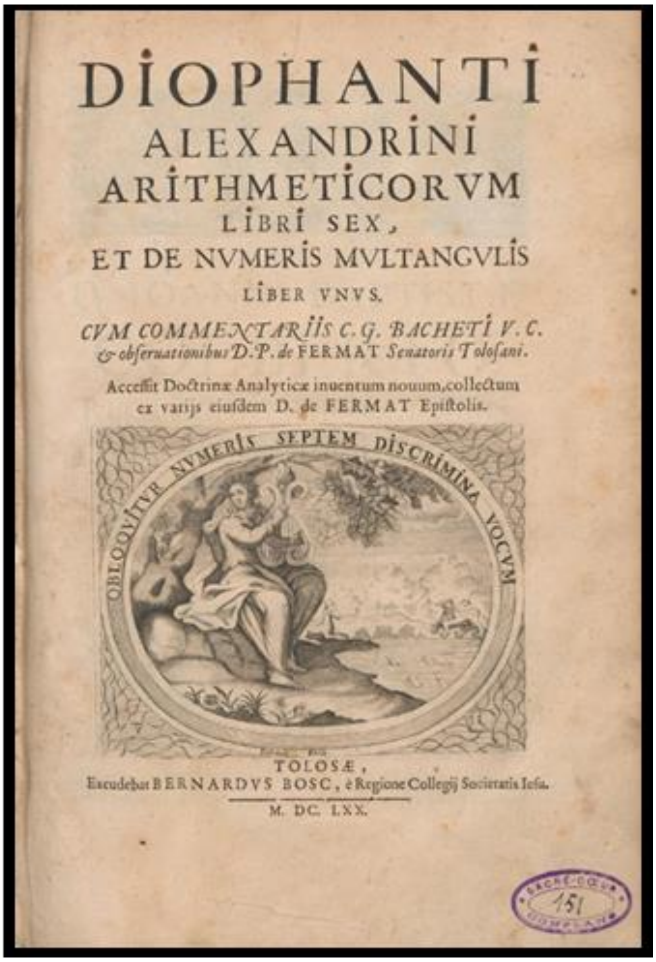
Com o objetivo de promover o helenismo e toda a sua cultura é que se construiu a célebre Biblioteca de Alexandria. Terá sido em meados do século III a.C. (cerca de 252 a.C.), quando governava o Egito Ptolomeu II, Filadelfo. Ali se reuniria todo o empório do saber: literatura, história, filosofia, religião, arte, matemática, astrologia, medicina. Calímaco (305-240 a.C.) foi o bibliotecário que elaborou o primeiro catálogo, que ocupava 120 rolos de papiro. Estima-se que chegasse a ter entre 400.000 a 1 milhão de papiros.

A cidade de Alexandria tornou-se um grande centro de investigação do conhecimento, o primeiro instituto que registrava o conhecimento das civilizações, a maior cidade que o mundo ocidental havia conhecido, sem dúvida um centro intelectual econômico do mundo Helenístico. Pessoas de todos os países saiam em direção a Alexandria para viver, comercializar e para aprender. Era uma cidade onde os gregos, egípcios, sírios, hebreus, núbios, fenícios, romanos, galos e iberos comercializavam mercadorias e ideias. Para lá, eram regimentados escritores, poetas, artistas e cientistas de todas as partes para enriquecer o seu Museu e sua Biblioteca. Nomes de importantes estudiosos deram suas contribuições: Galeno, Euclides, Apolônio, Aristarco, Hiparco, Tolomeo, Aquimedes, Nicomedes, Herón, Menelao, Pappus, já em seu declínio Teón e Hipátia. Em 604 d.C. a biblioteca de Alexandria foi destruída num incêndio.

Em 1621, Bachet de Méziriac (1581–1638) publica o texto em grego da Aritmética juntamente com uma tradução para o latim e algumas notas suas sobre os problemas e soluções de Diofanto. Uma cópia desta edição que é adquirida por Pierre de Fermat (1601–1665), homem de leis por profissão (foi conselheiro do tribunal superior de

Toulouse), matemático por paixão. Fermat irá anotar nas margens da sua cópia da Aritmética resultados sobre números naturais, inspirados sem dúvida no seu estudo e leitura desta obra, mas completamente novos e de uma beleza e profundidade impressionantes, e sem paralelo até então. Fermat limita-se a enunciar, nessas margens e em cartas a outros matemáticos, esses resultados, sendo apenas conhecido um esboço de uma prova sua em Teoria dos Números. Os melhores matemáticos do século XVII, em especial L. Euler (1707–1783), trabalharam arduamente na tentativa de provar os resultados de Fermat.

Figura 3: O *Aritmética* de Diofanto de Bachet de Méziriac com comentários de Pierre de Fermat publicada em 1670.



Fonte: Gallica Bibliotèque Numérique. Disponível em http://www.e-rara.ch/zut/content/pageview/2790613 - Bibliothèque Nationale de France. Acesso em 03 de dezembro de 2013.

Algumas versões publicadas do Aritimética: em 1621, Claude Gaspard Bachet de Méziriac, publica uma versão bilíngue grego-latina; em 1893 uma edição crítica por Paul Tannery Diophanti Alexandrini Opera omnia cum graecis commentariis; em 1910, Heath publica a obra Diofanto de Alexandria: um estudo da história da álgebra grega.

Segundo Roque (2012) a contribuição mais conhecida de Diofanto é ter introduzido uma forma de representar o valor desconhecido em um problema, designando-o como arithmos, de onde vem o nome “aritmética”. O *Aritmética* contém uma coleção de problemas que integrava a tradição matemática da época, no livro I, ele introduz símbolos, aos quais o autor chama “designações abreviadas”, para representar os diversos tipos de quantidade que aparecem nos problemas[43].

Diofanto usou o símbolo análogo à letra grega ζ para representar à incógnita; para o quadrado da incógnita usou Δ^{Y}, à qual chamou dynamis (quadrado); para cubo da incógnita usou K^{Y} e chamou-lhe Kybos; para a potência de expoente quatro usou $\Delta^{Y}\Delta$ e chamou-lhe dynamis-dynamis; para as potências de expoente cinco e seis usou, respectivamente, ΔK^{Y} (dynamis-kybos) e $K^{Y}K$ (kybos-kybos). (HEATH, 1910, p. 129).

Símbolos Diofantinos	**Descrição**	**Notação Moderna**	**Descrição**
ζ	Arithmos	x	Incógnita
Δ^{Y}	Dynamis	x^2	Quadrado
K^{Y}	Kybos	x^3	Cubo
$\Delta^{Y}\Delta$	Dynamis-Dynamis	x^4	4ª Potência
ΔK^{Y}	Dynamis-Kybos	x^5	5ª Potência
$K^{Y}K$	Kybos-Kybos	x^6	6ª Potência

Quadro 1: Confeccionada a partir de Roque (2012)

Segundo Eves (2008, p. 209), Diofanto tinha abreviações para a incógnita, potência até a de expoente seis, subtração, igualdade e inversos. Nossa palavra “aritmética” provém da palavra grega aritnmetike que se compõe de arithmos (“número”) e techne (“ciência”). Heath assinalou bastante convincentemente que o símbolo usado por Diofanto para a

[43] O método de abreviação representava a palavra usada para designar essas quantidades por sua primeira ou última letra de acordo com o alfabeto grego.

incógnita provavelmente derivava por fusão das duas primeiras letras gregas da palavra *arithmos*, a saber α e ρ. Com o tempo esse símbolo veio a se parecer com o sigma final grego ζ. Embora haja dúvidas sobre isso, o significado das notações para as potências da incógnita "cubo". Facilmente se explicam os símbolos das potências seguintes parece bastante claro: assim, *dunamis* ($\Delta YNAMI\Sigma$) da incógnita, $\Delta^{Y}\Delta$ (quadrado-quadrado), ΔK^{Y} (quadrado-cubo) e $K^{Y}K$ (cubo-cubo). O símbolo de Diofanto para "menos" assemelha-se a um V invertido com a abissetriz traçada nele. A explicação que se tem dado é que esse símbolo se comporia de Λ e I, letras da palavra grega *leipis* $(\Lambda EI\Psi I\Sigma)$ que significa "menos". Todos os termos negativos de uma expressão eram reunidos e antes deles se escrevia o sinal de menos. Indicava-se a adição por justaposição; e o coeficiente da incógnita ou de uma potência qualquer da incógnita era representado por um numeral grego alfabético, logo seguida ao símbolo a que se deveria ligar. E quando houvesse um termo constante, então usava-se $\overset{o}{M}$, uma abrevisção da palavra grega *monades* $(\mathrm{MONA\Delta E\Sigma})$, que significa unidades, seguido do coeficiente numérico apropriado. Assim, $x^3 + 13x^2 + 5x$ e $x^3 - 5x^2 + 8x - 1$ se escreveriam $K^{Y}\alpha\Delta^{Y}\iota\gamma\zeta\varepsilon$ e $K^{Y}\alpha\zeta\eta \pitchfork \Delta^{Y}\overset{o}{M}\alpha$, expressões que, literalmente, podem ser lidas assim: incógnita ao cubo 1, incógnita ao quadrado 13, incógnita 5 e (incógnita ao cubo 1, incógnita 8) menos (incógnita ao quadrado 5, unidades 1). Foi assim que a álgebra retórica se tornou álgebra sincopada.

Os símbolos de Diofanto marcam a passagem da Álgebra retórica, em que as expressões são escritas totalmente em palavras, para a Álgebra sincopada, na qual algumas expressões vêm escritas em palavras e outras são abreviadas (STRUIK, 1989).
Segundo Klein (1968, p. 146), os sinais usados por Diofanto eram meras abreviaturas. Por esta razão, o procedimento praticado por Diofanto, denominou-se de álgebra sincopada que é uma transição da álgebra retórica para a moderna álgebra simbólica.

Muitos dos problemas tratados na Aritmética conduzem a equações do 1º e 2º graus, a uma ou mais incógnitas, determinadas ou não; outros se referem a equações cúbicas, mas para estas Diofanto escolhe adequadamente os dados para que seja fácil obter a solução. Há também nela problemas algébricos que Diofanto resolve por recurso à geometria e problemas sobre triângulos retângulos de lados racionais. Para os problemas propostos, são aceitas somente soluções racionais positivas. São os problemas "sobre" resolução de equações os que mais nos interessam em nossa abordagem. Problemas como "dividir um número dado em dois outros, sabendo sua diferença" e suas estratégias de resolução. Que nos permitam a partir de suas comparações um ensino mais efetivo na resolução de equações do primeiro e segundo grau na educação básica.

Pressupostos teóricos metodológicos

A resolução de problemas é uma estratégia didático/metodológica importante para o ensino da matemática. Porém, em sala de aula, constata-se que um uso exagerado de regras, e resoluções por meio de procedimentos padronizados, desmotivam tanto alunos quanto professores. O emprego de problemas rotineiros não desenvolve a criatividade e autonomia em matemática.

Hoje, para aprender a resolver os "problemas matemáticos", de um modo geral, são trabalhados em sala de aula exercícios repetitivos visando fixar os conteúdos que acabaram de ser estudados, em um abuso de procedimentos padronizados na resolução de problemas semelhantes. Essa atividade não desenvolve no aluno, a capacidade de se transportar do raciocínio utilizado para o estudo de outros assuntos ou mesmo de problemas relacionados.

A busca por novas alternativas de transposição didática para o ensino de Matemática sugere que tomemos a história da Matemática como uma aliada. A aliança consiste em trabalhar o desenvolvimento histórico de determinados conteúdos com vistas a localizar possibilidades pedagógicas que superem as dificuldades encontradas por professores e estudantes de Matemática (MENDES, 2001) (BRANDEMBERG, 2010).

A resolução de problemas, em um trabalho organizado a partir da elaboração de atividades de cunho histórico, acreditamos, ser uma importante contribuição para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, ao desenvolver no aluno as capacidades de um "pensamento matemático avançado" ou, ao menos, mais elaborado, que não se restringe a aplicação e resolução de exercícios rotineiros que simplesmente valorizam o aprendizado por reprodução ou imitação.

A importância da resolução de problemas matemáticos de cunho histórico deve possibilitar aos alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance dentro e fora da sala de aula. Assim, os alunos terão oportunidades de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

Segundo Dante (1991), "é possível por meio da resolução de problemas desenvolver no aluno iniciativa, espírito explorador, criatividade, independência e a habilidade de elaborar um raciocínio lógico e fazer uso inteligente e eficaz dos recursos disponíveis, para que ele possa propor boas soluções às questões que surgem em seu dia-a-dia, na escola ou fora dela".

Os alunos ao resolverem problemas de cunho histórico podem descobrir fatos novos e encontrarem várias outras maneiras de resolverem o mesmo problema, despertando a curiosidade e o interesse pelos conhecimentos matemáticos e assim desenvolverem a capacidade de solucionar as situações que lhes são propostas além da possibilidade de conhecer e comparar as diversas estratégias de resolução e as ferramentas matemáticas disponíveis em cada época.

Alguns problemas selecionados da *Aritmética* de Diofanto para nossas atividades em sala de aula

Apresentaremos os problemas I-27 e I-28 do Livro I da *Aritmética* de Diofanto, são os primeiros que se reduzem a equações do 2º grau completas e na apresentação de sua resolução, Diofanto utiliza um artificio que permite transformá-las em equações do 2º grau incompletas, cuja resolução é imediata. O artifício consiste em designar uma certa quantidade desconhecida por *arithmo*. Em seguida, as várias incógnitas do problema são escritas em função dessa nova incógnita e, são feitas substituições entre as várias equações, de modo a reduzir tudo a uma só equação, com uma só incógnita (o *arthmo*) nunca com grau superior ao segundo.

Note-se que a escolha do *arithmo* não era arbitrária. Ao invés, era feita de forma que, no final, se obtivesse uma equação nas condições acima referidas. Após calcular o valor do aritmo era fácil determinar as várias soluções do problema.

> O procedimento de Diofanto é totalmente diferente, do ponto de vista conceitual, dos procedimentos pelos egípcios, e da geometria. Com efeito, aqui, uma incógnita (designada por aritmo, que quer dizer número) é posta em evidência nos cálculos. Esta incógnita não é como nos processos aritméticos, o ponto de chegada dos cálculos, ela não é mais, como acontece no caso da geometria, um ponto de referência estático no desenvolvimento do problema, mas sim uma quantidade que é operada como se fosse um número conhecido (RADFORD, 1993)

Nos parece que Diofanto sugere que se pode acompanhar o processo de descoberta do resultado. Isso é bem visível na resolução dos problemas. Aqui, selecionamos, inicialmente, apenas três problemas e suas respectivas atividades, buscando relacionar a história da matemática grega ao ensino de equações na educação básica.

Problema I-1 - **Dividir um número dado em dois números de diferença dada.**

a) **Resolução proposta por Diofanto (retórica)**: Seja 100 o número e a diferença 40; achar os números. Supondo $arithmo$ o número menor, o maior será $arithmo\ mais\ 40$; logo, os dois somados dão $2\ arithmos\ mais\ 40$, que vale 100. Então, 100 é igual a $2\ arithmos\ mais\ 40$. Em seguida vamos subtrair 40 a cada um dos membros ficando

$2\ arithmos\ igual\ a\ 60$. Logo o número será 30. Então, $arithmo\ igual\ a\ \mathbf{30}$ $e\ arithmo\ mais\ 40\ igual\ a\ \mathbf{70.}$

b) **Uma resolução usando as abreviações (mais geral)**: Supondo ζ o número menor, o maior será $\zeta + 40$; logo, os dois somados dão $2\zeta + 40$, que vale 100. Então, 100 é igual a $2\zeta + 40$. Em seguida vamos subtrair 40 a cada um dos membros ficando 2ζ igual a 60. Logo o número será 30. Então, $\zeta\ igual\ a\ \mathbf{30}\ e\ \zeta + 40\ igual\ a\ \mathbf{70.}$

c) **Resolução em notação moderna:** Supondo x o número menor, o maior será $x + 40$; logo, os dois somados dão $2x + 40$, que vale 100. Então, 100 é igual a $2x + 40$. Em seguida vamos subtrair 40 a cada um dos membros $2x + 40 - 40 = 100 - 40$ ficando $2x$ igual a 60. Logo o número será 30. $x = \mathbf{30}\ e\ x + 40 = \mathbf{70.}$

Atividade Proposta: Vamos supor novos valores para o número e para a diferença dada no problema, propondo nomear a incógnita, e assim, buscar identificar expressões generalizadoras através de situações corelatas. Essa atividade tem como objetivo desenvolver no aluno habilidades investigativas, identificando as estruturas matemáticas, a função da incógnita, e construir uma linguagem algébrica para descrevê-la simbolicamente, propiciando ao aluno a partir das ideias de Diofanto a criação de expressões que possuam **regularidades** na resolução de problemas.

Problema I-27 **- Encontrar dois números com soma e produto dados.**

a) **Resolução proposta por Diofanto (retórica)**: Considere que a soma é 20 e o produto, 96. Supondo que a diferença entre os dois números seja 2 arithmos, começamos por dividir a soma desses números (que é 20) em dois (obtendo 10). A partir desse resultado, consideramos um arithmos somado a e subtraído de 10, respectivamente, cada uma das metades. Como a metade da soma é 10, tomando a metade subtraída 1 arithmos mais a metade acrescentada de 1 arithmos obtendo 20, que é a soma desejada. Para que o produto seja 96, multiplicamos essas mesmas quantidades, obtendo 100 subtraído do quadrado do arithmos (um dynamis). Chegamos, assim, à conclusão de que o dynamis deve ser 4, logo, o valor do arithmos é 2. Os valores procurados serão, portanto, 10 mais 2 e 10 menos 2, ou seja, **8** e **12**.

b) **Uma resolução usando as abreviações (mais geral)**: Se esses números fossem iguais, cada um deles seria 10. Supomos que a diferença entre eles seja 2ζ, ou seja, os dois números procurados são obtidos retirando ζ de um destes 10 e adicionando ζ ao outro. Como a soma não muda após essas operações, temos 10 – ζ + 10 + ζ = 20. Mas sabemos também que o produto desses números é 96, logo, podemos escrever (10 – ζ) (10 + ζ) =

96. Observamos, então, que $10^2 - \Delta^y = 96$, e concluímos que o valor de ζ deve ser 2. Logo, os números procurados $10 - \zeta$ e $10 + \zeta$ são, respectivamente, **8** e **12**.

c) **Resolução em notação moderna:** Supondo x e $y = 10$, seja $2x$ a diferença entre eles, então existe z, tal que $x = 10 - z$ e $y = 10 + z$. Substituindo na equação $x.y = 96$ obtemos: $(10 - z).(10 + z) = 96$; logo, $100 + z^2 = 96$. Então, z é igual a 2. Logo, os números procurados $x = 10 - z$ e $y = 10 + z$ são, respectivamente, **8** e **12**.

Atividade Proposta: Quanto a esta atividade, pretendemos que os alunos passem a interpretar os diversos aspectos que envolvem a resolução de equações e que possam formular a partir dessas ideias generalizações que permitam resolver o **problema I-27** por diversas formas. Então, para o devido entendimento desse problema, como sugestão vamos partir no sentido inverso da resolução proposta por Diofanto. Iniciamos propondo dois números quaisquer para encontrar a soma e o produto, e assim identificar expressões em situações correlatas.

Problema I-28 **- Encontrar dois números cuja soma seja um número igual a 20 e o quadrado somado seja um número igual a 208.**

a) **Resolução proposta por Diofanto (retórica)**: Considere que a soma é 20 e os quadrados somados sejam, 208. Supondo que a diferença entre os dois números seja 2 arithmos, começamos por dividir a soma desses números (que é 20) em dois (obtendo 10). A partir desse resultado, consideramos um arithmos somado a 10 e subtraído de 10, respectivamente, cada uma das metades. Como a metade da soma é 10, tomando a metade subtraída 1 arithmos mais a metade acrescentada de 1 arithmos obtendo 20, que é a soma desejada. Para que a soma dos quadrados seja 208, somamos os quadrados dessas mesmas quantidades, obtemos $(10\ menos\ arithmos)^2\ mais\ (10\ mais\ arithmos)^2\ igual\ 208$ e ainda, $10^2\ menos\ 2.10.arithmos\ menos\ (menos\ \mathrm{Dynamis})\ mais\ 10^2\ mais\ 2.10.arithmos\ mais\ \mathrm{Dynamis}\ igual\ 208$, então $100\ menos\ 20arithmos\ mais\ \mathrm{Dynamis}\ mais\ 100\ mais\ 20arithmos\ mais\ \mathrm{Dynamis}\ igual\ 208$, temos, $200\ mais\ 2\mathrm{Dynamis}\ igual\ 208$. Chegamos, assim, à conclusão de que o valor do arithmos é 2. Os valores procurados serão, portanto, 10 menos 2. e 10 mais 2 ou seja, **8** e **12**.

b) **Uma resolução usando as abreviações (mais geral)**: Queremos encontrar dois números com soma 20 e a soma dos quadrados seja igual a 208. Se esses números fossem iguais, cada um deles seria 10. Supomos que a diferença entre eles seja 2ζ, ou seja, os dois números procurados são obtidos retirando ζ de um destes 10 e adicionando ζ ao outro.

Como a soma não muda após essas operações, temos 10 – ζ + 10 + ζ = 20. Mas sabemos também que a soma dos quadrados desses números é 208, logo, podemos escrever $(10 - \zeta)^2 + (10 + \zeta)^2 = 208$. Observamos, então, que $100 - 20\zeta + \Delta^y + 100 + 20\zeta + \Delta^y = 208$, portanto $200 + 2\Delta^y = 208$ e concluímos que o valor de ζ deve ser 2. Logo, os números procurados $10 - \zeta$ e $10 + \zeta$ são, respectivamente, **8** e **12**.

c) **Resolução em notação moderna:** Supondo $x + y = 20$ e $x^2 + y^2 = 208$, seja x o menos desses números, então existe z, tal que $x = 10 - z$ e $y = 10 + z$. Substituindo na equação $x^2 + y^2 = 208$ obtemos: $(10 - z)^2 + (10 + z)^2 = 208$; logo, os dois somados dão $200 + 2z^2 = 208$. Então, z é igual a 2. Logo, os números procurados $x = 10 - z$ e $y = 10 + z$ são, respectivamente, **8** e **12**.

Atividade Proposta: Esta atividade tem por finalidade de revisar aspectos matemáticos relacionados ao quadrado da soma de dois termos e o quadrado da diferença, assunto trabalhado no 8º ano. Então, partindo no sentido inverso da resolução proposta por Diofanto. Iniciamos sugerindo dois números quaisquer para encontrar a soma e os quadrados somados, e a partir daí aplicar o método para qualquer par de números sugeridos.

Sobre a apresentação de problemas históricos em livros didáticos

A seguir apresentamos o problema *Decifrando o enigma da idade de Diofanto*, selecionado no livro didático do 7º ano do ensino fundamental, Sampaio (2010) ao abordar o tema equações e inequações do 1º grau, descreve o problema encontrado na lápide de Diofanto.

Figura 4: Decifrando o enigma da idade de Diofanto no livro didático.

Decifrando o enigma da idade de Diofanto

Vamos considerar como *x* a idade com que Diofanto faleceu e transcrever estas expressões para a linguagem matemática:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

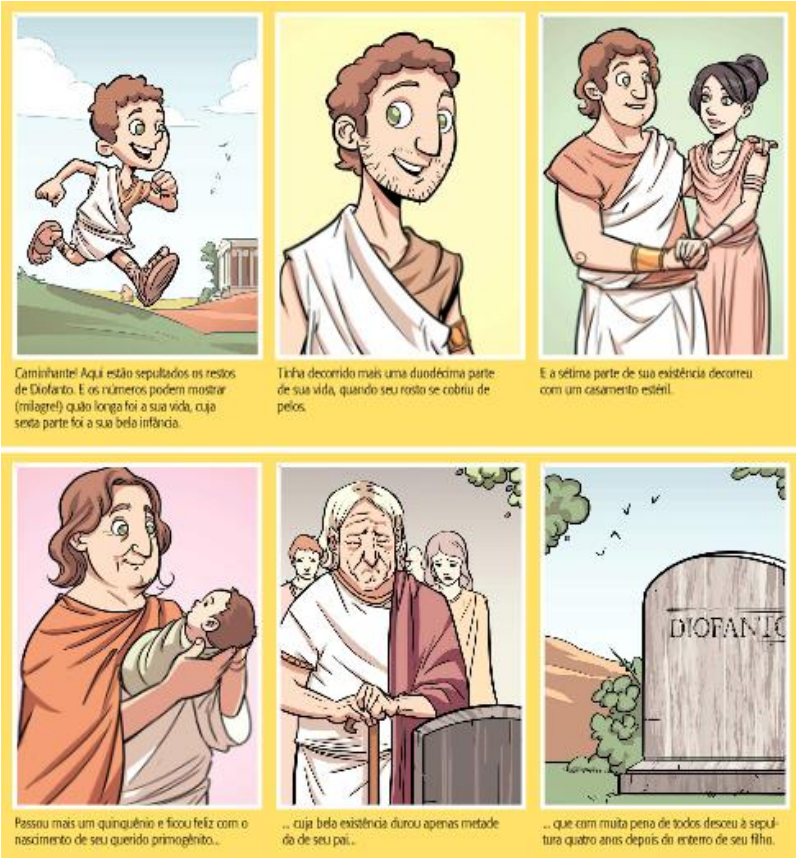
$$x = \frac{[14x + 7x + 12x + 420 + 42x + 336]}{84}$$

$84x = 75x + 756$

$9x = 756$

$x = 84$

Os estudos de Diofanto basearam-se no uso de símbolos para facilitar a escrita e os cálculos matemáticos. Os símbolos criados por ele fizeram com que as expressões, até então escritas totalmente com palavras, pudessem ser representadas por abreviações. A álgebra começa a ser entendida como o estudo da resolução de equações.



Fonte: Apresentada por Fausto Arnaud Sampaio, na Coleção Jornadas – *Matemática*. Editora Saraiva. 2010. p. 150 e p. 151.

A nossa intenção ao utilizar os dados e características históricas, visa uma maior interação e uma possível comparação das estratégias de resolução histórica e atual, sempre buscando dar mais significado aos conteúdos (conceitos) estudados (envolvidos).

O estudo nos permite analisar as estratégias usadas nos problemas, comparando-as e registando algumas diferenças. As estratégias usadas são diversificadas inserindo-se nas categorias de estratégias informais. Além disso, a sua análise evidencia o tipo de trabalho que se pode desenvolver na sala de aula a partir de condições que propiciem que os alunos progridam do uso de estratégias informais, pouco estruturadas para estratégias mais estruturadas e eficientes. Pelo contrário, a análise das estratégias informais denota uma prevalência do uso do algoritmo tradicional e evidencia uma continuidade em termos da progressão das estratégias nos três problemas.

A potencialidade do trabalho com a Resolução de Problemas Matemáticos da Antiguidade como estratégia para o ensino de matemática na educação básica, enquanto meio são ferramentas preponderantes e de exclusividade para se envolver com problematização e raciocínio lógico. Até este momento, podemos perceber que o conhecimento da história do desenvolvimento da matemática nos possibilita maior compreensão quando percebemos que a aritmética nos conduz a uma simbologia algébrica como linguagem que facilita a expressão do pensamento matemático. A partir de uma abordagem histórica, passando pelos possíveis estágios de evolução da matemática podemos contribuir para a construção do pensamento algébrico em direção à formalização da linguagem simbólica e, diante disso, amenizar dificuldades relativas à abstração. À medida que a linguagem algébrica se torna familiar ao aluno, ele pode compreender a função da generalização para a solução de situações problema. As informações e os problemas históricos permitem reflexões que auxiliam, tanto na formação do professor quanto na dos alunos e ainda podem contribuir para a reelaboração de conceitos matemáticos.

Considerações Finais

A história da matemática como metodologia de ensino leva para a sala de aula questões relativas às necessidades humanas que deram origem a conceitos matemáticos e às produções teóricas consequentes das abstrações e generalizações obtidas. O grande desafio para os professores de matemática que procuram fazer uso da história da matemática em sala de aula consiste na transformação das informações históricas obtidas por meio de pesquisas bibliográficas em atividades de ensino que propiciem aos alunos um encontro histórico com o conhecimento matemático e na elaboração de abordagens pedagógicas que favoreçam a reconstrução e assimilação dos conceitos envolvidos nestes conteúdos. O conhecimento da história da matemática é essencial para todo professor desta área, pois mesmo que as informações históricas não tenham aplicação direta em sala de aula, a compreensão do desenvolvimento histórico dos conceitos pode influenciar positivamente as práticas pedagógicas.

A história da matemática na formação do professor pode contribuir na percepção "da natureza da matemática, dos processos de abstração, de generalização e de demonstração, das dimensões estética e ético-política da atividade matemática". Contudo, a grande maioria dos professores que atuam nas escolas não teve em sua formação disciplinas referentes à história da matemática, cabendo a eles a busca destes conhecimentos por intermédio de cursos de formação continuada, pesquisas bibliográficas, etc., Não se conhece completamente uma ciência, a menos que saiba a sua história.

O recurso à história da matemática sozinho não soluciona todos os problemas da Educação Matemática, mas, observa-se que as atividades inspiradas na história motivam os alunos à aprendizagem, humanizam a matemática, conduzem a investigações e contribuem para a compreensão dos conteúdos matemáticos a partir da recriação ou da redescoberta de conceitos.

Uma abordagem histórica da construção de conceitos matemáticos pode propiciar uma visão da produção matemática, e revela que a matemática é um produto da cultura humana, mutável com o tempo. O conhecimento da história do desenvolvimento algébrico possibilita a percepção da simbologia algébrica como uma linguagem que facilita a expressão do pensamento matemático. Atividades que contemplem os estágios de evolução podem contribuir para a construção do pensamento algébrico em direção à formalização da linguagem simbólica e, diante disso, amenizar dificuldades relativas à abstração.

À medida que a linguagem algébrica se torna familiar ao aluno, ele pode compreender a função da generalização para a solução de situações problema. As investigações desenvolvidas demonstraram que o recurso à história da matemática na prática pedagógica vai além de um elemento motivador, pois as informações e os problemas históricos permitem reflexões que auxiliam, tanto na formação do professor quanto na dos alunos e ainda podem contribuir para a reelaboração de conceitos matemáticos, neste caso específico, os conceitos algébricos.

Referências

BRANDEMBERG, J. C. & MENDES, I. A. **Problemas históricos e ensino de Matemática** – III EPAEM, Belém, 2005.

BRANDEMBERG, J. C. **Uma análise histórico epistemológica do conceito de grupo**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2ª Ed. São paulo: Edgard Blücher, 1996

DANTE, L. R**. Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1991.

EVES, H. **Introdução à História da matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, São Paulo: Editora da UNICAMP, 2008.

HEATH, T. L. **Diophantus of Alexandria: A Study in the History of Greek Algebra**. Forgotten, 2012. Publicação original 1910.

KLEIN, J. **Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra**. Trad, por Eva Brann. New York: Dover, 1968

MENDES, I. A. **O Uso da história no Ensino da Matemática: reflexões teóricas e experiências**. Belém, 2001.

MENDES, I. A. **Ensino da Matemática por atividades: Uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática**. Lisboa: Associação de Professores de Matemática - APM, 2001 (Colecção Teses).

PLATÃO. **República**. Tradução por J. Guinsburg. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 2005.

RADFORD, L. - **'L'émergence et le développement conceptuel de F algèbre" in Actes de la première université d'été européenne**. Montpellier: IREM de Montpellier, 1993

STRUIK, D. J. **História Concisa das Matemáticas**. Gradiva. Lisboa: 1989.

ROQUE, T. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAMPAIO, F. A. **Coleção Jornadas – *Matemática***. Editora Saraiva. 2010.

Marcelo Miranda Serrão
Universidade Federal do Pará – Brasil
E-mail: mmserrao@hotmail.com
João Cláudio Brandemberg
Universidade Federal do Pará – Brasil
E-mail: brand@ufpa.br

REMATEC
Revista de Matemática, Ensino e Cultura
Histórias de Práticas Matemáticas

A PREPARAÇÃO DE AULAS USANDO HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

PREPARING CLASSES USING HISTORY OF MATHEMATICS

Dulcyene Maria Ribeiro
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste
Email: dulcyene.ribeiro@unioeste.br

Resumo

Além de uma sucinta fundamentação teórica sobre História da Matemática e formação de professores, neste texto descreve-se uma atividade realizada em aulas da disciplina História da Matemática, denominadas “miniaulas” em que o conhecimento histórico dos conteúdos é utilizado na preparação de aulas. Propor que alunos do curso de licenciatura em matemática organizem aulas usando a História da Matemática, além de mostrar como usá-la quando estiverem ensinando, tem também o objetivo de levar o aluno da disciplina a compreender que não é fácil entender a maneira como os matemáticos formularam seus resultados, que não foi simples para eles alcançarem esses resultados e, que, portanto, nem sempre é simples para os alunos entenderem alguns conceitos matemáticos. Espera-se que ao conhecer a história do que ensina, o professor ou futuro professor se sinta mais seguro nas tomadas de decisões, especialmente em relação às suas escolhas metodológicas.

Palavras-chave: Conceitos matemáticos e históricos. Miniaulas. Formação de professores. História da Matemática.

Abstract

In addition to a theoretical grounding brief about History of Mathematics and teacher training, this text describes an activity performed in classes of the discipline History of Mathematics, called "mini-classes" in which the historical knowledge of the content is used in the preparation of the classes. Suggesting that students in mathematics degree course organize classes using the history of mathematics, and show them how to use it when they are teaching, also aims to bring the student of the discipline to realize that it is not easy to understand how mathematicians had formulated their results, which was not easy for them to reach these results and, therefore, is not always simple for students to understand some mathematical concepts. It is expected that by knowing the history of teaching, the teacher or the future teacher feel safer in making decisions, especially in relation to their methodological choices.

Keywords: Mathematical and Historical concepts. Mini-classes. Teacher Training. History of Mathematics.

Introdução

Não é fácil preparar aulas usando quaisquer tendências da Educação Matemática e ensinar algum conceito usando a História da Matemática não tem sido algo muito praticado nas escolas, nem nos cursos superiores de graduação. Embora os conceitos ensinados sejam históricos e utilizem ferramentas históricas, como o uso de uma fórmula ou a utilização de um procedimento, como o de calcular a razão entre o comprimento de uma circunferência qualquer e o seu diâmetro, muitas vezes, esses não passam de procedimentos mecânicos, em que, nem alunos, nem professores refletem sobre o que estão utilizando.

Para a maioria, mesmo de estudantes e professores que trabalham com Matemática, a História da Matemática é apenas a história de conteúdos da Matemática e de alguns nomes importantes ligados a esses conteúdos, não sendo nada mais do que a história de uma ciência – a Matemática. Poucos saberiam explicar o que significa a História da Matemática ser uma área de investigação científica. Por outro lado, imagina-se que alguns professores tenham claro que ela pode ser considerada um instrumento pedagógico, devido às inúmeras referências e defesas que os documentos oficiais fazem das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, considerando-a uma metodologia de ensino e aprendizagem.

Pergunta-se: – O que fazer para melhorar a relação dos professores e futuros professores com a História da Matemática? Como levá-los a conhecer os aspectos que estão relacionados às palavras "História da Matemática"? E se o seu trabalho e mesmo sua formação estão de forma mais explícita ligados aos aspectos didáticos da História da Matemática, como fazer com que pelo menos essa faceta da História da Matemática esteja clara para o professor e para o futuro professor?

Nesse texto, além de alguma pequena fundamentação teórica, se descreve sobre atividades realizadas durante aulas da disciplina História da Matemática, em que o conhecimento histórico dos conteúdos é utilizado na preparação de aulas.

A História da matemática e a formação de professores

Está longe de ser unanimidade a presença de uma disciplina específica de História da Matemática nos cursos de graduação em Matemática no Brasil, conforme evidenciam os trabalhos de Stamato (2003) e Ribeiro (2005). No primeiro analisou-se como essa disciplina passou a fazer parte do currículo dos cursos de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista, nos *campi* de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente e indicou um panorama mais geral sobre a existência da disciplina em outras instituições do país. Já Ribeiro (2005) realizou um estudo sobre como a disciplina História da Matemática é desenvolvida nos cursos de graduação em Matemática no país que a consideram em suas grades curriculares. Foram entrevistados professores que, nas suas instituições, têm sido os responsáveis por ministrar a disciplina. Entre outros aspectos, buscava-se entender qual enfoque tem sido dado a essa disciplina. Se normalmente é tratada a história dos conteúdos matemáticos no seu desenvolvimento ao longo da história da humanidade ou se é organizado um curso pelo qual os alunos aprendam como abordar a História da Matemática em aspectos a serem utilizados quando estiverem na função de professores.

O uso ou não da História da Matemática nas aulas ou o que pensam os professores sobre seu uso são temas tratados em alguns trabalhos como o de Souto (1997) e o de Feliciano (2008). Souto argumentou que a

> [...] defesa das potencialidades didáticas da História da Matemática, há muito veiculada pelos discursos dos professores, autores de livros didáticos e gestores da educação pública, ainda não se materializou em experiências ou investigações que promovam efetivamente essa articulação (SOUTO, 2010, p. 534).

No estudo de Feliciano (2008, p.104), os professores entrevistados acreditam no potencial didático da História da Matemática, mas evidenciaram não saber como utilizá-la na sala de aula e apontaram que as instituições de ensino superior poderiam apoiar na capacitação para o trabalho histórico-pedagógico do conteúdo matemático, com a preparação de materiais voltados para o professor de Matemática que tenham uma linguagem acessível para a sua utilização em sala de aula.

Nos últimos anos houve aumento significativo na produção de trabalhos direcionados à sala de aula que se apoiam na História da Matemática. Mesmo assim as propostas de utilização da História da Matemática em sala de aula são poucas e as existentes têm sido pouco divulgadas[44] e não chegam aos professores. E essa não é uma característica exclusiva da História da Matemática, pois também se manifesta para outras tendências.

Ainda para Feliciano,

> E se julgamos que ela (História da Matemática) é um elemento que pode auxiliar no processo de ensino aprendizagem de Matemática, deve haver um esforço para que seja abordada, durante a formação dos professores, com um enfoque pedagógico, ou seja, dando subsídios para que os

[44] Exemplos de abordagens podem ser consultados em Pacheco (2010), Mendes (2009) e Miguel et al. (2009).

> docentes possam utilizá-la na sala de aula. (FELICIANO, 2008, p. 104-105, parênteses nossos).

Pensando nas ações que podem ser efetuadas na universidade, no âmbito da formação inicial e continuada de professores, tem-se buscado entender o que seriam ações significativas nesse sentido, uma vez que se entende ser necessário oferecer condições de desenvolvimento e realizações efetivas ao professor em formação inicial. Alguns desses aspectos são tratados em Cyrino e Correa (2009). Balestri (2008), por exemplo, investigou qual é a participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores.

Com base no conhecimento histórico dos conteúdos que compõem a disciplina e que fazem parte do currículo escolar, entende-se que os alunos em formação inicial poderão organizar atividades que contemplem os aspectos históricos, tendo em vista o público com o qual atuarão. Na sequência está descrita uma forma de utilizar aspectos históricos no desenvolvimento de uma atividade realizada na disciplina de História da Matemática, com o intuito de mostrar aos alunos da disciplina como usar a História da Matemática quando estiverem ensinando.

As aulas da disciplina história da matemática: o relato de uma experiência

Mesmo nos cursos de graduação em que a disciplina História da Matemática existe, há sempre a preocupação sobre os conteúdos que se devem abordar e também em relação à forma e aos aspectos metodológicos. Para professores iniciantes são frequentes as perguntas: Fazer um curso de história da Matemática clássica, retratando a história da matemática grega, egípcia, hindu e europeia ou fazer um curso que envolva a Matemática das culturas mais marginalizadas, como a dos índios americanos? Fazer um curso de História do Ensino de Matemática ou da Educação Matemática no Brasil? Ou em uma disciplina de História da Matemática deveria se ensinar a preparar aulas usando a História da Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos? Isso apenas para listar algumas das preocupações de quem se responsabiliza pela disciplina.

Na tentativa de integrar esses questionamentos optou-se por tratar um pouco de cada um desses aspectos no curso que temos ministrado. Considera-se ter chegado a um processo que tem apresentado bons resultados, especialmente no tocante à possibilidade de se efetivar a introdução à História da Matemática no âmbito do ensino.

Descreve-se, na sequência, uma atividade que tem sido realizada nas aulas da disciplina História da Matemática no curso de Matemática na Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste, *campus* de Cascavel, por acreditar que, além de tratar da

História da Matemática clássica, é nessa disciplina que os alunos do Curso de Matemática precisam se familiarizar com o modo de usar a História da Matemática ao preparar suas aulas, o que farão brevemente, já que essa é uma disciplina do 4º ano do curso.

Intencionando formar professores que tenham pelo menos uma experiência com o uso da história para se ensinar um determinado conteúdo matemático, foram instituídos, nas aulas da disciplina, alguns momentos chamados de miniaulas, em que os alunos devem apresentar oralmente, para os colegas e com a melhor descrição possível, um plano de aula preparado para ensinar algum conteúdo matemático. Essas aulas devem ter sido preparadas usando aspectos da História da Matemática e com o intuito de ensinar algum conteúdo matemático a um público predefinido, com uma carga horária predefinida. Isso quer dizer que há liberdade para escolher o conteúdo, a carga horária, a metodologia e o público escolar, mas deve haver coerência entre esses aspectos.

Solicita-se que a componente histórica não apareça somente como um aspecto motivador ou como informação, tal como tratado por Vianna (2000, 1995), mas que sirva mesmo para ensinar o conteúdo desde o início. Então, não é válido apenas comentar sobre a vida de um matemático tido como o responsável por determinado conteúdo da História da Matemática e depois tratar o assunto desvinculado de sua constituição histórica.

Com o intuito de ilustrar, de maneira mais efetiva, essa abordagem para a formação de professores de matemática, destaca-se a seguir algumas miniaulas propostas por alunos da disciplina ao longo dos últimos anos.

A primeira é uma miniaula proposta por uma aluna da disciplina do ano de 2009. O conteúdo escolhido foi "Critérios de divisibilidade", assunto normalmente tratado na 5ª série, ou 6º ano. Para isso foi proposto trabalhar sobre "prova dos nove".

A prova dos noves, também conhecida pelo nome de "noves fora", é uma regra que permite saber se uma operação de adição, subtração, divisão ou multiplicação foi realizada corretamente. Segundo Eves (2004), essa regra apareceu inicialmente em obras de aritméticas árabes, como a de *Al-Khowarismi*, que viveu no século IX. Depois seu uso foi difundido por meio das aritméticas que circularam na Europa. O uso dessa regra chegou aos livros didáticos. No Brasil, nos livros da década de 60 do século XX, por exemplo,

> [...] eram inicialmente "apresentadas as chamadas "propriedades elementares do resto", que nada mais são do que as propriedades que fornecem a base para a aplicação da prova dos noves. [...]. Nos livros desta época os autores chamavam a prova dos nove simplesmente pelo nome de provas por um divisor, já que as propriedades elementares do resto são válidas para qualquer divisor (CRUZ, 2009, p. 39).

Antes da popularização das calculadoras, muitos profissionais, como economistas, contabilistas e comerciantes, se utilizavam desse artifício para verificarem se suas contas estavam corretas, porém esse conhecimento não era exclusivo desses profissionais. A prova dos noves também fez parte dos conteúdos dos livros didáticos por muitos anos, foi ensinada até algumas décadas atrás, também nas escolas. Hoje muitas pessoas nunca ouviram sobre prova dos noves, porém "[...] a regra dos 'noves fora' pode servir como uma situação metodológica motivadora para o ensino de conteúdos intrínsecos não somente às operações fundamentais, mas também à divisibilidade entre números e a compreensão do sistema de numeração decimal" (CRUZ, 2009, p. 48).

A aluna começou por relatar, de forma breve, o que é a prova dos noves, onde ela apareceu inicialmente, por quem e onde foi usada. E, depois de mostrar aos alunos como a regra funciona, buscou-se instigá-los, fazendo questionamentos a respeito da regra, por exemplo, por que essa regra funciona, o que garante que ela funcione.

A seguir, em forma de diálogo, segue um trecho do relato da aluna.

- Por que, quando aplicamos a regra, podemos garantir que, se os números encontrados forem iguais, a conta está correta?
- Por que na Matemática há uma propriedade que diz o seguinte: "Se, em uma adição, tomando os restos das divisões por n de cada uma das parcelas e somando-os obtivermos o mesmo valor do resto da divisão do resultado por n, então a conta foi realizada corretamente".
- Perguntar aos alunos: Mas o que somar os algarismos das parcelas e diminuir o número 9 até obter um número menor que 9 tem a ver com essa propriedade? E explicar os motivos. Quando na propriedade diz "divisões por n", quer dizer que devemos dividir as parcelas por um número n, no nosso caso o número n pelo qual dividimos as parcelas é o número 9.
- Mas por que, para encontrar o resto, ao invés de fazermos a divisão, somamos os números e diminuímos o 9?
- Por que existe uma regra chamada de critério de divisibilidade que permite saber se um número é divisível por outro sem realizar a divisão, e é a regra da divisão por 9 que garante isso.

Então foi tomado um exemplo para ver como é possível verificar se um número é divisível por outro sem realizar a divisão. Com base no exemplo foi explicado que o critério de divisibilidade por 9 (Um número é divisível por 9 se a soma dos seus algarismos for divisível por 9) é válido para qualquer número e que isso é provado matematicamente.

A seguir, mais um trecho das explicações feitas pela aluna para justificar a prova dos nove.

> Pelo critério de divisibilidade por 9, podemos observar que um número, quando dividido por 9, deixa o mesmo resto que a soma de seus algarismos quando esta for dividida por 9. Então, na prova dos noves, quando nós somamos os algarismos das parcelas e diminuímos o número 9 até obter um número menor que 9, o que estamos fazendo na verdade é encontrar o resto da divisão da parcela por 9. Vejamos um exemplo: 157 dividido por 9 dá 17 e sobra resto 4. Se fizermos 1 + 5 + 7 = 13 - 9 = 4, ou seja, somamos os algarismos e diminuímos 9, estamos calculando o resto da divisão de 157 por 9, que deu 4.

Depois desse destaque dado ao critério de divisibilidade por 9, foram tratados os critérios de divisibilidade de outros números. Na sua miniaula, a aluna ainda destacou o critério de divisibilidade por 2, mostrou que a prova dos nove se aplica também a outras operações, além da adição e que, em alguns casos, a prova dos noves não detecta erro, podendo falhar.

Alguns dirão que, para ensinar critérios de divisibilidade, um professor não precisa saber sobre prova dos nove. No entanto, ao descrever essa atividade, levou-se em consideração que, para o processo de ensino e aprendizagem se dar de maneira adequada, é necessário que o professor conheça os aspectos relacionados ao que ensina. Como salienta D'Ambrosio, "[...] ninguém contestará que o professor de matemática deve ter conhecimento de sua disciplina" (D'AMBROSIO, 2000, p. 241). E, para o professor ensinar, ele "[...] depende de sua compreensão de como esse conhecimento se originou, de quais as principais motivações para o seu desenvolvimento e quais as razões de sua presença nos currículos escolares. Destacar esses fatos é um dos principais objetivos da História da Matemática" (idem).

Além disso, ao discutir sobre prova dos noves, que é um conhecimento histórico (não simplesmente ensinar a aplicar a regra), o professor possibilita que seus alunos aprendam sobre divisibilidade e operações e compreendam de forma mais profunda o sistema de numeração decimal. E esse é o principal objetivo das miniaulas: por meio de um conhecimento histórico, ensinar algum conteúdo matemático do currículo escolar.

Os conteúdos abordados nas miniaulas não se restringem aos que são tratados no Ensino Fundamental e Médio. Muitas vezes, os conceitos abordados são facilmente discutidos nas disciplinas iniciais do curso de matemática. Por exemplo, no ano de 2014, uma das miniaulas proposta tratou das grandezas comensuráveis e incomensuráveis. Tal miniaula foi preparada para alunos do 1º ano do curso de matemática.

Outra, também em 2014, foi elaborada para alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Tinha como objetivo levar os alunos a compreender a ideia de limite de uma sequência por meio do paradoxo da Dicotomia de Zenão. Os objetivos específicos passavam por: entender a noção de infinito e de limite; conhecer o paradoxo da Dicotomia de Zenão; encontrar limites de sequências e decidir sobre convergência de sequências. A aula foi iniciada com a exibição do vídeo[45] intitulado "À espera da meia noite" que conta a história de um segurança de um prédio que está esperando seu companheiro de trabalho chegar para substituí-lo. O seu turno termina 0h e ele liga para o seu companheiro às 23h para perguntar se ele poderia chegar mais cedo. O colega de trabalho tenta enrolá-lo, pedindo que ele ligasse novamente quando faltasse metade do tempo daquele momento até 0h. O vigilante ligou 23h30 e seu colega pediu novamente para ele ligar quando faltasse a metade do tempo e fez isso mais vezes. O vídeo foi interrompido em certo momento para que os alunos que ouviam a exposição da aluna construíssem a sequência que representasse quanto tempo faltava para o fim do turno do segurança a cada ligação.

A aluna questionou os colegas se o horário de meia noite chegaria. E comentou que situações como essa foram discutidas há muitos séculos com os paradoxos de Zenão. A partir daí teve que fazer inserções extras para explicar o significado da palavra "paradoxo", já que poucos alunos da turma sabiam o que significava ou tinham uma vaga ideia, e também sobre Zenão de Eléia (c. 450 a. C.).

Na sequência relacionou o argumento utilizado pelo companheiro de trabalho do segurança, que "acreditava que o horário da meia noite nunca chegaria", com o paradoxo da Dicotomia de Zenão, da seguinte forma:

> Se um segmento de reta pode ser subdividido indefinidamente, então o movimento é impossível, pois, para percorrê-lo, é preciso antes alcançar seu ponto médio, antes ainda alcançar o ponto que estabelece a marca de um quarto do segmento, e assim por diante, *ad infinitum*. Segue-se, então, que o movimento jamais começará. Assim, sempre haveria um tempo que seria antes de meia noite.

Explicou que esse e os outros paradoxos de Zenão intrigaram muitos estudiosos da Grécia Antiga que não conseguiam provar o que estava errado nesse raciocínio, mas que

[45] Pertence à Série Matemática na Escola. Matemática Multimídia. Disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1041>. Acesso em: 16 jan. 2015.

Leibniz (1646-1716), no século XVII, solucionou esse tipo de problema com a noção de limite de uma sequência. Com uma curta exposição sobre Leibniz, passou a definir limite de uma sequência:

> Definição: Uma sequência $\{a_n\}$ tem o limite L e escrevemos
>
> $$\lim_{n\to\infty} a_n = L \text{ ou } a_n \to L \text{ quando } n \to \infty$$
>
> Se para cada $\varepsilon > 0$ existir um correspondente inteiro N tal que
>
> $$|a_n - L\| < \varepsilon \text{ sempre que } n > N.$$

E voltando à sequência descrita por meio do problema proposto, considerando que o termo geral é dado por $A_n = \dfrac{1}{2^n}$, encaminhou sua explicação da seguinte forma:

> Escrever a sequência numa reta com um intervalo que começa no ponto A representando o horário de 23h e termina no ponto B representando o horário de 0h. O primeiro termo da sequência é o ponto A_1, que representa a metade do intervalo de A até B. O segundo ponto A_2, representa a metade da distância de A_1 até B. O terceiro ponto A_3, representa a metade da distância de A_2 até B e assim sucessivamente. Para saber se o ponto B é o limite da sequência, ou seja, se 0h é o horário que termina o turno do segurança, tomamos um intervalo menor contendo o ponto B.
>
> Fazer com que os alunos percebam que a partir de um termo da sequência, como por exemplo, o termo A_5, dentro desse intervalo menor, existem infinitos pontos cada vez mais próximos de B, e fora desse intervalo, existe um número finito de pontos. Com essas duas condições, garante-se que B é o limite dessa sequência.
>
> Relacionando com a definição de limite, temos que $L = B$, $N = 4$ e 2ε é o tamanho do intervalo menor. Assim, no intervalo $(B-\varepsilon, B+\varepsilon)$, tomando um termo qualquer da sequência, a partir de A_4, ou seja, um A_n, tal que $n > 4$, temos que $|A_n - B| < \varepsilon$, que significa que para valores muito grandes de n os termos A_n se aproximam cada vez mais de B. Ou ainda, dado uma distância ε, temos que a distância de A_n até B é menor do que ε, para ε tão pequeno quanto se queira.

Depois de uma representação geométrica dessa aproximação, a aluna solicitou que os alunos, com base em algumas sequências selecionadas, escrevessem os primeiros termos, discutissem sobre um possível limite e justificassem, utilizando a definição, se o limite existe ou não.

Essa miniaula fez com que os colegas que ouviam as explicações e também resolviam parte das atividades proposta, percebessem que um tema estudado por eles no curso, limite de sequências, não apareceu do nada, que há nomes de pessoas ligadas à forma de resolução que utilizam, que as ideias iniciais foram discutidas já na Antiguidade grega, etc. Muitas vezes, quando esse assunto é estudado nos cursos de cálculo, o nome de Leibniz sequer é citado, muito menos associações à Zenão e aos outros conceitos que se relacionam ao Cálculo, estudados já na Antiguidade. Isso, por si só, já justificaria a existência das miniaulas.

Em outra miniaula realizada por um aluno no ano de 2006 foi proposto ensinar "Indução Finita", por meio de estudo da sequência de Fibonacci e do número *Phi*. É, portanto, uma aula preparada para alunos de um primeiro ano do Curso de Matemática. O aluno começou a expor sobre a dificuldade de generalizar o que é válido para alguns números naturais, para todos os demais. No seu texto escreveu que "é necessário um argumento lógico garantindo que certa propriedade envolvendo os números naturais seja sempre verdadeira para todos os valores de n, para eliminar qualquer dúvida. Isto é o que realiza o método de demonstração por indução matemática". Depois comentou sobre Leonardo de Pisa e sobre as coleções de problemas do seu *Liber Abaci*, especialmente, sobre o problema dos coelhos, que deu origem à sequência de Fibonacci. Após apresentar a sequência, mostrou algumas situações em que ela ocorre e utilizou o retângulo áureo para fazer a ligação da sequência com o número *Phi*. Finalizou com a introdução do "Princípio da Indução Finita", além de trabalhar as propriedades da sequência de Fibonacci em exemplos e exercícios que propôs.

O aluno ainda destacou que a maioria dos alunos do primeiro ano do Curso de Matemática não têm noção da "grandeza dessa ciência" e que, ao tratar de aspectos da História da Matemática, eles são levados a conhecer um pouco dessa ciência e que

> a apresentação de fatos curiosos e intrigantes sobre a sequência de Fibonacci tem objetivo de despertar nos alunos interesse pela pesquisa, pois a curiosidade sobre as relações abrirá várias portas para o conhecimento, o que pode favorecer o desempenho dos alunos nas matérias.

Esse aluno da disciplina de História da Matemática apresentou pleno conhecimento do que se espera ser atingido ao tratar conteúdos matemáticos por via da História da Matemática, já que soube utilizá-la para ensinar conteúdos matemáticos presentes no currículo do Curso de Matemática e ainda apresentou uma visão clara de que a História da Matemática pode contribuir para outros aprendizados, possibilitando o espírito investigativo.

De modo geral, as miniaulas têm abordado conteúdos variados e públicos diversos. Ao longo desses anos, tem-se notado que um mesmo conceito histórico foi usado pelos alunos para ensinar conteúdos escolares diferentes. Como descrito na atividade anterior, a razão áurea ou número de ouro, serviu para impulsionar o trabalho sobre indução finita, mas também foi usada para ensinar conceitos como o de números irracionais e os conceitos geométricos envolvidos na construção do retângulo de ouro. Tudo depende da forma como o aluno preparou sua aula e as relações que fez. Nos três casos, embora o foco fosse diferente, observações de elementos da natureza e medições de partes do corpo humano e/ou de objetos que obedecem à relação áurea, foram realizadas. A definição do segmento áureo e a construção do retângulo de ouro também foram feitas.

Com o objetivo de introduzir os números irracionais, na preparação de sua miniaula, no ano de 2014, a aluna propôs primeiramente a comparação de medidas de objetos, como cartões de crédito e as antigas fitas cassetes. Realizadas as medições, a razão aproximada entre as medidas do comprimento e da largura de cada objeto deveriam ser anotadas em uma tabela pelos alunos participantes da atividade, que em seguida, deveriam escrever sobre as observações dos resultados das razões que calcularam. Essa atividade tinha o objetivo de despertar a curiosidade sobre o número de ouro.

Além de trabalhar com a exibição de filmes curtos disponíveis na internet que ilustram a presença da razão áurea na Antiguidade, na natureza, no dia a dia, em construções, etc., na sequência, a aluna propôs a construção do retângulo áureo e da espiral de ouro, conhecida como espiral de Fibonacci. Embora propostas para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, as construções também foram feitas pelos alunos da disciplina de História da Matemática, para os quais a miniaula era exposta. Foi utilizado papel quadriculado e as etapas da construção foram demonstradas no quadro.

Após uma sequência de nove etapas propostas, no seu planejamento a aluna escreveu o seguinte:

> Finalmente perguntar aos alunos se o número de ouro 1,618034... pertence a algum conjunto numérico que eles já estudaram até hoje. Provavelmente eles pensarão no conjunto os números racionais. Então indagá-los: Será que o número de ouro é um número racional? Se eles não lembrarem o que é um número racional, relembrar rapidamente na lousa quais as condições para que um número seja racional. E quando eles chegarem à conclusão de que o número de ouro não é um número racional, pois possui infinitas casas decimais não periódicas e, portanto, não é possível escrevê-lo na forma de fração, então definirei número irracional.

E depois da apresentação da definição de número irracional e de alguns exemplos desse tipo de número, a aula se encerraria. O tempo total previsto foi de 4 horas aulas.

No extrato acima se descreve as ações que a aluna teria para finalizar a sua miniaula. De maneira geral, os alunos são orientados a elaborar um plano geral da aula, em que além do conteúdo, da carga horária, do público escolar, dos objetivos, das referências e das formas de avaliação, o desenvolvimento ou a parte metodológica seja muito bem detalhada, com as atividades a serem desenvolvidas descritas passo a passo, as definições e conceitos elaborados de maneira clara. Além disso, devem incluir os possíveis textos a serem trabalhados com os alunos, as possíveis falas a serem utilizadas, etc.

Ainda considerando o contexto desta miniaula, se destaca que embora esses alunos, colegas da aluna que fazia a apresentação, tenham feito a disciplina “Desenho Geométrico”, as construções, especialmente da espiral, pareceram atividade inédita em suas vidas de estudantes de matemática. Alguns nunca tinham desenhado um retângulo áureo e todos relataram nunca terem feito a construção dessa espiral, nem de outras, como a de Arquimedes. O interessante é que um assunto faz lembrar de outros, de outros exemplos. Essa discussão ainda rendeu outra relacionada às curvas matemáticas menos conhecidas, ou pouco trabalhadas nos cursos de matemática, como a cicloide.

No entanto, é bom esclarecer que nem sempre uma miniaula atinge aos objetivos propostos. Por vezes, elas abordam a resolução de alguns problemas que não são históricos, sem qualquer discussão dos aspectos históricos do conteúdo ou dos processos de resolução. Outras vezes os alunos abordam apenas algum aspecto da vida do matemático ou matemáticos ligados a um determinado conceito, mas sem qualquer problematização ou acréscimos. Para evitar que a aula fique desconectada do seu fim ou muito mal preparada, como professora responsável pela atividade, solicito que antes da apresentação formal à turma, cada aluno me mostre o que está preparando, para que se necessário correções, intervenções ou uma mudança total de rumos, tal possa ser feito, sem que ele passe por constrangimentos à frente dos colegas no momento da apresentação.

Embora com um objetivo específico de ensinar conteúdos matemáticos, por meio da utilização de informações históricas ao público escolhido, as miniaulas ao serem planejadas, elaboradas e executadas agregam muitos conhecimentos, especialmente aos responsáveis por ela. Mas os outros alunos da disciplina que, muitas vezes, executam trechos das miniaulas que os colegas prepararam, também aprendem, relembram e compartilham conhecimentos, históricos ou não. Configuram-se momentos de muito crescimento a todos.

Considerações finais

Propor que alunos do curso de licenciatura organizem aulas usando a História da Matemática tem também o objetivo de levar o aluno da disciplina a compreender que não é fácil entender a maneira como os matemáticos formularam seus resultados, que não foi simples para eles alcançarem seus resultados e, que, portanto, nem sempre é simples para os alunos entenderem alguns conceitos matemáticos.

Muitas vezes, o professor espera que seus alunos considerem natural o desenvolvimento de determinado conteúdo e o aprendam rapidamente. Nesse processo, os professores esquecem ou desconhecem que muitos conteúdos tratados na educação básica, e mesmo no ensino superior, demoraram anos ou séculos para apresentar o *corpus* teórico atual, em virtude do desconhecimento da constituição histórica do conteúdo. Muitos conteúdos representaram verdadeiros obstáculos epistemológicos[46] ao longo da história da humanidade, como foi o caso dos números negativos. Hoje o conjunto numérico que engloba esses números é o segundo na ordem de apresentação no Ensino Fundamental, se considerada a extensão dos conjuntos numéricos, dos naturais aos reais, mas os números negativos foram os últimos a serem sistematizados, já mesmo depois da determinação da existência dos números complexos.

O desenvolvimento da Matemática enquanto ciência nem sempre se deu de forma lógica, maneira como, em geral, é exposta aos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem. Muitos autores concordam que seu desenvolvimento histórico revela contradições, idas e vindas para o estabelecimento de sua organização lógica atual. Destarte, o uso da História da Matemática em sala de aula pode auxiliar a modificar esse ponto de vista.

---

[46] Para Bachelard, o obstáculo epistemológico é algo tratado como uma "evidência" e que impede o indivíduo de fazer o conhecimento progredir, na medida em que sua naturalização impede que os conceitos sejam revistos e modificados.

> Assim, o aluno a compreenderia (a Matemática) como um empreendimento que se constituiu ao longo de séculos, no atendimento a certas demandas em determinados contextos socioeconômicos. Através da História, poderia vislumbrar seu desenvolvimento por seres humanos, sujeitos a erros, a equívocos e que muitas vezes enfrentavam diversos obstáculos que demoravam anos para serem transpostos. Isso poderia contribuir para desmanchar a falsa impressão de que os matemáticos produziriam novos conteúdos de maneira natural, quase espontânea, não deixando escapar as frustrações e o longo caminho trilhado para atingir a estrutura considerável que a Matemática construiu nesse processo (FELICIANO, 2008 p. 31-32, parênteses nossos).

Acabar com a impressão transmitida pelos cursos de Matemática de que a Matemática é harmoniosa, que está pronta e acabada, é um ponto de vista defendido por Morris Kline, um dos mais importantes historiadores da Matemática. Para ele, os cursos regulares de Matemática são mistificadores.

> Eles apresentam uma exposição de conteúdos matemáticos logicamente organizada, dando impressão de que os matemáticos passam de teorema a teorema quase naturalmente, de que eles podem superar qualquer dificuldade e de que os conteúdos estão completamente prontos e estabelecidos (KLINE, 1972, p. ix apud MIGUEL e MIORIM, 2004, p. 52).

Considerando fazer com que a História da Matemática participe de forma orgânica no processo de formação de professores de Matemática, o ponto de vista de Kline toma uma dimensão ainda mais importante. Esse espírito crítico é o que se espera desenvolver em alunos que frequentam disciplinas que tratam da História da Matemática.

Espera-se que, uma vez compreendido que o conhecimento matemático não se constituiu de forma linear, que houve avanços e retrocessos e muitos obstáculos no percurso de organização do conhecimento, que o professor ou futuro professor esteja mais consciente do seu papel, do que pode exigir dos seus alunos em relação à compreensão dos conteúdos que ensina e que, ao conhecer a história do que ensina, se sinta mais seguro nas tomadas de decisões, especialmente em relação às suas escolhas metodológicas.

Considerada como uma das tendências metodológicas da Educação Matemática, a utilização de informações históricas da Matemática tem se configurado como uma forma de abordagem para o ensino da Matemática. Mendes (2009, p.14) defende que a história da Matemática, "aliada à perspectiva investigatória, pode ser usada como fonte geradora de conhecimento matemático escolar". E que essa abordagem tem tido um crescimento progressivo, manifestado à medida que são divulgados estudos e "resultados práticos acerca do uso da história da Matemática como um recurso de ensino-aprendizagem" (idem). É isso que procuramos atender com a elaboração e divulgação desse texto a respeito das miniaulas.

Considerando os contextos abordados, entendemos que a preparação de aulas usando a História da Matemática deveria fazer parte das atividades dessa disciplina ainda durante os cursos de graduação em Matemática, já que para fazer uso de uma determinada metodologia é preciso estar familiarizado com ela, nesse caso, com o modo de usar as informações históricas da Matemática ao preparar suas aulas. E essa familiarização dificilmente acontecerá em outra oportunidade para o professor se não acontecer ainda durante o curso de formação inicial, quando o tempo para se dedicar à formação geralmente é maior e quando o professor em formação pode contar com professores universitários dispostos a colaborarem e exercerem papéis de consultores nesse processo de aprendizado mútuo.

Referências

BALESTRI, Rodrigo Dias. **A participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

CYRINO, Márcia. C. de C. Trindade; CORREA, Júlio Faria. Reflexões sobre a constituição de uma história orientada para a formação inicial de professores de matemática. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 15, n. 2, 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext& pid=S1516-73132009000200011&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 16 jul. 2010.

CRUZ, Jaqueline Zdebski da Silva. Divisibilidade e prova dos noves. 53 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2009.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A interface entre História e Matemática: uma visão histórico-pedagógica. In: FOSSA, J. A. (Org.). **Facetas do diamante**. Rio Claro, SP: SBHMat, 2000. p. 241-271.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Trad.: Higyno H. Domingues. 2. ed. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP, 2004. 844p.

FELICIANO, Lucas Factor. **O uso da História da Matemática em sala de aula**: o que pensam alguns professores do ensino básico. 171 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, SP, 2008.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro. Ciência Moderna, 2009. 256 p.

MIGUEL, Antonio et al. **História da Matemática em atividades didáticas.** São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2004.

PACHECO, Edilson Roberto. História da Matemática em abordagens pedagógicas. In: BURAK. D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER, T. E. (Orgs.). **Educação Matemática**: reflexões e ações. Curitiba, PR: CRV, 2010. p. 27-43.

RIBEIRO, Dulcyene Maria. Introdução de disciplinas nas grades curriculares dos cursos de graduação: o caso da História da Matemática. In: Brolezzi, A. C.; Abdounur, J. O. (Ed.) SEMINÁRIO PAULISTA DE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2005. São Paulo. **Anais...** São Paulo: IME/USP, p. 436-441, 2005.

STAMATO, Jucélia M. de A. **A Disciplina História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática**: dados e circunstâncias de sua implantação na Universidade Estadual Paulista, campi de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2003.

SOUTO, Romélia Mara Alves. História na Educação Matemática: um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. In: **Bolema**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, SP: UNESP. v. 23, n. 35B, p. 515-536, 2010.

______. História e Ensino da Matemática: um estudo sobre as concepções do professor do ensino fundamental. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 1997.

VIANNA, Carlos Roberto. História da Matemática na Educação Matemática. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2000, Londrina. **Anais**... Londrina, PR: Editora da UEL, 2000. p. 15-19.

______ Matemática e História: algumas relações e implicações pedagógicas. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

Dulcyene Maria Ribeiro
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste - Brasil

E-mail: dulcyene.ribeiro@unioeste.br

As propostas de artigos devem obedecer às seguintes normas de publicação

1) O texto de artigo deve ser inédito e não deve ter sido publicado em outra revista ou estar sendo submetido para publicação em outro periódico. Em caso de artigos já apresentados em congressos ou eventos similares a versão submetida a esta revista deve ser significativa e comprovadamente ampliada em termos teóricos e/ou metodológicos.
2) O artigo deve ser enviado por via eletrônica para revistarematec@gmail.com, aos cuidados dos Editores, e ser encaminhado em duas versões, uma delas com a identificação completa dos autores e, a outra "cega" para os trâmites de avaliação.
3) O texto deve ser elaborado em Microsoft Word (extensão.doc) atendendo às seguintes especificações de formatação e composição:

    a) O texto deverá ser formatado em fonte Times New Roman, corpo 10, recuo 0, espaçamento 0, alinhamento justificado e espaço simples entrelinhas.
    b) O texto deverá ter entre 10 e 15 páginas (A4), margem esquerda 3cm; margens superior, inferior e direita 2,5 cm. Apresentar quatro palavras-chave, título em português e inglês, além de resumo e abstract que não ultrapasse 10 linhas.
    c) O texto deverá conter título centralizado com no máximo 16 palavras incluindo conectivos. Os nome(s) do(s) autor(es) e da(s) respectiva(s) instituição(ões) devem ser alinhados à direita, logo abaixo do título. d) No final do texto, em ordem alfabética, devem ser incluídas as referências bibliográficas, obedecendo as normas atuais da ABNT.

4) O texto submetido já deve ser apresentado à Revista com revisão vernacular e ortográfica realizada previamente.
5) O texto que tiver imagens deverá ter as mesmas enviadas em documento separado, além daquelas presente no próprio texto. As imagens devem ter resolução formato TIF ou JPEG com 300DPIs.
6) Os textos publicados nesta Revista representam a expressão do ponto de vista de seus autores e não a posição oficial da revista ou dos editores.
7) O texto que não obedecer às normas de formatação será devolvido ao seu autor para reformulação e reenvio.