



## **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**

**Editores convidados:** Marcelo de Carvalho Borba e Sueli Liberatti Javaroni  
**Listagem dos pareceristas Ad hoc**

Adriana Richit
Ana Paula dos Santos Malheiros
Ana Paula Jahn
Antonio Olimpíio Junior
Jussara de Loiola Araújo
Lulu Healy
Marcus Vinicius Maltempi
Maria Madalena Dullius
Maria Raquel Miotto Morelatti
Maurício Rosa
Miriam Godoy Penteadó
Mónica Ester Villarreal
Nair Cristina Margarido Brondino
Regina Helena de Oliveira Lino Franchi
Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva
Rodrigo Dalla Vecchia
Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
Rúbia Barcelos Amara
Sandra Malta Barbosa
Wilson Massashiro Yonezawa

# Índice

## **Editorial**

*Marcelo de Carvalho Borba*

*Sueli Liberatti Javaroni*

## **Artigos**

Algumas contribuições do geogebra para uma abordagem corporificada da convergência de sequências numéricas no cálculo

*Daila Silva Seabra de Moura Fonseca*

*Regina Helena de Oliveira Lino Franchi*

Legitimação de respostas em atividades investigativas em matemática por grupos online

*Maria Teresa Zampieri*

*Felipe Pereira Heitmann*

Simulações Interativas no ensino de conceitos de eletromagnetismo

*Luciano Soares Pedroso*

*Mauro Sérgio Teixeira de Araújo*

Formação continuada de professores de matemática na perspectiva da aprendizagem significativa

*Verônica Lopes Pereira de Oliveira*

Grupo de estudos de matemática e o desenvolvimento de fichas de atividades matemáticas para ambiente informatizado

*Luciano Feliciano de Lima*

*Miriam Godoy Penteadó*

Experimentação com tecnologias: o algoritmo de Briot-Ruffini na investigação de múltiplas representações de funções polinomiais do terceiro grau

*Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva*

*Leandro do Nascimento Diniz*

Educação estatística no ensino fundamental: concepções dos alunos sobre dados estatísticos em meio digital

*Patrícia Lisboa*

*Juliana Garcia Cespedes*

Recursos tecnológicos e modelagem matemática: três experiências na sala de aula

*Denise Helena Lombardo Ferreira*

*Otávio Roberto Jacobini*

*Celso Ribeiro Campos*

*Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki*

Tecnologias digitais e educação Matemática de surdos

*Jurema Lindote Botelho Peixoto*

*Felix Diaz*

## Editorial

Desde 2006 a Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC, da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), vem se constituindo em um espaço para a socialização de estudos e pesquisas em Educação Matemática dos diversos grupos de pesquisas do país e de alguns pesquisadores do exterior. Ao longo desse período o propósito da revista tem sido o compromisso ético e político de fazer circular parcelas da produção de conhecimento para contribuir com o ensino de matemática nas escolas e nas universidades e estabelecer parcerias com os diversos grupos de pesquisas do Brasil.

Com este número temático intitulado *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*, a REMATEC está presente nas atividades comemorativas dos **20 anos do GPIMEM - Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática** (UNESP/Rio Claro), que neste ano já lançou um livro homônimo *Tecnologias Digitais e Educação Matemática*, organizado por Marcelo C. Borba e Aparecida Chiari e publicado pela Editora Livraria da Física. Esse livro apresenta-se dividido em cinco seções, totalizando quatorze trabalhos, escritos por vinte e sete pesquisadores do GPIMEM com o objetivo principal de apresentar os avanços e aportes teóricos das pesquisas desenvolvidas no grupo, no decorrer de sua existência.

Neste número temático a REMATEC pretende divulgar resultados de estudos e pesquisas brasileiras sobre a interação das Tecnologias Digitais e Educação Matemática, fomentando assim discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática e a Formação de Professores, por meio dos artigos publicados.

O primeiro artigo *Algumas contribuições do GeoGebra para uma abordagem corporificada da convergência de sequências numéricas no Cálculo* são apresentadas possíveis contribuições do uso do software GeoGebra para a criação de ambientes de exploração, de modo a corporificar o conceito de convergência de sequências numéricas, na medida em que tornou possível a construção e a manipulação das sequências de forma dinâmica, e também para o estabelecimento de relações entre suas diferentes representações, por meio da conexão entre as janelas de visualização algébrica, gráfica e numérica.

O artigo *Legitimação de respostas em atividades investigativas em Matemática por grupos online* aborda a utilização de ferramentas de escrita colaborativa no desenvolvimento de atividades investigativas de conteúdos matemáticos com grupos de alunos trabalhando a distância de forma síncrona. Os autores concluem que tais ações possibilitam trabalhos em grupos em tempo real, via Internet, na Educação a Distância.

Em seguida, o artigo *Simulações Interativas no Ensino de Conceitos de Eletromagnetismo* temos a apresentação e discussão de um hiperdocumento REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

construído com software livre EASY JAVA SIMULATIONS com a finalidade de apoiar o ensino e a aprendizagem de conceitos de Eletromagnetismo no Ensino Médio, com base na aprendizagem significativa de Ausubel, o que poderá potencializar a aprendizagem dos alunos com relação à aquisição de informações e a construção de novos conhecimentos.

O artigo *Formação continuada de professores de Matemática: na perspectiva da aprendizagem significativa* faz uma reflexão sobre as contribuições da participação em processos de formação continuada para professores de Matemática.

Já o artigo *Grupo de Estudos de Matemática e o Desenvolvimento de Fichas de Atividades Matemáticas para Ambiente Informatizado* discute como um grupo de estudos, formado por professores e por pesquisadores, planeja e desenvolve atividades matemáticas para um ambiente informatizado e destaca as contribuições desse tipo de trabalho para os integrantes desse grupo e para seu desenvolvimento profissional.

No artigo *Experimentação com Tecnologias: o algoritmo de Briot-Ruffini na investigação de múltiplas representações de funções polinomiais do terceiro grau*, seus autores discutem novos modos de investigar equações cúbicas com tecnologias, associando a essa investigação processos clássicos, como o algoritmo de Briot-Ruffini e de D'Alembert. Sugere possibilidades para a produção da matemática e para as práticas em matemática.

Em seguida, o leitor terá o artigo *Educação Estatística no Ensino Fundamental: concepções dos alunos sobre dados estatísticos em meio digital* que apresenta uma discussão em torno da compreensão dos alunos do quarto ciclo do Ensino Fundamental acerca de dados estatísticos em meio digital, a partir de um estudo observacional em uma escola pública municipal de Minas Gerais.

O artigo *Recursos Tecnológicos e Modelagem Matemática: três experiências na sala de aula* mostra que o trabalho com temas cotidianos ou profissionais, geralmente do interesse dos alunos e apoiados pela tecnologia, pode contribuir para minimizar o sentimento de irrelevância de disciplinas da área de matemática e para a aprendizagem dos conceitos estudados e à aplicabilidade das ferramentas disponíveis, como no caso, o Excel e LINGO.

Finalizando, o artigo *Tecnologias digitais e Educação Matemática de surdos* trata da inserção das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação na educação matemática de surdos e como as representações do conhecimento matemático no ambiente digital podem privilegiar representações semióticas favoráveis para aprendizes surdos, a interação social, a participação, a colaboração e a produção de significados matemáticos, permeados pela cultura.

Agradecemos aos autores que colaboraram conosco neste número temático da REMATEC e esperamos que as diversas tendências teórico-

metodológicas reveladas explicitamente ou implicitamente no conjunto dos artigos contribuam para a construção e consolidação dos estudos e pesquisas que envolvam as relações entre Tecnologias Digitais e Educação Matemática.

*Marcelo de Carvalho Borba*  
*Sueli Liberatti Javaroni*

Outubro, 2013

**ALGUMAS CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA PARA UMA ABORDAGEM  
CORPORIFICADA DA CONVERGÊNCIA DE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS NO  
CÁLCULO**

**SOME CONTRIBUTIONS OF GEOGEBRA SOFTWARE TO AN EMBODIED  
APPROACH OF THE CONVERGENCE OF NUMERICAL SEQUENCES IN CALCULUS**

Daila Silva Seabra de Moura Fonseca  
*Instituto Federal de Minas Gerais – IFMG – Brasil*  
Regina Helena de Oliveira Lino Franchi  
*Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP – Brasil*

**Resumo**

Este artigo apresenta algumas contribuições do software GeoGebra para a criação de ambientes de exploração, de modo a corporificar a convergência de sequências numéricas. Discute atividades desenvolvidas em uma turma de Cálculo como parte de uma pesquisa de Mestrado que teve como principais referenciais teóricos o Pensamento Matemático Avançado e os Três Mundos da Matemática. Os resultados indicam que o uso do GeoGebra contribuiu para a corporificação da convergência, na medida em que tornou possível a construção e a manipulação das sequências de forma dinâmica, e também para o estabelecimento de relações entre suas diferentes representações, por meio da conexão entre as janelas de visualização algébrica, gráfica e numérica.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, GeoGebra, Três Mundos da Matemática, Convergência de Sequências.

**Abstract**

This paper presents some contributions of GeoGebra software for creating operating environments in order to embody the convergence of numerical sequences. It discusses activities in a course of Calculus as part of a Masters' research which had as main theoretical framework the Advanced Mathematical Thinking and the Three Worlds of Mathematics. The results indicate that the use of GeoGebra contributed to the embodiment of convergence, since it made possible the construction and manipulation of sequences in a dynamical way and also the establishment of relationships between its various representations, by connecting algebraic, graphical and numerical view windows.

**Keywords:** Mathematics Education, GeoGebra, Three Worlds of Mathematics, Convergence of Sequences.

## Introdução

A convergência de sequências e séries faz parte dos temas tratados nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral. De fundamental importância para compreensão de conceitos centrais do Cálculo, as ideias relacionadas à convergência nem sempre são bem compreendidas pelos estudantes. Subjacentes a elas estão a passagem de operações finitas para operações infinitas e o conceito de limite que, muitas vezes, são abordados com ênfase nas operações e na estrutura formal, o que causa dificuldades de compreensão por parte dos estudantes (BAGNI, 2005).

Essas dificuldades, relacionadas ao tratamento simbólico e formal utilizado nos cursos de Cálculo, nos quais muitos dos conceitos são apresentados por meio de definições, com ênfase nas deduções e demonstrações de resultados, podem, em parte, ser atribuídas às diferenças entre o pensamento matemático exigido para esse tipo de abordagem e aquele vivenciado pelo estudante nos ensinamentos fundamental e médio.

Segundo Tall (1991), muitas vezes nas disciplinas de Matemática na graduação, a teoria é apresentada em sua versão final, omitindo-se o processo do pensamento matemático e o da criação da teoria, dos quais o aluno não participa. Entendemos que isso pode dificultar o desenvolvimento dessa nova forma de pensar exigida para a Matemática avançada dos cursos de graduação.

O início do processo de construção do pensamento matemático relativo a um determinado conceito pode estar nas primeiras percepções e ações sobre objetos matemáticos, no chamado *mundo corporificado* (Tall, 2002). O quadro teórico no qual essa ideia se apoia intitula-se Três Mundos da Matemática. Entendemos que o uso de *softwares* matemáticos, especialmente o GeoGebra<sup>1</sup>, possibilita a criação de ambientes nos quais a convergência de sequências pode ser explorada, tendo como base a corporificação dos conceitos, visando, porém, a transição entre os Três Mundos da Matemática e, assim, desenvolvendo as bases para a compreensão de conceitos que demandam processos de pensamento matemático avançado.

Neste trabalho apresentamos um recorte de uma pesquisa de Mestrado desenvolvida pela primeira autora deste artigo, sob orientação da segunda, com o objetivo geral de verificar se o desenvolvimento de atividades baseadas na corporificação dos conceitos, em busca da transição entre os mundos corporificado e simbólico, com a utilização de *software* de geometria dinâmica, favorece a compreensão da convergência de sequências e séries. Para tanto, desenvolvemos um conjunto de atividades nas quais o GeoGebra foi utilizado para manipulação e visualização dos termos de sequências numéricas, buscando

---

<sup>1</sup> Disponível para *download* na versão 4.2 em <http://www.geogebra.org/cms/en/installers>. Para a utilização do *software* é necessário que esteja instalado o *plugin* Java, disponível em <http://www.java.com>.  
REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

as percepções no mundo corporificado e, por meio da experimentação e da reflexão, estimular a passagem para o mundo simbólico. A pesquisa foi desenvolvida em uma classe de alunos de um curso de engenharia de um Instituto Federal em que a primeira autora atuava como docente, utilizando metodologia de pesquisa qualitativa. Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram: registros feitos pelos alunos nas folhas de atividades e avaliações, gravações de áudio dos diálogos entre os alunos durante a realização das atividades, gravações das telas dos computadores utilizando o *software* TipCam<sup>2</sup> e notas de campo da pesquisadora. Os dados foram analisados segundo dois eixos derivados dos quadros teóricos que embasaram esta pesquisa: a corporificação do conceito de convergência e a relação com a proceitualização e a axiomatização; e a transição do pensamento matemático elementar para o avançado.

Trazemos para este artigo uma reflexão a respeito das contribuições do GeoGebra para essa abordagem corporificada da convergência de sequências numéricas e para o estabelecimento de bases para tratamentos formais posteriores. Na próxima seção, apresentaremos os fundamentos do quadro teórico que utilizamos como referência para concepção das atividades e para a análise dos resultados obtidos.

### **Os Três Mundos da Matemática e o Cálculo**

Desenvolvido por David Tall desde 2002, o quadro teórico denominado Três Mundos da Matemática apresenta uma concepção sobre o desenvolvimento cognitivo do pensamento matemático. Segundo Tall (2002, 2007) há três tipos muito diferentes de desenvolvimento cognitivo que habitam três diferentes mundos de operações que interagem entre si e que possuem maneiras diferenciadas de provar resultados. Os três mundos são: *conceitual/corporificado*, *proceitual/simbólico* e *formal/axiomático*.

O mundo *conceitual/corporificado* ou somente *mundo corporificado*, está na base do pensamento matemático e fundamenta-se “na percepção e reflexão sobre propriedades de objetos, inicialmente vistos e percebidos no mundo real, mas depois imaginados na mente”<sup>3</sup> (TALL, 2008, p.3). O termo *corporificado* é utilizado pelo autor para se referir ao pensamento construído, fundamentalmente, a partir das percepções sensoriais, ações e experiências de pensamento, no sentido de “dar um corpo” a uma ideia abstrata. A prova no mundo corporificado inicia-se com coisas verdadeiras, que podem ser

---

<sup>2</sup> O *software* TipCam faz vídeos com áudio de qualquer atividade realizada na tela do computador, tendo duração máxima de vinte minutos. Esse *software* está disponível para *download* em <http://tipcam.softonic.com.br/>.

<sup>3</sup> Tradução nossa para: “perception of and reflection on properties of objects, initially seen and sensed in the real world but then imagined in the mind”.

visualizadas e percebidas, e é feita, em geral, por meio de experimentos nos quais é possível *ver* a verdade acontecer (TALL, 2004, 2008).

O mundo *proceitual*<sup>4</sup>/*simbólico* ou simplesmente *mundo simbólico* é o mundo dos símbolos que utilizamos para efetuar os cálculos e manipulações na Álgebra, Aritmética, Geometria, Cálculo, entre outros. Inicia-se com ações que são encapsuladas em conceitos matemáticos, tornando possível pensar sobre o que fazemos e não apenas sobre o que percebemos (TALL e MEJIA-RAMOS, 2004). A verdade no mundo simbólico fica estabelecida por meio do cálculo com números, da manipulação de símbolos algébricos e da utilização desses símbolos para generalizar as ideias (TALL, 2002, 2004).

O mundo *formal/axiomático*, conhecido também como *mundo formal*, é caracterizado pelo uso de definições formais para os conceitos, a partir das quais as deduções são feitas. Pressupõe a construção de um sistema axiomático como, por exemplo, a análise e a teoria de grupos (TALL, 2002). Este mundo surge de uma combinação de concepções corporificadas e manipulação simbólica (TALL, 2007). A verdade no mundo formal fica estabelecida por meio de prova formal a partir de axiomas e definições.

As provas nos mundos corporificado e simbólico são, em geral, bem compreendidas pelos alunos, pois explicam e mostram o porquê de um determinado resultado ser verdadeiro. Por outro lado, a prova no mundo formal, embora rigorosamente construída se mostra, muitas vezes, confusa para os alunos (TALL, 2007).

Como dito anteriormente, os Três Mundos da Matemática relacionam-se e apresentam interseções. Os critérios de verdade em cada um dos mundos interagem em uma sequência de desenvolvimento cognitivo, como apresentado por Tall (2007, p. 10) na figura 1.

Vê-se, pela esquematização da figura 1 que, no mundo corporificado, há uma sofisticação na utilização de linguagens para definir e deduzir as propriedades de objetos, o que pode levar a uma nova teoria dedutiva. A utilização de símbolos cada vez mais sofisticados sobre símbolos manipuláveis na compreensão das ações está presente no mundo simbólico. Existe uma interação entre os mundos corporificado e simbólico, uma vez que a corporificação é utilizada para dar sentido ao simbolismo e o simbolismo, para estruturar o que foi corporificado.

---

<sup>4</sup>A palavra “proceito” foi desenvolvida por Tall e Gray para representar a dualidade entre o processo (ação) e o conceito que constituem os símbolos na Matemática. Para mais informações sobre esse assunto, veja Gray e Tall (1994).

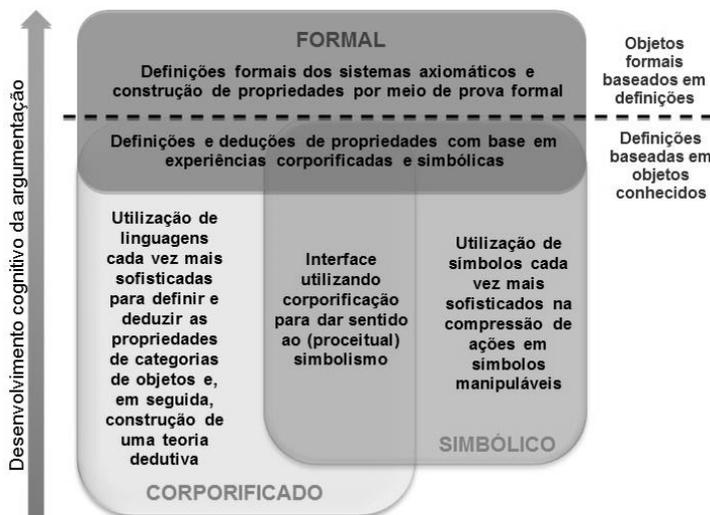


Figura 1. Desenvolvimento cognitivo da argumentação

Com a utilização de linguagens e símbolos cada vez mais sofisticados, é possível desenvolver níveis mais avançados de corporificação e de simbolismo, o que resulta no surgimento de definições e deduções que interferem na fase de transição dos argumentos baseados na experiência para os que compõem um sistema axiomático, presente na prova formal.

Com relação ao Cálculo, Tall (2002) caracteriza os três mundos:

O **mundo corporificado** é um mundo de significado *sensorial*. Seu fundamento da verdade é que as coisas se comportam previsivelmente, de uma maneira esperada.

O **mundo proceitual** é o mundo familiar tradicional do Cálculo em que os cálculos podem ser feitos (ambos aritméticos e algébricos). Um gráfico tem uma inclinação (derivada) ou uma área (integral), pois você pode *calcular* isso.

O **mundo axiomático** é um mundo em que axiomas explícitos são assumidos para dar suporte e definições são dadas formalmente, em termos de quantificado conjunto de declarações teóricas. A função tem derivada ou integral, porque você pode *provar* isso. (TALL, 2002, p. 10)<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Tradução nossa para: “The **embodied world** is a world of *sensory* meaning. Its warrant for truth is that things behave predictably in an expected way. The **proceptual world** is the familiar traditional world of calculus where calculations can be made (both arithmetic and algebraic). A graph has a slope (derivative) or an area (integral) because you can *calculate* it. The **axiomatic world** is a world where explicit axioms are assumed  
REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

Segundo Tall (1991, 2002), os cursos de Cálculo devem combinar os mundos corporificado e simbólico, não precisando ter como objetivo o tratamento formal, característico da última fase do desenvolvimento cognitivo, devendo esse tratamento ser feito na Análise. Concordamos com o autor e defendemos que nos cursos de Cálculo devemos transitar entre os mundos da Matemática por meio de atividades que permitam tanto a simbolização de conceitos corporificados, como a corporificação de simbolismos. Consideramos também que os ambientes devem propiciar trabalhos que, partindo do mundo corporificado, possam lançar bases para tratamentos formais posteriores atingindo o que no quadro da figura 1 aparece como interseção dos Três Mundos da Matemática e que foi chamado por Fonseca (2012) de *base do mundo formal*.

Entendemos que *softwares* de Matemática Dinâmica<sup>6</sup> podem ser usados para a construção de ambientes informatizados nos quais objetos matemáticos podem ser explorados pelos estudantes de maneira diferente das imagens estáticas usualmente trabalhadas no Cálculo (TALL, 2002), o que facilita a transição entre os Três Mundos da Matemática. Concordamos com Tall (2002) quando ele afirma que o uso adequado de um *software* nos permite organizar várias atividades que podem levar o aluno a realizar experiências de pensamento, favorecendo a corporificação de conceitos de Cálculo. Fonseca (2012) interpreta que, por meio de atividades que permitem a visualização e a manipulação da Matemática, é possível, não apenas a corporificação, como também a proceitualização a partir da reflexão sobre a ação realizada e do uso da simbologia adequada.

Atividades desenvolvidas nesse tipo de ambiente informatizado estão de acordo com o que Kawasaki (2008, p. 49) descreve para as propostas educacionais de construção da Matemática por meio do uso do computador: “não assumem a ideia tradicional de uma matemática ‘pronta’ ou ‘acabada’ a ser ensinada, mas admitem também a possibilidade de se ‘fazer’ matemática em uma atividade de aprendizagem”.

Dessa forma, é possível iniciar o processo de construção do pensamento matemático avançado exigido para a criação de teorias matemáticas e compreensão de conceitos da matemática superior tais como, por exemplo, o conceito de convergência de sequências numéricas.

---

to hold and definitions are given formally in terms of quantified set-theoretic statements. A function has derivative or integral because you can *prove* it.”

<sup>6</sup> A expressão “Matemática Dinâmica” está ligada à “geometria dinâmica”, que, segundo Zulatto (2003), relaciona-se com os *softwares* que permitem “que construções geométricas sejam arrastadas pela tela mantendo-se os vínculos estabelecidos durante a construção” (p. 1). Além das representações geométricas, os *softwares* de matemática dinâmica também permitem representações e manipulações algébricas.

Nas próximas seções discorreremos sobre possibilidades de criação de ambientes, com características como as descritas acima e com uso do GeoGebra, para abordagem da convergência de sequências.

### **As potencialidades do *software* GeoGebra para uma abordagem corporificada da convergência de sequências**

Apresentamos nesta seção possibilidades de utilização do GeoGebra para a criação de ambientes informatizados que permitem a exploração do conceito de convergência de sequências numéricas, numa abordagem corporificada e com vistas à transição entre os Três Mundos da Matemática. Essas possibilidades serão discutidas tendo como referência um conjunto de atividades desenvolvidas em uma turma de Cálculo, no ano de 2011, no contexto da pesquisa de Mestrado anteriormente mencionada.

As atividades foram aplicadas em aulas práticas em laboratório, com uso do GeoGebra, e em aulas teóricas. Nas aulas práticas, buscamos criar ambientes em que os alunos pudessem explorar os conceitos, por meio da experimentação, formulando e verificando conjecturas, visando à corporificação dos conceitos. Nas aulas teóricas, essas atividades foram discutidas e os conceitos foram formalizados.

O GeoGebra foi escolhido pelas seguintes razões: é um *software* de matemática dinâmica, gratuito, multiplataforma e de fácil utilização. No caso específico das sequências, o programa permite construir-las, alterar o número de termos e observar suas características.

O *software* possibilita que um mesmo objeto possa ser representado algébrica, gráfica e numericamente. Essas representações são apresentadas nas janelas de Álgebra, de Visualização e na Planilha (figura 2), que são conectadas entre si, ou seja, ao efetuar uma modificação no objeto em uma das janelas é possível acompanhar as consequentes modificações nas demais.

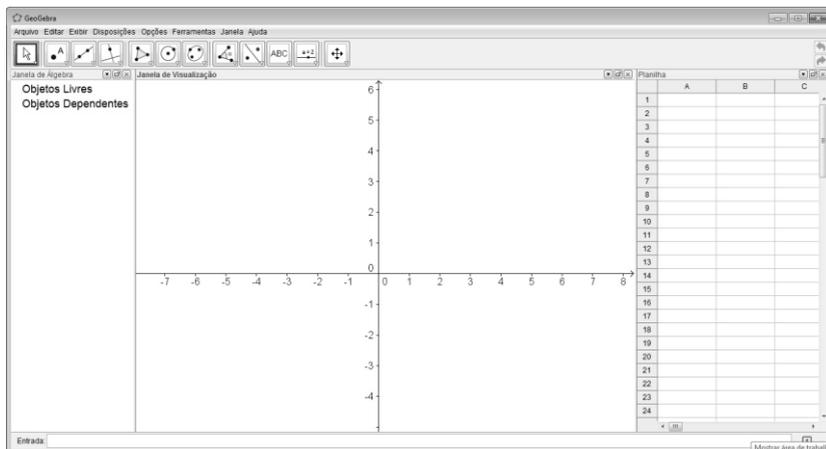


Figura 2. Tela inicial do GeoGebra

No campo de *Entrada*, é possível inserir comandos com expressões algébricas ou pontos, gerando representações correspondentes a essas entradas na Janela de Álgebra e na Janela de Visualização.

Uma das ferramentas disponíveis é o *Controle Deslizante*, que possibilita a criação de um intervalo de números livres (ou ângulos livres), permitindo a definição do seu nome, do valor mínimo, do valor máximo e do tamanho do intervalo entre dois de seus números consecutivos. Se alguma equação, expressão ou gráfico estiver relacionado a esse comando, variando o *Controle Deslizante* o objeto que estiver a ele atrelado também variará. Outro recurso à disposição é o *Rastro*, que possibilita o registro de cada modificação de um objeto na Janela de Visualização.

Na elaboração das atividades, percebemos que esses dois recursos tinham grande potencial para a exploração das sequências numéricas. Entendendo-as, primeiramente, como funções discretas, com domínio nos naturais, associamos ao *Controle Deslizante* a posição  $n$  dos termos da sequência de termo geral  $a_n$ , fazendo a variável  $n$  assumir valor inicial um e variar em intervalos de uma unidade. Representamos os termos da sequência por pontos do tipo  $(n, a_n)$ , sendo a ordenada  $a_n$  o valor do termo de posição  $n$ . O *Controle Deslizante* permite a construção da sequência com qualquer número de termos e o *Rastro* permite a visualização dos termos. Também é possível representar as coordenadas dos pontos da sequência na Planilha, por meio da opção *Gravar para a Planilha de Cálculos*, proporcionando uma visualização numérica dos termos da sequência. O grande potencial desses recursos é a possibilidade de construir a sequência termo a termo, conjecturar a respeito do comportamento de seus termos, de acordo com as variações de  $n$ , e visualizar esse comportamento nas diferentes representações.

Outra possibilidade identificada foi a de representar os termos da seqüência numérica como pontos sobre um eixo. Optamos por representá-los sobre o eixo das ordenadas. Para tanto, atribuímos o valor zero para a abscissa e deixamos o valor da ordenada associado ao *Controle Deslizante*, formando, assim, uma seqüência de pontos do tipo  $(0, a_n)$ .

Na figura 3, exemplificamos os três tipos de representação da seqüência  $a_n = \frac{6}{n+1}$  com a utilização do GeoGebra. O ponto  $P$ , com coordenadas  $(n, a_n)$  e que aparece no primeiro quadrante do sistema de eixos cartesianos, representa a seqüência por meio de uma função discreta, com domínio nos naturais. O ponto  $Q$ , com coordenadas  $(0, a_n)$ , representa a seqüência por meio de um conjunto de pontos sobre o eixo das ordenadas. E, na Planilha, temos a representação numérica dos pontos da seqüência. As três representações são visíveis em uma única tela.

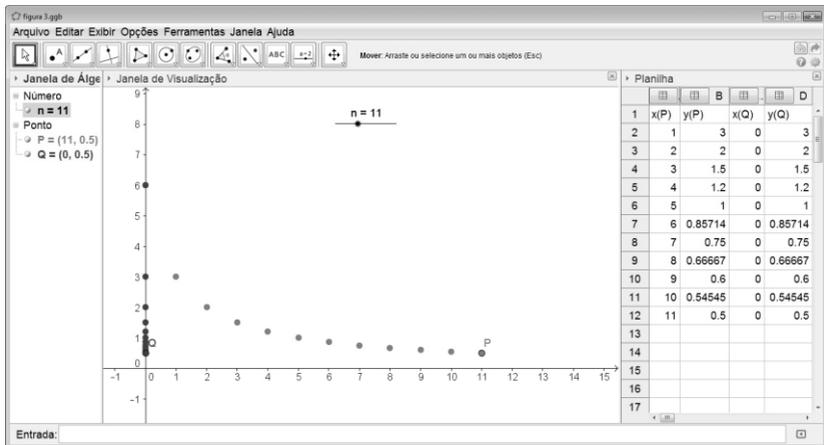


Figura 3. Representações de uma seqüência no GeoGebra

Aumentando o valor máximo do *Controle Deslizante*, novos termos serão construídos de forma dinâmica, simultaneamente, em cada uma das três representações, o que permite o estabelecimento de relações entre a representação numérica, na Planilha, e as duas representações gráficas, na Janela de Visualização.

No trabalho desenvolvido nas aulas práticas, por meio das indagações dos roteiros das atividades, estimulamos que essas relações fossem estabelecidas. Dreyfus (1991, p. 39) ressalta a importância de se estabelecer relações entre diferentes representações matemáticas, quer sejam simbólicas ou mentais. Para esse autor, determinar fortes relações entre diferentes

representações permite ao aluno transitar entre elas, fortalecendo elementos que possibilitarão a abstração do conceito e, dessa forma, favorecerão o desenvolvimento do pensamento matemático avançado.

Descreveremos a seguir os diferentes momentos nos quais essas representações foram trabalhadas. Inicialmente, abordamos a sequência como uma função discreta, com a construção do ponto  $P$ , sua representação gráfica e também a representação numérica, por meio dos valores das coordenadas do ponto  $P$  na Planilha. Para que os alunos interagissem com o *software* e, conseqüentemente, com a sequência, foi solicitado a eles que aumentassem o número de termos da sequência, por meio do aumento do valor máximo do *Controle Deslizante*, e que tentassem descobrir algo sobre o comportamento da sequência. Por meio dos exemplos escolhidos, demos aos alunos a oportunidade de explorar sequências convergentes e divergentes, embora esses conceitos não tivessem sido trabalhados de modo teórico até aquele momento. Nossa expectativa era de que os alunos pudessem perceber que, em algumas delas, os termos se aproximam de um valor fixo e em outras, não. A corporificação da convergência, nesse caso, relaciona-se à percepção de que, nas sequências convergentes, os termos se aproximam de um valor fixo. Essa percepção lança bases para a proceitualização e formalização futura, por meio do cálculo e da definição formal de limite.

Encerrada essa etapa, pedimos aos alunos a representação dos pontos das sequências sobre o eixo das ordenadas, de forma que construísssem pontos do tipo  $Q(0, a_n)$ . Essa escolha se deu por entendermos que facilitaria o estabelecimento da relação entre as duas representações, a saber: pontos do gráfico de uma função discreta e pontos sobre uma reta. Aumentando o número de termos e observando as modificações nas duas representações gráficas, simultaneamente, é possível perceber o mesmo deslocamento vertical dos pontos e que aqueles representados no eixo das ordenadas são as imagens, ou projeções, dos pontos da função discreta sobre o eixo das ordenadas. No caso de os pontos serem construídos sobre o eixo das abscissas, como geralmente as sequências são apresentados nos livros de Cálculo, essa relação natural pode ficar comprometida. Para a sequência anterior,  $a_n = \frac{6}{n+1}$ , construindo os termos com o recurso do *Controle Deslizante* e representando-os sobre o eixo das abscissas, é possível ver que os pontos do gráfico da função discreta se movem para a direita, enquanto os pontos sobre o eixo se movem para a esquerda, já que a sequência converge para zero (figura 4). Esse é um exemplo em que a relação entre as representações pode não ser percebida pelos alunos.

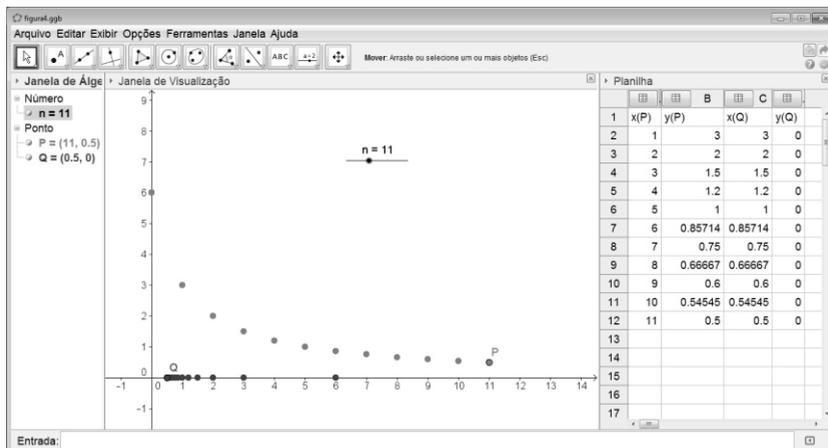


Figura 4. Outras representações de uma sequência no GeoGebra

A representação dos termos da sequência sobre um eixo, assim como a representação como pontos no gráfico de uma função discreta e ainda os valores numéricos na Planilha, permitem a visualização de que os termos de uma sequência convergente aproximam-se de um valor fixo, o que remete ao conceito de limite. Além disso, possibilitam criar a imagem mental de que os termos de sequências convergentes tornam-se cada vez mais próximos uns dos outros a partir de certo valor de  $n$ , condição necessária para a convergência.

Tendo discorrido sobre as potencialidades do GeoGebra para abordagens corporificadas do conceito de convergência de sequências, apresentaremos a seguir como esses recursos foram utilizados nas atividades das aulas práticas que desenvolvemos e como os Três Mundos da Matemática se mostraram nas manifestações dos alunos.

### Identificando os Três Mundos da Matemática nas atividades desenvolvidas

Vimos que os recursos do GeoGebra possibilitam a construção das seqüências de modo dinâmico, bem como a visualização e a exploração de suas diferentes representações de forma interconectada. Entendemos que, com a utilização desses recursos nas atividades que desenvolvemos, foi possível, não apenas corporificar os conceitos, como também transitar entre alguns dos mundos da Matemática.

Ressaltamos que não existe um único caminho para transitar entre os mundos e esclarecemos que as atividades aplicadas foram formuladas para que os alunos pudessem iniciar o desenvolvimento do pensamento matemático no mundo corporificado, seguindo para a interseção dos mundos corporificado e simbólico e expandindo-se neste, a fim de alcançar a base do mundo formal.

Nos roteiros que foram utilizados pelos alunos para desenvolverem as atividades, em diferentes momentos perguntamos sobre o comportamento dos termos da sequência e os estimulamos para que usassem os recursos do *software* na exploração e verificação da validade das conjecturas por eles elaboradas. Ao utilizar o GeoGebra para construir e representar os termos da sequência, e ao aumentar a quantidade de termos para discutir o comportamento da sequência, o aluno está no mundo corporificado, pois está *agindo* sobre o objeto para poder *ver* o resultado. Experiências de pensamento foram provocadas ao perguntarmos, por exemplo, o que acontecia com os valores numéricos dos termos da sequência quando aumentávamos o número de termos.

Para elucidar o que afirmamos, trazemos o exemplo das ações e discussões de uma dupla de alunos a respeito da sequência de termo geral  $a_n = \frac{5}{n}$ . Os alunos construíram as três representações da sequência (função discreta de domínio nos inteiros positivos, pontos sobre um eixo e numérica), manipularam o *Controle Deslizante* para aumentar a quantidade de termos da sequência e discutiram sobre o que cada um havia observado, com o intuito de responder o que acontece com os valores de  $a_n$  quando  $n$  se torna cada vez maior.

Os alunos observaram que, com o aumento do valor de  $n$ , os pontos nas duas representações gráficas se aproximam do eixo das abscissas, e concluíram que os valores dos termos da sequência tendem a zero. Observaram também que existe uma relação entre as duas representações gráficas, como podemos perceber por um trecho da fala de um deles transcrita a seguir: “Todos esses pontos aqui estão sempre na mesma altura [...] Eles já tem o mesmo valor, que é a imagem”. Perceberam também que os termos da sequência se tornam cada vez mais próximos uns dos outros, à medida que se aumenta o número deles na sequência.

Ao manipular o *Controle Deslizante*, os alunos *agiram* sobre os termos da sequência para *ver* o seu comportamento e também realizaram experiências de pensamento com as observações feitas e discussões realizadas, o que caracteriza o mundo corporificado.

Outras atividades foram propostas para estimular discussões sobre divergência de sequências, convergência para valores diferentes de zero e convergência de sequências alternadas. Em todas as atividades, foi solicitado aos alunos que registrassem as conclusões a que chegaram. Consideramos que, ao efetuar o registro, o aluno está na intersecção entre os mundos corporificado e simbólico, pois ele se utiliza da linguagem escrita ou simbólica para explicar aquilo que foi corporificado. Na figura 5, podemos ver a simbolização do que foi corporificado pela dupla em questão.

- Os valores numéricos vão diminuindo  
 -  $a_n$  diminui, porém, a diferença entre os pontos formados é cada vez menor, tornando os pontos cada vez mais próximos um do outro = também tende à zero.

Figura 5. Simbolização do que foi corporificado sobre o comportamento da sequência de termo geral  $a_n = \frac{5}{n}$

Vê-se no registro das conclusões dessa dupla que eles ainda não conseguiram se expressar utilizando a linguagem totalmente simbólica, mas estão em um processo, uma vez que utilizaram a expressão “tende a zero”.

Nos registros de outras duplas foi possível perceber alguns exemplos de usos de símbolos matemáticos. É o caso de uma dupla que, ao discutir o comportamento da sequência de termo geral  $a_n = \frac{n}{n+1}$ , percebeu que, à medida

que a quantidade de termos aumenta, os valores da sequência aumentam e se aproximam de um. Na figura 6, podemos perceber que os alunos estão em um nível inicial dentro do mundo simbólico e que já utilizam alguns símbolos matemáticos para expressar o que entenderam.

Os valores de  $a_n$  crescem até infinito 1, mas nunca chega ao 1  
 Ou seja limite  $a_n$   
 $a_n \rightarrow 1$

Figura 6. Nível inicial dentro do mundo simbólico

Como dito anteriormente, as atividades desenvolvidas em laboratório com uso do GeoGebra foram elaboradas com o objetivo de criar ambientes para exploração do conceito de convergência, visando à corporificação do conceito de convergência de sequências numéricas. Foram, portanto, atividades introdutórias, desenvolvidas antes de qualquer definição ou formalização do conceito. Assim, não esperávamos que os termos “convergente” ou “divergente” fossem utilizados pelos alunos. Tendo como ponto de partida essas atividades, a convergência foi definida nas aulas teóricas posteriores, quando a notação de limite foi utilizada, referenciada pelas manifestações de corporificação externadas pelos alunos.

Tall (2002) caracteriza o mundo proceitual (simbólico) no Cálculo como aquele em que os cálculos aritméticos e algébricos podem ser feitos. No caso da convergência de sequências, podemos dizer que o aluno está no mundo REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

simbólico quando utiliza o cálculo de limite para decidir sobre a convergência da sequência.

Em respostas a questões de uma atividade avaliativa, encontramos muitas situações nas quais os alunos demonstraram estar no mundo simbólico, como podemos ver no exemplo a seguir:

3) Converge  $\lim_{n \rightarrow \infty} C_n = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2+1} \stackrel{L'H.}{=} \frac{1}{2x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2+1} = 0$  logo,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{n^2+1} = \boxed{0}$

Figura 7. Convergência de sequência no mundo simbólico

Embora a linguagem simbólica não esteja completamente correta, percebemos o cálculo do limite para provar a convergência, o que caracteriza o mundo simbólico. Não há como saber qual foi a contribuição das atividades realizadas com o uso do GeoGebra para que esse resultado fosse alcançado. Há que se considerar que, em uma abordagem do Cálculo dita tradicional, esse tipo de resultado também pode ser alcançado. Porém, também é possível que imagens mentais de atividades com sequências, com as mesmas características, tenham contribuído para o processo de compreensão desse conceito, como é o caso da sequência  $a_n = \frac{(-1)^n n^2}{2^n}$  trabalhada em sala de aula com o GeoGebra.

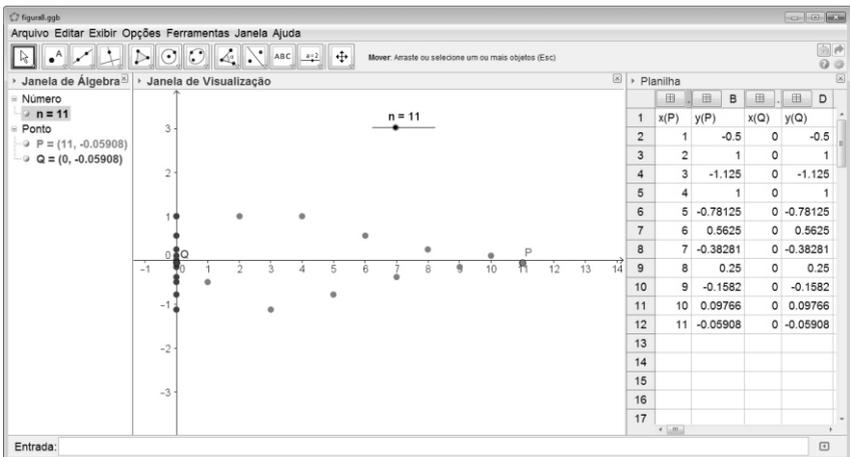


Figura 8. Convergência de sequência no mundo simbólico

Quanto ao mundo formal, não tivemos a expectativa de que os alunos o atingissem, uma vez que concordamos com Tall (1991, 2002) quando ele diz que os cursos de Cálculo não precisam ter esse objetivo, devendo esse tratamento ser feito na Análise. No entanto, planejamos as atividades de modo a construir bases para o desenvolvimento cognitivo formal posterior. Na interseção entre os Três Mundos, identificada no esquema de Tall (2002) reproduzido na figura 1, e denominada por Fonseca (2012) de *base do mundo formal*, as definições e deduções de propriedades são feitas com base em experiências corporificadas e simbólicas. Embora não tenha efetivamente acontecido com nenhum dos participantes, interpretamos que uma propriedade que poderia ter sido deduzida é a de que uma condição necessária para a convergência de seqüências é que as distâncias entre os termos diminuam à medida que se aumenta o número de termos. Somos levadas a crer que isso seria possível uma vez que, já nas atividades iniciais, mesmo sem ainda terem sido estimulados a observar as distâncias, os alunos perceberam que, em alguns tipos de seqüências, os pontos se aproximavam uns dos outros com o aumento do número de termos.

### **Contribuições do GeoGebra identificadas na pesquisa realizada**

Os dados da pesquisa, principalmente os registros das resoluções das atividades, as gravações de áudio e das telas dos computadores, permitem concluir que os recursos do *software* GeoGebra utilizados nas atividades tiveram influência decisiva no processo de corporificação do conceito de convergência.

Primeiramente, pela possibilidade de construir e manipular as seqüências de modo dinâmico, por meio do *Controle Deslizante*, e pela possibilidade de preservar as imagens e os diferentes valores assumidos pelos termos da seqüência, por meio do recurso do *Rastro*. Em segundo lugar, pela possibilidade de visualização de diferentes representações da seqüência, quer seja pelos pontos do gráfico de uma função de domínio discreto, pelos pontos sobre uma reta ou ainda pela seqüência de valores numéricos. Dessa forma, os alunos puderam recorrer a uma ou a outra representação para explorar determinada situação. Cada aluno pôde escolher aquela que, para ele, fazia mais sentido ou trazia mais elementos para identificar características, verificar conjecturas ou argumentar com o colega.

Estabelecer conexões entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático é fator importante para a formação de conceitos. Isso foi facilitado pela possibilidade que o GeoGebra apresenta de visualizar as três representações em uma mesma janela e de trabalhar com elas de modo integrado: com o uso do *Controle Deslizante* e com as definições das diferentes representações atreladas a ele, as mudanças decorrentes de modificações de

valores por meio do *Controle Deslizante* aconteciam simultaneamente nas três representações.

Os recursos do GeoGebra possibilitaram a exploração do conceito de convergência do ponto de vista dinâmico, da sequência em construção. Ao manipular os termos da sequência e observar as representações, os alunos formularam conjecturas sobre o comportamento das sequências. A forma utilizada para verificar as conjecturas foi aumentar a quantidade de termos da sequência, redefinindo o valor máximo do *Controle Deslizante*. Se a conclusão de um aluno não estava clara para o colega ou se havia dúvidas sobre as conjecturas, iniciava-se uma discussão entre os alunos, de forma que cada um desenvolvia melhor sua argumentação para convencer o outro a respeito do que havia concluído. Para tanto, utilizaram alguns recursos do GeoGebra, como aumentar o número de termos, arrastar imagens para melhor visualização, aumentar a largura das planilhas e analisar um maior número de casas decimais. Um aspecto importante a ser destacado foi a percepção de alguns alunos da importância de outras formas de verificação e prova, como o caso de uma aluna que, não acreditando no que podia ver com o número de casas decimais mostrado pelo GeoGebra em determinado contexto, recorreu a outros recursos para provar sua conjectura. Além de aumentar a quantidade de casas decimais e alargar a coluna da planilha, fez contas no papel, utilizou o Excel e analisou, do ponto de vista algébrico, os valores que a expressão do termo geral da sequência poderia assumir.

As diferentes situações que pudemos observar evidenciam que as experiências corporificadas com uso do GeoGebra possibilitaram a criação de imagens mentais que fortaleceram aspectos centrais da convergência, como a aproximação a um ponto fixo ou a diminuição das distâncias entre pontos. Somos levados a crer que as diferentes possibilidades de visualização que o *software* oferece contribuíram para isso. As manipulações por meio dos recursos do *software* possibilitaram a elaboração e verificação de conjecturas e, ao mesmo tempo, estimularam discussões a respeito da necessidade de outros tipos de argumentos, para além daquilo que apenas pode ser visto.

O papel do GeoGebra foi decisivo para a corporificação e ponto de partida para que o ambiente construído, a partir do desenvolvimento das atividades com utilização do *software*, propiciasse transições entre os mundos, especialmente entre o corporificado e simbólico.

### **Considerações finais**

Apresentamos na introdução alguns dos pontos que têm sido apontados na literatura como de dificuldades para a compreensão de conceitos do Cálculo: as diferenças entre o pensamento matemático exigido para compreensão de conceitos da Matemática nos cursos de graduação, que são apresentados na sua forma final, por meio de definições, com ênfase nas deduções e demonstrações

de resultados, e as abordagens da Matemática vivenciadas pelo estudante no ensino fundamental e médio. No caso específico da convergência de seqüências, apontamos especialmente as dificuldades relativas à passagem de operações finitas para infinitas relacionadas ao conceito de limite.

Apresentamos no artigo possibilidades de abordagens da convergência por meio de atividades exploratórias com uso do *software* GeoGebra, visando à corporificação do conceito. Entendemos que, iniciar o estudo por atividades exploratórias em busca da corporificação, sem que as definições e resultados tenham sido apresentados previamente de forma teórica, pode ser uma forma de abordagem que, de certa forma, resgata aspectos do processo de construção da teoria matemática, pois parte de algo que pode ser observado, que se quer compreender e sobre o qual se busca encontrar e provar resultados.

Os ambientes construídos com os recursos do GeoGebra possibilitaram: i) a participação dos alunos no processo de construção do pensamento matemático ao *agirem* sobre os termos da seqüência (com o *Controle Deslizante*) e *verem* o comportamento por meio do *Rastro* deixado pelos pontos, o que permitiu a formulação de conjecturas que foram discutidas entre os próprios alunos e, posteriormente, em aulas teóricas; ii) a construção e manipulação das seqüências de maneira dinâmica, com o estabelecimento de conexões entre diferentes representações, resultando em visualização rápida, confirmação ou refutação de conjecturas formuladas.

A possibilidade de aumentar o número de termos, por meio das definições dos parâmetros do controle deslizante, e dos outros recursos de visualização dos termos nas diferentes janelas do *software* (como as imagens gráficas, o aumento do número de casas decimais e o alargamento das colunas nas planilhas) podem ter contribuído para diminuir as dificuldades na transição de operações finitas para infinitas, relacionadas ao conceito de limite.

No sentido de resgatar o processo de construção da teoria, destacamos a opção que fizemos de estabelecer conexões entre os mundos corporificado e simbólico, partindo do corporificado. Não se trata de apresentar definições, resultados, ensinar a calcular e depois visualizar isso com o uso do *software*, o que seria a corporificação do simbolismo. Buscamos, inicialmente, a corporificação dos conceitos, cuidando para que as imagens mentais pudessem ser formadas e que os principais resultados pudessem ser redescobertos, antes de serem apresentados de modo teórico; dessa forma, simbolizando o que foi corporificado.

Destacamos mais uma vez nosso entendimento de que essa abordagem pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento matemático avançado, construindo sementes para a expansão cognitiva posterior, o que entendemos como desejável para os cursos de Cálculo.

Finalizamos apresentando um produto educacional intitulado “Estudo da convergência de seqüências e séries numéricas no Cálculo: uma proposta

utilizando o *software* GeoGebra”, que está disponível na página do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UFOP (<http://www.ppgedmat.ufop.br>). Esse material foi construído com base na pesquisa já mencionada e tem o objetivo de apresentar, aos professores, alternativas de trabalho com o tema convergência de seqüências e séries em aulas de Cálculo. Nele é possível encontrar: um recorte do quadro teórico dos Três Mundos da Matemática, uma breve explicação da escolha e de algumas ferramentas do *software* GeoGebra, e várias das atividades desenvolvidas durante a pesquisa, entre as quais as de convergência de seqüência mencionadas neste artigo.

### Referências

- BAGNI, Giorgio Tomaso. **Infinite series from history to mathematics education**. 2005. Disponível em: <<http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/bagni.pdf>>. Acessado em: 15 de outubro de 2012.
- DREYFUS, Tommy. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, David Orme (Org.) **Advanced Mathematical Thinking**. Londres: Kluwer Academic Publisher, 1991. p. 25 – 41.
- FONSECA, Daila Silva Seabra de Moura. **Convergência de seqüências e séries numéricas no Cálculo: um trabalho visando à corporificação dos conceitos**. (Dissertação) Ouro Preto: Universidade Federal de Ouro Preto, 2012.
- GRAY, Eddie; TALL, David Orme. Duality, Ambiguity and Flexibility: a proceptual view of simple arithmetic. **The Journal for Research in Mathematics Education**, NCTM, v. 26, n. 2, 1994. p. 115 – 141.
- KAWASAKI, Teresinha. Fumi. **Tecnologias na sala de aula de matemática: resistência e mudanças na formação continuada de professores**. (Tese) Belo Horizonte: UFMG, 2008.
- TALL, David Orme. The Transition to Formal Thinking Mathematics. **Mathematics Education Research Journal**. Netherlands: Springer Netherlands, v. 20, n.2, 2008. p. 5 – 24.
- TALL, David Orme. Embodiment, symbolism, argumentation and proof. Keynote presented at the **Conference on Reading, Writing and Argumentation**, in Taiwan, May, 2007.
- TALL, David Orme. Introducing Three Worlds of Mathematics. 2004. Disponível em: <<http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot2004a-3worlds-flm.pdf>>. Acessado em: 15 de outubro de 2012.
- TALL, David Orme. Using Technology to Support an Embodied Approach to Learning Concepts in Mathematics. **First Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: Universidade do Estado do Rio De REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

Janeiro, 2002. Disponível em: <<http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/themes/three-worlds.html>>. Acessado em: 15 de outubro de 2012.

TALL, David Orme. The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: TALL, David Orme (Org.) **Advanced Mathematical Thinking**. Londres: Kluwer Academic Publisher, 1991. p. 3 – 21.

TALL, David Orme & MEJIA-RAMOS, Juan Pablo. Reflecting on post-calculus-reform. Plenária de abertura para **Topic Group 12: Calculus, International Congress of Mathematics Education**, Copenhagen: Denmark, 2004. Disponível em: <<http://www.icme-organisers.dk/tsg12/papers/tall-mejia-tsg12.pdf>>. Acessado em: 15 de outubro de 2012.

ZULATTO, R. B. A. O perfil dos professores de matemática que utilizam *softwares* de geometria dinâmica em suas aulas. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.) **Anais do II SIPEM**. São Paulo: SBEM - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2003.

Daila Silva Seabra de Moura Fonseca  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia – IFMG –  
*campus* de Congonhas - Brasil  
**E-mail:** dailasmfonseca@yahoo.com.br

Regina Helena de Oliveira Lino Franchi  
Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP – Ouro Preto -  
Brasil  
**E-mail:** reginhafranchi@uol.com.br

## LEGITIMAÇÃO DE RESPOSTAS EM ATIVIDADES INVESTIGATIVAS EM MATEMÁTICA POR GRUPOS ONLINE<sup>7</sup>

### ANSWERS LEGITIMIZATION IN INVESTIGATIVE ACTIVITIES IN MATHEMATICS BY ONLINE GROUPS

Maria Teresa Zampieri

Felipe Pereira Heitmann

*Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” - UNESP - Brasil*

#### **Resumo**

Nesse artigo apresentamos e discutimos possibilidades de utilização de ferramentas de escrita colaborativa no desenvolvimento de atividades investigativas em matemática por grupos de alunos online. O referencial utilizado para a análise dos dados foi o construto teórico seres-humanos-com-mídias, que considera o conhecimento como produzido por coletivos pensantes de humanos e não humanos. Além disso, tecemos considerações sobre ambientes de aprendizagem como cenários para investigação e sobre uma caracterização de diálogo. A partir dessa análise evidenciamos diferentes processos de busca pela legitimação de respostas, envolvendo debate na sala de bate-papo, justaposição de afirmativas individuais e negociação de significados. Concluimos que, dadas às características de produção coletiva de respostas, diálogo e investigação, as ferramentas de escrita colaborativa possibilitam trabalhos em grupos em tempo real via Internet na Educação a Distância.

**Palavras-chave:** cenários para investigação, aprendizagem colaborativa apoiada por computadores, escrita colaborativa, produção de conhecimento.

#### **Abstract**

In this article, we present and discuss possibilities of using collaborative writing tools in the development of investigative activities in mathematical by groups of students online. The reference used for the data analysis was the theoretical construct of humans-with-media, which considers knowledge as produced by collective thinking of human and nonhuman. Furthermore, we weave considerations about learning environments as landscapes for investigation and about a characterization of dialogue. From this analysis, we evidenced different process of search for legitimacy responses, involving discussion in the chat room, the juxtaposition of individual statements and

---

<sup>7</sup> Esse artigo é uma versão ampliada e revista de um texto apresentado como pôster no Congresso Brasileiro de Ensino Superior a Distância (ESUD), cujo ISSN é 2237-5996. REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

negotiation of meanings. We conclude that, given the characteristics of collective production of responses, dialogue and research, collaborative writing tools enable group work in real time via internet in a distance education scenario.

**Keywords:** landscapes for investigation, computer-supported collaborative learning, collaborative writing, knowledge production.

## Introdução

Atualmente, muito tem se falado sobre a Educação a Distância (EaD) e de como tal modalidade de ensino tem se difundido pelo país. No entanto, não é de hoje que a EaD deu início a sua jornada no Brasil. Com relação a isso, Vianney, Torres e Farias (2003) classificam a trajetória histórica da EaD no país em três gerações: Sendo a primeira delas, marcada pela criação de institutos como o Instituto Universal Brasileiro<sup>8</sup>, em 1941, por exemplo, cuja modalidade de ensino se dava por correspondência; A segunda geração, os autores argumentam que se deu entre as décadas de 1980 e 1990, e que foi marcada pelas aulas via satélite; E a terceira geração, que de acordo com os autores, está ocorrendo desde 1996, e tem como marco principal a difusão da internet junto aos Institutos de Ensino Superior.

Já no ano de 1998, o artigo 80 foi regulamentado pelo decreto nº 2.494, onde surgiu a primeira definição legal para EaD no Brasil, e segundo Malheiros (2008) “Com este decreto, cursos de graduação e de pós-graduação adquiriram o direito de ser ministrados totalmente a distância, sendo presencial apenas as atividades práticas de laboratórios e as avaliações [...]” (MALHEIROS, 2008, p.33).

Dessa forma, segundo Viel (2011), as universidades brasileiras somente passaram a realizar pesquisas e a oferecer cursos a distância, com a utilização de novas tecnologias, devido a expansão da internet a partir de 1994, junto às IES e, especialmente, com a publicação da Lei 9.394 de 1996, a qual já foi descrita anteriormente.

Ademais, com a expansão da EaD no Brasil, em especial no Ensino Superior, temos um novo cenário educacional. Dados de 2010 mostram que no final da década passada mais de 14% dos alunos matriculados em cursos de graduação no país realizavam seus cursos à distância (BRASIL, 2011). Esse

---

<sup>8</sup> Mais detalhes acerca do Instituto Universal Brasileiro podem ser vistos em Iaralham (2009).

número corresponde a um aumento de mais de 500% se comparado com o ano de 2000. Na segunda metade daquela década vimos um crescimento expressivo no número de domicílios com computadores, saindo de 17% em 2005 para 34% em 2010. Um crescimento de 100% em 5 anos, que também se observou na quantidade de lares com acesso à internet, que saíram de 13% para 27% no mesmo período (KLEMAN; RAPKIEWICZ, 2011).

Esses dados estatísticos estão fortemente relacionados, pois a modalidade de EaD, praticada hoje no país, tem a internet como uma de suas principais formas de comunicação. Um exemplo é a Universidade Aberta do Brasil (UAB), maior iniciativa pública na modalidade no país, e que desde a sua concepção traz a preocupação com a utilização da rede para a interação entre professores, alunos e tutores (COSTA, 2007). Segundo esse autor, “A UAB é um órgão do MEC articulador das instituições públicas, estas sim, responsáveis pela oferta de cursos superiores na modalidade a distância.” (COSTA, 2007, p.14).

No entanto, cabe destacar que outras iniciativas já haviam acontecido anteriormente. Nesse sentido, Costa (2007) ressalta alguns empreendimentos públicos que foram precursores da UAB, que, a saber, são: curso de Pedagogia da Universidade Federal do Mato Grosso - UFMT (1995); projeto Veredas (2002); projeto-piloto do curso de administração do Banco do Brasil; e o Consórcio do Centro de Educação Superior a Distância do Estado do Rio de Janeiro - CEDERJ (2000). Com relação a estruturação deste último, Costa (2007) alega que

[..] ficou estabelecida uma excepcional cooperação articulada em três níveis. No primeiro, o governo do estado ficou responsável pelo financiamento e operacionalização das atividades do CEDERJ, às universidades coube a responsabilidade pela parte acadêmica, incluindo a titulação dos estudantes. No terceiro elemento de sustentação do tripé do CEDERJ, aparecem os municípios do interior do estado, com a tarefa de preparar a infra-estrutura física básica para sediar os pólos de apoio presencial (COSTA, 2007, p. 13).

Ademais, as universidades que compõem um dos três níveis de estruturação do Consórcio CEDERJ, descritos por Costa (2007) são as seguintes: Universidade Federal do Estado do Rio de Janeiro (UNIRIO), Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ), Universidade Estadual do Norte Fluminense (UENF), Universidade Federal Fluminense (UFF), Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro (UFRRJ) e Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

Já em 2006, foi instituído o Sistema Universidade Aberta do Brasil, a partir do Decreto presidencial 5.800 de 08 de junho de 2006, cujo objetivo primordial foi o de ofertar formação inicial e continuada para professores da

rede básica de ensino. Dessa forma, segundo Costa (2007) como foram várias as propostas com relação a cursos e polos, em abril de 2006, foi nomeada uma comissão de especialistas nacionais, que por sua vez, tinham o propósito de avaliar tais propostas. Sendo assim, segundo esse autor, tal comissão definiu algumas diretrizes, dentre as quais, se destacam: prioridade para a formação inicial e continuada de professores; equilíbrio geopolítico para definição dos polos; atuação territorial para as instituições de ensino superior.

Já no que tange a utilização da rede, Valente (2010) ressalta que uma aprendizagem condizente e relevante para a realidade educacional atual necessita contemplar “tanto a transmissão de informação quanto a construção de conhecimento” (VALENTE, 2010, p. 11). Esse autor destaca ainda que a EaD, particularmente, está envolta com o desafio de desenvolver diferentes abordagens pedagógicas que contemplem esses dois aspectos citados. Nesse sentido, o autor enfatiza que “de acordo com o grau de interação entre o aprendiz e o professor é possível caracterizar diferentes pedagogias que são usadas na EaD [...]” (VALENTE, 2010, p. 29). Dessa forma, ele argumenta que em um extremo está a pedagogia *broadcast* e no outro extremo se encontra o *estar junto virtual*.

A *broadcast*, segundo Valente (2010), é a pedagogia onde não existe interação entre professor-alunos, de forma que a tecnologia somente é utilizada para transmissão de informações. Esse é um dos extremos de um contínuo de interação entre os diversos atores no ambiente de aprendizagem (professores, alunos, tutores) que tem em seu outro extremo o conceito de *estar junto virtual*. Esse conceito prevê o uso da Internet como facilitadora da interação entre esses atores, possibilitando a interação de diversas formas, aproximando-os (VALENTE, 2010). Compreendemos as dificuldades de se transitar entre os extremos desse contínuo. Questões de infraestrutura, acesso, inclusão digital e mudança de cultura e práticas pedagógicas estão envolvidas na tomada de postura como professor, inclusive na modalidade de ensino a distância.

Dessa forma, visando investigar possibilidades de aproximação do conceito de *estar junto virtual*, trazemos nesse artigo recortes de dois projetos pilotos que fazem parte de pesquisas que estão em desenvolvimento no grupo de pesquisa GPIMEM<sup>9</sup>, grupo do qual fazemos parte. Tivemos como objetivo estabelecer uma compreensão das possibilidades de uso de ferramentas colaborativas de edição de texto, como o Google Docs<sup>10</sup>, no desenvolvimento

---

<sup>9</sup> Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba e sediado no Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, em Rio Claro – SP. Mais informações em <http://www.rc.unesp.br/gpimem>

<sup>10</sup> O Google Docs é um pacote de produtos que permite criar diferentes tipos de documentos, trabalhar neles em tempo real com outras pessoas e armazená-los REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

de atividades que buscam promover ambientes de aprendizagem com cenários para a investigação matemática. Nesse sentido, corroboramos com as ideias de Skovsmose (2000) de que o cenário para a investigação passa a compor um novo ambiente de aprendizagem quando os alunos são responsáveis pelo processo de estudo e exploração de um determinado problema em questão.

### **Cenários para Investigação e Atividades de Investigação Matemática**

Para Skovsmose (2000, p. 1), “caminhar entre os diferentes ambientes de aprendizagem pode ser uma forma de engajar os alunos em ação e reflexão e, dessa maneira, dar à educação matemática uma dimensão crítica”. Dentre esses diferentes ambientes de aprendizagem, o autor destaca o que ele denomina *cenário para investigação*. Segundo ele, nesse paradigma os alunos são convidados a participarem em processos de argumentação justificada e exploração. Além disso, o autor alega que nesse cenário, tal convite se dá por meio de questões como “Por que isto?” ou “O que acontece se...?”. E assim que os alunos passam a explorar e a justificar seus argumentos, o cenário para investigação se torna um ambiente de aprendizagem, onde eles são responsáveis pelo processo (SKOVSMOSE, 2000).

Esse autor apresenta e discute também alguns exemplos de ambientes de aprendizagem, que por vezes caracterizam ou não cenários para investigação. Em um destes exemplos, ele ressalta aspectos que permearam o desenvolvimento de um trabalho de projeto, o qual foi intitulado pelos alunos como “Energia”. Nesse projeto, os alunos iniciaram calculando a energia gasta durante passeios de bicicleta. Buscando expressar as fórmulas, parâmetros distintos emergiram, tais como: tipo de bicicleta, “área frontal do ciclista” e velocidade. E a partir das investigações sobre como calcular essa área frontal, eles desenvolveram um método e resolveram seus cálculos. Essa etapa ainda gerou outro interesse nos alunos, de investigar modelos de input-output na agricultura. O resultado encontrado pelos alunos ainda foi comparado com dados estatísticos oficiais da Dinamarca, local onde foi desenvolvido esse trabalho de projeto (SKOVSMOSE, 2010).

Além disso, esse autor acrescenta que cenários para investigação podem ser desenvolvidos tanto com alunos de nível primário, secundário ou superior. Contudo, Skovsmose (2000) pontua que um ambiente de aprendizagem caracteriza um cenário para investigação a partir do momento em que os alunos aceitam o convite feito pelo professor. Ou seja, um convite pode ser atrativo para alguns alunos, mas para outros pode soar como obrigação, então nesse último caso não haveria cenário para investigação.

Características que também envolvem exploração e argumentação também permeiam o que Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) consideram como Investigação Matemática. Para esses autores, uma Investigação Matemática envolve quatro momentos, que são:

O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p.20).

Além de destacar esses quatro momentos, os autores ainda reforçam que eles podem acontecer simultaneamente, como por exemplo, quando no momento em que os alunos elaboram as questões iniciais, eles já conjecturam alguns fatos condizentes com tais questões. Os autores ainda reforçam que, em atividades de Investigação Matemática, “o aluno é chamado a agir como um matemático [...]” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p.23), ou seja, ele não só explora a atividade, estabelece conjecturas ou as refuta, como também comunica seus resultados e argumenta com os demais colegas.

Dessa forma, com o intuito de desenvolver atividades que convergissem para as ideias centrais aqui apresentadas, optamos por trabalhar com a ferramenta de escrita colaborativa do Google Docs, cuja justificativa será apresentada na seção seguinte.

### **Edição Colaborativa de texto**

A edição colaborativa de texto possibilita que pessoas, mesmo que distantes fisicamente, possam discutir, debater e produzir textos coletivos. Vemos na produção colaborativa de texto uma forma de produzir conhecimento matemático por meio da argumentação coletiva e da negociação ou intercâmbio de significados. Tal intercâmbio, segundo Moreira (2008), é implicado pela interação social, e que esta por sua vez, “implica um número mínimo de duas pessoas intercambiando significados; implica também certo grau de reciprocidade e bidirecionalidade entre os participantes desse intercâmbio, trazendo a eles diferentes experiências e conhecimentos” (MOREIRA, 2008, p.5).

Medina e Freitas Filho (2004) caracterizam a produção de um texto de forma coletiva como um processo que exige a geração de ideias, o confronto entre elas e possíveis negociações com o intuito de buscar um consenso entre os envolvidos nessa produção coletiva. Em seu trabalho, os autores desenvolveram uma pesquisa comparativa com *software* de edição de texto colaborativo em tempo real e assíncrono, tendo como foco os indicadores de pensamento crítico nas duas práticas. A necessidade de integração com ferramentas de bate-papo

para o desenvolvimento de textos coletivos em tempo real foi uma das conclusões nas quais eles chegaram, uma vez que o software utilizado não apresentava essa funcionalidade.

Klemann e Rapkiewicz (2011), em um projeto de pesquisa-ação, buscaram promover uma inclusão digital que vai além da oferta de tecnologias aos alunos, e passa por uma formação que visa permitir a eles resolver seus próprios problemas utilizando essas ferramentas. O Google Docs foi a ferramenta de escrita colaborativa utilizada na pesquisa desses autores, por ser gratuita, de livre acesso e permitir que diversos autores participem da criação de um texto em tempo real. Dentre os resultados encontrados nesse trabalho, a produção coletiva de hipertextos por alunos de diferentes escolas, promovendo a integração entre eles, nos chama atenção.

Em nossa busca por ferramentas que possibilitassem a escrita colaborativa de textos, nos deparamos com Zoho Writer<sup>11</sup> e Etherpad<sup>12</sup> além do Google Docs. A opção pelo último foi feita devido a facilidade de análise do processo de escrita do texto por meio do histórico de revisões, além de interface muito similar aos populares editores de texto Microsoft Word<sup>13</sup> e OpenOffice Writer<sup>14</sup>. Outro fato que contribuiu para essa escolha foi que ela permite o suporte da escrita em simbologia matemática de uma forma simples, sem a necessidade de aprendizagem de linguagens específicas como LaTeX<sup>15</sup>.

### **Metodologia de pesquisa**

Como o objetivo desse artigo é estabelecer uma compreensão acerca da utilização de ferramentas de escrita colaborativa em atividades investigativas, partimos de uma abordagem metodológica qualitativa, que é capaz de levantar as evidências necessárias para estabelecermos essa compreensão, que por sua vez, está em concordância com o que Goldemberg (2003) descreve

[...] Na pesquisa qualitativa a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc (GOLDEMBERG, 2003, p.14) [...].

As atividades aqui apresentadas e analisadas compõem os projetos-piloto das pesquisas de mestrado dos dois autores desse artigo. A primeira

<sup>11</sup> Parte da suíte de escritório online Zoho, disponível em <http://writer.zoho.com>.

<sup>12</sup> Software livre baseado no código original do Writely, disponível em <http://typewith.me.com>

<sup>13</sup> Editor de texto da suíte de escritório da Microsoft Office.

<sup>14</sup> Software livre para aplicações de escritório do consórcio OpenOffice.

<sup>15</sup> É um conjunto de macros para processar textos, utilizado principalmente em textos matemáticos.

atividade está relacionada com a pesquisa de Mestrado do segundo autor, sob o título “Atividades Investigativas em Grupos Online: possibilidades para a educação matemática a distância” (HEITMANN, 2013). Uma pesquisa que tem foco nos processos de comunicação entre diversos atores que realizam uma atividade investigativa em geometria em um ambiente de aprendizagem online. O autor apresenta seu objetivo e pergunta de pesquisa da seguinte forma:

Tendo em vista o cenário da EaD no Brasil, suas questões e problemas, e colocando o foco específico na produção de conhecimento matemático nesse contexto, é necessário investigarmos possibilidades tecnológicas que visam a ampliação da interação e colaboração. Combinando-se a isso, a proposta de cenários para investigação, que promove o trabalho em grupos de alunos em tempo real, apresento a questão norteadora dessa pesquisa *“Como um ambiente virtual de aprendizagem com bate-papo, escrita colaborativa, geometria dinâmica e pesquisa na web pode propiciar atividades investigativas em grupos a distância?”* (HEITMANN, 2013, p. 17 - GRIFOS DO AUTOR).

Já a segunda atividade faz parte da pesquisa de Mestrado em Educação Matemática da primeira autora, a qual está em desenvolvimento e está sob o título “A Comunicação em uma disciplina de Introdução a Estatística: um olhar sob a formação inicial de professores de matemática a distância”. Tal disciplina compõe a grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Roraima (UFRR), o qual é ofertado a distância e vinculado a Universidade Aberta do Brasil (UAB). Ademais, o objetivo dessa pesquisa é condizente com a seguinte pergunta norteadora: *Como se dá a comunicação entre os alunos, entre o professor e os alunos e entre os tutores e os alunos em uma disciplina de Introdução a Estatística a distância?*

Ademais, ressaltamos que outros recortes feitos a partir dessas duas dissertações já foram apresentados e publicados em anais de eventos. Tais recortes podem ser visualizados em trabalhos como, por exemplo, Heitmann, Zampieri e Javaroni (2012) e Zampieri e Javaroni (2012). Com relação ao primeiro trabalho, foram retratados alguns dos resultados desses projetos-piloto que estão sendo apresentados e discutidos aqui. Contudo, esses resultados foram abordados em menor profundidade do que estamos retratando aqui. Já com relação ao segundo trabalho mencionado, foram apresentadas algumas discussões que ocorreram no fórum do ambiente virtual de aprendizagem (AVA) constituído pela plataforma Moodle, referente à disciplina Cálculo IV, que compõe a grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática, ofertado na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). O objetivo desse artigo foi acompanhar diariamente (virtualmente) o desenvolvimento dessa disciplina para verificar como ocorria a interação entre os alunos, entre os alunos e o professor e entre os alunos e os tutores.

Além disso, durante esse acompanhamento, as autoras tiveram a oportunidade de estabelecer uma compreensão acerca da produção matemática que ocorreu por meio dessa interação, dentro da ferramenta fórum, no AVA. Os dados foram coletados a partir de todos os registros de discussões que estavam anexadas a esse ambiente, e, ao realizar a análise, foi utilizada como referencial teórico a perspectiva de Investigação Matemática, cujas etapas de desenvolvimento foram descritas por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003).

A partir dos resultados que obtivemos com a realização desses projetos-piloto, pudemos repensar as questões de forma a aprimorá-las para serem aplicadas nas disciplinas investigadas nas duas pesquisas de mestrado mencionadas anteriormente. Além disso, tivemos a oportunidade de manusear os recursos da plataforma Moodle, a mesma que foi utilizada nas disciplinas, as quais foram cenários de investigação para ambas as pesquisas.

Expostos os objetivos dessas duas pesquisas, bem como alguns relatos referentes a recortes dessas pesquisas, destacamos que a realização dessas atividades piloto foi de grande importância na preparação para as coletas de dados dessas dissertações, que envolveram turmas de cursos de Licenciatura em Matemática a distância, integrados a UAB. A experimentação de recursos pedagógicos nessas atividades apoia o processo de preparação das atividades realizadas nessas pesquisas.

Os procedimentos metodológicos para o desenvolvimento desses projetos consistiram na elaboração de duas atividades, suas aplicações com duplas de alunos utilizando a ferramenta elencada e uma análise dos registros realizados durante a realização das mesmas, buscando episódios que pudessem ser interpretados com auxílio da literatura sobre o tema em questão.

Cabe aqui destacar que, essas atividades foram aplicadas em momentos distintos, e que convidamos para participar das mesmas os alunos de Iniciação Científica em Ciências Exatas, dos campi de Bauru e Rio Claro, da UNESP. Dentre esses alunos, nove aceitaram o convite, sendo que três deles participaram de ambas.

Para a realização de cada atividade, agrupamos os alunos<sup>16</sup> em duplas, de forma que os mesmos estivessem fisicamente distantes. As duplas foram organizadas conforme a Tabela 1:

---

<sup>16</sup> Os nomes de alunos aqui apresentados são fictícios, para que seja preservado o anonimato dos mesmos.

Tabela 1 – Distribuição de duplas pelas atividades

Atividade 1	Atividade 2
Dupla 1 – Eduardo e Mônica	Dupla A – Helena e Miriam
Dupla 2 – Helena e Adriano	Dupla B – Laura e Mauro
Dupla 3 – Laura e Karina	Dupla C – Adriano e Paula

Cabe ressaltar ainda que as duplas foram compostas de modo que houvesse, em cada uma, um aluno de Rio Claro e um de Bauru. As duas atividades foram aplicadas em horários pré-determinados, após chegarmos a um consenso junto com os alunos. Dessa forma, decidimos que duas horas e meia seria um período de tempo suficiente para a realização de cada uma. Conforme mencionado anteriormente, as duas atividades foram aplicadas em momentos distintos, sendo que a primeira foi aplicada pelo segundo autor desse artigo, no primeiro semestre de 2011. E a segunda foi aplicada pela primeira autora, no primeiro semestre de 2012.

Ao longo do desenvolvimento de cada atividade, o nosso papel enquanto pesquisadores/professores se deu pela observação participante, ou seja, nossa prioridade estava em estabelecer uma compreensão acerca das discussões entre os alunos, mas intervínamos sempre que julgávamos necessário para mediar tais discussões ou quando éramos solicitados para quaisquer esclarecimentos. Embora os alunos não tivessem uma familiaridade com o Google Docs, tampouco com o Geogebra, o próprio roteiro de atividades possibilitou com que eles sanassem algumas de suas dúvidas. De toda forma, aconteceram alguns contratempos tecnológicos, como um caso envolvendo a segunda atividade, que será relatado na próxima seção.

Dessa forma, esses roteiros de atividades foram compartilhados com cada dupla de participantes (sendo que cada dupla tinha acesso somente ao seu próprio roteiro, sem nenhum contato com as outras duplas), que utilizaram o Google Docs como ferramenta de comunicação e escrita colaborativa dos relatórios de atividades. Para o desenvolvimento da primeira atividade, especificamente, também foi utilizado o software Geogebra<sup>17</sup> para as construções geométricas dinâmicas, explorações e conjecturas por parte dos alunos.

O ambiente de aprendizagem composto pelos alunos, professor, Geogebra (no caso da primeira atividade) e Google Docs buscava permitir a constituição de um cenário para investigação, que para Skovsmose (2000, p.72), “é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem

---

<sup>17</sup> O Geogebra é um software de matemática dinâmica gratuito e multi-plataforma para todos os níveis de ensino, que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatística e cálculo em um único sistema. Disponível em <http://www.geogebra.org>  
REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

explicações. [...] Dessa forma, os alunos se envolvem no processo de exploração”.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), as atividades de investigação matemática consistem em quatro momentos principais, sendo elas: *Reconhecimento da situação, formulação de conjecturas, refinamento das conjecturas e argumentação*. Porém, acreditamos que no contexto desse ambiente de aprendizagem, o envolvimento entre os alunos ao longo do reconhecimento da situação, a elaboração de conjecturas e a argumentação coletiva já são características suficientes para constituir uma atividade de investigação matemática, e que particularmente se fazem presentes também em atividades de investigação geométrica e estatística. Partindo dessas concepções de investigação, os roteiros das atividades desenvolvidas foram elaborados, como segue abaixo:

#### Atividade 1<sup>18</sup>

##### Roteiro de Atividade - Explorando as Bissetrizes de um Paralelogramo

###### Descrição

Nessa proposta de atividade investigativa, vocês devem utilizar o software de geometria dinâmica GeoGebra para realizar as construções e explorações. Leia atentamente cada passo do roteiro e tente desenvolver a atividade discutindo com o colega sobre as respostas a serem dadas para cada item.

1. Construa o paralelogramo ABCD.
2. Trace as bissetrizes dos ângulos internos deste paralelogramo.
3. As quatro bissetrizes formam um quadrilátero EFGH.
4. O que você pode dizer sobre o quadrilátero EFGH?
5. O que acontece quando você arrasta os pontos A, B, C ou D?
6. Que condições são necessárias para que o quadrilátero EFGH seja um quadrado?
7. Que quadrilátero vocês obtêm, quando traçam as bissetrizes do quadrilátero EFGH? Justifique sua resposta.
8. O que acontece no caso de ABCD ser um quadrado? Por quê?

<sup>18</sup> Atividade 1 que é baseada em uma atividade desenvolvida por Zulatto (2007), que por sua vez se baseia em no trabalho da equipe francesa do projeto Cabri-géomètre e aparece em diversas publicações internacionais desde 1992, como por exemplo Sangiacomo (1996).

## Atividade 2<sup>19</sup>

*A proposta dessa atividade consiste em investigar possibilidades de investimentos em bolsa de valores, através da análise de retorno esperado, desvio padrão, coeficiente de variação e dividendo para cada ativo.*

### Objetivo da atividade

Fazer uma análise de investimento em 10 ativos, e escolher 5 deles, nos quais você, aplicaria o seu dinheiro.

### Roteiro da atividade:

Materiais necessários: Editor de textos do Google Docs, consultas na internet para discussões sobre as empresas (opcional), consultas no site de economia do Terra<sup>20</sup>(opcional), texto sobre o resumo do filme “Jardineiro Fiel”<sup>21</sup> e tabela<sup>22</sup>.

1 - Tendo em mãos os dados sobre os valores de retorno esperado, desvio padrão, coeficiente de variação e dividendos das empresas, discutam e escolham cinco delas para formar uma carteira de investimento. Utilizem esse espaço para descrever e argumentar sobre suas decisões.

2 - Sua carteira de investimento foi formada por cinco diferentes empresas. Reflitam sobre os segmentos nos quais essas empresas atuam, o público que elas tem como foco, suas políticas sociais e de sustentabilidade e discutam sobre as decisões tomadas na formação da sua carteira, levando em consideração não somente os dados apresentados nas tabelas iniciais. Fiquem a vontade para buscar informações na internet e apresentarem novos argumentos para suas escolhas.

3 - Levando em consideração as reflexões feitas por vocês nas questões acima, discutam em seus grupos e informem seus perfis como investidores e justifiquem.

4 – Após a leitura do texto indicado nos materiais necessários acima, responda a pergunta:

### Pergunta:

Sabendo que quando você investe em um determinado ativo, além de você se tornar

<sup>19</sup> Atividade 2 é baseada e adaptada a partir de um projeto de modelagem desenvolvido por Campos (2007), além disso visava atender aos três pressupostos da Educação Estatística Crítica elaborados por esse mesmo autor, que a saber são: Valorização da interpretação de dados; Incentivo ao diálogo entre os participantes; Incentivo ao debate sobre questões político/sociais referentes à temática abordada na atividade.

<sup>20</sup> <http://economia.terra.com.br/mercados/acciones/default.aspx>.

<sup>21</sup> Resumo do filme “O jardineiro fiel”, que provoca discussões em função das denúncias que faz e da realidade trágica que retrata. Pode ser encontrado em [http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exilibris/bd/brc/33004137031p7/2007/campos\\_cr\\_dr\\_rcla.pdf](http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exilibris/bd/brc/33004137031p7/2007/campos_cr_dr_rcla.pdf).

<sup>22</sup> No roteiro original, havia uma tabela com 10 empresas, sendo que para cada uma, estavam disponíveis os valores de retorno esperado, desvio padrão, coeficiente de variação e dividendos. Sendo que para o cálculo dos três primeiros, foi utilizada uma série histórica com valores de fechamentos dos ativos dessas empresas na bolsa de valores BMF&Bovespa. Esses valores foram obtidos no site do Terra, supracitado.

investidor da respectiva empresa, você também se torna incentivador, qual seria a sua opinião sobre a atitude de alguém que decide fazer um investimento em ativos da companhia farmacêutica citada no texto acima? Quando você montou a sua carteira de ativos, pensou em quais seriam as consequências de seus investimentos? Justifique.

Para a coleta de dados, foram utilizados os próprios registros gerados pelos Google Docs, que grava cada uma das modificações realizadas no texto pelos seus autores em tempo real. A ferramenta *histórico de revisões* desse aplicativo permite que cada uma dessas modificações seja observada após a produção do texto. Essa é uma das características do *software* que serão detalhadas mais a frente nesse artigo.

Para analisar os registros, foi realizada uma observação minuciosa de cada uma das modificações realizadas nos textos de relatórios dos alunos, buscando evidências que caracterizem o uso dessa ferramenta no desenvolvimento da atividade. Essa análise foi feita em conjunto com os registros do bate-papo por texto, integrado ao Google Docs e utilizado pelos alunos durante as atividades.

No processo de análise, partimos de concepções sistematizadas pelo construto teórico de seres-humanos-com-mídias, que segundo Borba, Malheiros e Amaral (2011, p. 87)

[...] Influenciado pela forma como Lévy e Tikhomirov discutem a relação entre tecnologias e seres humanos, essas ideias foram ampliadas e sintetizadas em Borba e Villarreal (2005), que, apoiados em um vasto conjunto de pesquisas, afirmam que o conhecimento é produzido por coletivos de seres-humanos-com-mídias. Seres humanos são fundamentais para a produção de conhecimento, assim como a mídia também o é [...]. (BORBA, MALHEIROS e AMARAL, 2001, p.87).

Tomamos aqui as mídias como toda a tecnologia, digital ou analógica, que permite a comunicação e a expressão humana. No caso do ambiente de aprendizagem em questão, vemos o bate-papo por texto, por exemplo, como uma mídia qualitativamente diferente da oralidade e da escrita formal. Mesmo o texto escrito pode se caracterizar de forma distinta se estiver sendo utilizado numa sala de bate-papo, numa escrita em lápis e papel ou numa ferramenta de escrita colaborativa, como é o nosso caso.

Tendo esses conceitos em mente, buscamos nos dados evidências de moldagem recíproca entre humanos e mídias, como por exemplo, de que forma as mídias presentes no Google Docs moldam o que é responder questões investigativas em matemática e como, reciprocamente, a necessidade de expressar um conhecimento matemático molda a utilização de uma ferramenta pensada inicialmente para outros fins por seus desenvolvedores.

## Análises e Resultados

Conforme mostrado anteriormente, para cada atividade, foram formadas três duplas, com participantes que estavam distantes fisicamente, e que utilizaram o Google Docs para comunicar-se e produzir os relatórios no editor de texto. A partir da análise dos históricos de revisões e bate-papo entre os alunos, alguns episódios foram levantados, pelo fato de observarmos uma peculiaridade em comum entre eles, a qual denominamos *busca pela legitimação de respostas*. Ou seja, são episódios que mostram as iniciativas dos alunos em formularem uma resposta que, segundo eles, sejam “válidas” ou “corretas”, do ponto de vista do professor. A discussão e o debate entre os alunos são de grande importância na produção das respostas coletivas, mas ações à primeira vista mais simples, como a complementação de uma frase, também são analisadas. Para que possamos identificar as ações sobre o texto utilizamos a cada quadro seguinte sinalização: **negrito** para texto escrito, ~~fechado~~ para texto apagado.

Sobre a primeira atividade, na Dupla 1, o aluno Eduardo inicia as respostas às questões colocadas às 17:01, escrevendo uma afirmativa sobre a questão 4 “O que você pode dizer sobre o quadrilátero EFGH?”, conforme podemos observar na Tabela 2:

Tabela 2 - Movimentação de escrita do aluno Eduardo

Horário	Autor	Texto
17h01min	Eduardo	Formam um retângulo.
17h08min	Eduardo	<del>Formam</del> um retângulo
17h08min	Eduardo	É um retângulo
17h18min	Eduardo	É um retângulo, <b>pos</b>

Às 17h18min percebemos que o aluno insere ao final da resposta o texto “, pos”, que interpretamos como um “, pois”, dando início à escrita de uma justificativa mais detalhada. Esse processo se dá no mesmo instante em que ocorre a seguinte discussão no chat, apresentada na Tabela 3:

Tabela 3 - Bate-papo entre Eduardo e o professor/pesquisador

Autor	Texto
Eduardo	com que precisão temos que justificar as respostas?
Professor/Pesquisador	justifiquem de forma que os dois concordem com o que foi escrito, usem o que vocês já sabem

Após a resposta dada pelo professor, o aluno volta atrás e mantém com as respostas fechadas, excluindo o “, pos”. Com esse movimento percebemos REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

que houve uma possível interpretação do aluno à resposta dada pelo professor que o levou a “desistir” de apresentar uma justificativa. Entendemos que o que essa interpretação da colocação do professor fez com que o aluno considerasse que sua resposta fechada, colocada antes da tentativa de uma justificativa, era o suficiente para se caracterizar como uma legítima resposta para a questão colocada. Aqui a legitimação da resposta está passando pela interpretação do aluno acerca do que o professor descreve como sendo a precisão necessária para as justificativas. Essa precisão é delimitada pelo professor como o acordo entre os alunos sobre a necessidade de apresentação de argumentos, entretanto nesse momento não houve discussão entre o Eduardo e Mônica, sendo que somente Eduardo redigia a resposta. Dessa forma, sem ter que se defrontar com outra opinião, o aluno considera legítima a resposta mais simples, escrita inicialmente.

Já na questão 8 “*O que acontece no caso de ABCD ser um quadrado? Por quê?*”, Mônica às 17:25 elabora a seguinte resposta, complementada por ela mesma às 17:26, conforme mostra a Tabela 4:

Tabela 4 - Complementação de escrita feita por Mônica

Horário	Autor	Texto
17h25min	Mônica	As bissetrizes se coincidem
17h26min	Mônica	As bissetrizes se coincidem e <b>forma um ponto no centro do paralelogramo, formando 4 triângulos iguais.</b>
17h27min	Mônica	As bissetrizes se coincidem e <b>forma um ponto no centro do paralelogramo, formando 4 triângulos iguais.</b>
17h28min	Mônica	Forma um ponto no centro do paralelogramo, <b>pois as bissetrizes se coincidem.</b>

Por esse trecho percebemos mais uma vez a caracterização do que é uma resposta a uma questão colocada. Mesmo sem discutir com seu colega de dupla, a aluna modifica a redação de sua resposta chegando a uma afirmativa que traz menos informações que a afirmativa intermediária. Vemos que nesse processo, a busca por uma resposta que seja encarada como legítima pelo professor tem um grande peso na redação final. A retirada das afirmações intermediárias nos remete a uma insegurança sobre a possibilidade de apresentar justificativas para as mesmas. Consideramos que a aluna não se sentiu segura quanto às suas afirmativas, e por isso não manteve as todas as suas considerações acerca da figura encontrada. Entendemos que uma vez que não fosse possível justificar os argumentos apresentados na resposta, esta não poderia ser considerada legítima para a questão matemática colocada. Vemos aqui uma preferência da aluna por

manter menos afirmativas, mas que pudessem ser justificadas de forma consistente.

Na Dupla 3, as alunas Laura e Karina desenvolveram a Atividade 1 de forma que Karina compõe a maioria das respostas, no entanto, durante a elaboração da resposta da Questão 4, mencionada anteriormente, Laura interfere na resposta. Por meio do bate-papo, Laura informa Karina que não havia encontrado um retângulo como ela, conforme Tabela 5.

Tabela 5 – Bate-papo entre Karina e Laura sobre a Questão 4 da Atividade 1

Autor	Texto
Laura	o meu não seu retângulo
Karina	sério? Kkkk
Laura	vamos por passo assim... eu tracei as bissetrizes depois movi lá
Karina	acho melhor dizer que é um paralelogramo, pois só temos a informação de que os lados são paralelos.

Após essa discussão no bate-papo, as alunas modificam o texto da resposta, por meio de substituições e complementações, conforme descrito na Tabela 6:

Tabela 6 – Karina e Laura respondendo à Questão 4 da Atividade 1

Horário	Autor	Texto
17h06min	Karina	O quadrilátero EFGH é um <del>retângulo</del> <b>paralelogramo</b> , pois as bissetrizes do paralelogramos são paralelas entre si. Dessa forma, obtemos dois pares de lados paralelos.
17h12min	Laura	O quadrilátero EFGH é um paralelogramo, pois as bissetrizes do paralelogramos são paralelas entre si. Dessa forma, obtemos dois pares de lados paralelos <b>formando um paralelogramo.</b>
17h23min	Karina	O quadrilátero EFGH é um paralelogramo, pois as bissetrizes do paralelogramos são paralelas entre si. Dessa forma, obtemos dois pares de lados paralelos formando um paralelogramo. <b>Esse paralelogramo é um retângulo, pois podemos provar matematicamente que os ângulos do quadrilátero EFGH são retos.</b>

Nesse processo, o movimento de escrita individual de Karina sofreu REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

influência da discussão no bate-papo, onde Laura afirmou ter encontrado resultados distintos. Após a modificação do termo “retângulo” para “paralelogramo”, as alunas continuam a escrita das respostas colocando suas posições. Laura reforça o fato de a figura encontrada ser um paralelogramo, e na sequência Karina defende de que nesse caso específico o paralelogramo é um retângulo.

Esse movimento se destaca, pois ao invés de discutirem e debaterem seus argumentos na sala de bate-papo, as alunas afirmam suas conjecturas diretamente na resposta da questão, produzindo assim uma resposta verdadeiramente coletiva. Esse caráter coletivo se intensifica com o fato de, ao invés de apagarem o texto, elas complementam o com seus argumentos, produzindo a resposta final.

Com relação a isso, podemos observar que houve uma negociação ou intercâmbio de significados, conforme descreve Moreira (2008). E que a interação social ocorrida dentro do próprio espaço de edição de texto implicou tal intercâmbio. Nesse caso, fica evidente que o diálogo, conforme descreve Skovsmose (2007) se fez presente. O autor considera que no diálogo estão inclusos três elementos principais, sendo eles: *fazer um inquérito, manter igualdade e correr riscos*. De fato, na situação descrita acima, as alunas Laura e Karina elaboraram (e também reelaboraram) seus argumentos coletivamente e dessa forma elas *fizeram um inquérito* e também *mantiveram igualdade*, respeitando uma a posição da outra e sem privilegiar uma opinião. Consideramos também que as alunas *correram o risco*, nesse caso. Esse elemento do diálogo aparece de forma mais sutil, pois a interface de comunicação não é a linearidade de um bate-papo, por exemplo. Os ricos são corridos pelas alunas, quando uma delas apaga a palavra “retângulo” e a substitui por “paralelogramo”. Nesse caso, existe o risco dessa modificação não ser aceita pela colega. Um risco que só é corrido pela aluna uma vez que essa considera que o diálogo está acontecendo de forma respeitosa. Um respeito que permite que a aluna não apague o novo texto da colega e sim se expresse ao final do parágrafo para justificar porque acredita que a figura apresentada é um retângulo.

Já na resposta da questão 7 “*Que quadrilátero vocês obtêm, quando traçam as bissetrizes do quadrilátero EFGH? Justifique sua resposta*”, dessa mesma atividade, a dupla 1, Mônica e Eduardo, concatenam seus argumentos. Nesse momento, Mônica utiliza uma justificativa escrita por Eduardo no bate-papo para complementar o texto da resposta, conforme descrito na Tabela 7:

Tabela 7 – Eduardo e Mônica conversam sobre a Questão 7 da Atividade 1

Autor	Texto
Eduardo	Usando a resposta anterior formará um quadrado, sempre que o quadrilátero inicial for mesmo um paralelogramo, não retângulo
Monica	caso contrário, se for um retângulo, formará um ponto

Articulando os seus argumentos e os de Eduardo, Mônica escreve a resposta coletiva para a questão 7:

Tabela 8 – Resposta de Mônica e Eduardo para a Questão 7 da Atividade 1

Horário	Autor	Texto
17h28min	Mônica	<b>Usando a resposta anterior como base, formará um quadrado sempre que o quadrilátero inicial for mesmo um paralelogramo, não retângulo. caso contrário, se for um retângulo, formará um ponto.</b>

Percebemos que os textos da sala de bate-papo se mesclaram na produção de uma resposta que traz argumentos de ambos os alunos. Consideramos a estratégia de produção de resposta por meio da justaposição de argumentos uma argumentação coletiva, uma vez que um coletivo apresentou argumentos. É o caso da resposta produzida por Mônica para essa questão. O processo de complementação da resposta, colocada inicialmente no chat por Eduardo, evidencia que os alunos estão envolvidos no processo de investigação, e que o convite foi aceito.

Também, em relação à questão 7 dessa atividade, a Tabela 9 mostra evidências de argumentação coletiva sem interação no bate-papo, na resposta elaborada pela dupla 2, Adriano e Helena:

Tabela 9 – Helena e Adriano respondendo à questão 7 da Atividade 1

Horário	Autor	Texto
17h11min	Helena	<b>Com a figura principal no formato de um paralelogramo, traçamos as bissetrizes da figura central, que por sua vez é formada pelas bissetrizes do paralelogramo.</b>
17h13min	Adriano	Com a figura principal no formato de um paralelogramo, traçamos as bissetrizes da figura central, que por sua vez é formada pelas bissetrizes do paralelogramo. <b>A figura formada foi um quadrado</b>
17h13min	Helena	Com a figura principal no formato de um paralelogramo, traçamos as bissetrizes da figura central, que por sua vez é formada pelas bissetrizes do paralelogramo. A figura formada foi um quadrado, <b>uma vez que suas bissetrizes são ortogonais.</b>

Mesmo sem haver discussão no bate-papo, os alunos apresentam argumentos e afirmações relacionados e complementares. Enquanto um faz a descrição da figura encontrada, o outro apresenta uma justificativa para tal construção.

Já em relação a atividade 2, especificamente na questão 2, que pedia aos alunos que discutissem e falassem um pouco sobre os segmentos onde as empresas escolhidas por eles atuam e também debatessem sobre as respectivas políticas sociais e de sustentabilidade, a elaboração da resposta feita pela dupla B, Mauro e Laura, sobre a empresa CPFL apresentou uma estratégia diferente das outras duas duplas ao resolverem essa mesma questão. Pois no enunciado da mesma, estava escrito que eles poderiam consultar a internet se achassem necessário, no entanto a dupla B foi a única que preferiu escrever com suas próprias palavras, conforme mostram os dados na Tabela 10:

Tabela 10: Laura respondendo à Questão 2 da Atividade 2:

Horário	Autor	Texto
17h07min	Laura	<b>A Cpfll é uma empresa que atua na área de energia, suprimindo uma das necessidades básicas da população: a energia. Como esse é um fator básico e e essencial para o ser-humano viver em uma cidade é um ótimo investimento para nós e principalmente para a população que precisa, em geral, deste serviço</b>
17h08min	Mauro	A Cpfll é uma empresa que atua na área de energia, suprimindo uma das necessidades básicas da população: a energia. Como esse é um fator básico e e essencial para o ser-humano viver em uma cidade é um ótimo investimento para nós e <del>principalmente para a população que precisa, em geral, deste serviço.</del>
17h10min	Mauro	A Cpfll é uma empresa que atua na área de energia, suprimindo uma das necessidades básicas da população: a energia. Como esse é um fator básico e e essencial para o ser-humano viver em uma cidade é um ótimo investimento para, <b>pois a população vem crescendo, conseqüentemente cresce também a utilização desse recurso valorizando cada vez mais a nossa empresa.</b>

Entre a primeira resposta escrita por Laura e a primeira modificação de Mauro, houve a seguinte conversa na sala de bate-papo integrada ao Google Docs, que pode ser visualizada na Tabela 11:

Tabela 11. Bate-papo entre Laura e Mauro, Atividade 2, entre 17h07min e 17h10min

Autor	Texto
Laura	continua que eu travei comecei a enrolar agora hahahhahahahaha
Mauro	Huheahuae entao vai eh um otimo investimento pra noós... nao pra população po..hauehuela
Laura	Hahahahhahahaha
Mauro	ó.. vo tenta da uma arrumada..

Vemos que Mauro apagou um trecho da resposta inicial e inseriu novas informações a ela, realizando um movimento de escrita depois de ter conversado com Laura no bate-papo. Esse processo reflexivo leva em consideração as expectativas sobre quem será o leitor desse texto, no caso, o professor. O caráter de legitimidade e a necessidade aparente de chegar a argumentos concisos estão presentes entre as evidências encontradas no processo de produção coletiva de respostas.

Ainda nessa questão, a mesma dupla reflete agora sobre o que dizer a respeito da empresa Ambev, conforme podemos observar na Tabela 12:

Tabela 12 – Resposta de Mauro e Laura para a Questão 2 da Atividade 2 sobre a Ambev

Horário	Autor	Texto
16h35min	Mauro	A Ambev é uma empresa de bebidas, é uma empresa que atinge a todo o público com maior idade, alguns com menor idade também, infelizmente, mas, não vem ao caso, a política social não é das melhores. Mas escolhemos essa empresa pra se investir pois, a nosso modo de pensar ela é disparada na frente a melhor opção, tanto em relação ao lucro esperado e o coeficiente de variação.
16h39min	Laura	A Ambev é uma empresa de bebidas, é uma empresa que atinge a todo o público com maior idade, alguns com menor idade também, infelizmente, mas, <del>não vem ao caso,</del> a política social da empresa não é das melhores, <b>considerando que bebidas alcoólicas não consumidas com moderação faz mal a saúde.</b> Mas escolhemos essa empresa pra se investir pois, a nosso modo de pensar ela é disparada na frente a melhor opção, tanto em relação ao lucro esperado e o coeficiente de variação.

Durante a elaboração da resposta, os alunos conversam no bate-papo sobre a frase “*mas, não vem ao caso, a política social não é das melhores*”, conforme podemos observar na Tabela 13:

Tabela 13 – Bate-papo entre Mauro e Laura sobre a Questão 2 da Atividade 2

Autor	Texto
Mauro	eahuhuhuae.. melhor tira isso né
Laura	vou fazer uma mudancinha, veja se concorda

Conforme podemos notar Laura não excluiu totalmente a parte que havia sido destacada por ela anteriormente, no entanto, colocou uma vírgula e **complementou** tal afirmação. Embora tenha ficado evidente que a aluna acreditava que aquela frase poderia causar certo desconforto em alguém que possivelmente fosse ler essa resposta, a argumentação coletiva no bate-papo permitiu que eles construíssem juntos, uma resposta mais “aceitável”, de acordo com suas perspectivas.

Ainda sobre a atividade 2, a Dupla A teve um contratempo tecnológico, Miriam não conseguiu editar o texto no Google Docs. No entanto, a dupla adotou a estratégia de debater suas respostas no bate-papo, e quando chegavam a um consenso, Helena escrevia no texto do relatório, em alguns casos copiando exatamente o que estava escrito no bate-papo. Na Tabela 14, podemos observar a elaboração da resposta para a questão 1, que pedia que os alunos fizessem a escolha por 5 ativos dentre os 10 disponíveis e, em seguida, justificassem suas escolhas:

Tabela 14 – Bate-papo entre Helena e Miriam sobre a Questão 1 da Atividade 2

Autor	Texto
Helena	bom, faz aquilo q vc flw mesmo, cola aki ae eu posto no documento pra vc
Miriam	veja o que acha escrevi o que dissemos rsrs Tentamos escolher as empresas de acordo com a relação entre um alto valor de Retorno Esperado e baixo Coeficiente de Variação. Dessa maneira acreditamos que poderemos obter um lucro, relativamente, bom com baixo risco de queda.nao soube usar mto bem as palavras
Helena	ta ótimo! vou copiar e colar aki blz?

Entretanto, mesmo com o surgimento desse percalço, a dupla conseguiu trabalhar coletivamente através do bate-papo, que nesse caso, foi o único meio por onde as alunas puderam refletir e complementar argumentos uma da outra.

As diversas estratégias para a elaboração das respostas nessas atividades tem em comum a necessidade de ambos os alunos da dupla buscarem a legitimação de tais respostas, tornando-as assim verdadeiramente colaborativas. Desse modo, tais estratégias mostram a tentativa dos alunos em formularem respostas que, segundo eles, sejam “válidas” ou “corretas” do ponto de vista do professor, seja por meio de argumentações no bate-papo, no próprio editor de textos ou pela justaposição de afirmativas.

## Conclusão

Observando atentamente o desenvolvimento das atividades, percebemos o processo de moldagem recíproca que Borba e Villarreal (2005) se referem no construto teórico *seres-humanos-com-mídias*. Os alunos, ao acompanharem em tempo real o desenvolvimento do argumento do colega, pela exibição caractere-a-caractere do que o outro escreve, têm a possibilidade de refletir sobre ele e desenvolver complementações sem a necessidade de um debate. Em um debate oral, onde a comunicação é tão imediata quanto nesse ambiente, a exposição de ideias por duas ou mais pessoas ao mesmo tempo se torna inviável. Já na comunicação escrita, seja por lápis e papel, ou via internet em salas de bate-papo, o interlocutor não tem acesso ao que o outro escreve antes que esse envie a mensagem como um todo.

A mídia Google Docs com edição colaborativa de texto em tempo real possibilita uma interação que torna a comunicação qualitativamente distinta da oralidade e da escrita com lápis e papel. Dessa forma, podemos afirmar que, nesse ambiente, o uso dessa mídia moldou o que é responder a uma questão investigativa em matemática.

O processo inverso também ocorre. Podemos perceber que os alunos subvertem as funcionalidades iniciais da ferramenta durante a sua utilização. Em alguns momentos, o ambiente de bate-papo é usado como área para escrita das respostas das questões, que poderiam ser editadas diretamente no documento, e em outros momentos os alunos usam o espaço de escrita das respostas como sala de bate-papo. Com isso, podemos dizer que existe uma moldagem recíproca entre o Google Docs e os alunos desenvolvendo a atividade investigativa.

As características da ferramenta utilizada contemplaram as necessidades de interação para o desenvolvimento de uma atividade investigativa, uma vez que os alunos puderam formular questões e procurar explicações em conjunto. Além disso, a ferramenta possibilitou o debate, tanto por meio do bate-papo quanto diretamente nas respostas as perguntas, onde um aluno podia refutar o argumento do colega, simplesmente apagando-o. A legitimação das respostas e busca recorrente por afirmações precisas e sintéticas também foram proporcionadas pelo ambiente no qual a atividade foi desenvolvida, uma vez que os alunos podiam conversar diretamente com o professor e editar suas respostas de forma muito simples.

Além dos resultados encontrados analisando os dados, a própria utilização do Google Docs como ferramenta de coleta e análise de dados traz novidades metodológicas. Javaroni, Santos e Borba (2011) tratam de algumas mudanças metodológicas do uso de tecnologias nas pesquisas em educação matemática, especialmente na EaD e assim como esses autores, vemos que essas novas possibilidades devem fazer com que o pesquisador repense suas práticas de pesquisa nesse novo contexto. No caso dessa pesquisa, o acesso ao

histórico de revisões permitiu aos professores-pesquisadores acompanharem cada uma das modificações que acontecem no texto, inclusões e exclusões. Permitiu perceber a movimentação de escrita através da argumentação coletiva, que revela muito sobre a influência do professor na elaboração respostas para uma questão investigativa, a necessidade de legitimação das respostas e a tendência em buscar uma expressão sintética.

Devemos lembrar, porém, que essa atividade teve como objetivo atingirmos um grau de interação próximo ao estar junto virtual e que isso só foi possível por ter sido realizada em pequenos grupos e com acompanhamento de um professor-pesquisador. Com isso, vemos que é necessária a discussão sobre que tipo de EaD deve ser ofertada aos alunos de graduação no Brasil, especialmente pelos programas públicos, como a UAB. Levantadas as possibilidades do uso desse tipo de ferramenta e algumas das suas implicações, abrem-se portas para a utilização de atividades investigativas em grupo, mesmo com alunos distantes fisicamente, proporcionando condições para experimentação, conjectura, debate, e produção de conhecimento coletivo, em tempo real.

## Referências

BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S.; AMARAL, R. B. **Educação a Distância online**. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. **Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation. Nova York: Springer, 2005.

BRASIL. **Censo da Educação Superior**, INEP/MEC, 2011.

CAMPOS, C. R. **A Educação Estatística**: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em cursos de graduação. Tese de Doutorado. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP-Rio Claro, 2007.

COSTA, C. J. Modelos de Educação Superior a Distancia e Implementação da Universidade Aberta do Brasil. **Revista Brasileira de Informática Na Educação**, Porto Alegre, v. 15, n. 2, p.9-16, ago. 2007.

GOLDENBERG, M. **A Arte de Pesquisar – como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. 7a ed. Rio de Janeiro: Record, 2003.

HEITMANN, F. P. **Atividades Investigativas em Grupos Online**: possibilidades para a educação matemática a distância. 2013. 137 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2013.

- HEITMANN, F. P.; ZAMPIERI, M. T.; JAVARONI, S. L. Produção de Respostas Coletivas em Investigações Matemáticas por Grupos Online. In: IX Congresso Brasileiro de Ensino Superior a Distância, 2012, Recife - SP. **Anais do IX ESUD (Semeando Cidadania)**, 2012, p.1-14.
- IARALHAM, L. C. Contribuição da Tecnologia da Informação na Educação a Distância no Instituto Universal Brasileiro: um Estudo de Caso. **Revista Científica da Faculdade das Américas**, ano 3, p.1-9, 2009.
- JAVARONI, S. L.; SANTOS, S. C. Dos; BORBA, M. C. Tecnologias digitais na produção e análise de dados qualitativos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 13, n. 1, p.197-218, 2011.
- KLEMANN, M. N.; RAPKIEWICZ, C. E. Pesquisa-ação para inclusão digital de professores e alunos: um projeto piloto usando Google Docs. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 9, n.2. 2011. Acesso mar. 2012.
- MALHEIROS, A. P. S. **Educação Matemática online**: a elaboração de projetos de Modelagem. Tese (doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro (SP), 2008.
- MEDINA, N. de La O.; FREITAS FILHO, P. J. Desenvolvimento do Pensamento Crítico na Escrita Colaborativa. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 2, n.2. 2004. Acesso mar. 2010.
- MOREIRA, M. A. Negociação de Significados e Aprendizagem Significativa. **Revista Eletrônica do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Saúde e do ambiente**, v.1, n.2, p. 2-13, 2008.
- PONTE, J.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- SANGIACOMO, L.. **O processo de mudança de estatuto**: de desenhos para figura geométrica. 1996. 1 v. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1996.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, n. 14, p.66-91, 2000.
- SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica**: Incerteza, Matemática, Responsabilidade. Tradução Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Editora Cortez, 2007.
- SOMMER, L. H. Formação inicial de professores a distância: questões para debate. **Em Aberto**, Brasília, v. 23, n. 84, p.17-30, nov. 2010.
- VALENTE, J. A. O papel da interação e as diferentes abordagens pedagógicas de Educação a Distância. In: MILL, Daniel; PIMENTEL, Nara Maria. **Educação a Distância**: desafios contemporâneos. São Carlos: Edufscar, 2010. Cap. 2, p. 25-42.
- VIANNEY, J.; TORRES, P.; FARIAS, E. Universidade Virtual: um novo REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

conceito na EaD. In: MAIA, C. **EAD.BR Experiências inovadoras em educação a distância no Brasil reflexões atuais, em tempo real.** São Paulo: Editora Anhembi-Morumbi, 2003. Cap. 2, p. 47-63.

VIEL, S. R. **Um olhar sobre a formação de professores de matemática a distância:** o caso do CEDERJ/UAB. Tese (doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro (SP), 2011.

ZAMPIERI, M. T.; JAVARONI, S. L. A Produção Matemática Coletiva em uma Disciplina de Cálculo IV a Distância. In: I Simpósio Internacional de Educação a Distância, 2012, São Carlos - SP. **Anais do I SIED (Reflexões pela democratização do conhecimento de qualidade)**, 2012, p.1 -14.

ZULATTO, R. B. A. **A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores.** 2007. 174 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Rio Claro, 2007.

Maria Teresa Zampieri  
UNESP – São Paulo/Brasil  
**E-mail:** maite.zampieri@gmail.com

Felipe Pereira Heitmann  
Faculdade Pitágoras - Belo Horizonte/MG  
**E-mail:** felipeph@gmail.com

## **SIMULAÇÕES INTERATIVAS NO ENSINO DE CONCEITOS DE ELETROMAGNETISMO**

### **INTERACTIVE SIMULATIONS IN TEACHING CONCEPTS ELECTROMAGNETISM**

Luciano Soares Pedroso  
Mauro Sérgio Teixeira de Araújo  
*Universidade Cruzeiro do Sul*

#### **Resumo**

Neste trabalho desenvolve-se um hiperdocumento construído com software livre com a finalidade de apoiar o ensino e a aprendizagem de conceitos de Eletromagnetismo no Ensino Médio. A pesquisa envolveu a elaboração, produção e validação de um hiperdocumento que contém simulações interativas produzidas com o software EASY JAVA SIMULATIONS, fundamentadas nas concepções de aprendizagem significativa de David Ausubel. Foram considerados também os princípios fundamentais que caracterizam a hipermídia enquanto linguagem que permite o acesso não-linear à informação e a apresentação desta com a utilização dos recursos gráficos, sonoros, interativos e de animação do computador. Buscou-se ainda destacar as implicações do uso desses recursos instrucionais para as práticas de ensino, na medida em que eles podem oferecer expressivas contribuições para as atividades docentes e para a aprendizagem dos estudantes. Nesse sentido, foram encontradas evidências de que a diversidade de elementos de mídia auxiliou os alunos na compreensão dos conceitos físicos, na fixação do conteúdo e interpretação dos fenômenos eletromagnéticos abordados. Observamos ainda que o hiperdocumento estruturado nas concepções de aprendizagem significativa de Ausubel ajudou no desenvolvimento de subsunçores para apoiar a aprendizagem, tornando esses alunos participantes ativos na aquisição de informações e construção de novos conhecimentos.

**Palavras-chave:** Simulações, Software EJS, Ensino de Eletromagnetismo, Hiperdocumento.

#### **Abstract**

This paper develops a hyperdocument built with free software in order to support the teaching and learning of concepts of electromagnetism in high school. The research involved the development, production and validation of a hyperdocument that contains interactive simulations produced with the

software Easy Java Simulations, based on the conceptions of meaningful learning of David Ausubel. We also considered the fundamental principles that characterize hypermedia language while allowing access to non-linear presentation of this information and with the use of graphics, sound, animation and interactive computer. We sought to further highlight the implications of using these resources for instructional teaching practices, in that they can offer significant contributions to the teaching activities and student learning. Accordingly, evidence was found that the diversity of media elements helped the students in understanding the physical concepts, in fixing the content and interpretation of electromagnetic phenomena addressed. We further note that the structured hyperdocument conceptions of meaningful learning Ausubel helped to develop subsumers to support learning, these students becoming active participants in the information acquisition and construction of new knowledge.

**Keywords:** Simulation, Software EJS, Teaching Electromagnetism, hyperdocument.

### **Introdução**

A educação em Ciências e, em especial, em Física nas escolas de educação básica apresenta características que ao longo do tempo pouco tem mudado. Predomina ainda o ensino desvinculado da realidade das pessoas, descontextualizado historicamente, pautado na memorização e ministrado em uma concepção tradicional, na qual o professor, na condição de “sujeito do processo”, em aulas expositivas apresenta e explica os conteúdos. Geralmente o aluno não consegue resolver situações que lhe são apresentadas, utilizando-se de conteúdos trabalhados na escola. Como consequência constata-se o desencanto pela Ciência, a sensação de inutilidade daquilo que fora estudado, o desinteresse e a decepção em perceber que a Ciência estudada nas aulas é divorciada da sua realidade.

Nesse contexto, aproximadamente nas duas últimas décadas, verifica-se no Brasil um avanço do uso da *internet* e dos microcomputadores no ambiente educacional (MEDEIROS e MEDEIROS, 2002).

Esses recursos apontaram inovadoras possibilidades aos processos de ensino e aprendizagem, propiciando aos professores a oportunidade de buscarem um novo modo de ensinar e às escolas de inovarem-se, rompendo velhas estruturas. Em relação ao ensino de Física, a Informática tem uma aplicação muito diversificada, sendo utilizada em processo de medidas, elaboração de gráficos, avaliações, apresentações, modelagens, animações, vídeos e simulações. (MEDEIROS e MEDEIROS, 2002a)

Nossa compreensão sobre o processo de aprendizagem do aluno fundamenta-se nas ideias de Ausubel (1980) que têm sido referenciadas em

muitos trabalhos que consideram a Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) no ensino e aprendizagem, sobretudo no ensino de Física. Essa teoria é associada por vários autores com as teorias construtivistas cognitivistas. Moreira (1999, p. 152), por exemplo, considera que Ausubel é:

[...] um representante do cognitivismo e, como tal, propõe uma explicação teórica do processo de aprendizagem, segundo o ponto de vista cognitivo, embora reconheça a importância da experiência afetiva. Para ele, aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva. Como outros teóricos do cognitivismo, ele se baseia na premissa de que existe uma estrutura na qual essa organização e integração se processam (Moreira, 1999, p. 152).

De fato, para Ausubel (1980), o envolvimento do aluno no processo de aprendizagem demanda que este assuma um papel ativo, sua motivação para a investigação, exploração e compartilhamento de suas descobertas, procurando assim a construção significativa de seu conhecimento. Portanto, para o autor, aprendizagem significativa é um processo no qual uma nova informação é entrelaçada a um ponto relevante na estrutura cognitiva do aluno.

A estrutura cognitiva para Ausubel (1980) é o conteúdo informacional organizado e armazenado por um aluno. Nesse sentido, supõe-se que certo conteúdo previamente armazenado sobre o conceito de Eletromagnetismo, conteúdo abordado em nossa proposta, representará uma forte influência no processo de aprendizagem de um aluno, sendo necessárias três condições para objetivação da aprendizagem significativa, apresentadas em seguida:

- a) A predisposição do aprendiz para se relacionar com o conteúdo apresentado. Nesse ponto cabe ao professor buscar novas alternativas ao seu método de ensino, levando para a sala de aula atividades, exercícios e avaliações relevantes e que contemplem habilidades e competências interligadas ao mundo real, despertando, assim, o interesse do aluno;
- b) A ocorrência de um conteúdo mínimo na estrutura cognitiva do aluno. Nesse caso, o professor deve identificar os organizadores prévios faltantes para a compreensão de determinado assunto e disponibilizá-los, para que o aluno consiga fazer todas as relações necessárias ao entendimento do novo conteúdo;
- c) O material a ser utilizado deve ser potencialmente significativo.

Aqui, cabe ao professor organizar o material de modo a torná-lo significativo e incluir materiais e informações anteriores que sirvam de organizadores prévios.

Acredita-se, contudo, que outros recursos mediadores da aprendizagem são fundamentais no processo de aquisição de conceitos, destacando-se aqui o uso da experimentação no ensino de Física (HOSOUME, 1997; ARAÚJO e ABIB, 2003), com seus diferentes enfoques e finalidades.

A partir da década de 90, com a popularização do uso do computador nos ambientes de trabalho, residências e também no ambiente escolar, diversos

estudos têm sido feitos sobre a importância da informática no ensino em geral e, principalmente, o uso de simulações no ensino de Física. Para Tavares e Santos (2003, p.134):

As animações interativas, construídas a partir da modelagem de situações físicas de interesse pedagógico, têm se mostrado adequadas para introduzir o estudante em conteúdos nos quais ele não está familiarizado. Pode-se criar uma representação real ou ideacional de um fenômeno físico, apresentar aos estudantes as características do fenômeno para a observação, além de serem sensíveis aos critérios individuais, onde o aprendiz pode agir na modificação das condições iniciais e observar as respostas, relacionar grandezas e outros atributos pertinentes ao fenômeno físico. (Tavares e Santos, 2003, p.134)

Por sua vez, Araújo e Veit (2004, p. 9) asseveram que:

...as simulações computacionais com objetivos pedagógicos dão suporte a atividades exploratórias caracterizadas pela observação, análise e interação do sujeito com modelos já construídos. A modelagem computacional aplicada ao ensino de Física é desenvolvida em atividades expressivas, caracterizadas pelo processo de construção do modelo desde sua estrutura matemática até a análise dos resultados gerados por ele. (Araújo e Veit, 2004, p. 9)

Nessa proposta, desenvolve-se um **Hiperdocumento** com simulações envolvendo conceitos de **Eletromagnetismo (HE)**, que pode ser utilizado em sala de aula como complementação pedagógica à prática do professor, visando proporcionar uma aprendizagem significativa. Partindo da hipótese que as simulações podem provocar mudanças conceituais no aluno, possibilitando-lhe a evolução do senso comum para um conhecimento mais estruturado, construindo quatro simulações sobre a lei de Faraday e a lei de Lenz. Entende-se que os resultados encontrados possam servir de referência para a utilização de outras simulações, outros softwares e outros temas da Física. Ainda, em relação às simulações, Medeiros & Medeiros (2002b, p. 79) propõem que:

Qualquer simulação está baseada em um modelo de uma situação real, modelo este, matematizado e processado pelo computador, a fim de fornecer animações de uma realidade virtual. A construção, portanto, de uma simulação computacional pressupõe, necessariamente, a existência de um modelo que lhe dá suporte e que lhe confere significado. As simulações podem ser vistas como representações ou modelagens de objetos específicos reais ou imaginários, de sistemas ou fenômenos. (Medeiros & Medeiros, 2002b, p. 79)

Para esta pesquisa, convidou-se um grupo de 32 alunos da 3ª série do Ensino Médio do Colégio Paula Frassinetti de São Sebastião do Paraíso/MG, que ainda não tinham estudado curricularmente os conceitos de Eletromagnetismo e, também não conheciam os testes e as simulações propostas. Estes alunos estudam no período matutino, são em sua maioria de classe média e possuem uma carga horária de quatro aulas semanais de Física.

Na fase inicial da intervenção, verificou-se que colocar os alunos frente a uma simulação, sem um roteiro de orientação, não gerava resultado significativo na maioria, pois eles rapidamente se cansavam ou ficavam dispersos. Esta observação fortaleceu a visão de que o uso das simulações não pode ser livre, o que induz o aluno a percebê-la como um jogo, com tentativas e erros aleatórios. Esse motivo levou a caracterizar o uso das simulações acompanhadas de um roteiro ou guia que direcione o uso da simulação, esclareça a concepção de educação adotada e, ainda, indique qual relação o aluno estabelecerá com o recurso da informática. Assim, sugere-se a elaboração de guias de simulação para uso didático de software.

O ensino do conteúdo referente ao Eletromagnetismo apresenta um grau de dificuldade muito grande, já que os alunos costumam misturar conceitos, associando grandezas mesmo quando uma não interfere na outra, usando uma grandeza no lugar de outra e, também, porque as situações que envolvem esse tema são muitas vezes difíceis de serem demonstradas em aulas experimentais.

Desse modo, o estudo realizado tem como objetivo determinar se o uso de simulações que envolvem o estudo de Eletromagnetismo é capaz de provocar mudanças conceituais nos alunos, permitindo-lhes a construção de novos conhecimentos em uma perspectiva de aprendizagem significativa.

## **Descrição do trabalho desenvolvido**

### *1. O Software, as Simulações e o Modelo Inspirador*

Utilizou-se o *software* Easy Java Simulations (ESQUEMBRE, 2004) em função de seus inúmeros recursos que permitem construir simulações que se aproximam de um fenômeno físico e com alto grau de interatividade.

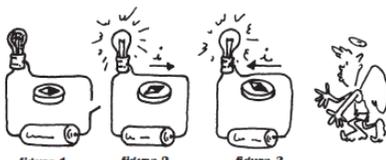
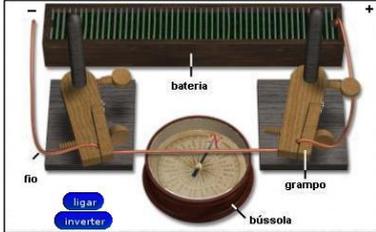
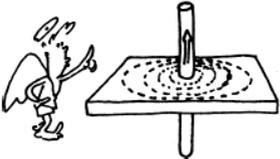
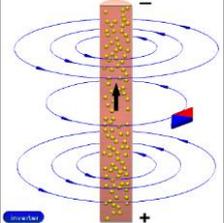
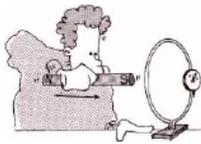
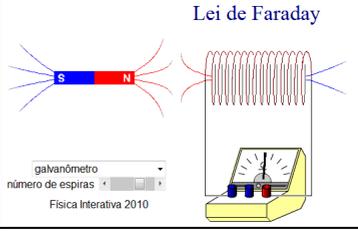
Embora o usuário possa criar suas simulações com esse software, optou-se por solicitar aos alunos que interagissem com simulações previamente elaboradas e com roteiro adequado ao conteúdo em questão.

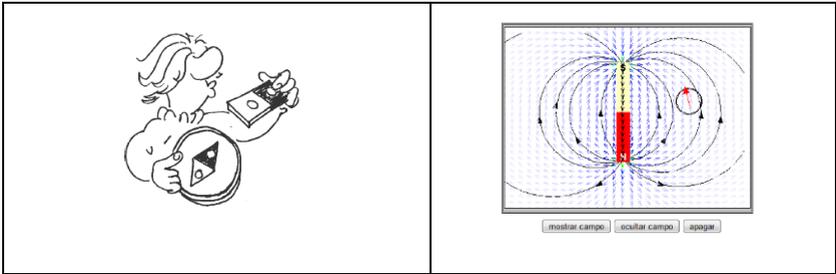
Isto porque o intuito da pesquisa é avaliar a capacidade que essas simulações têm de provocar mudanças conceituais no aluno e, nesse sentido, os estudantes escolhidos não haviam tido, até então, contato com o conhecimento formal a respeito do Eletromagnetismo e de suas leis. Uma utilização mais ampla do software exigiria este domínio prévio, podendo fazer parte de outra pesquisa sobre a utilização de softwares no ensino de Física.

Optou-se pelo Eletromagnetismo pela necessidade de delimitar um conteúdo e pela facilidade de encontrar situações do cotidiano que poderiam

servir de estímulo a este estudo. Para a elaboração das simulações, em função da análise realizada sobre o livro do GREF (1998), optou-se pela sua utilização exaustiva como modelo inspirador de proposta de ensino-aprendizagem complementada com recursos pedagógicos alternativos. Os recursos de texto e simulações foram inspirados no livro do aluno sobre Eletromagnetismo (GREF – Leituras de Física – 2005, páginas 53 a 76) conforme ilustrados no quadro a seguir:

Quadro 01: Figuras do GREF inspiradoras das simulações.

Figuras do GREF	Simulações
 <p>figura 1      figura 2      figura 3</p>	
	
	<p>Lei de Faraday</p> 



Durante o uso das simulações elaboradas neste trabalho, o aluno se deparava com telas do seguinte tipo:

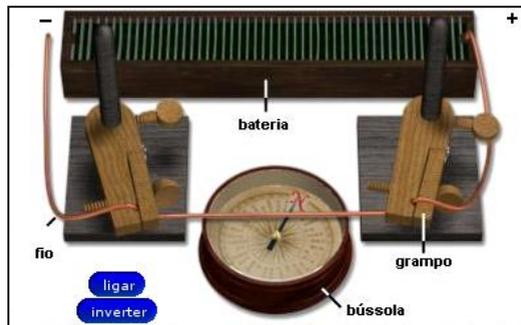


Figura 1 - Experimento de Oersted.

A simulação representada pela figura 1 possui um alto grau de iconicidade e possibilita a verificação do sentido do campo magnético gerado ao redor do fio. Ao inverter o sentido da corrente gerada pela pilha, o aluno observa a bússola indicando a inversão do sentido do campo magnético. Já na figura 2 apresenta-se a lei de Faraday e Lenz onde o aluno pode aproximar o ímã da bobina e verificar a proporcionalidade quanto ao número de espiras, velocidade de aproximação ou afastamento do ímã e a indicação do amperímetro. O aluno pode observar também o surgimento de linhas de indução do campo magnético opondo-se ao campo magnético do ímã, além da possibilidade de variação do número de espiras e a troca do galvanômetro por uma lâmpada.

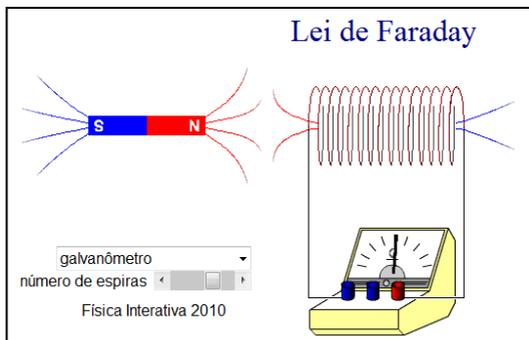


Figura 2 – Lei de Faraday-Lenz.

## 2. Roteiro de utilização do software

No roteiro de utilização da simulação, reservaram-se alguns minutos para que o aluno explorasse livremente as simulações e se familiarize com os principais comandos.

A estrutura dos roteiros de exploração é composta por um conjunto de “dicas” de natureza operacional (muitas vezes acompanhadas por imagens que ajudem na transição entre o recurso educativo e o roteiro de exploração), entremeadas com questões de caráter interpretativo e outras explorando mais o aspecto reflexivo. Um dos pontos importantes associados à construção dos roteiros passa pelo equilíbrio entre a liberdade construtivista e a mínima orientação, permitindo aos alunos uma exploração mais enriquecedora dos recursos educativos disponíveis no HE.

Durante a interação dos alunos com o HE, mediada pela utilização de um roteiro de exploração, procura-se explicar claramente o objetivo e a estrutura geral deste instrumento procurando:

- Ser o menos interventivo possível, embora sempre presente e, quando solicitado, ajudando os alunos;
- Estar atento a alunos menos ativos, oferecendo algum estímulo ou questão que impulse o trabalho;
- Observando o tempo de exploração de cada simulação;
- Solicitar aos alunos que tomem nota das respostas e dos registros pedidos ao longo do roteiro de exploração, em uma folha de papel ou no processador de texto.

## 3 Desenvolvimento da proposta metodológica

O desenvolvimento da proposta deu-se, aplicando-se inicialmente ao grupo de alunos selecionados um pré-teste (L1) em sala de aula, durante 50 minutos. A seguir, no laboratório de informática, com a ajuda de um roteiro

previamente elaborado, durante 100 minutos, os alunos trabalharam individualmente e puderam interagir com as simulações. A terceira etapa ocorreu na semana seguinte e contemplou a aplicação do pós-teste (L2) e também teve a duração de 50 minutos.

Como as respostas dadas ao pré-teste e ao pós-teste continham justificativas, julga-se importante, ao invés de, simplesmente classificá-las como corretas ou incorretas, proceder a uma análise de conteúdo conforme pressupõe Bardin (2000). Segundo a autora, há três etapas básicas nos trabalhos com a análise de conteúdo:

*A pré-análise:* organização de todos os materiais que serão utilizados para a coleta dos dados, assim como outros materiais que podem ajudar a entender melhor o fenômeno e fixar o que a autora define como *corpus* da investigação, entendido como a especificação do campo que o pesquisador deve centrar a atenção.

*A descrição analítica:* nesta etapa o material reunido que constitui o *corpus* da pesquisa é mais aprofundado, sendo orientado em princípio pelas hipóteses e pelo referencial teórico, surgindo desta análise quadros de referências, buscando sínteses coincidentes e divergentes de idéias.

*Interpretação referencial:* é a fase de análise propriamente dita. A reflexão e a intuição, com embasamento em materiais empíricos, estabelecem relações com a realidade, aprofundando as conexões das ideias, chegando se possível à proposta básica de transformações nos limites das estruturas específicas e gerais. É onde o pesquisador apoiado nos resultados brutos procura torná-los significativos e válidos.

Em Bardin (2000), encontra-se a descrição em que a definição de análise de conteúdo surge no final dos anos 40-50, com Berelson, auxiliado por Lazarsfeld, afirmando que esse método é uma técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e quantitativa do conteúdo manifesto da comunicação. Segundo a autora, a análise de conteúdo é definida como:

[...] um conjunto de técnicas de análise de comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens (BARDIN, 2000. p. 21).

Diante do elucidado, pode-se afirmar que a análise de conteúdo utilizada na pesquisa e representada no quadro 2, é um método que pode ser aplicado tanto na pesquisa quantitativa como na investigação qualitativa, mas com

aplicações diferentes, sendo que na primeira, o que serve de informação é a frequência com que surgem certas características do conteúdo, enquanto na segunda é a presença ou a ausência de uma dada característica de conteúdo ou de um conjunto de características num determinado fragmento de mensagem que é levado em consideração.

### Resultados obtidos

Na apresentação dos resultados, faz-se uma análise comparativa dos levantamentos conceituais, realizados antes e depois da manipulação das simulações pelo aluno, procurando articular os resultados com o referencial teórico.

Embora a proposta não se restrinja à investigação quantitativa da aprendizagem, consideram-se os resultados dos escores para perceber se as simulações produzidas com o software EJS possibilitaram uma evolução conceitual de Eletromagnetismo segundo os preceitos da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Neste relato procede-se a um estudo pormenorizado das respostas dos alunos em apenas cinco das nove questões propostas, buscando inferir a partir de suas considerações dimensões e categorias de análise.

As respostas foram classificadas em duas dimensões: na primeira, foca-se a relação entre as grandezas físicas, enquanto a segunda dimensão concentra-se na análise conceitual das respostas.

As respostas dos alunos foram agrupadas em categorias de síntese sendo que a identificação “L1Q2A3” significa a resposta do aluno 3 à questão 2 no pré-teste e “L2Q2A3” significa a resposta do aluno 3 à questão 2 no pós-teste.

#### *1 Análise dos gráficos com respostas dos alunos*

Questão 1: Um ímã foi fixado em uma folha de papel sobre uma mesa conforme mostra a figura a seguir. Imagine que foi solicitado que você aproximasse uma bússola apoiada na folha de papel em várias posições em torno do ímã, tracejadas na figura. Desenhe a agulha da bússola nas várias posições indicadas na figura.



Figura 3. Questão proposta pelo GREF.  
Fonte: GREF: Eletromagnetismo. (2005, p. 158)

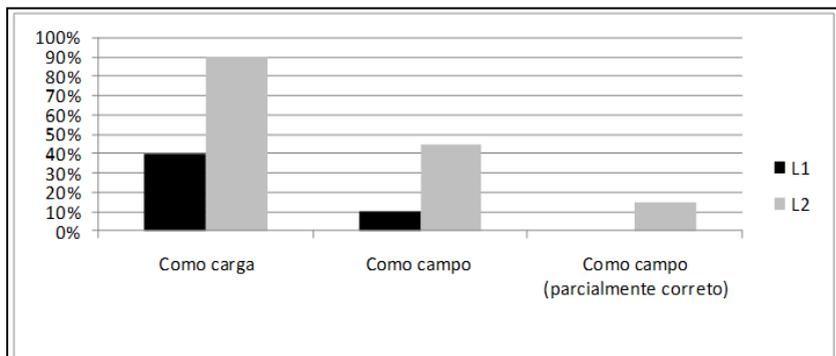


Figura 4. Direção e sentido do campo magnético criado ao redor de um ímã.

Nota-se, pela figura 4, que houve uma melhora substancial nas respostas dos alunos, pois no L1 90% desses alunos analisaram a questão proposta levando em consideração o campo elétrico gerado ao redor de uma carga, percentual que caiu para 40 % no pós-teste.

Na figura 6 do L2Q6A8, percebe-se que o aluno, para responder a questão, traçou as linhas de campo magnético do ímã e depois posicionou corretamente a bússola. A melhora significativa observada nessa resposta deve-se à simulação demonstrada na figura 7. As figuras 5 e 6 representam o desenho de um aluno nos dois levantamentos bem como uma das simulações disponíveis durante a aplicação do material. Observa-se claramente que o aluno desenhou, em L1, considerando o conceito de campo elétrico e que em L2 passou a observar corretamente o campo magnético!

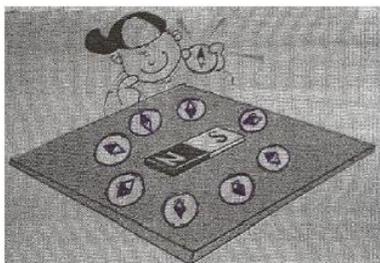


Figura 5. L1Q6A8

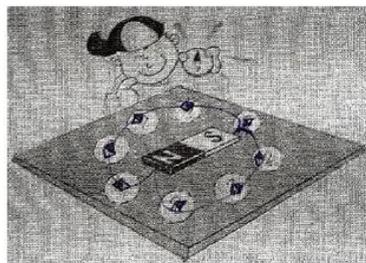


Figura 6. L2Q6A8

Na simulação representada pela figura 7, a seguir, realizada após o L1, o aluno pode manipular virtualmente uma bússola nas proximidades do ímã, verificando o sentido e a direção do campo magnético.

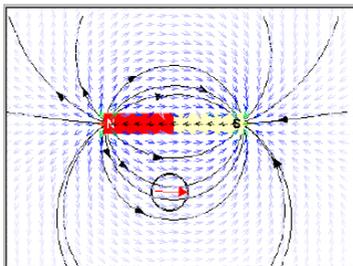


Figura 7. Simulação que demonstra as linhas de indução do ímã.

Questão 2: Na experiência montada a seguir, o fio de um circuito passa sobre a agulha de uma bússola. Com a chave C aberta, a agulha alinha-se como mostra a figura 1. Fechando-se a chave C, a agulha da bússola assume nova posição (figura 2).

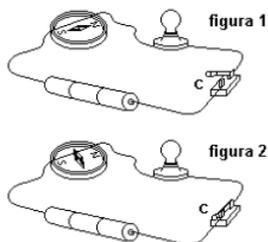


Figura 8. Fio e bússola: figura 1 com chave aberta e figura 2 com chave fechada.

Como você explicaria esse movimento da agulha da bússola a partir da corrente elétrica estabelecida no circuito?

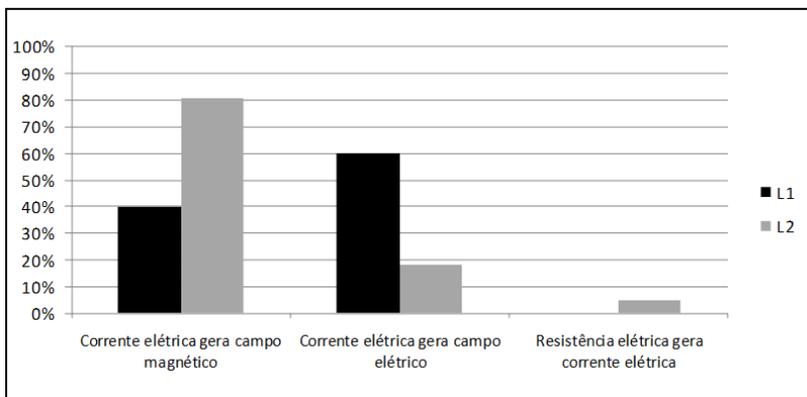


Figura 9. Corrente elétrica gerando campo magnético.

Inferese, das respostas dos alunos, que a utilização das simulações trouxe benefícios para o entendimento sobre a descoberta feita por Oersted em 1820. Ao serem empregados para melhorar a atenção, apoiar o raciocínio e auxiliar a visualização e interpretação de fenômenos, os elementos desse tipo de mídia colaboram para a ocorrência de aprendizagem significativa por tenderem a estimular o estabelecimento de relações intencionais entre os conceitos a serem assimilados e a estrutura cognitiva do aluno. Algumas respostas dadas pelos alunos são reproduzidas a seguir:

“Quando a chave C está aberta passa por ela uma corrente elétrica onde os elétrons se alinham, já com a chave fechada os e- (elétrons) vão se movimentar.” (L1Q7A12)

“A agulha se movimenta porque com a chave C fechada haverá uma passagem de corrente elétrica gerando um campo magnético e a agulha ficará de acordo com os vetores desse campo.” (L2Q7A12)

“A agulha se movimenta de acordo com o campo magnético quando se fecha a chave.” (L2Q7A13)

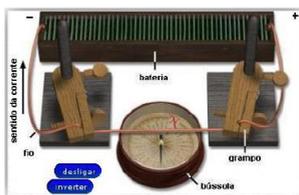


Figura 10. Simulação da primeira experiência de Oersted.

Nesta simulação o aluno pode verificar com facilidade o sentido do campo magnético gerado pela corrente que percorre o fio condutor. Quando o sentido da corrente gerada pela pilha é invertido, ocorre uma consequente inversão no sentido do campo magnético que pode ser constatada pelo aluno por meio da bússola. A qualidade das respostas fornecidas pelos alunos para essa questão no L2, destacadas acima, demonstra que a iconicidade e a interatividade conduzem os alunos a uma aprendizagem significativa.

Questão 3: Um dispositivo usado para medir velocidade de bicicletas é composto por um pequeno ímã preso a um dos raios da roda e uma bobina fixa no garfo. A bobina é ligada por fios condutores a um mostrador preso ao guidom, conforme representado na figura a seguir. A cada giro da roda, o ímã passa próximo à bobina, gerando um pulso de corrente que é detectado e processado pelo mostrador. Como você explicaria esse fato?

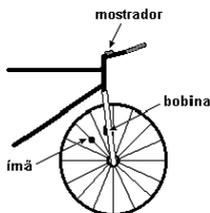


Figura 11. Velocímetro digital.

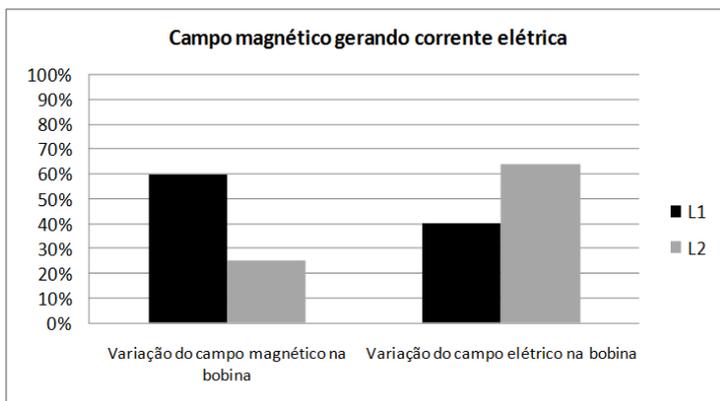


Figura 12. Campo magnético gerando corrente elétrica

O depoimento feito pelo aluno 21 a essa questão, no L2, indica que a utilização da derivação progressiva, da organização sequencial e da reconciliação integradora na estruturação do HE orientadoras na redação dos textos, na configuração dos links e nas escolhas das trilhas do hiperdocumento, teve um efeito benéfico para sua aprendizagem.

“O ímã interage com os elétrons que estão no fio da bobina e esses vão movimentar-se gerando um pulso de corrente.” (L2Q8A21)

A qualidade das respostas dos alunos no L2, quando comparadas às respostas no L1, indica que o HE auxiliou no desenvolvimento de subsunçores apropriados para a assimilação da indução eletromagnética. O estabelecimento de relações relevantes pelos alunos entre as ideias estudadas podem ser entendidas como evidência de ocorrência de aprendizagem significativa.

“O ímã quando passar pela bobina fornecerá energia para ela e, esta passa pelos fios até chegar ao mostrador.” (L1Q8A14)

“O ímã perto da bobina faz com que seus elétrons entrem em movimento...” (L2Q8A14)

“A bobina percebe a existência de um objeto carregado com carga oposta a que ela é.” (L1Q8A15)

“Os elétrons livres vão entrar em movimento porque há um campo magnético aproximando-se da bobina.” (L2Q8A15)

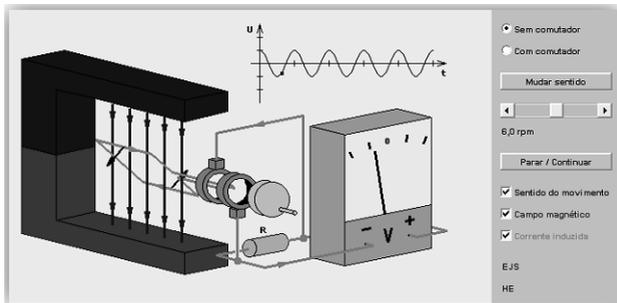


Figura 13. Gerador.

Na simulação representada pela figura 13, o aluno observa o sentido do campo magnético gerado pelo ímã e o sentido da corrente elétrica induzida na espira do gerador. Durante a manipulação virtual dessa simulação o aluno comprova a lei de Lenz, responsável por ajudá-lo na resposta da questão 2.

Questão 4: Na figura ao lado você observa a distorção na imagem provocada por um ímã nas proximidades da tela de um monitor. Explique como isso ocorreu.



Figura 14. Ímã próximo à tela do monitor.

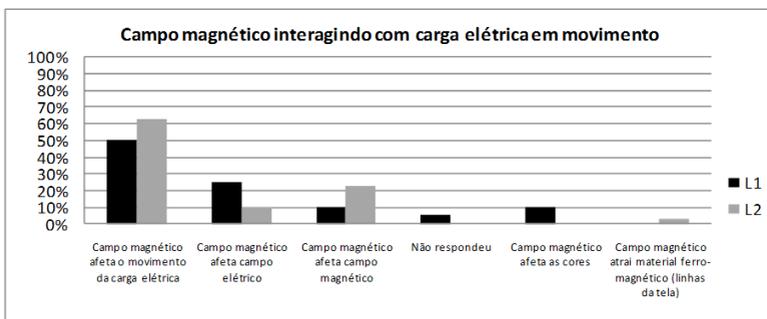


Figura 15. Campo magnético interagindo com carga elétrica em movimento.

A compreensão do assunto tratado na questão 4 está evidenciada pelo relato dos alunos 1 e 12 frente ao levantamento 2, demonstrando que durante a manipulação virtual do HE foram desenvolvidos conceitos subsunçores capazes de auxiliar a aprendizagem subsequente, passando de 50,0% no L1 para 63,6% no L2.

“O ímã, com seu campo magnético, ao passar próximo da tela faz com que os elétrons interajam com o campo distorcendo a imagem.”  
(L2Q9A12)

“O campo magnético altera o campo elétrico da tela que será distorcida.”  
(L2Q9A1)

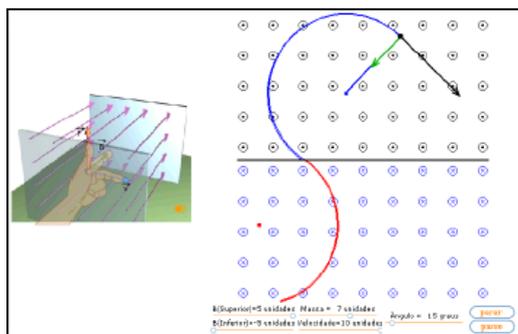


Figura 16. Campo magnético interagindo com cargas elétricas em movimento.

Na simulação da figura 16, uma partícula carregada penetra em um campo magnético, quando essa partícula interage com esse campo, o aluno percebe que uma força passa a atuar desviando-a de sua trajetória retilínea. Essa comprovação é importante para o aluno descrever o que ocorre com a tela do monitor quando aproximamos dele um ímã.

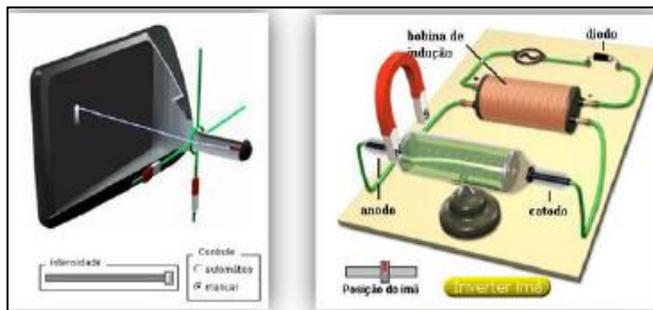


Figura 17. Ímã desviando cargas elétricas.

Nas simulações da figura 17, o aluno pode manipular os ímãs e verificar o que ocorre com a trajetória das cargas elétricas. Ao compararmos as simulações das figuras 16 e 17, percebemos o ganho conceitual dos alunos nessa questão, demonstrando a ocorrência de reconciliação integradora.

Questão 5: Descreva o que você mais gostou no HE.

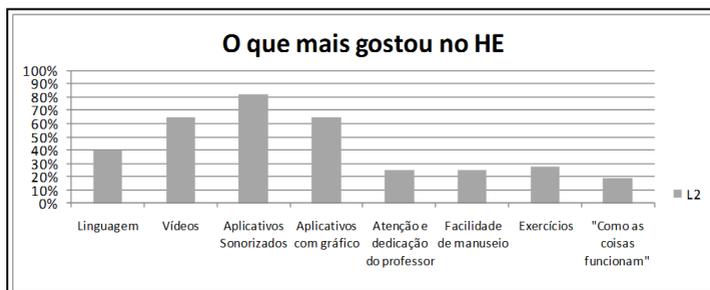


Figura 18. O que mais gostou no HE.

Descrevem-se, no quadro 2, alguns posicionamentos dos alunos sobre o que mais gostaram no HE. Como pontos positivos do material desenvolvido e sobre a interatividade proporcionada pelo HE no entendimento do conteúdo de Eletromagnetismo destacam-se: a linguagem usada na descrição dos fenômenos, os vídeos produzidos a partir da bancada de experimentos, a sonorização dos aplicativos, a praticidade de acesso ao conteúdo e a dedicação do professor.

Percebe-se que a dedicação e orientação do professor foram necessárias para otimizar a utilização do HE, através do esclarecimento dos pontos mais difíceis, da proposição de atividades para explicar as concepções dos alunos e

da introdução de organizadores prévios, adequando-os a cada aluno, direcionando apropriadamente as etapas futuras da aprendizagem.

O valor atribuído pelos alunos aos exercícios são indicações de que tiveram efeito benéfico na assimilação e consolidação dos conceitos de Eletromagnetismo propostos pelo HE.

<b>Característica positiva do HE</b>	<b>Relação de alunos</b>	<b>Citações dos alunos</b>
Linguagem	A1, A5, A16 e A27	O hiperdocumento foi muito bem elaborado, com uma linguagem de fácil compreensão e com os vídeos esse esclarecimento foi ainda maior. (A1) Os textos usados no CD são de uma leitura agradável. (A16)
Visual	A15, A19, A7 e A32	O visual das simulações é muito legal e convincente. (A15) O CD é superinteressante e completo e, os vídeos e as figuras com a explicação falada ajudam muito no entendimento e compreensão do material, pois não fica uma coisa monótona, só lendo e sim uma aula diversificada. (A32)
Ciência, Tecnologia e Sociedade	A12, A20, A22, A29 e A30	Adorei ver que o magnetismo e eletromagnetismo estão em várias coisas do nosso cotidiano e às vezes nem percebemos ou sabemos. (A22) O texto sobre biotecnologia me chamou muito atenção (A29) Conhecer o funcionamento do MAGLEV foi muito legal. (A12)
Sonorização dos aplicativos	A8, A2, A23, A17, A10, A14, A11 e A25	Achei muito bom os aplicativos que simulavam cada conteúdo e aqueles que tinham sons; as explicações foram bem precisas. Assim consegui entender muito bem com este hiperdocumento. (A14) Mas o que mais me agradou foi poder observar os vídeos e os aplicativos ouvindo as explicações. (A1) Gostei do modo diferente de aprender Física fazendo aulas com o CD tendo os experimentos explicados através de som. (A23)
Usabilidade/Interação	A3, A6, A13, A21, A26 e A31	Gostei muito da objetividade e clareza dos aplicativos, da facilidade de manuseio e da abordagem dos

		exercícios. (A21) O CD do aplicativo é bem completo e fácil de usar. (A3) O HE estimulou a minha criatividade, principalmente quando interagi com os aplicativos fazendo analogias. (A20)
Conteúdo/Exercícios	A4, A9, A18, A24 e A28	O eletromagnetismo é um assunto que me chamou atenção. Ao resolver os exercícios senti muita facilidade. (A18) As aulas sonorizadas e os vídeos produzidos através dos experimentos reais tornaram o assunto eletromagnetismo fácil de estudar. (A28)

Quadro 2. O que os alunos mais gostaram no HE.

Além de apontarem características do conteúdo capazes de motivá-los, esses depoimentos constituem indícios de que o HE os auxiliou na percepção das relações entre Ciência, Tecnologia e o seu cotidiano.

Esses alunos, que foram escolhidos em função da representatividade das suas respostas, demonstraram que temas científicos atuais, abordados com ênfase na tecnologia e possuindo elementos mais próximos da sua realidade, favorecem a aprendizagem significativa de conceitos de Eletromagnetismo.

Esses comentários sugerem que o uso do HE possibilitou a criação de um ambiente agradável de aprendizagem, no qual os diferentes elementos de mídia e os recursos de hipertexto apoiaram a exploração da informação e a assimilação dos conceitos, levando a uma aprendizagem significativa.

## Conclusões

Nessa proposta de ensino de Física, estratégias que possibilitaram a utilização de um software livre como ferramenta para a promoção da aprendizagem significativa de conceitos de Eletromagnetismo foram empregadas.

Confirmou-se o que a literatura defende no que diz respeito à importância dos conceitos prévios do aluno para a realização do processo ensino-aprendizagem de forma significativa a partir de conjunto de situações-problema exploradas via simulação de modelos, ambientados em páginas HTM (TAVARES & SANTOS, 2003).

A utilização das simulações com alto grau de interatividade, como aquelas demonstradas no quadro 1 e ambientadas em arquivo HTML mostraram-se como um viés metodológico adequado para operacionalização das atividades de sondagem, investigação e construção de conceitos.

Nas condições em que foram realizadas as atividades, percebeu-se que o domínio conceitual e a capacidade de aplicação ou abstração dos conceitos dos REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

alunos, em situações diversas, não coexistem no mesmo nível cognitivo, mas que são complementares, pois diante da constatação dos índices dos escores obtidos nos dois levantamentos, considerando as nove questões, tendem a refletir um baixo ganho conceitual desses alunos quando o aspecto focado é o percentual de “respostas certas” no L2 em relação ao L1.

Contudo, se o foco passar a ser a comparação qualitativa dos domínios conceituais expressos pelas qualidades das respostas antes e depois da manipulação do material, passou-se a notar uma melhora relativa mais expressiva, isto é, mais facilmente percebida.

Justifica-se o exposto devido às atividades terem demonstrado serem excelentes cenários para a sondagem de conceitos prévios, uma vez que os alunos foram solicitados a levantar hipóteses acerca de cada conceito, antes de executarem as simulações.

Ao manipularem as simulações, procuravam justificar suas hipóteses, adequando-as ao observado ou quando manifestavam seus conhecimentos prévios ao tentarem explicar uma determinada situação que ocorria na tela do computador.

Neste momento é que se faz necessário e importante destacar o papel dos recursos gráficos e sonorizados das simulações que viabilizaram a verificação e constatação de resultados, modificação de ambientes e manipulação de variáveis de maneira fácil e rápida, elementos que contribuíram para que os estudantes pudessem construir seus conhecimentos sobre Eletromagnetismo.

## Referências

ARAÚJO, Ives Solano; VEIT, Eliana Angela. Uma Revisão da literatura sobre Estudos Relativos a Tecnologias Computacionais no Ensino de Física. Revista ABRAPEC, v. 4, n.3, p. 5-18, maio/ago, 2004.

ARAÚJO, M. S. T., ABIB, M. L. V. S., - Atividades experimentais no Ensino de Física: diferentes enfoques, diferentes finalidades, Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 25, 2, p. 176-194, Junho de 2003.

AUSUBEL, David Paul; NOVAK, Joseph Donald; HANESIAN, Helen. Psicologia Educacional. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BARDIN, Laurence. Análise de Conteúdo. Lisboa: Edições 70, 2000.

ESQUEMBRE, Francisco Martínez. Aplicación a La Enseñanza de La Física. 1ª edição. Madrid: Espanha. Editora Pearson Educación, 2004.

GRAF. Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. Física 3: Eletromagnetismo. São Paulo: EDUSP, 2005.

GRAF. Grupo de Reelaboração do Ensino de Física. Leituras de Física: Eletromagnetismo. Instituto de Física – USP, 1998. Disponível em:

<[http://www.bibvirt.futuro.usp.br/textos/exatas/fisica/gref/gref\\_index.html](http://www.bibvirt.futuro.usp.br/textos/exatas/fisica/gref/gref_index.html)>

Acesso em 25 jun. 2010.

HOSOUME, Yassuko; TOSCANO, Carlos; MARTINS, Junior. Eletromagnetismo - GREF: novas formas e conteúdos. In: XII SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 12. Belo Horizonte, Anais..., São Paulo: SBF, 1997.

MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide. Possibilidades e limitações das Simulações Computacionais no Ensino de Física. Revista Brasileira do Ensino de Física, São Paulo, v. 24, n. 2, p. 77-86, Jun., 2002a.

MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide. Questões Epistemológicas nas iconicidades de representações visuais em livros didáticos de Física. Revista Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências. v. 1, n. 1, p. 103-117, jun. 2002b.

MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizagem significativa. Brasília: Editora UnB, 1999.

TAVARES, Romero; SANTOS, José Nazareno. Organizador prévio e animação interativa. In: INTERNATIONAL MEETING ON MEANINGFUL LEARNING MARAGOGI, 4, 2003, Alagoas. Anais..., Alagoas: UFPB, 2003.

Luciano Soares Pedroso - Universidade Cruzeiro do Sul – São Paulo – Brasil

**E-mail:** luciano.pedroso@fespmg.edu.br

Mauro Sérgio Teixeira de Araújo - Universidade Cruzeiro do Sul – São Paulo – Brasil

**E-mail:** mstaraujo@uol.com.br

# FORMAÇÃO CONTINUADA DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

## CONTINUING EDUCATION FOR TEACHERS OF MATHEMATICS IN PERSPECTIVE OF SIGNIFICANT LEARNING

Verônica Lopes Pereira de Oliveira  
*Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP - Brasil*

### **Resumo**

Este artigo tem o propósito de apresentar as contribuições para o professor de Matemática, oriundas de um processo de formação continuada sobre “Objetos de Aprendizagem na perspectiva da Aprendizagem Significativa”. Nesse trabalho, descrevemos o processo de formação, relatamos a metodologia utilizada, analisamos as contribuições para uma professora protagonista do grupo de professores de Matemática participantes da pesquisa, e encerramos com as considerações finais. Esse grupo foi constituído por professores de Matemática do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental da Rede Municipal de Ensino de Ipatinga – MG. Investigado o perfil inicial dos professores e inserindo-os no processo de formação, vislumbramos aprendizagens e mudanças, das quais apresentamos a análise, nesse trabalho, de uma professora protagonista. Concluímos, que a participação docente num processo de formação continuada possibilita a construção de conhecimento, transformação da prática docente, reflexões, novas posturas, uso de novas metodologias, ações fundamentadas teoricamente; enfim, a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

**Palavras-chave:** Formação Continuada, Objetos de Aprendizagem, Aprendizagem Significativa, Educação Matemática

### **Abstract**

This article aims to present the contributions to teacher of mathematics, originated from a process of continuing education about "Learning Objects in perspective of Meaningful Learning." In this work, we describe the process of formation, we report the methodology used, we analyze the contributions to a protagonist teacher group of mathematics teachers participating in the research, and ended with the considerations remarks. This group was formed by mathematics teachers from 6th to 9th grade of elementary school of Municipal Schools in Ipatinga – MG. Investigated the initial profile of teachers and inserting them in the training process, we have seen changes and learning, of

which we present the analysis of a teacher protagonist in this work. We conclude that teacher participation in a process of continuing education enables the construction of knowledge, transformation of teaching practice, reflections, new positions, use of new methodologies, actions grounded in theory; in the end, the improvement of the teaching and learning of Mathematics.

**Keywords:** Continuing Education, Learning Objects, Meaningful Learning, Mathematics Education

## **Introdução**

Esse artigo tem o objetivo de apresentar as contribuições para o professor de Matemática, relativas às aprendizagens e às mudanças advindas do processo de formação continuada sobre “Objetos de Aprendizagem – OA's na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa – TAS”. Essa investigação faz parte de uma pesquisa do Mestrado Profissional em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto realizada pela autora desse artigo. Apresentamos, nesse trabalho, um recorte da nossa pesquisa.

A publicação desse artigo se justifica pela importância e necessidade de compartilhar com os leitores desse trabalho, possivelmente professores de Matemática e/ou formadores de professores, estratégias que poderão ser utilizadas por esses profissionais para construir conhecimento sobre o uso de um recurso tecnológico fundamentado teoricamente, e, conseqüentemente, trazer contribuições para a sua prática pedagógica. Com esse artigo vislumbramos a abertura de portas para que a pesquisa chegue até a sala de aula e possíveis avanços aconteçam no ensino de Matemática.

Essa pesquisa se justifica mediante o contexto do trabalho e da formação inicial do professor de Matemática que se contrapõe às transformações científicas e tecnológicas ocorridas e às exigências de mudanças e novas aprendizagens impostas pela sociedade da informação à Educação. Há vários desafios a ser enfrentados pelos professores; um deles é o trabalho com as Tecnologias da Informação e da Comunicação na Educação – TICE's. Vencer esse desafio implica operacionalização efetiva das intenções e ações por meio da formação continuada. Assim, esse é o caminho que percorremos, estudando os OA's com base na TAS, a fim de auxiliar os professores de Matemática no rompimento de suas barreiras nesse campo profissional.

Henrique *et. al* (2010) contribuem para evidenciar a importância de nossa pesquisa, ao relatarem que a situação atual da informática na escola é caracterizada pela pouca exploração dos OA's, pelas dificuldades de introduzi-los nos processos de ensino e aprendizagem, e pela necessidade de existir uma avaliação sistemática desses recursos tecnológicos, tanto pelos professores como pelos alunos; por esse motivo, os pesquisadores consideram esse tema de

pesquisa um campo de investigação muito importante para ser desenvolvido atualmente. Dessa maneira, investigamos as contribuições, da vivência desse processo, para possíveis aprendizagens e mudanças do professor de Matemática participante da pesquisa.

Elucidamos que concebemos “contribuições” para um grupo de professores de Matemática como quaisquer indícios de aprendizagens, conhecimentos adquiridos, crescimentos, avanços ou mudanças ocorridas na vida profissional do professor, em relação aos seus conhecimentos, práticas e ao seu próprio modo de aprender. Sabemos que é possível retratar aprendizagens obtidas por meio das experiências vivenciadas e das reflexões críticas registradas. Dedicamo-nos, então, a identificar pontos de crescimento e caminhos para mudança, além de levantar indicadores de aprendizagens.

Dentre essas possíveis contribuições, podemos citar algumas, tais como: aprendizagem sobre tecnologia em Educação e sobre construção do conhecimento; novas metodologias (uso e avaliação/análise); postura e papel do professor; postura e papel do aluno; habilidades adquiridas; planejamento das aulas; forma de trabalhar/práticas; reflexão sobre e na ação; pensar-fazer coletivo; relacionamentos profissionais; participação nos encontros presenciais de formação; participação nas atividades à distância de formação; meta(s) para seus alunos; meta(s) para o seu desenvolvimento profissional e desenvolvimento pessoal.

Nossa pesquisa possui uma abordagem qualitativa em seus pressupostos e instrumentos, o que compreende um método de investigação que descreve e analisa experiências complexas (BOGDAN e BIKLEN, 1994). Nesse viés, seu objetivo principal é “compreender o mundo dos sujeitos e determinar como e com que critério eles o julgam” (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p. 287). Portanto, essa abordagem é a mais adequada para estudar as relações que ocorrem nos processos de mudança e aprendizagem vivenciados pelos docentes.

Dessa maneira, a discussão das contribuições será realizada a partir dos dados registrados no diário de campo, nos questionários de perfil inicial e final, nas atividades realizadas à distância e nos encontros presenciais, e na avaliação do professor, estabelecendo uma relação entre os dados coletados e a literatura estudada para a elaboração desse trabalho.

Para descrever de forma clara esse processo, a estrutura do artigo é composta por cinco partes: essa introdução, a proposta de formação continuada, a metodologia, a análise das contribuições e as considerações finais. Iniciaremos caracterizando brevemente nossa proposta de formação continuada.

### **A proposta de formação continuada**

Nossa perspectiva de formação continuada adotada é a entendida por Costa (2004, p. 22) como as “ações formativas realizadas pelo professor para potencializar a sua prática pedagógica”. Adotamos essa perspectiva em virtude

do contexto de realização da nossa pesquisa, do tempo disponível para efetivá-la e da natureza das atividades propostas.

Apesar de ser real o fato de que, de maneira geral, a formação inicial não prepara para o uso das tecnologias e de novas metodologias, não é nossa intenção relacionar a formação continuada com a ideia de suprir as defasagens do início do processo de constituição profissional ou de ser um paliativo que reforça a permanência de deficiência nessa etapa. Pelo contrário, vislumbramos a contingência de uma formação constante do profissional, visto que esse nunca está totalmente completo, não domina todo o conhecimento do seu campo de saber e está sempre “se constituindo professor”. Assim sendo, existe uma premência em preparar os docentes, para as incessantes mudanças sofridas pela sociedade da informação, cada vez mais fugazes e profundas:

A formação de professores como preparação profissional passa a ter papel crucial, no atual contexto, agora para possibilitar que possam experimentar, em seu próprio processo de aprendizagem, o desenvolvimento de competências necessárias para atuar nesse novo cenário, reconhecendo-a como parte de uma trajetória de formação permanente ao longo da vida (DIRETRIZES CURRICULARES NACIONAIS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA, 2001, p. 11).

Ao dispor-nos a oferecer uma proposta de prática pedagógica renovada, relevante e significativa, fundada em pressupostos teóricos e metodológicos que estabelecem sintonia entre si, partiremos da possibilidade do professor de Matemática utilizar os OA's, para a sua formação e para a formação de seus alunos. Ornellas e Schwarzemüller (2006, p. 8) avaliam que a utilização plena dos OA's “depende da capacitação dos professores das escolas de Educação Básica, bem como de uma rede para troca de experiências entre eles”.

Nosso alvo foi auxiliar o docente, por meio da formação continuada, na busca de novos caminhos metodológicos, para que cada um possa analisar, refletir e inferir conforme suas experiências, vivências e troca de ideias entre os colegas. Nossa proposta foi levar os docentes a vivenciar os OA's, analisando-os à luz da TAS, com ênfase na forma sistemática de influência da estrutura cognitiva do aluno, ou seja, nas condições de ocorrência e nos recursos facilitadores da aprendizagem significativa. Intercalamos as experiências com os OA's com a discussão coletiva, crítica e reflexiva sobre suas potencialidades e limitações, de maneira que essa dinâmica efetiva-se em todas as fases.

Participou da formação continuada um grupo de professores de Matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, da Rede Municipal de Ensino de Ipatinga – MG, o qual constituiu o universo da nossa pesquisa. A pesquisa de campo durou cinco meses, compreendidos entre março e julho de 2012, havendo encontros presenciais mensalmente e atividades à distância

todas as semanas do período de duração da pesquisa. Organizamos o desenvolvimento de atividades nos encontros presenciais, no ambiente virtual de aprendizagem – plataforma Moodle<sup>23</sup> e na(s) turma(s) com a(s) qual (is) o professor trabalha. Os contextos formativos presenciais e à distância foram engendrados nas e pelas necessidades ou anseios apresentados pelo grupo, sendo suas atividades elaboradas ao longo do processo, ou seja, “à medida que íamos construindo o caminho e caminhávamos por ele”.

A seguir, discutimos sobre o tema e as diretrizes da formação continuada.

### 1. Tema central

No processo de formação continuada, estudamos com os professores a concepção de aprendizagem significativa de David Ausubel (1980) e o conceito de Objetos de Aprendizagem de Wiley (2000), sobre os quais discutimos adiante. Segundo Domenico *et. al* (2006), não há um conceito de OA aceito universalmente; talvez, por este ser um campo de estudo relativamente novo. Dentre as diversas definições existentes, essa é a que abraçamos: objeto de aprendizagem é “qualquer recurso digital que pode ser reutilizado para suportar a aprendizagem” (WILEY, 2000). Ela é menos ampla no sentido de restringir os objetos apenas a recursos digitais, mas, ao mesmo tempo, não limita a capacidade tecnológica oferecida pelo material.

Como são digitais e interativos, os OA's compreendem áudios, vídeos, hipertextos, links, simulações, animações, calculadoras eletrônicas, *softwares*, que servem para desenvolver o conhecimento. As principais características dos OA's, segundo Domenico *et. al* (2006) e Assis (2005) são: interatividade – envolvimento do aluno com o conteúdo por meio do escutar, ver ou responder a uma interação com o OA, já que esse integra movimento, luz, imagem e som; granularidade – pode ser agrupado em conjuntos maiores de conteúdos (principal ideia: “quebrar” o conteúdo educacional em pequenos trechos que podem ser reutilizados em vários ambientes de aprendizagem); reusabilidade – pode ser usado em diferentes contextos e para diferentes propósitos; portabilidade – capacidade de transportá-lo; interoperabilidade – utilização indiferentemente das plataformas envolvidas, ou seja, usar produtos de diversos desenvolvedores, sem conflito, assegurando a sobrevivência do produto às rápidas mudanças tecnológicas por meio de adoção de padrões; metadados –

---

<sup>23</sup> A plataforma Moodle é um *software* criado para servir como ferramenta de gestão de cursos à distância ou semipresenciais, além de funcionar como suporte ou complemento para cursos presenciais. Seu objetivo é ajudar os educadores a criar, com facilidade, cursos online de qualidade. As potencialidades desse *software* incluem a promoção de uma interação sócio-construtivista, síncrona e assíncrona, da cooperação e da reflexão crítica, permitindo máxima interação e integração entre a comunidade virtual.

informações que descrevem o OA em relação à identificação, conteúdo, utilização e histórico.

Os objetos de aprendizagem podem ser localizados em repositórios que funcionam como bibliotecas públicas ou banco de dados da web, os quais possuem um acervo de OA's catalogados e disponibilizados para consulta, o que torna efetiva a sua reutilização.

A maioria dos OA's vem acompanhada de um guia do professor. Esse guia é um material pedagógico que auxilia no planejamento do uso de um OA, contendo explicações dos recursos disponíveis e sugestões de atividades a serem realizadas antes, durante e depois dos experimentos. Cada professor decide como usar o OA em sua aula, de acordo com o perfil de sua turma e os objetivos propostos, com total liberdade e sem depender de estruturas rígidas. Assim, pode-se usá-lo como um todo ou apenas algumas de suas atividades.

No processo de formação continuada, analisamos esses OA's, com os professores, na perspectiva da TAS. Assim, abordamos a TAS segundo a perspectiva Cognitiva Clássica proposta originalmente por David Ausubel em 1976. Aprendizagem Significativa, segundo Ausubel (1980), é aquela em que o significado do novo conhecimento é adquirido, construído com compreensão e por meio da interação não-arbitrária e não literal desse novo conhecimento com algum conhecimento prévio relevante<sup>24</sup> existente na estrutura cognitiva<sup>25</sup> do aprendiz. É a aquisição de conhecimentos com compreensão e elaboração, com maior retenção, com capacidade de explicação, aplicação e transferência (MASINI e MOREIRA, 2008).

A interação é a essência ou o núcleo do processo de aprendizagem significativa. As novas informações não apenas se associam, mas interagem com os conhecimentos prévios relevantes e ambos se modificam num processo de transformação mútua: o novo conhecimento passa a ter significado e o conhecimento prévio relevante adquire novos significados, fica mais diferenciado e elaborado. Essa interação deve ser não-arbitrária e não literal. Ser não-arbitrária significa que o novo conhecimento não interage com qualquer conhecimento prévio, mas com um que seja relevante, ou seja, o subsunçor. A característica não literal ou substantiva indica possuir significados pessoais, incorporar a substância do novo saber, e não as palavras usadas para expressá-lo.

---

<sup>24</sup> Conhecimento prévio compreende conceitos, ideias, modelos, proposições, ou representações que já estão na estrutura cognitiva do aprendiz (MASINI e MOREIRA, 2008). Subsunçores são conhecimentos prévios claros, relevantes, estáveis, diferenciados e relacionáveis, existentes na estrutura cognitiva (CABALLERO *et. al*, 1997; TAVARES, 2010).

<sup>25</sup> Estrutura cognitiva consiste na totalidade dos conhecimentos adquiridos por um indivíduo e sua alta organização, significando uma estrutura hierárquica de conhecimentos prévios (MASINI e MOREIRA, 2008).

A primeira condição e ponto de partida para a ocorrência da aprendizagem significativa é a existência de conhecimentos prévios relevantes. É o fator isolado mais importante e a variável que mais influencia na aprendizagem. É necessário ter conhecimentos prévios adequados, relevantes, claros, estáveis, diferenciados de outras ideias semelhantes, e disponíveis na estrutura cognitiva para atribuir significado à nova informação. Dessa forma, o conhecimento prévio relevante, chamado de subsunçor, servirá de ancoradouro para o novo conteúdo cognitivo.

Outra condição é a predisposição para aprender. Ela não é motivação, mas implica motivação. É uma intencionalidade, um esforço deliberado, é o foco para onde se dirige nossos estados mentais. É um compromisso, não no sentido de gostar, mas de querer.

A terceira condição é o material potencialmente significativo. Ser potencialmente significativo implica dizer que tenha significado lógico<sup>26</sup>, ou seja, é o mesmo que oferecer suporte para que o conteúdo seja aprendido por quem tem conhecimento prévio relevante e adequado e se dispõe a aprendê-lo.

Para facilitar a aprendizagem significativa, “não há receitas, mas há estratégias” (MASINI e MOREIRA, 2008, p. 36). O principal recurso facilitador da conceitualização, devido sua característica de ser mediadora, é a linguagem. Ela é um instrumento imprescindível para a interação pessoal, discussão e negociação de significados. Outra estratégia facilitadora é relacionar o que aluno está aprendendo na escola com o seu dia a dia, fazendo uma ponte entre o conhecimento científico e o mundo em que ele vive.

Os organizadores prévios são um recurso facilitador, correspondendo a materiais instrucionais introdutórios e mais inclusivos, que funcionam como mecanismo pedagógico e são apresentados antes do conteúdo a ser aprendido. Eles têm como objetivo desenvolver conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem, construindo uma “ponte cognitiva” entre o que o aluno sabe e o que deveria saber, ou ajudá-lo a relacionar o novo saber com o seu conhecimento prévio.

A partir dessas aprendizagens sobre os OA's e a TAS, refletimos, com os docentes, que a interconexão entre certas abordagens podem engendrar uma aproximação de importantes referenciais para uma mudança dos processos de ensino e aprendizagem. Nesse sentido, é possível existir uma harmonia entre certa pedagogia e uma mídia, pois “[...] as mídias informáticas associadas a pedagogias que estejam em ressonância com essas novas tecnologias podem

---

<sup>26</sup> Como resultado da interação entre o conhecimento prévio e o novo conhecimento, obtém-se um produto: o significado. Esse produto advém do significado lógico do material de aprendizagem que se transforma em significado psicológico. Esse significado psicológico surge, conforme explicita Ausubel *et. al* (1980), quando o significado lógico se transforma em um “novo conteúdo cognitivo, diferenciado e idiossincrático” para um determinado aluno.

transformar o tipo de Matemática abordada em sala de aula” (BORBA e PENTEADO, 2010, p. 38). Masetto (2000, p. 139) coaduna com essas ideias ao afirmar que: “[...] é impossível dialogarmos sobre tecnologia e educação, inclusive educação escolar, sem abordarmos a questão do processo de aprendizagem.” Portanto, a pedagogia adotada poderá nos ajudar a pensar como o conhecimento construído pelos alunos poderá ser mediado com o uso das novas tecnologias.

Estudamos, então, com os docentes, as possíveis relações existentes entre os OA's e a TAS. Ressaltamos que os OA's que fundamentam sua criação na TAS é apenas uma pequena classe em seu universo. Caberá ao professor ter conhecimento e uma visão crítica para escolher o OA a ser trabalhado, a fim de que a ferramenta utilizada evidencie as condições de ocorrência e os recursos facilitadores da aprendizagem significativa. Em nossa pesquisa, nossas ações visaram direcionar o professor na busca desse OA que prioriza a construção do conhecimento. Portanto, as relações descritas a seguir dependem da concepção pedagógica adotada na elaboração e no uso do OA.

Os OA's, com suas animações interativas, facilitam o estabelecimento de relações entre o conhecimento prévio relevante existente na estrutura cognitiva do aluno e o novo conhecimento, criando condições para que ocorra a aprendizagem significativa (CUNHA e TAROUÇO, 2006; TAVARES, 2010; SANTOS e TAVARES, 2003; COSTA e OLIVEIRA, 2004). Nesse viés, os OA's podem assumir a função de organizador prévio, servindo como uma etapa intermediária entre o que o aluno conhece sobre determinado assunto e o conhecimento que se pretende construir (TAVARES, 2008; SANTOS e TAVARES, 2003; TAVARES, 2010; CUNHA e TAROUÇO, 2006).

Os OA's têm como elemento fundamental a interação, a qual também é a essência ou o núcleo da aprendizagem significativa. Isso quer dizer que, ao mesmo tempo em que o aluno interage de forma ativa por meio do computador com o objeto do conhecimento, com os colegas e o professor, as novas informações interagem com os conhecimentos prévios relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz (COSTA e OLIVEIRA, 2004; ORNELLAS e SCHWARZELMÜLLER, 2006; MOITA e SANTOS, 2009; PENTEADO, 1999; LOPES SOUZA e JÚNIOR, 2007). Com base nessa interação, os OA's criam condições para a aprendizagem significativa utilizando o recurso facilitador “linguagem”. Assim, por meio da interação promovida com o uso dos OA's, o aluno passa a ter uma experiência individual e pessoal com o conhecimento, de tal modo que o conteúdo lógico se transforme em psicológico, promovendo a negociação de significados e abrindo caminho para a aprendizagem significativa (MOREIRA, 2008; KENSKI, 2007; TAVARES, 2007; TAVARES, 2008).

Outro aspecto importante é a utilização de diferentes tipos de linguagem por meio do OA, o que nos remete à teoria da codificação dual de Allan

Paivio<sup>27</sup> e facilita a aprendizagem (STAHL, 1997). Tavares (2010) ressalta que a animação interativa de um OA pode utilizar linguagem visual, texto escrito e linguagem matemática, estabelecendo a transmissão de informações de maneira mais efetiva ao usar os canais verbal e auditivo. Segundo esse mesmo autor, essa representação múltipla permite que os alunos se apropriem de todas as nuances de uma ideia, o que torna a construção do conhecimento mais rica e mais inclusiva, ou seja, facilita a aprendizagem significativa.

Os OA's possuem atividades que contextualizam os conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, destacamos mais uma ressonância dos OA's e a aprendizagem significativa, relacionando o OA ao recurso facilitador dia a dia (PENTEADO, 1997). Os OA's podem ser um recurso facilitador da aprendizagem, por ser capaz de trabalhar um conteúdo de forma agradável e estimulante, o que nos remete à condição de ocorrência da aprendizagem significativa “predisposição em aprender” (PENTEADO, 1999; ANTONINHA *et. al.*, 2007).

Uma das evidências da ocorrência da aprendizagem significativa é a aplicação do conhecimento em situações diferentes daquelas que lhe deram origem. Moita e Santos (2009) entendem as simulações que permitem a observação de regularidades, como um instrumento que possibilita a generalização e transferência de conhecimentos a outros contextos, distintos daquele no qual o conceito foi aprendido. Logo, as simulações se destacam como um recurso potencial para evidenciar a aprendizagem significativa.

Concluimos, portanto, que é necessário pensarmos no OA como um reflexo da concepção de conhecimento na qual nos baseamos, que é a TAS, estabelecendo, assim, conforme argumentam Borba e Penteado (2010), uma “ressonância”; no nosso caso, ressonância entre a TAS e os OA's.

## 2. Características do cenário e outros aspectos estudados

Nossa formação sobre os OA's e a TAS se destaca pelo cenário construído, o qual oferece um espaço diferenciado e importante de comunicação docente. Buscamos estabelecer uma comunidade que dispõe de recursos presenciais e virtuais para as diferentes interações em grupo, caracterizando-se por uma relação de respeito e confiança, de liberdade para explicitar e socializar ideias e práticas, com a convicção de contribuição crítica para que os OA's façam parte da profissão do professor e para que todos os participantes pudessem ter a possibilidade de aprender e de mudar.

Com base nesses pressupostos, buscamos um ambiente no qual se conseguiu trabalhar em grupo, dividir experiências, coletivizar, partilhar, humanizar, num processo contínuo de discussão a partir da contribuição de

---

<sup>27</sup> Essa teoria trata da aprendizagem por meio de diversas possibilidades de contato com determinado conteúdo.

cada um advinda de suas pesquisas; um ambiente de mutualidade, onde um aprende com o outro, em uma troca intersubjetiva de conhecimentos, pensamentos e experiências. Enfim, buscamos um “espaço da liberdade para a criação, para a composição de novos fazeres, para as tentativas, para a inovação” (GUÉRIOS, 2005).

Nóvoa (1992) salienta a importância dessas formações que possuem como referência as “dimensões coletivas”, pois essas favorecem a emancipação e a consolidação profissional. Além disso, Lopes e Souza Junior (2007) destacam que em um processo de reflexão, o trabalho em grupo pode promover aprendizagens e mudanças dos professores e dos formadores de professores.

Inserimos os professores num processo de investigação que propõe o aperfeiçoamento de sua prática pedagógica a partir da caracterização de contribuições advindas das experiências vivenciadas com os OA's nos momentos de formação e em sua sala de aula. Essa investigação sobre sua prática, com o professor e pelo professor, é condição para o seu progresso profissional.

Segundo Costa (2004), a reflexão é condição necessária para a investigação da prática do professor. Por esse prisma, Perez (2009) concebe reflexão como um processo no qual o professor analisa sua prática, compartilha suas ideias, participa de discussões coletivas, descreve experiências, constrói teorias, avalia metodologias e compila dados. Poletini (1999, p. 250) argumenta que, quando refletimos sobre a nossa realidade a partir de uma análise crítica, existe a possibilidade de aprendizagem e de mudança, e a decisão de mudar ou resistir à mudança, depende de “nosso conhecimento, crenças, características pessoais e interesses”. No aspecto do interesse, ainda existem as preocupações e prioridades do professor naquele momento de sua vida.

A reflexão é um processo simultâneo e contínuo à ação, embora não tenham uma relação direta, imediata e linear de causa e efeito, mas dependem do processo do percurso (GUÉRIOS, 2005). Ambas possuem um caráter de crítica e de autocrítica, correspondendo a um compromisso social (PEREZ, 1999).

Perez (2009) descreve duas maneiras de como o conhecimento em ação é desenvolvido e adquirido pelo professor. Essas duas maneiras indicam como formar o professor para ser capaz de refletir “na sua prática e sobre ela”, tendo em vista torná-lo pesquisador de sua própria prática pedagógica. A reflexão-na-ação é aquela que ocorre simultaneamente à prática, enquanto que a reflexão-sobre-a-ação ocorre após a ação; sendo esta última, parte de programas de formação continuada, onde se faz uma pausa e analisa o que ocorreu em certa situação (PEREZ, 2009).

Esse processo de recursividade (ação-reflexão-ação) influi nas ações passadas e futuras, cujas ideias formadas vão se transformando em fundamento teórico que serve como subsídios para a construção de novos conhecimentos.

Portanto, a partir de um trabalho crítico com os professores, os questionamentos feitos levam às reflexões que, por sua vez, promovem um “desequilíbrio inicial” essencial para que ocorra uma reestruturação no pensamento e a consequente emissão de opinião.

Com base nessas argumentações, nossa proposta de formação não se limitou à experiência de inserção do computador nas aulas de Matemática, mas foi além, preocupou-se com a formação de um professor que saiba avaliar o recurso tecnológico (OA) para poder escolhê-lo, refletir as melhores maneiras de utilizá-lo, e as possíveis implicações dessa ação na sua prática pedagógica. Portanto, o maior desafio não está na instrumentação técnica, mas nas formas produtivas e viáveis de se utilizar as TICE’s nos processos de ensino e aprendizagem, no currículo vigente, nas situações reais dos professores e da escola (KENSKI, 2007) – abordagens que trabalhamos no decorrer do processo de formação.

Além disso, em nossa formação, discutimos com os professores sobre a postura docente adotada no trabalho com as TICE’s. Alguns professores concentram sua atuação, na sala de aula, numa “zona de conforto”, onde se conhece tudo, limitando-se ao previsível. Segundo Masetto (2000, p. 142), sair da zona de conforto gera um grande desconforto e uma insegurança nos professores. Esses não avançam para a chamada “zona de risco”, onde a tecnologia está presente e se trabalha com desafios, novas situações, o imprevisível e a perda de controle (BORBA e PENTEADO, 2010). Entrar na “zona de risco”, na qual está a tecnologia, exige do professor formação e atualização constante, uma maior familiaridade com o *software* e com o conteúdo matemático, o que pressupõe movimento em busca de aprender novos conhecimentos, transformar, desenvolver, aperfeiçoar, além de ser ousado e flexível.

Nessa tentativa de entrar na zona de risco e oferecer a melhor metodologia, o que acontece é que quando existe uma prática dos professores em ambientes computacionais, essa ainda parece ser experimental, sem uma concepção pedagógica que possa servir de orientação. No bojo dessas ideias, discutimos com os professores, em nossa proposta de formação continuada, a concepção do trabalho com as TICE’s, a fim de que o docente não corra o risco de desenvolver práticas didáticas da “idade da pedra”, com o auxílio da tecnologia da “idade do espaço” (VALENTE, 1999).

Seguindo esse modelo, há docentes que usam a tecnologia sem estar na “zona de risco”, mudando a tecnologia de ensino utilizada em suas aulas, sem alterar sua prática, como se, “ao mudar o suporte, a mídia, o processo de ensino-aprendizagem de Matemática melhorasse automaticamente” (FERNANDES e OLIVEIRA, 2010).

Moran (2000, p. 63) caracteriza essa ação de usar a tecnologia sem estar na “zona de risco” como “dar um verniz de modernidade, sem mexer no

essencial”. Nesse caso, os professores acabam por restringir a tecnologia a usos pouco interativos, sem extrair dela seu real potencial, pois a tecnologia passa a ser usada apenas para informatizar o processo de ensino tradicional, e não como um suporte do processo de construção do conhecimento.

Daí a importância de trabalhar com os professores, no processo de formação continuada, o modo como o computador é utilizado, o que depende muito de suas próprias ações. Em vista disso, uma nova ação docente “não se trata apenas de uma mudança de método, mas de uma postura pedagógica” (BEHRENS, 2000, p. 88), a qual é reflexo de uma concepção pedagógica de trabalho com as TICE’s.

Por esse prisma, é necessário refletir sobre o papel das tecnologias na aprendizagem dos alunos. É necessário que a concepção do trabalho do professor com as tecnologias seja crítica e priorize o educacional sobre o instrumental, dando ênfase ao potencial pedagógico da ferramenta. É de responsabilidade do professor discernir as ferramentas que são efetivamente potenciais do ponto de vista educacional dos “arcabouços vazios de significado educativo” que representam “uma cortina de fumaça que mascara a falta de informação ou mesmo informações incorretas ou de fontes duvidosas ali contidas” (COSTA e OLIVEIRA, 2004, p. 129, 133). Tal responsabilidade remete à importância de conhecer uma teoria de aprendizagem para ter lucidez nas reflexões sobre as TICE’s e, conseqüentemente, nas decisões de quais e como usá-las.

Não preconizamos, então, o uso de tecnologias estanques, mas com uma visão holística de integração das diferentes mídias, não de modo esparso e sempre da mesma maneira, mas com diversidade, criatividade e adequação aos objetivos propostos. Portanto, os atores educacionais precisam adotar uma prática tendo como base a visão crítica em relação ao uso dos recursos tecnológicos disponíveis para a aprendizagem, conforme Guérios (2005) afirma:

A perspectiva inovadora da prática pedagógica não reside na aplicação pura e simples de uma nova técnica de ensino, mas sim na postura diferenciada que o professor e os alunos apresentam em relação ao conhecimento. Uma postura interrogativa, questionadora, investigativa, exploratória e de produção e negociação de sentidos perante o saber (GUÉRIOS, 2005, p. 146).

Valente (1997) argumenta sobre o uso inteligente do computador na Educação, elucidando que esse uso não é inerente à máquina, mas à maneira como nós concebemos a atividade que por meio dele será realizada. No bojo dessa ideia, o autor reflete sobre a aprendizagem mediada pelo computador por meio de duas vertentes: a promoção do ensino ou a construção do conhecimento pelo aluno. Seguindo uma abordagem educacional que prioriza o

ensino, o uso do computador assume o papel de máquina de ensinar, o computador e o professor são os donos do saber, e o aluno um ser passivo e vazio que deve ser preenchido. Em contrapartida, quando se deseja promover a aprendizagem por meio do computador, o aluno busca informações, altera as que possui, cria suas próprias soluções, interage com os colegas, o professor e a máquina. Assim, a concepção de trabalho com as TICE's, que usa o computador de forma inteligente, corresponde a identificar, do ponto de vista pedagógico, o que é importante, e aproveitar a tecnologia para alcançar essa meta (VALENTE, 1997).

Quando se tem uma concepção pedagógica que orienta o trabalho com as TICE's de maneira crítica, existe a possibilidade de se alterar os papéis do professor e do aluno – outro aspecto de discussão da nossa proposta de formação.

Com o uso do computador, atribuímos um destaque especial a dois atores dos processos de ensino e aprendizagem: professor e aluno estabelecendo novas relações. Os PCN's (1998) salientam as experiências escolares com o computador que têm mostrado que seu uso efetivo estabelece uma nova relação professor-aluno, caracterizada por uma maior proximidade, colaboração e interação. O professor de Matemática que, há tempos passados, era conhecido como alguém que dominava um conhecimento que muitos não sabiam, que tinha poder na escola e em sua classe, era auto-suficiente profissionalmente e lhe bastava saber Matemática, tem seu papel modificado. De posse das tecnologias como um recurso para auxiliar a aprendizagem, o docente tem seu papel ampliado significativamente. Segundo Behrens (2000, p. 87): “servindo como instrumentos, o computador e a rede de informações aparecem como suportes relevantes na proposição de uma ação docente inovadora”.

Por meio de uma ação pedagógica renovada, o foco atual do professor passa a ser a aprendizagem com base interdisciplinar e tem como desafio superar a fragmentação e a reprodução para promover a produção do conhecimento. Nessa perspectiva, o eixo de sua ação transita do ensinar para o “aprender a aprender”. Elimina sua autoridade de dono da verdade, para tornar-se pesquisador, questionador, investigador crítico e reflexivo. Sua prática, que antes se fundamentava no “paradigma fordista”, se restringia em “empurrar” a informação ao aluno; nesse novo contexto, implica em criar situações em que o aluno “puxe” a informação, num processo de resolução de problemas significativos e reflexão sobre os resultados obtidos (VALENTE, 1999).

Com base nessa nova ação, o professor se torna um mediador/orientador, facilitador, que motiva, estimula, problematiza e ajuda os alunos a interpretar as informações, relacioná-las e contextualizá-las, oferecendo uma orientação intelectual, emocional e gerencial. O professor age para que as novas informações se tornem significativas para os alunos,

possibilitando que eles as compreendam, reelaborem-nas e adaptem-nas aos seus contextos pessoais. Atua com base numa natureza emancipadora, ao utilizar recursos pedagógicos que consideram os alunos agentes críticos de sua realidade.

Por sua vez, o aluno deixa de ser passivo e de reproduzir, para tornar-se crítico, criativo, descobridor, pesquisador e atuante, a fim de que professor e aluno construam juntos o conhecimento, com base numa visão de parceria, cooperação, dinamicidade, interação e trabalho coletivo. Passa pela transição de produto e objeto para ser sujeito e produtor de seu próprio conhecimento (BEHRENS, 2000). Stahl (1997) endossa que o aluno não precisa mais dominar o conteúdo, mas ter domínio do seu processo de aprendizagem. Nessa nova realidade, saber intervir no conhecimento tem mais valor do que armazená-lo. Em vista disso, ele não assume a postura de apenas aceitar o conhecimento tal como lhe for transmitido, mas lhe cabe a sua interpretação.

Assim, o aluno é preparado para pensar/refletir e atuar de forma autônoma e crítica, ser ativo, tomar decisões, compreender o que está fazendo, realizar tarefas, aprimorar suas ideias e habilidades, saber agir nas diferentes situações da vida de forma original e autêntica e, principalmente, ser transformador da sua realidade social. Enfim, o aluno é preparado para ter claro que “aprender é fundamental para sobreviver na sociedade do conhecimento” (VALENTE, 1999, p. 36).

Outra questão que foi colocada em evidência foi o planejamento de uma aula utilizando o OA. O planejamento dessa aula foi feito com base numa ação pedagógica suportada pelos seguintes fundamentos teóricos: sequência didática (objetivos, conteúdos, tempo estimado, desenvolvimento – antes, durante e depois da aula no laboratório de informática –, avaliação), a TAS e o rompimento com a estrutura tradicional de ensino.

Considerando a perspectiva de um bom planejamento, Henrique *et. al* (2010) salientam que quando as atividades são bem planejadas, estas correspondem a investimentos no crescimento e no desenvolvimento do aluno. Por esse prisma, Zabala (1998) argumenta que a ordenação articulada das atividades é um elemento diferenciador das metodologias. Essa ordenação, considerada uma sequência, evidencia a importância dos objetivos a serem alcançados na definição dos conteúdos de aprendizagem e o papel das atividades nessas metas.

Nesse sentido, trabalhar com um OA na sala de aula, com base em um bom planejamento, permite abrir espaço à participação dos alunos, para que estes possam interagir, trocar e confrontar informações, produzir e negociar significados. Essa forma de trabalho representa, de acordo com Espinosa e Fiorentini (2005), “trabalhar matemática com sujeitos” e não meramente “trabalhar com objetos matemáticos”. Nos processos de ensino e aprendizagem,

isso indica que dependemos uns dos outros para melhorar nossa compreensão. Assim, em uma relação dialógica é possível alcançar um maior conhecimento.

Logo, as diretrizes do nosso trabalho foram a investigação, a reflexão, o trabalho em grupo, a troca de experiências, a cooperação, o planejamento, a avaliação e análise de recursos metodológicos, da postura docente e da concepção de trabalho com as TICE's, bem como do papel do professor e do aluno num novo contexto educacional.

### **Metodologia**

Desde o início de nossa pesquisa, nossas inquietações, reflexões, leituras e discussões realizadas, nos levaram a elaborar a seguinte questão de investigação: “Como a participação em um curso de formação continuada focado na utilização de Objetos de Aprendizagem, na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa, contribui para formação de professores de Matemática?” Assim, nosso objetivo foi identificar as possíveis contribuições, para um grupo de professores de Matemática, advindas da formação continuada sobre Objetos de Aprendizagem na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa.

Concatenadas a esse objetivo, desenvolvemos as seguintes ações no decorrer do processo: explorar, avaliar e construir Objetos de Aprendizagem, à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa, relacionados a diversos conteúdos de Matemática trabalhados no Ensino Fundamental; planejar o uso de Objetos de Aprendizagem à luz da Teoria da Aprendizagem Significativa por meio da Sequência Didática; e apresentar uma proposta de trabalho, na qual se utiliza Objetos de Aprendizagem na perspectiva da Teoria da Aprendizagem Significativa, para formação continuada de Professores de Matemática.

Nossa pesquisa possui uma abordagem qualitativa em seus pressupostos e instrumentos. Esse tipo de pesquisa importa-se com o contexto em que ocorrem as ações, as pessoas e as suas ideias, dando sentido a narrativas e analisando resultados. Bogdan e Biklen (1994) abordam a respeito das cinco principais características da investigação qualitativa. Segundo esses autores, nesse tipo de pesquisa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, sendo o investigador o instrumento principal; a investigação é descritiva; o investigador interessa-se mais pelo processo do que pelo produto; o investigador analisa os dados de forma indutiva e atribui-se grande importância ao significado. Os autores ainda complementam que, nesse tipo de investigação, o processo consiste de um constante diálogo entre investigador e sujeitos. Atualmente, a maioria dos estudos brasileiros de Educação Matemática tem se baseado na investigação de cunho qualitativo.

O grupo de participantes da pesquisa foi constituído por professores de Matemática do 6º ao 9º anos do Ensino Fundamental, da Rede Municipal de Ensino de Ipatinga – Minas Gerais, cuja presença oscilou entre 57% e 100% no

decorrer do processo. Como os encontros presenciais foram realizados mensalmente no período de coordenação<sup>28</sup> do professor de Matemática e a participação da formação se tratava de um convite, os professores, que não se interessaram em participar, puderam cumprir seu horário livremente em sua escola, realizando o planejamento semanal de suas atividades. Durante o período de cinco meses, nos encontramos por 4 horas mensais que totalizaram uma carga horária de 20 horas.

Para a investigação, utilizamos diversos instrumentos de coleta de dados, como as gravações em áudio, as notas de campo, os registros escritos obtidos nas atividades presenciais e à distância da plataforma Moodle. Passamos, a seguir, a descrever os procedimentos metodológicos utilizados.

As atividades realizadas nos encontros presenciais constituem situações de ensino e aprendizagem que exigem do professor de Matemática uma postura crítica e uma dinâmica de trabalho na qual todo o grupo – professores e formador/pesquisador – é responsável e ator do processo de formação continuada, pois concebemos uma trama educativa na qual o “professor pensa, diz e faz”.

Dessa maneira, em qualquer atividade, posteriormente às experiências vivenciadas, narra-se, reflete-se e avalia-se coletivamente o trabalho realizado, suas possibilidades, potencialidades, limitações e inferências; ações que destacam a singularidade do trabalho conduzido na formação continuada. Essa forma de condução da pesquisa se justifica pela hipótese de trabalho que elaboramos, a qual considera que a reflexão e a investigação sobre a prática pedagógica mediada pelas TICE's são fundamentais para consubstanciar um contexto de aprendizagem e mudança na vida profissional do professor.

Nesses encontros presenciais, os professores também vislumbraram a teoria concatenada com a prática, concebendo-as como indissociáveis, porque assim elas são. Com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel fundamentamos a utilização dos OA's no ensino de Matemática. Nossa proposta não se restringiu em tornar os professores meros consumidores desses novos recursos tecnológicos educacionais, mas envolvê-los também na sua produção. Experimentando e criando OA's, os professores de Matemática participantes da pesquisa tiveram a oportunidade de refletir coletivamente sobre as potencialidades, limitações e adequações da utilização dos OA's nas aulas de Matemática com base em uma aprendizagem significativa, e qual (is) contribuição (ões) essa experiência trouxe a sua vida profissional. Para isso, estudamos – por meio de palestras, trabalhos em grupos, estudos de textos e

---

<sup>28</sup> Coordenação é o período semanal oferecido ao professor para planejamento na escola ou formação continuada. Da carga horária semanal do professor – 20 horas, 30% são reservadas para coordenação, o que representa 6 horas por semana fora da sala de aula para educação continuada e planejamento.

oficinas – sobre os OA's, a TAS, e as possíveis relações entre os OA's e a TAS.

Em cada encontro, trabalhamos com OA's de conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental de um ramo da Matemática específico. Esses OA's trabalhados foram escolhidos pela pesquisadora, segundo os critérios de condições de ocorrência e de recursos facilitadores da aprendizagem significativa. Pesquisamos, nos repositórios<sup>29</sup> de OA's, aqueles objetos que continham características que remetiam a pelo menos alguma das condições de ocorrência e dos recursos facilitadores da aprendizagem significativa. Trabalhamos nas formações OA's com muitas e com poucas dessas características, para serem analisados pelos professores.

Esse nosso exercício visava levar até o professor OA's que possuíam elementos que poderiam oferecer suporte para a aprendizagem significativa de Matemática, claro que juntamente com outras ações do professor nos demais momentos do processo de ensino e aprendizagem. Além disso, pretendíamos inserir o professor num processo de análise crítica desse material – assim como fizemos para realizar a escolha do OA que seria utilizado nas formações –, a fim de que o docente adquirisse conhecimento de como diferenciar ferramentas potenciais daquelas que não o são.

De antemão já prevíamos, que após a conclusão de cada encontro presencial, era necessária uma continuidade na interação entre o grupo de professores participantes da pesquisa. Vislumbrando essa necessidade, decidimos implementar um espaço de interação permanente – a ferramenta da plataforma Moodle, como mais um recurso de comunicação e um espaço para a aprendizagem.

O ambiente virtual da plataforma Moodle foi organizado de acordo com as características dos professores participantes da pesquisa: licenciados em Matemática e, em sua maioria, sem experiência em modalidade de ensino à distância. As informações e atividades foram disponibilizadas gradualmente aos usuários no decorrer do curso, os quais precisavam se identificar com *login* e senha para ter acesso ao ambiente. O curso foi dividido em 18 semanas, com atividades de fóruns<sup>30</sup>, glossário<sup>31</sup>, lições<sup>32</sup> e wikis<sup>33</sup>, que totalizaram uma carga horária de 18 horas.

---

<sup>29</sup> Os repositórios são banco de dados da *web* que possuem um acervo de OA's catalogados e disponibilizados para consulta, o que torna efetiva a sua reutilização, além de reduzir os custos de sua produção. Os repositórios surgiram da necessidade de se ter um local específico de armazenamento dos objetos, por existir um enorme número de objetos disponíveis e difíceis de serem localizados.

<sup>30</sup> É uma página que contém as questões em discussão no curso. É um lugar de debate, troca de ideias e esclarecimento de dúvidas, como forma de interação e comunicação assíncrona. O fórum foi configurado para que os professores fossem automaticamente REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

Por meio dessas ferramentas da plataforma Moodle, nossa intenção foi abrir canais de comunicação nos quais os docentes pudessem utilizar seu potencial lingüístico e cultural, aumentar o seu espaço profissional, obter o máximo de aproximação nas atividades e diminuir a distância transacional<sup>34</sup> entre os participantes. A ideia foi promover a telepresença: mesmo que os usuários estejam fisicamente distantes uns dos outros e acessem o ambiente em dias e horários diferentes, que eles se sintam juntos.

Nesse contexto, o ambiente virtual de aprendizagem – AVA – possibilita aos professores vivenciar diversas formas de interagir e compartilhar, em tempos e espaços não experimentados antes pela maioria, preparando-os para a realidade das próximas décadas – outro modelo educacional, com características próprias. Além disso, esses recursos oportunizam controle e animação constantes do formador/tutor (em nosso caso, a pesquisadora), por meio de perguntas, emissão de opiniões, informação, pesquisa, orientação e suporte, num intercâmbio contínuo.

As atividades realizadas nos encontros presenciais e em sala de aula também foram compartilhadas e discutidas com o grupo de professores no ambiente virtual. Assim, criamos um espaço para relato e reflexão sobre o trabalho realizado nos encontros presenciais, na escola e no ambiente virtual, assim como para acesso às informações atualizadas e suporte para agir de acordo com essas informações.

Para o professor participante da pesquisa trabalhar com um OA em sua turma, ele utilizou o ambiente do laboratório de informática de sua escola. De fato, muitas questões surgem quando os professores voltam para a escola e tentam colocar em prática as ideias trabalhadas nos encontros presenciais. Para amenizar as dificuldades surgidas, Penteadó (2009) argumenta que uma das

---

inscritos na discussão, fazendo com que todos recebessem em seu email cada mensagem postada no fórum.

<sup>31</sup> É um dicionário construído coletivamente escrevendo termos relacionados com um tema em estudo.

<sup>32</sup> Consiste em uma atividade a ser desenvolvida pelo participante e enviada em formato digital utilizando a plataforma. A essa atividade, atribui-se data limite para entrega e nota máxima. A data da postagem do arquivo será gravada. O formador, após correção da atividade, postará a nota e o comentário, que poderão ser visualizados pelo aluno responsável pelo trabalho.

<sup>33</sup> É uma página *web* construída e editada coletivamente, em cooperação entre os participantes, com a possibilidade de qualquer usuário inserir, editar ou apagar textos.

<sup>34</sup> Conceito dado por Moore (2004) à distância física e comunicativa em sala de aula. Segundo esse autor, a distância transacional dependerá do tratamento dado aos alunos, ou seja, das oportunidades oferecidas para comunicação, independente da distância física existente (KENSKI, 2007). Na visão de Tavares (2010), um processo educacional que possui animações interativas pode se configurar como de pequena distância transacional.

principais recomendações das pesquisas sobre a formação de professores para o uso das TICE's é a existência de ações no local de trabalho. Atendendo a essa recomendação, numa perspectiva de vincular a formação ao ambiente de trabalho, os professores tiveram como tarefa o planejamento e a realização de uma aula utilizando OA sobre um conteúdo do currículo a ser estudado naquele momento com uma de suas turmas em sua escola. As informações coletadas nessa aula serviram como dados em nossa pesquisa.

Nessa atividade, o professor tem a oportunidade de exercitar a sua autonomia, escolhendo o OA a ser trabalhado e elaborando uma aula com o uso desse OA, tendo como base a TAS e uma concepção de ensino diferente daquela que está acostumado a praticar. O planejamento da aula foi feito com base numa ação pedagógica suportada pelos seguintes fundamentos teóricos: sequência didática (objetivos, conteúdos, tempo estimado, desenvolvimento – antes, durante e depois da aula no laboratório de informática –, avaliação), TAS e rompimento com a estrutura tradicional de ensino.

Sobre a justificativa do modelo de planejamento escolhido por nós, a sequência didática<sup>35</sup>, elucidamos que essa ação se deu em virtude do uso dessa metodologia de planejamento na formação continuada Gestão da Aprendizagem Escolar – GESTAR II, realizada no ano de 2011 na cidade de Ipatinga, na qual fomos professora-tutora, responsável pela formação dos professores do município. Nessa oportunidade, vislumbramos os benefícios decorrentes da utilização dessa forma de planejamento, com a qual os professores da rede, em sua maioria, também já estavam habituados a trabalhar.

Logo após a realização da aula, o professor registrou as ações, refletindo e analisando como suas experiências sustentam seu modo de pensar e agir atualmente. Polettini (1999) destaca a importância dessa atividade ao enfatizar que a elaboração de novas propostas de ensino é importante, mas a reflexão teoricamente fundamentada sobre essa experiência e comparada com as experiências passadas, desempenha um papel fundamental para as possíveis aprendizagens e mudanças vivenciadas pelo professor.

A fim de registrar essas questões e as experiências vivenciadas pelos docentes, as quais posteriormente serviram como dados da pesquisa, criamos o instrumento “Relatório da experiência do trabalho com o OA em minha turma”, que constitui as narrativas/histórias de aulas escritas pelos professores sobre suas experiências desenvolvidas nas aulas de Matemática no laboratório de informática. Depois, os professores disponibilizaram o material no ambiente virtual da plataforma Moodle. Os docentes contaram também com diversos apoios, principalmente advindos do pesquisador, da equipe diretiva da escola e

---

<sup>35</sup> Consideramos sequência didática como uma sequência de atividades que visa alcançar determinados objetivos de aprendizagem em um intervalo de tempo previsto. REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

do docente responsável pelo laboratório de informática para a realização de toda a atividade.

Destarte, nessas atividades da formação continuada, buscamos evidências nos elementos dos discursos dos professores que caracterizam uma ação reconstrutiva/rompimento da prática de um ensino tradicional e adoção de uma nova postura. Os discursos se constituíram de explicitação de dificuldades, propostas, reflexões, associações, questionamentos, exemplos, comparações. Nesse âmbito, as expressões utilizadas nos discursos foram objeto de análise semântica pelo formador/pesquisador, que investiga elementos de uma ação reconstrutiva em busca de aprendizagens e mudanças vivenciadas pelo professor de Matemática.

O material empírico coletado esteve constituído por: diário de campo, perfil inicial do professor participante da pesquisa, questionário de avaliação do OA à luz da TAS, oficinas realizadas nos encontros presenciais, atividades da plataforma Moodle, avaliação do professor, e perfil final do professor participante da pesquisa.

O formador/pesquisador dispôs da estratégia metodológica “diário de campo”, no qual organizou as informações obtidas pelas interações síncronas e assíncronas. Segundo Bairral (2005), a leitura constante dos textos no diário de campo propicia momentos de reflexão e, posteriormente, de inferências.

O perfil inicial do participante da pesquisa foi o primeiro instrumento utilizado, aplicado no primeiro encontro presencial. Com esse material, visamos traçar o perfil do professor participante no início da pesquisa, para no final comparar os dados. Obtivemos informações sobre: sexo, idade, formação acadêmica, experiência profissional, habilidades técnicas e pedagógicas com a informática, e o interesse do professor em participar do curso de formação continuada. A importância das informações obtidas por meio desse instrumento é salientada por Ferreira (2003), que considera necessário ouvir o professor, saber suas necessidades e experiências, e considerá-las como ponto de partida para a implementação de uma proposta. A pesquisadora também vê importância desse momento para o professor, que precisa se conhecer como profissional, suas características e objetivos.

O questionário de avaliação do OA à luz da TAS tinha como foco a forma sistemática de influência da estrutura cognitiva do alunos, ou seja, as condições de ocorrência e os recursos facilitadores da aprendizagem significativa. Dessa maneira, solicitava as características do OA segundo as condições de ocorrência (conhecimentos prévios, predisposição em aprender, material potencialmente significativo) e os recursos facilitadores da aprendizagem significativa (linguagem, dia a dia, organizador prévio).

Em todos os encontros, reservamos um momento para a reflexão a respeito das possíveis aprendizagens e mudanças ocorridas na vida profissional do professor. Para isso, utilizamos o instrumento “Avaliação do professor”.

Nele destacamos as possíveis aprendizagens e mudanças ocorridas com o professor em relação aos seguintes aspectos: aprendizagem sobre tecnologia em Educação e tecnologia em geral, aprendizagem sobre construção do conhecimento, uso e avaliação/análise de novas metodologias, sua postura e papel como professor, a visão da postura e do papel do aluno, habilidades adquiridas, planejamento das aulas, forma de trabalhar/práticas, reflexão sobre e na ação, pensar-fazer coletivo, relacionamentos profissionais, participação nos encontros presenciais de formação e nas atividades à distância da plataforma, metas para os alunos e para seu próprio crescimento profissional, pessoal e outras mudanças ocorridas.

O perfil final do professor participante da pesquisa teve o objetivo de traçar suas características no final do processo de formação, a fim de comparar com os dados iniciais. Recolhemos informações a respeito das habilidades técnicas e pedagógicas com a informática e das contribuições alcançadas por meio dos momentos vivenciados. A seguir, por meio de uma tabela, apresentamos uma descrição sumária do processo de formação continuada.

<b>Formações: Encontros Presenciais</b>	
<b>1ª Formação</b>	
<b>Objetivos:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Apresentar a pesquisa.</li> <li>- Conhecer os colegas.</li> <li>- Traçar o perfil inicial dos participantes da pesquisa.</li> <li>- Contextualizar a escola, o professor e o aluno na Sociedade da Informação.</li> <li>- Conscientizar o professor da necessidade de se adaptar às exigências da nova sociedade.</li> <li>- Compreender a Teoria da Aprendizagem Significativa.</li> <li>- Conhecer os objetos de aprendizagem: o que são, objetivos de sua produção e uso, onde encontrar, e suas potencialidades.</li> <li>- Relacionar a TAS com os OA's, com ênfase na forma sistemática de influência da estrutura cognitiva dos alunos, ou seja, as condições de ocorrência e os recursos facilitadores da aprendizagem significativa.</li> <li>- Conhecer a plataforma Moodle.</li> </ul>	
<b>Atividades:</b>	
<b>Reflexão</b>	Vídeo "Aprendizagem Significativa: os segredos de Beethoven"
<b>Momento de conversa</b>	Dinâmica apresentação.
<b>Estudo</b>	Conhecendo os OA's e a TAS.
<b>Lab. de informática</b>	Plataforma Moodle (cadastro, acesso e navegação inicial).
<b>2ª FORMAÇÃO</b>	
<b>Objetivos:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Manipular OA's de Geometria. Analisá-los segundo a TAS.</li> <li>- Refletir sobre a importância do trabalho a partir dos conhecimentos prévios dos alunos.</li> </ul>	
<b>Atividades:</b>	

<b>Reflexão</b>	Vídeo “Conhecimento prévio nas aulas de Matemática”
<b>Lab. de informática</b>	Três OA's de Geometria.
<b>Questionários</b>	Análise dos OA's segundo a TAS. Possibilidades e limitações dos OA's.
<b>3ª FORMAÇÃO</b>	
<b>Objetivos:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Discutir sobre o planejamento do trabalho com os OA's.</li> <li>- Manipular OA's de Álgebra e Probabilidade. Analisá-los segundo a TAS.</li> <li>- Refletir sobre a importância do trabalho com diferentes tipos de linguagem.</li> </ul>	
<b>Atividades:</b>	
<b>Oficina</b>	Linguagens: Tecnologias, Aprendizagem e Comunicação
<b>Momento de debate</b>	Socialização das atividades dos grupos da oficina.
<b>Lab. de informática</b>	Dois OA's (álgebra e probabilidade)
<b>Questionários</b>	Análise do OA segundo a TAS. Possibilidades e limitações dos OA's.
<b>4ª FORMAÇÃO</b>	
<b>Objetivos:</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analisar a proposta de sequência didática da aula de equação do 1º grau usando o OA “Equações do 1º Grau com balança” do NLVM, segundo a TAS e o paradigma de uma nova educação.</li> <li>- Refletir sobre a sequência didática: características do professor e do aluno e suas relações, comparação entre o ensino tradicional e uma nova educação, relação entre mudança de métodos e mudança de postura pedagógica, utilização do OA para aprender.</li> <li>- Manipular OA's de Números e Operações. Analisá-los segundo a TAS.</li> </ul>	
<b>Atividades:</b>	
<b>Oficina</b>	Ação-reflexão (grupo de 6 pessoas): Análise crítica da sequência didática.
<b>Momento de debate</b>	Análise das atividades da SD segundo a TAS.
<b>Lab. de informática</b>	Um OA (números e operações)
<b>Questionários</b>	Análise do OA segundo a TAS.
<b>5ª FORMAÇÃO</b>	
<b>Objetivos</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Construir OA/<i>applets</i> com o <i>software</i> GeoGebra. Analisá-los segundo a TAS.</li> <li>- Traçar o perfil final dos participantes da pesquisa.</li> </ul>	
<b>Atividades:</b>	
<b>Momento de debate</b>	Análise dos OA's segundo a TAS.
<b>Lab. de informática</b>	Construção de dois <i>applets</i> com o GeoGebra.
<b>ATIVIDADES DA PLATAFORMA MOODLE</b>	
<b>RELATIVAS AO 1º ENCONTRO</b>	
<b>1ª semana</b>	Wiki – Texto coletivo sobre o nosso 1º encontro presencial.
<b>2ª</b>	Glossário dos termos aprendidos.

<b>semana</b>	
<b>3ª semana</b>	Fórum 1: Relato de experiência(s) de aula(s) realizada(s) no laboratório de informática. Fórum 2: Motivos do professor de Matemática não utilizar o laboratório de informática.
<b>4ª semana</b>	Fórum 1: Dificuldades para que a aula no laboratório seja proveitosa. Parte mais trabalhosa: o planejamento ou a execução? Fórum 2: Estratégias que o professor pode utilizar para que o aluno seja mais autônomo e se estabeleça interação entre professor-aluno.
<b>RELATIVAS AO 2º ENCONTRO</b>	
<b>1ª semana</b>	Wiki: Texto coletivo sobre o nosso 2º encontro presencial.
<b>2ª semana</b>	Fórum: Avaliação do Guia do professor OA “Geometria da cidade”.
<b>3ª e 4ª semanas</b>	Wiki: Análise do OA “A matemática das plantas das casas e dos mapas” (TAS).
<b>5ª semana</b>	Wiki: Análise do OA “A matemática das plantas das casas e dos mapas” (questionário).
<b>RELATIVAS AO 3º ENCONTRO</b>	
<b>1ª semana</b>	Wiki: Texto coletivo sobre o nosso 3º encontro presencial.
<b>2ª semana</b>	Wiki: Análise do OA “Combinações Cotidianas” com base na TAS.
<b>3ª semana</b>	Wiki: Elaboração da Sequência didática sobre o OA “Combinações Cotidianas”.
<b>RELATIVAS AO 4º ENCONTRO</b>	
<b>1ª semana</b>	Wiki: Texto coletivo sobre o nosso 4º encontro presencial.
<b>2ª semana</b>	Fórum e Wiki: Análise crítica de uma aula com recursos tecnológicos do Portal do Professor.
<b>3ª semana</b>	Fórum: Análise do Guia do professor do OA (Grandezas e Medidas), segundo a TAS.
<b>4ª semana</b>	Wiki: Elaboração da Sequência didática sobre o OA (Grandezas e Medidas).
<b>5ª semana</b>	Fórum 1: Trabalho em grupo. Fórum 2: Zona de risco.
<b>RELATIVAS AO 5º ENCONTRO</b>	
<b>Diário pessoal:</b> Relato pessoal de aprendizagens e mudanças ocorridas na vida profissional do professor.	

### **Análise das contribuições**

Primeiramente, elucidamos que a análise realizada é das concepções dos professores sobre o processo formativo vivido e sobre sua prática pedagógica, ou seja, baseamo-nos nas falas e nos registros escritos dos docentes.

Para entender melhor essa análise, discorreremos sobre a participação e o envolvimento dos professores no processo de formação continuada, que deram origem, no meio do caminho, a alguns grupos, de acordo com as mudanças e aprendizagens vivenciadas pelos docentes. Percebemos que o grupo de professores participantes se envolveu consideravelmente nas atividades presenciais que compreenderam os encontros mensais que realizamos durante cinco meses, havendo uma menor participação somente no último encontro, cuja data coincidiu com o fechamento do bimestre, motivo pelo qual alguns participantes justificaram sua ausência.

No entanto, nas atividades à distância realizadas por meio da plataforma Moodle, percebemos uma participação ativa dos professores nos três primeiros meses e, depois, essa frequência foi diminuindo. Os professores justificam essa falta de participação em virtude do excesso de trabalho no qual estão envolvidos, o que resultou em falta de tempo para a o cumprimento de suas tarefas da formação.

Mesmo com a ausência de alguns professores nas atividades da plataforma Moodle, umas protagonistas continuaram dedicadas, se esforçando em participar das atividades presenciais e à distância. Formou-se, então, um grupo de professores especial para a análise. Percebemos essas protagonistas na descrição que Ferreira (2003) faz dos professores que se mostram “mais propícios a mudanças significativas e duradouras”. Segundo a pesquisadora, esses professores são comprometidos com o trabalho, abertos à mudança, sentem-se desafiados, percebem certa contradição entre seus objetivos e práticas e o novo saber.

Como o objetivo da nossa pesquisa é identificar as contribuições obtidas por meio do processo de formação continuada, damos uma atenção especial aos dados dessas protagonistas, por acreditar que professores que se preocupam em estudar e se dedicam às atividades de uma formação continuada, estão mais propícios às mudanças e aprendizagens. E é realmente isso que percebemos nos dados das protagonistas, os quais descrevemos sucintamente a seguir.

O grupo das protagonistas é composto por: P<sub>14</sub>, P<sub>4</sub>, P<sub>12</sub> e P<sub>19</sub>. As protagonistas são professoras participantes da pesquisa que se esforçaram em participar das atividades presenciais e à distância, realizando a experiência com o OA em sua turma e registrando suas ações e a reflexão sobre elas. Caracterizam-se também como sendo as docentes que incorporaram uma maneira diferente de ensinar Matemática com base numa teoria de aprendizagem, de conduzir suas aulas, de encarar e de estar na profissão.

Podemos perceber, nos relatos das protagonistas, que a inserção das tecnologias da informática nas aulas de Matemática, “[...] não se trata apenas de um novo recurso a ser incorporado à sala de aula, mas de uma verdadeira transformação, que transcende até mesmo os espaços físicos em que ocorre a

educação” (KENSKI, 2007, p. 47), alterando o espaço das aulas, que passou a abranger também o laboratório de informática.

Salientamos também os problemas vivenciados pelas protagonistas ao inserirem em sua prática o uso dos OA's – problemas esses que são comuns a todos os docentes que trabalham com a informática em suas aulas. Tais problemas são relatados nos comentários:

Durante as aulas tive que colocar 3 a 4 alunos por computador e por isso não foi possível esperar todos terminarem a atividade 3. Esse fato também não permitiu que eu acompanhasse os alunos de forma que pudesse verificar se todos manipularam sozinhos o OA. Houve também o problema de ter apenas uma aula de informática por mês e algumas outras coisas, que eu havia feito na sequência didática, tive que tirar, como alguns vídeos (geometria tem apenas uma aula semanal, por isso fica com uma aula mensal na informática). (Professora P<sub>19</sub>)

As atividades no laboratório de informática podem ser prejudicadas pelo fato de não ter computadores para todos os alunos; às vezes a internet não funciona (é preciso ter um “plano B”, caso isso aconteça); alguns alunos têm dificuldades em manipular o computador; o OA não está inteiramente adequado ao planejamento, então é preciso fazer adaptações. (Professora P<sub>4</sub>)

[...] É um pouco complicado fazer os alunos enxergarem o computador como ferramenta de aprendizagem. Quando vamos ao laboratório, muitos acham que poderão "navegar" livremente, assistir vídeos de interesse particular, jogar, acessar redes sociais e outros. É até comum ouvir comentários do tipo: "Os alunos vão ao laboratório para brincar, lá tem muitos joguinhos legais" ou "Não quero que meu filho perca aula de matemática para ir pro computador". Eu até ouvi de uma colega de trabalho, na última formação [...], que o professor do laboratório não faz nada. Complicado, né?! Esse estereótipo atrapalha o bom andamento das aulas que preparamos. (Professora P<sub>4</sub>)

Ademais dos problemas, houve reflexões sobre a possibilidade de mudança na próxima utilização de um OA em sua aula, por meio da análise da experiência atual. Ilustrando essa reflexão, descrevemos o comentário de uma das protagonistas: “[...] depois de ter concluído a sequência, vejo que poderia ter dividido a turma, metade na sala de aula e metade na informática [...]” (Professora P<sub>19</sub>).

Por meio da vivência de problemas e da realização de suas análises, buscando superá-los, podemos vislumbrar contribuições, pois o fato de os professores não passarem imunes por essa experiência aponta indícios de crescimento e mudança. Percebemos um esforço na busca de superação das

dificuldades cotidianas, que se encontravam na falta de informação (o professor não sabia o que era OA, onde encontrá-lo, como usar, planejar e executar), na infraestrutura da escola (o número de computadores é bem menor que o número de alunos, os horários disponíveis para a utilização do laboratório são escassos), e na gestão escolar (falta de apoio ou dificuldade de solicitar ajuda aos outros atores educacionais envolvidos no processo). Esse esforço de superação é visto por meio dos relatos e registros que evidenciam os seguintes aspectos: aprendizagens sobre as TICE's, a TAS, o planejamento com a inserção da informática e com base em uma teoria de aprendizagem; o desejo e busca pela pesquisa; a superação dos medos; a elaboração e utilização de estratégias para adequar o trabalho às condições de infraestrutura da escola; a interação e o auxílio entre os colegas.

Realizada essa abordagem de situações comuns a todas as protagonistas, e como o espaço disponível nesse artigo é limitado e insuficiente para a descrição dos dados de todas essas docentes, escolhemos um dos casos que, a nosso ver, obteve um maior número de contribuições, para que possamos analisá-lo mais detalhadamente nesse trabalho. Aos dados da protagonista P<sub>19</sub> daremos uma atenção especial e deles faremos a análise.

A partir dos dados obtidos no questionário do perfil inicial e dos primeiros registros da protagonista P<sub>19</sub> nas atividades, traçamos sua situação inicial no processo de formação vivenciado:

- Não cursou nenhuma disciplina de informática na Educação.
- Tem conhecimento em informática e facilidade em lidar com as novas tecnologias da informática.
- Utiliza o computador e a internet com frequência.
- “Uma aula comum deixa a desejar em muitos aspectos” (perfil inicial), o que aponta um desejo de mudança e insatisfação com a prática atual.
- Não conhece profundamente os OA's.
- “Não me sinto preparada para utilizar a informática em minhas aulas, pelo menos não como eu gostaria [...]” (perfil inicial).
- Já utilizou a sala de inclusão digital com os alunos, para aumentar a atenção e facilitar o aprendizado.
- Em relação à Teoria de aprendizagem que baseia o trabalho com a informática, respondeu que se baseia em sua curiosidade e no gosto por fazer algo diferente.
- Compartilha suas experiências nos encontros de formação e por email.
- Motivos para fazer o curso: necessidade de inovação e de novos conhecimentos e troca de experiências.
- Espera do curso: aprender novos recursos, adquirir novas ferramentas de trabalho e trocar experiências com os colegas.

- No fórum sobre laboratório de informática, a professora não compartilhou nenhuma experiência durante a data prevista para a atividade. Somente um bom tempo depois, a professora fez o relato de uma experiência recente:

Mês passado durante o planejamento da aula de geometria [...], planejei toda a aula para ser dada na sala de informática. Levei os alunos do 7º ano até a sala e passei dois vídeos sobre o assunto [...]. Percebi que a atenção dos alunos durante os vídeos e os exercícios foi melhor do que quando estamos em sala de aula. Esse mês está na programação mais uma aula que estou terminando de planejar. (fórum laboratório de informática; Professora P<sub>19</sub>)

Descrito o perfil inicial da professora P<sub>19</sub>, passamos a analisar os dados obtidos por meio de suas falas e registros, a fim de identificar as contribuições alcançadas por meio da formação continuada, ou seja, elencar indícios de aprendizagens e mudanças.

Em relação à aprendizagem sobre as tecnologias da informação e da comunicação na Educação, a professora destacou que conheceu os OA's (4º encontro)<sup>36</sup> e aprendeu a construir *applets* com o GeoGebra (5º encontro). Como consequência dessas aprendizagens, tem utilizado em suas aulas “todas as ferramentas da informática possíveis e aprendidas no curso” (perfil final). A protagonista P<sub>19</sub>, que antes não conhecia profundamente os OA's, ampliou seus conhecimentos, inclusive construindo OA's e utilizando-os em suas aulas.

Quanto à aprendizagem sobre a construção do conhecimento, aplicou seus saberes sobre a TAS na sequência didática elaborada para trabalhar com o OA em uma de suas turmas. As atividades da sequência didática elaborada propiciaram a verificação dos conhecimentos prévios dos alunos, como uma das condições de ocorrência da aprendizagem significativa; a abertura de debate, remetendo ao recurso facilitador “linguagem”; o trabalho com registro e a linguagem escrita, procurando, por meio das diversas linguagens, a facilitação da aprendizagem.

O comentário da professora – “[...] analiso o que vou passar aos alunos com base na TAS. Fiquei mais exigente nesse ponto” (perfil final) – aponta o reflexo da aprendizagem da TAS na sua prática pedagógica, tornando-a uma docente que fundamenta suas escolhas e ações segundo uma teoria que tem como foco a facilitação da aprendizagem dos alunos. A professora, que antes não possuía uma diretriz para suas aulas utilizando as TICE's e se baseava em sua curiosidade e no gosto por fazer algo diferente, altera sua concepção e prática, em relação ao trabalho com as tecnologias, baseando-se na TAS.

---

<sup>36</sup> Referência ao instrumento “Avaliação do professor” utilizado em todos os encontros presenciais com o escopo de oportunizar um momento de reflexão sobre possíveis aprendizagens e mudanças, bem como o registro dessas contribuições.  
REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

A professora demonstra, por meio de seus relatos, a aprendizagem sobre a TAS, também ao justificar a contribuição da sequência didática e do OA trabalhados em sua aula para a promoção da aprendizagem significativa: “a sequência didática e o OA contribuíram para uma aprendizagem significativa dos alunos, por analisar os conhecimentos prévios, causar predisposição em aprender, usar diferentes tipos de linguagens e relacionar os conteúdos com o cotidiano dos alunos” (relatório da experiência com o OA). A docente acredita que os OA's são suportes importantes para a aprendizagem significativa porque: “[...] os OA's recuperam o conhecimento prévio, dá ao aluno motivação e predisposição em aprender, utiliza diversas linguagens e é organizador prévio, ou seja, tudo dentro da TAS” (perfil final). Suas argumentações possuem fundamentos que expressam os conhecimentos adquiridos sobre a teoria.

A protagonista enfatiza a importância do OA para a promoção da aprendizagem: “Com os OA's, os alunos formam conceitos ainda não estudados e analisam melhor os problemas” (relatório da experiência com o OA). Por meio da experiência com o OA em sua turma, a professora percebe, na utilização das TICE's, uma possibilidade de facilitar a aprendizagem e de o aluno ser ator desse processo.

Sobre o planejamento das aulas, a professora aprendeu a utilizar os OA's nos planejamentos e nas aulas (4º encontro), e a incluir no planejamento da aula de informática o quadro do antes, durante e depois, para destacar esses momentos (3º encontro): “Primeiro analiso tudo que vou usar com base na TAS. Depois, faço o planejamento usando o quadro antes, durante e depois” (perfil final); “Comecei a ter mais prazer em planejar as aulas para a sala de informática, e mais facilidade também” (relatório da experiência com o OA).

No início do processo, a professora afirmava não se sentir preparada para usar os OA's. Explicitando seus fundamentos e facilidade para o planejamento da aula com OA, demonstra ter adquirido conhecimento para o uso dessa metodologia e, portanto, preparação.

Considera o planejamento de suma importância para o bom andamento das aulas:

Também acho que o principal nessa preparação é o planejamento. É a partir dele que corremos o risco mínimo de ter que improvisar. [...] Não basta apenas levar os alunos ao laboratório para brincar no computador, isso a maioria já faz em casa. Eles têm que ter a visão do computador como auxiliador no processo de aprendizagem. (fórum planejamento ou execução; Professora P<sub>19</sub>)

A docente evidencia mais uma vez a importância do planejamento em seu comentário na reflexão da atividade realizada com OA em uma de suas turmas: “[...] uma sequência didática bem feita facilita tudo, eu confesso que ficaria perdida sem minha sequência, posso até dizer que nunca conseguiria dar

essas aulas sobre sólidos sem ela, eu me perderia, não saberia onde deveria chegar e quais objetivos atingir. Seria um caos.” Nessa argumentação, a professora destaca a relação do planejamento com o sucesso da aula com as TICE’s, demonstrando-se dependente da sequência didática elaborada, a qual indicará ao professor os passos a serem dados e os objetivos a serem alcançados.

Além disso, ela registra sua reflexão a respeito da sua aprendizagem sobre os OA's e a TAS, e a aplicação desse conhecimento no planejamento e na prática de sala de aula:

Tenho quase dez anos de prática em educação, sempre fiz planejamento das aulas por pensar que eles facilitavam muito minhas aulas, porém, nunca tinha parado para analisar esses planejamentos, até por não ter conhecimento sobre a melhor forma de fazê-los (sequência didática) ou como atingir melhor meus objetivos com os alunos e conseguir que eles tivessem interesse por determinado assunto (aprendizagem significativa). (diário do desenvolvimento profissional; Professora P<sub>19</sub>)

Hoje percebo melhor a importância das aulas na sala de informática, tenho conhecimento sobre os objetos de aprendizagem e como usá-los, e sei um pouco sobre aprendizagem significativa, tento, portanto, aplicar todo aprendizado em sala e nos planejamentos. (relatório da experiência com o OA; Professora P<sub>19</sub>)

São muitos os docentes que, mesmo reconhecendo a importância do planejamento e por isso o fazem, não sabem a melhor forma de elaborá-lo. Somente depois de dez anos de profissão, a professora P<sub>19</sub> reflete e analisa seus planejamentos segundo uma teoria de aprendizagem, e os elabora de uma forma sistemática, o que facilita seu trabalho e a aprendizagem de seus alunos.

A docente destaca o guia do professor como auxiliar no planejamento do trabalho com OA: “a importância do guia é justamente a de ajudar o professor no planejamento, visto que o guia traz tudo bem explicado. A partir dele, o professor também pode criar várias adaptações. É um facilitador do trabalho” (fórum guia do professor).

No aspecto forma de trabalhar, a protagonista P<sub>19</sub> enfatiza o avanço obtido em seu trabalho a partir de sua participação na formação: “[...] acho que estou conseguindo a atenção dos alunos melhor que antes e tudo tem ficado mais fácil, seja na aula convencional ou com trabalhos em grupo” (fórum trabalho em grupo). Na sequência didática elaborada para trabalhar com o OA em uma de suas turmas, P<sub>19</sub> utilizou a prática do trabalho em grupo e outras metodologias diferenciadas, o que engendrou uma nova organização do espaço físico e a possibilidade de maior comunicação.

Segundo Costa (2004, p. 88), um dos objetivos da Educação é ensinar os alunos a conviver em grupo de “maneira produtiva e cooperativa”. Em virtude REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

desse objetivo, o autor considera importantes as situações nas quais os alunos aprendem “a dialogar, a respeitar, a ouvir o outro e ajudá-lo, a pedir ajuda, a ouvir e aceitar críticas e a explicitar seu ponto de vista”.

Relativo à avaliação/análise das metodologias, a professora destacou sua aprendizagem de avaliar um OA ou sequência didática com base na TAS (4º encontro): “Hoje, além de conhecer e manipular, sei avaliar os OA's dentro da TAS.” (perfil final); “Passei a analisar meus planejamentos dentro do que aprendi de sequência didática e aprendizagem significativa” (relatório da experiência com o OA).

A protagonista P<sub>19</sub> argumenta sobre o reflexo dessa análise na sua prática pedagógica e, conseqüentemente, na aprendizagem dos alunos: “a análise das sequências didáticas quanto à aprendizagem significativa bem como sua elaboração seguindo essa perspectiva fez com que a interação fosse maior e formou uma ponte de comunicação melhor entre eu e meus alunos” (relatório da experiência com OA). Esse reflexo provocou uma mudança na dinâmica da aula, cuja comunicação deixou de ser unilateral e se tornou mais intensa, facilitando a negociação de significados e, conseqüentemente, a aprendizagem.

Costa (2004, p. 80) evidencia a potencialidade das tecnologias em promover mudanças na comunicação unilateral existente nas salas de aula atualmente. As carteiras que antes ficavam sempre enfileiradas, agora são dispostas em duplas para a realização do trabalho em grupo. Essa organização leva os professores a pensarem como organizar as duplas a cada novo trabalho, como também influencia na forma de comunicação entre os alunos e entre os alunos e o professor, bem como na maneira como esses atores educacionais se comportam.

Dando continuidade à mudança na dinâmica da aula, a professora destaca a transformação no interesse do aluno: “maior atenção, prazer, interesse e participação dos alunos”, o que remete a uma das condições de ocorrência da aprendizagem significativa – a “predisposição em aprender” (perfil final). Nesse contexto, a professora comenta, no questionário do perfil final, que percebeu que o computador passou a constituir a sua profissão, quando teve conhecimento da TAS e do quanto as TICE's podem melhorar a atenção e aprendizagem dos alunos, principalmente porque gera predisposição em aprender.

A professora P<sub>19</sub>, que no início do processo registra sua visão de que uma aula comum deixa a desejar, tem a oportunidade de experimentar uma aula diferenciada que traz consigo maior interação e comunicação, desejo de aprender e aprendizagem significativa, vivenciando outra realidade educacional. Com base nessa experiência, reitera-se um dos objetivos dos OA's que estabelecem sintonia com a TAS: tornar a aprendizagem mais efetiva por meio dos recursos educacionais digitais na forma de simulações e atividades interativas que a obtida pelos meios tradicionais.

Sobre o papel do professor, P<sub>19</sub> concebe que “o professor tem que ser eterno aluno [...] ser professor pesquisador” (5º encontro). A respeito da postura do professor diante do trabalho com as TICE’s e a necessidade de adentrar na zona de risco, P<sub>19</sub> argumenta que:

[...] Se eu, enquanto professor, sei que todos trazem consigo experiências e vivências próprias, indiferente da idade, esse saber da informática se torna um fator a meu favor. Mas se eu ainda penso que tenho que estar à frente dos meus alunos em tudo e é vergonha não saber algo que eles saibam, aí sim estarei numa zona de guerra e não de risco (fórum zona de risco; Professora P<sub>19</sub>).

Nessa reflexão, P<sub>19</sub> mostra que as experiências dos alunos favorecem a aula e, por isso, o professor precisa considerar os saberes dos aprendizes oriundos de sua experiência e aproveitá-los a favor do bom andamento da aula e da facilitação da aprendizagem.

A professora considera o pensar-fazer coletivo como fundamental para o professor, destacando as contribuições do trabalho em grupo por meio da formação continuada:

É muito importante trabalhar em grupo; Os fóruns nos dá uma noção melhor de como pensam os colegas (4º encontro); Toda vez que estamos em grupo, como aconteceu no Gestar e agora no curso de OA's (ou qualquer curso que façamos) as ideias individuais acabam se tornando ideias coletivas e geralmente são ampliadas e reestruturadas a níveis melhores (diário; Professora P<sub>19</sub>).

A professora P<sub>19</sub> destaca o aumento das possibilidades de compartilhamento por meio da formação continuada, presencial e à distância (perfil final). Também relata as aprendizagens construídas a partir da troca de experiências, de compartilhar ideias e práticas desenvolvidas: “trocar ideias resulta em soma de conhecimentos e estratégias” (4º e 5º encontros); “Quando trocamos ideias, discutimos erros e acertos, somamos os nossos momentos com os dos colegas. As experiências passam a ser de todos. Todo trabalho em equipe, para mim, tem maior chance de dar bons resultados” (perfil final).

Compartilhar essas ideias ajuda e dá coragem para que comecem algum trabalho desse tipo, que usem um pouco na sala de informática. [...] percebo que nem todos os professores fazem um planejamento como deveriam, [...] e vendo esse tipo de trabalho totalmente dentro de um planejamento de uma sequência didática, creio que alguns colegas possam repensar sua posição quanto a isso. (relatório da experiência com o OA; Professora P<sub>19</sub>)

Nesse último comentário, a professora P<sub>19</sub> comenta sobre a influência que o compartilhamento de uma experiência pode trazer na prática do professor, cujas ideias podem auxiliar outros docentes a repensar suas ações e transformá-las.

A protagonista P<sub>19</sub> atribui grande importância à formação continuada para a construção de conhecimentos e renovação das práticas do professor: “[...] quanto mais eu participo, melhor entendo e aprofundo nos assuntos do curso” (5º encontro); “Cada curso de formação tem sempre a acrescentar no conhecimento e na prática do professor” (4º encontro). Como consequência, a professora tem como meta: “estar sempre capacitando e procurando novos recursos” (3º encontro).

Nóvoa (1992) argumenta que a formação propicia um investimento pessoal do professor, com o objetivo de construção de uma identidade, que é pessoal e profissional, além de atribuir sentido às suas histórias de vida. No bojo dessa ideia, destacamos um indício de desenvolvimento pessoal da professora P<sub>19</sub>, o qual pode ser percebido em seu comentário:

Sei que devemos nos capacitar e aprimorar sempre por uma necessidade de acompanhar o mundo e a tecnologia, mas, para mim, não se trata apenas disso, **é algo muito pessoal até**. Participar de cursos de capacitação profissional, ou mesmo oficinas mais curtas, não significa apenas uma ambição de sucesso, significa principalmente a **possibilidade de desenvolver melhor, de aprender novidades, de produzir, ser útil, e isso gera em mim um enorme prazer como pessoa**. Não é simplesmente por ser importante para o currículo. (Professor P<sub>19</sub>, grifo nosso)

Comparando a situação inicial da professora P<sub>19</sub> com a discussão da análise dos seus dados, a qual apontou indícios de aprendizagens e mudanças, são nítidas as contribuições da formação continuada para a docente protagonista. Ademais, a professora também destaca seu desejo de pesquisar sobre as TICE's e sua prática de utilizar em suas aulas os conhecimentos adquiridos no processo de formação continuada: “Essas atividades me impulsionaram ainda mais a pesquisar as novas tecnologias para a educação” (perfil final); “[...] hoje tenho usado, e muito, meu aprendizado sobre os OA's e sobre aprendizagem significativa” (relatório da experiência com o OA).

### **Considerações finais**

Tendo como norte de nossas ações o objetivo da nossa pesquisa – identificar as contribuições, para o docente, advindas do processo de formação continuada vivenciado –, finalizamos concluindo que as professoras protagonistas, em especial P<sub>19</sub>, cujos dados foram analisados nesse trabalho, não passaram imunes pela experiência da formação continuada vivenciada,

ocorrendo mudanças e aprendizagens. Assim, podemos afirmar que houve contribuições, sendo elas de diferentes naturezas e de forma particular em cada indivíduo. Portanto, como afirma Ferreira (2003, p. 41), se o professor se apropria de um novo saber, acredita em seu potencial para a facilitação da aprendizagem, adapta-o a sua realidade, e “o avalia, analisa, repensa e refaz”, podemos considerar que ocorreram mudanças.

Coadunamos com Guérios (2005), ao afirmar que a participação de ações nesses espaços de formação promove transformação na prática docente, como atitudes frente às situações didáticas e o papel desempenhado pelo espaço de formação no decorrer do processo. Espinosa e Fiorentini (2005, p.153) denominam esse processo de (re) significação, o qual produz “(novos) significados e (novas) interpretações sobre o que sabemos, dizemos e fazemos”. Nesse âmbito, reforça-se a ideia de que essa transformação não é deflagrada exclusivamente pelas modalidades didáticas ou propostas metodológicas que foram trabalhadas, mas é a busca de sentido do que os docentes fazem e do modo como fazem, que os faz transitar de uma postura para outra, tornando-se sujeitos que produzem práticas e estabelecem relações com o conhecimento escolar (GUÉRIOS, 2005).

Buscamos criar uma trajetória que possibilitaria transformações num caminhar evolutivo: “O que fazemos é exercer um compromisso e convidar pessoas para que se juntem a nós” (BALDINO, 1999, p. 243). Assim, o patamar que desde o início desejamos alcançar é que os desafios propostos pudessem ser superados pelos professores que, ao refletirem sobre a ação docente, iniciaram um trabalho com seus alunos adotando uma postura diferenciada, ultrapassando barreiras antes consideradas intransponíveis, utilizando boas metodologias tecnológicas, oferecendo aos educandos aprendizagens para toda a vida e atendendo às demandas da sociedade da informação.

Os momentos de formação continuada possibilitaram que os professores se vissem como novos sujeitos, únicos e singulares, modificados, como caracteriza Bairral (2005, p. 51): “[...] agentes potencialmente ativos e comprometidos em mudar situações [...]”. Por conseguinte, a formação continuada do professor é um dos caminhos que possibilita momentos de reflexão, aprendizagens, transformação, adaptação, rompimento de barreiras e desafios; o que torna o perfil do docente mais consentâneo às exigências da sociedade da informação e à necessidade de formação dos alunos dessa nova era; adequação que contribui para a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática

Assim, concluímos que os OA's na perspectiva da TAS abrem possibilidades para todos nós, educadores matemáticos, desenvolvermo-nos profissionalmente. Frente a esse indício, esperamos que os relatos descritos nesse artigo proporcionem aos leitores/docentes o desejo de aprender sobre as

TICE's com base numa teoria de aprendizagem, levando-os a uma busca constante pelo conhecimento, e contribuindo, dessa forma, para a melhoria dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

## Referências

ANTONINHA, G.; COLLETO, N.M.; FALKEMBACH, M.; RIBEIRO, P.S.; SANTOS, L.R.; TIELLET, C.A. Atividades digitais: seu uso para o desenvolvimento de habilidades cognitivas. **Novas Tecnologias na Educação**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 5, n. 1, p. 1-9, jul. 2007.

ASSIS, L. S. **Concepções de professores de Matemática quanto à utilização de objetos de aprendizagem**: um estudo de caso do projeto RIVED – Brasil. 2005. 141 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – PUC, São Paulo, 2005.

AUSUBEL, D.P.; HANESIAN, H.; NOVAK, J.D. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BAIRRAL, M.A. Desenvolvendo-se criticamente em matemática: a formação continuada em ambientes virtualizados. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 49-67.

BALDINO, R.R. Pesquisa-ação para a formação de professores: leitura sintomal de relatórios. In: BICUDO, M.A.V. (org.). **Pesquisas em Educação matemática**: concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 221-245.

BEHRENS, M.A. Projetos de aprendizagem colaborativa num paradigma emergente. In.: BEHRENS, M.A.; MASETTO, M.T.; MORAN, J.M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2000. p. 67-112.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. **Investigação qualitativa em Educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Relatores: SOARES, E.A.L.; MARANHÃO, E.A.; DURHAM, E. R.; MELLO, G.N.; BIZZO, N.M.V.; TEIXEIRA, R.F.A.; WEBER, S. Brasília: MEC, CNE, 2011.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998. 148 p.

CABALLERO, M.C.; RODRIGUEZ, M.L.; MOREIRA, M.A. Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. In.: ACTAS DEL ENCUENTRO INTERNACIONAL SOBRE EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO. Burgos, España, 1997. p. 19-44.

CARNEIRO, M.L.F. A(s) ecologia(s) cognitiva(s) e a informática na educação. **Novas Tecnologias na Educação**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 3, n. 2, nov. 2005.

COSTA, G.L.M. **O professor de Matemática e as tecnologias de informação e comunicação**: abrindo caminho para uma nova cultura profissional. 2004. 204p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNICAMP, São Paulo, 2004.

COSTA, J.W.; OLIVEIRA, M.A.M. (orgs.). **Novas linguagens e novas tecnologias**: educação e sociabilidade. Petrópolis: Vozes, 2004.

CUNHA, S.L.S.; TAROUÇO, L.M.R. Aplicação de teorias cognitivas ao projeto de objetos de aprendizagem. **Novas Tecnologias na Educação**, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 4, n. 2, dezembro 2006. Disponível em: <<http://www.brie.org/pub/index.php/rbie/index>>. Acesso em: junho de 2011.

DOMENICO, L. C.; RAMOS, A. F.; TORRES, P. L. Uma experiência com objetos de aprendizagem no ensino de Matemática. **UNÍrevista**, v. 1, n. 2, abril. 2006.

ESPINOSA, A. J.; FIORENTINI, D. (Re)significação e reciprocidade de saberes e práticas no encontro de professores de matemática da escola e da universidade. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p.152-174.

FERNANDES, R.U.; OLIVEIRA, G.P. O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 548-577, 2010.

FERREIRA, A.C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de Matemática**: uma experiência de trabalho colaborativo. 2003. 390 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2003.

GUÉRIOS, E. Espaços intersticiais na formação docente: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**:

investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa Editora, 2005. p.152-174.

HENRIQUE, H.C.R.; SILVA, R.M.G.; SOUZA, F.R.B. Avaliando mediações e interações “com, no e pelos” objetos de aprendizagem no contexto escolar. In.: JUNIOR, A.J.S. (org.). **Objetos de aprendizagem: aspectos conceituais, empíricos e metodológicos**. Uberlândia: Edufu, 2010. p. 61-97.

KENSKI, V.M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. São Paulo: Papirus, 2007.

LOPES, C.R.; SOUZA-JUNIOR, A.J. Saberes docentes e o desenvolvimento de objetos de aprendizagem. In.: PRATA, C.L.; NASCIMENTO, A.C.A.A. (org). BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação a Distância. **Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007. p. 7-16.

MASETTO, M.T. Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. In.: BEHRENS, M.A.; MASETTO, M.T.; MORAN, J.M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2000. p. 113-173.

MASINI, E.F.S.; MOREIRA, M.A. **Aprendizagem Significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. 1. ed. São Paulo: Vetor, 2008.

MOITA, F.M.G.S.C.; SANTOS, J.J.A. Objetos de aprendizagem e o ensino de Matemática: análise de sua importância na aprendizagem de conceitos de probabilidade. In.: II EREM - ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Natal, 2009. Disponível em: [www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/doc/comunica13.pdf](http://www.sbemrn.com.br/site/II%20erem/comunica/doc/comunica13.pdf). Acesso em: maio de 2011.

MORAN, J.M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In.: BEHRENS, M.A.; MASETTO, M.T.; MORAN, J.M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. São Paulo: Papirus, 2000. p. 11-66.

MOREIRA, M.A. Negociação de significados e aprendizagem significativa. **Revista Eletrônica do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências da Saúde e do Ambiente**, v. 1, n. 2, p. 2-13, dez. 2008.

NÓVOA, A. **Formação de professores e profissão docente**. 1992. Disponível em: [http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4758/1/FPPD\\_A\\_Novoa.pdf](http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4758/1/FPPD_A_Novoa.pdf). Acesso em julho de 2012.

ORNELLAS, B.; SCHWARZELMÜLLER, A.F. Os objetos digitais e suas utilizações no processo de ensino-aprendizagem. In: PRIMEIRA CONFERENCIA LATINOAMERICANA DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM. Equador, 2006. Disponível em: [homes.dcc.ufba.br/~frieda/artigoequador.pdf](http://homes.dcc.ufba.br/~frieda/artigoequador.pdf). Acesso em: agosto de 2011.

REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

PENTEADO, M. G. Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M.A.V. (org.). **Pesquisas em Educação matemática: concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 297-313.

PENTEADO, M. G. **O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor**. 1997. 126p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

PEREZ, G. Formação de professores de Matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisas em Educação matemática: concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 263-282.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. In.: BICUDO, M.A.V.; BORBA, M. (orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2009. p. 250-263.

POLETTINI, A.F.F. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisas em Educação matemática: concepções & Perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999, p. 247-261.

SANTOS, J.N.; TAVARES, R. Organizador prévio e animação interativa. In.: IV INTERNATIONAL MEETING ON MEANINGFUL LEARNING. Alagoas, 2003. Disponível em: <http://www.fisica.ufpb.br/~romero/objetosaprendizagem/Rived/Artigos/2003-IV%20EIAS.pdf>. Acesso em: janeiro de 2012.

SANTOS, R.C.P. Linguagens, tecnologias de informação e comunicação na escola: interface na aprendizagem. **Revista Eletrônica de Ciências da Educação**, Campo Largo, v. 6, n. 1, 2007.

TAVARES, R. Animações interativas e mapas conceituais: uma proposta para facilitar a aprendizagem significativa em ciências. **Ciência & Cognição**, Universidade Federal do Rio de Janeiro, v.13, p. 99-108, jul. 2008.

TAVARES, R. Ambiente colaborativo on-line e a utilização de objetos de aprendizagem. In.: JUNIOR, A.J.S. (org.). **Objetos de aprendizagem: aspectos conceituais, empíricos e metodológicos**. Uberlândia: Edufu, 2010. p. 13-36.

TAVARES, R. Aprendizagem significativa em um ambiente multimídia. **Indivisa. Boletim de Estudos e Investigación**. Monografia VIII. 2007. p. 551-561. Disponível em:

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. São Paulo: Gráfica da UNICAMP, 1999. 156 p.

VALENTE, J. A. O uso inteligente de computadores na educação. **Pátio – Revista Pedagógica**. Editora: Artes Médicas Sul, Ano 1, n. 1, p. 19-21, 1997.

REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Editora Artes Médicas Sul Ltda, 1998.

WILEY, D.A. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy. In WILEY, D.A. (Org.) **The Instructional Use of Learning Objects**: Online Version, 2000. Disponível em <<http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>>. Acesso em abril de 2011.

**Verônica Lopes Pereira de Oliveira**

Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP – Ouro Preto –  
Brasil

**E-mail:** veronicalpoliveira@hotmail.com

**GRUPO DE ESTUDOS E O DESENVOLVIMENTO DE FICHAS DE  
ATIVIDADES MATEMÁTICAS PARA AMBIENTE  
INFORMATIZADO**

**MATHEMATICS STUDY GROUP AND THE DEVELOPMENT OF  
WORKSHEET FOR COMPUTER-BASED ENVIRONMENT**

Luciano Feliciano de Lima

*Universidade Estadual de Goiás – UEG – Brasil*

Miriam Godoy Penteado

*Universidade Estadual Paulista – Unesp – Brasil*

**Resumo**

Este texto apresenta uma discussão sobre como um grupo de estudos, formado por professores e por pesquisadores, planeja e desenvolve atividades matemáticas para um ambiente informatizado. Toma como base uma pesquisa realizada em Cidade de Goiás (GO) com oito pessoas: um professor de matemática do ensino médio, seis licenciandas em matemática e o pesquisador. Os dados são oriundos de informações das reuniões do grupo, de roteiros de atividades elaboradas durante essas reuniões e de entrevistas individuais com cada participante. Os registros das informações se deram por meio de gravações em vídeo tanto das reuniões do grupo quanto das entrevistas individuais, e anotações do pesquisador e da produção do grupo. Os resultados são agrupados nos seguintes temas: reflexões do grupo de estudos sobre o ensino de funções com o computador; a participação dos alunos na aula; potencialidades do computador para promover a participação dos alunos.

**Palavras-chave:** Grupo de estudos, Investigação Matemática, TIC e Educação Matemática, Ensino de Funções.

**Abstract**

This text presents a discussion on how a study group formed by teachers and researchers plans and develops mathematical activities for a computer-based environment. It is based on a survey conducted in City of Goiás (GO) with eight people: a mathematics teacher of high school, six prospective teachers and a researcher. The data were generated during the group meetings and include scripts of activities prepared by the group and individual interviews with each participant. The meetings and interviews were video recorded. The results were organized in the following themes: reflections made by the group about the teaching of function in a computer-based environment; student

engagement during the classes; the potentiality of computer to promote students engagement.

**Keywords:** Group study; TIC and mathematics education, mathematics investigation, teaching of function.

## **Introdução**

Neste texto discutem-se a produção de um grupo de estudos formado em Cidade de Goiás – GO, no ano de 2008, composto por professores e alunas de um curso de licenciatura em Matemática. O grupo foi constituído por oito pessoas e se concentrou em produzir fichas de atividades de investigação sobre funções para a aula de Matemática em um ambiente informatizado.

O grupo estava interessado em refletir sobre a possibilidade de promover um ambiente de ensino com situações em que os alunos pudessem ser ativos no processo de aprendizagem. Nesse sentido, a literatura acadêmica apresenta possibilidades para um ensino diferente do tradicional o qual trata o aluno como um recipiente vazio para ser preenchido pelas informações do professor. Essa situação, que privilegia uma postura passiva dos alunos, parece ser corriqueira em um ambiente em que se valoriza a memorização dos conteúdos, a cópia e os exercícios de fixação reproduzidos mecanicamente.

Não se pretende dizer que em uma aula cujo professor é o centro do processo de ensino e aprendizagem inexista qualquer tipo de aprendizagem. Contudo, esse ambiente não é o único possível.

A educação centrada no professor geralmente é tratada na literatura como ensino tradicional. Esse modelo de ensino tem suas raízes na Antiguidade e como estava inserida em uma sociedade escravista era privilégio de uma minoria da população. Tal modelo educativo, centrado em um processo de desenvolvimento individual, vem sendo desprezado desde o Renascimento, porém se mantém presente nas escolas até a atualidade. (GADOTTI, 2000).

O processo de ensino e aprendizagem com um professor que fala *para* os alunos, raramente *com* eles, assemelha-se a um processo bancário com seus depósitos e saques. O professor deposita informações nos alunos para serem sacadas posteriormente em momentos avaliativos. A comunicação, nesse meio, é simplificada e se dá de forma unilateral, ou seja, alguém transmite informação e outros a recebem com pouca ou nenhuma possibilidade para contribuições, argumentações ou questionamentos. Na concepção bancária de educação a possibilidade de se construir conhecimentos é minimizada porque o papel do aluno não é analisar, testar ou criticar o objeto de estudo, mas assimilá-lo na íntegra conforme as considerações do professor (FREIRE, 1970).

Pensando especificamente na aula de matemática, mesmo em diferentes países, com diferentes culturas, segue-se um determinado padrão. O professor

explica um conceito, ou algoritmo, seguido de exemplos de aplicação, posteriormente os alunos fazem exercícios em conformidade com a explicação do professor. Tal situação se enquadra no que Alrø e Skovsmose (2006) chamam de paradigma do exercício.

Na aula de matemática em que predomina o paradigma do exercício, fazer questionamentos, por exemplo, sobre a veracidade das informações no enunciado de uma atividade é algo fora do contexto. Isso porque, no paradigma do exercício, o texto de uma atividade traz todas as informações necessárias e somente elas podem ser utilizadas para se resolver o problema. Essa situação produz a falsa ideia de que os enunciados dos exercícios são inquestionáveis e que a aprendizagem não tem nada a ver com o questionamento da veracidade de suas informações ou com a existência e unicidade da solução. Assim, a aprendizagem, no paradigma do exercício, acontece somente quando o aluno encontra a resposta de um problema após seguir, geralmente, os mesmos procedimentos dos exemplos de aplicação resolvidos pelo professor.

Essa situação dificilmente promove a formação de indivíduos críticos, capazes de utilizar a matemática escolar nas mais diversas situações da vida social. Isso porque, o ensino tradicional ou a aula de matemática inserida no paradigma do exercício, não favorece o desenvolvimento da matemacia, ou seja, “um entendimento de números e gráficos, e também uma habilidade para aplicar números e gráficos a uma série de situações [que] inclui também a competência para refletir e reconsiderar sobre a confiabilidade das aplicações” (ALRØ & SKOVSMOSE, 2006, p. 143).

O pesquisador Lins (2004) ao tratar da produção de significados em relação à Matemática não se refere propriamente à aula tradicional ou ao paradigma do exercício. Ele prefere falar sobre os monstros da Matemática. Os monstros, explica, são criaturas de outro mundo, com característica ou poderes que os diferem dos seres humanos, por isso, há estranheza e medo desses seres pela maioria das pessoas.

O referido pesquisador argumenta que “esta matemática do matemático não tem como ser natural para os cidadãos ordinários” (LINS, 2004, p.100). Ainda segundo o autor, a profissionalização da matemática, realizada pelos matemáticos, afastou-a da rua, o que produziu o medo dos não-matemáticos aos objetos de estudo da matemática. Assim, os monstros foram criados, passando a existir por conta de um internalismo centrado no poder do matemático em criar objetos simbólicos, independentes da realidade do mundo físico. Enquanto para os matemáticos estes objetos são “fonte de deleite”, para os demais são seres assustadores, ou seja, são monstros.

Os “monstros” da matemática têm seu poder aterrorizador ampliado quando o professor é o centro do processo e fonte de toda informação relevante. Afinal, como basta aos alunos memorizar e reproduzir os conhecimentos produzidos pelos matemáticos, entender como estes “seres” se comportam e

porque foram criados torna-se uma tarefa mais difícil. A passividade dos alunos, no processo de aprendizagem e de produção de conhecimentos contribui para que os “monstros” da Matemática continuem assustando.

Diante disso, há que se concordar com Aranha (1996) quando afirma que os alunos esperam do professor mais que o ensinamento da fórmula resolutive de uma equação quadrática. Esperam ajuda para entender como o avanço da ciência pode contribuir para o avanço da humanidade, “ou melhor: o que há a fazer para que o progresso das ciências seja acompanhado do progresso do conjunto dos homens.” (p. 220).

Uma situação educativa que pouco privilegia o diálogo e que valoriza a assimilação de informações, além de ser obsoleta, tem pouca chance de promover o envolvimento dos alunos no processo de aprendizagem. Sendo assim, a próxima seção traz uma discussão sobre uma possibilidade pedagógica à aula baseada na transmissão de conteúdos.

### **Para uma participação ativa dos alunos na produção de conhecimentos**

As sugestões da literatura para uma maior participação dos alunos durante a aula geralmente têm aspectos comuns. Os autores normalmente propõem outros papéis para alunos e professor. O aluno passa a ser considerado como sujeito ativo no processo de construção da aprendizagem e o professor exerce um papel fundamental na organização de ambientes que promovam a aprendizagem e a produção de novos conhecimentos. Dessa forma, supera-se o papel de transmissor de informações.

Freire (1996), por exemplo, considera que, durante uma aula, o professor precisa oferecer condições para que o aluno construa o próprio conhecimento do objeto de estudo. Para que isso aconteça, aconselha o estabelecimento do diálogo entre professor e alunos, visando a promoção de um espírito crítico e investigativo, fundamental para a construção da autonomia do sujeito ‘aprendente’. Para ele, em um ambiente dialógico, tanto os alunos quanto o professor, aprendem constantemente, pois o último aprende ao ensinar e os primeiros ensinam ao aprender. Esse autor considera o ato de aprender como um processo ativo, um movimento de superação da curiosidade ingênua, associada ao senso comum, para uma curiosidade crítica. Isso fica evidenciado quando define o que é aprender: “aprender para nós é *construir*, reconstruir” [grifo do autor] (FREIRE, 1996, p. 77). Segundo ele, essa construção e reconstrução ocorrem nas interações entre professor e alunos, mediadas pelo diálogo, de modo que se promove o pensamento crítico. “Sem ele, não há comunicação e sem esta não há verdadeira educação.” (FREIRE, 1970, p. 98).

Existem propostas para o trabalho na aula de matemática que privilegiam tanto o diálogo como a participação ativa e possibilitam que alunos sejam sujeitos na apropriação e produção de conhecimentos matemáticos.

Destaca-se aqui a abordagem investigativa como uma possibilidade para a superação do ensino tradicional dessa disciplina.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a investigação matemática é uma possibilidade para a produção de conhecimentos, não só para os matemáticos, mas, também, para alunos. Eles entendem a abordagem com investigações matemáticas como um processo que envolve alguns passos específicos, tais como: a formulação de questões para contribuir com o entendimento do problema; a elaboração de conjecturas como possibilidades de solução; o teste e o refinamento das questões e conjecturas anteriores; a demonstração, utilizando argumentações matemáticas para explicar o problema investigado; o refinamento da demonstração e a comunicação dos resultados para outros matemáticos.

Lerman (1996) ao defender atividades investigativas na aula de matemática argumenta que essa disciplina não pode ser desprestigiada com uma valorização excessiva dos conteúdos. Segundo o autor, aulas centradas em conteúdos promovem muitas destrezas e técnicas, porém, não valorizam o ato de pensar matematicamente.

Alrø e Skovsmose (2006) denominam abordagens investigativas o conjunto de propostas pedagógicas que, segundo eles, estão desafiando as aulas de matemática ambientadas no paradigma do exercício. O paradigma do exercício, como comentado anteriormente, refere-se à situação em que o professor transmite informações e os alunos resolvem exercícios seguindo os modelos ensinados. Dentre as abordagens investigativas, estão a resolução de problemas, o trabalho com projetos, a modelagem matemática etc. Para estes pesquisadores, as atividades investigativas são muito mais significativas para os alunos do que a simples resolução de exercícios.

Skovsmose (2000) considera que num cenário para investigação o sujeito se envolve ativamente no processo. O professor faz o convite “o que acontece se...?”, cabendo aos alunos aceita-lo ou não, ou seja, participar ou não da investigação. E os alunos, ao aceitarem o convite para investigar uma situação matemática, passam a refletir sobre o desafio proposto pelo professor: “Sim, o que acontece se...?”. Na atividade investigativa não se espera receber de outrem as informações que conduzirão à solução do problema em questão.

Acostumar-se a trabalhar com uma abordagem diferente, em que os alunos têm mais responsabilidade com a construção da própria aprendizagem, não é simples. Por isso, ao refletir sobre a possibilidade de uma educação matemática que contribua para uma educação crítica, Skovsmose (2001) propõe um trabalho que integre diferentes assuntos trabalhados na escola. Para uma educação crítica, o autor considera fundamental haver igualdade entre professor e alunos, assim como o envolvimento dos alunos no processo educativo.

Podemos entender que o papel do professor como um transmissor de conteúdos pode ser substituído pela tarefa de contribuir para que os alunos

investiguem criticamente o objeto de estudo a fim de construírem o próprio conhecimento e o ambiente com computador pode potencializar esse cenário.

### **Professores e o uso do computador em aulas de matemática**

Em se tratando do ensino de matemática em um ambiente informatizado grande parte das pesquisas surge de uma inquietação de professores referentes à própria prática. Os trabalhos, sobre o ensino de funções, por exemplo, geralmente consideram que o uso do computador pode contribuir para uma compreensão mais abrangente do conceito de função.

Pesquisas como a de Costa (1997), Santos (2002), Benedetti (2003), Alevatto (2005) e Silva (2006) evidenciam que a aprendizagem de funções, utilizando o computador permite relacionar, de forma mais ágil, as representações algébricas e gráficas das funções. Isso é possível dada a dinamicidade propiciada pelo computador na construção de um gráfico de uma função e a possibilidade de animá-los, ou seja, programá-los para movimentarem-se com a variação de um dos coeficientes. Os alunos, utilizando o computador por meio de uma abordagem investigativa, levantam conjecturas e as justificam matematicamente.

É importante lembrar que o computador na sala de aula pode promover situações inesperadas. Contudo, nesse ambiente, o professor pode crescer pessoal e profissionalmente, pois “ele se depara constantemente com a necessidade de buscar novos conhecimentos” (PENTEADO, 2004, p. 284) para resolver desde problemas com o computador até dúvidas matemáticas inventadas pelos alunos.

Para a pesquisadora Kenski (2007) o uso de TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação) na educação tem alterado a mesmice da escola, com mudanças positivas, uma vez que novos recursos, além da lousa, do livro e da voz do professor contribuem para dinamizar a aula e para a produção de novos conhecimentos. Contudo,

para que as TIC possam trazer alterações no processo educativo, [...] elas precisam ser compreendidas e incorporadas pedagogicamente. Isso significa que é preciso respeitar as especificidades do ensino e da própria tecnologia para poder garantir que o seu uso, realmente, faça diferença. Não basta usar a televisão ou o computador, é preciso saber usar de forma pedagogicamente correta a tecnologia escolhida (p. 46).

Outros pesquisadores, como Ponte (2000), Borba e Penteado (2001), Valente (2007) também consideram que o uso pedagógico das tecnologias deve vir acompanhado de conhecimento técnico e pedagógico, para integrá-las no ambiente educacional.

A discussão sobre a necessidade de conhecimento técnico e pedagógico para a utilização de TIC, mais especificamente do computador, na sala de aula

de matemática, remete a outra discussão: a da formação do professor para enfrentar esse desafio. Propostas governamentais, como as dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), sugerem o uso de recursos diversificados para o ensino e a aprendizagem da matemática sendo a informática um deles.

A inserção da tecnologia na prática educativa requer um repensar dessa prática, e, um exercício de reflexão coletiva sobre a prática para encontrar soluções aos problemas dos envolvidos. De acordo com Penteado (2004, p. 285), “além da formação sobre como lidar com as máquinas, o professor precisa ter com quem discutir o que acontece em sua prática.” A união de professores pode contribuir para um compartilhamento de experiências, discussão e elaboração de estratégias metodológicas em que uns apoiam os outros em momentos de maior dificuldade. Uma das dificuldades da reflexão coletiva sobre a prática, porém, é a falta de tempo de grande parte dos professores. Não é comum que os professores tenham tempo para se organizar e discutir possibilidades metodológicas para o ensino ou para buscarem soluções a problemas que lhes são comuns.

Outra dificuldade para que ocorram mudanças, principalmente no que diz respeito ao uso da informática na aula de Matemática, é o medo de correr riscos, de não conseguir lidar com os alunos, de não saber responder a todas as dúvidas deles, de que aconteçam problemas com os computadores que não sejam de fácil solução. De acordo com Borba e Penteado (2001), essas dificuldades fazem o professor sentir-se em uma zona de risco. Aventurar-se nessa zona, contudo, pode promover tanto o crescimento do professor quanto dos alunos, tal como explicitam:

Parece-nos que, ao caminhar em direção à zona de risco, o professor pode usufruir o potencial que a tecnologia informática tem a oferecer para aperfeiçoar sua prática profissional. Aspectos como incerteza e imprevisibilidade, geradas num ambiente informatizado, podem ser vistos como possibilidades para desenvolvimento: desenvolvimento do aluno, desenvolvimento do professor, desenvolvimento das situações de ensino e aprendizagem (BORBA & PENTEADO, 2001, p. 66).

Após fazer um levantamento de pesquisas sobre a formação e desenvolvimento profissional de professores de matemática no Brasil, Ferreira (2003) afirma que muitos problemas como a desarticulação entre teoria e prática, formação específica e pedagógica, formação e realidade escolar, menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado dentre outros, são problemas identificados na década de 1970 e que persistem atualmente.

Outras situações ou problemas podem ser apontados como dificuldades para que ocorram mudanças no ensino, principalmente quando essas mudanças envolvem o uso de TIC. Mesmo com todas as dificuldades que o professor

enfrenta, a coletividade, refletindo sobre a própria prática, pode contribuir para um ensino em que o aluno seja o protagonista da própria aprendizagem. Para Kenski (2007), “o mais importante é que as pessoas estejam reunidas em um determinado espaço com o objetivo maior de *aprender juntas*” (p.111).

A organização de comunidades de aprendizagem (KENSKI, 2007) ou de grupos de estudos (FERREIRA, 2003; FIORENTINI, 2004; GIMENES, 2006) pode ser uma resposta para que professores reflitam e proponham alternativas ao ensino tradicional.

### **Grupos de estudos**

A formação de grupos de estudos pode promover, por meio da reflexão da própria prática, o desenvolvimento profissional de seus participantes.

Ferreira (2003), para tratar das contribuições que um grupo de estudos traz para o desenvolvimento profissional de professores de matemática, organizou um grupo em que os professores preocuparam-se em estudar conteúdos matemáticos e refletir sobre a própria prática. De acordo com ela, “o propósito do grupo não é alcançar um determinado resultado, mas é o próprio processo de construir e avaliar práticas e materiais que atendam às necessidades dos alunos.” (p. 98).

Fiorentini (2004) faz considerações sobre grupo de trabalho colaborativo. Para esse pesquisador, em um grupo de trabalho colaborativo, todos “negociam metas e objetivos comuns” (p. 60), sendo que todos se responsabilizam em alcançá-los. Percebe-se a contribuição do coletivo na reflexão da própria prática e na produção conjunta.

O grupo de estudos formado por professores representa uma possibilidade para se planejar atividades pedagógicas para uma maior participação dos alunos nas aulas, com abordagens que não se restrinjam ao lápis e papel. Trabalhar com o grupo de estudos é uma tarefa que envolve dificuldades. Por isso, é importante delinear algumas características para o grupo, em que:

- a participação é voluntária [a] todos os envolvidos [que] desejam crescer profissionalmente e [que] buscam autonomia profissional;
- as tarefas e atividades dos encontros são planejadas e organizadas de modo a garantir que o tempo de reunião do grupo seja o mais produtivo possível;
- os participantes compartilham significados acerca do que estão fazendo e aprendendo e o que isso significa para suas vidas e prática profissional (FIORENTINI, 2004, pp. 59-60).

Com base nessas características foi organizado um plano a constituição do grupo sobre o qual estamos tratando neste texto. O plano constava de: 1) entender o funcionamento do *software Winplot* e suas potencialidades para o estudo de gráficos; 2) discutir textos sobre ambientes de aprendizagem e

investigações matemáticas, informática, educação e educação matemática; 3) estudar atividades propostas em dissertações e teses sobre o ensino de funções com o uso de TIC; 4) elaborar atividades para a aula de matemática, em um ambiente informatizado, utilizando o *Winplot*; 5) elaborar um minicurso sobre o ensino de funções utilizando o *Winplot* para ser apresentado em encontros de professores de Matemática; 6) aplicar alguns dos planejamentos a alunos do 1º ano do ensino médio, a fim de refletir sobre a aula e refazer os planejamentos, quando considerado necessário.

O grupo de estudos foi composto por oito pessoas: um professor de matemática do ensino médio, seis alunas de um curso de licenciatura em matemática e o pesquisador. No grupo o pesquisador atuava como membro e líder, buscando compreender como o grupo planejava e desenvolvia as atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado.

Aconteceram dez encontros com média de 3h e 30min cada um. Nove deles no laboratório de informática da UEG-Goiás e o outro na casa de uma das alunas da licenciatura, integrante do grupo de estudos, na cidade de Inhumas.

### **A constituição dos dados da pesquisa**

Os dados da pesquisa são provenientes de **reuniões do grupo**, de **roteiros de atividades elaborados pelo grupo** e de **entrevistas individuais com cada participante**.

As **reuniões do grupo** foram gravadas em vídeo e contribuíram para fazer a descrição de cada um dos encontros.

Os **roteiros**, compostos por tarefas sobre plano cartesiano, função do primeiro e do segundo grau e por atividades para apresentação em um evento científico de professores de matemática, também são fonte de informação porque evidenciam as preocupações do grupo para planejar e desenvolver atividades matemáticas para um ambiente informatizado.

Outro procedimento para a coleta de dados foi **entrevistar cada um dos participantes** do grupo. O local para a realização das entrevistas foi combinado previamente. Como forma de registro, as entrevistas foram filmadas, com a permissão dos participantes, e transcritas na íntegra.

A análise dos dados foi feita por meio de leituras e releituras do material produzido para examiná-lo repetidas vezes a fim de selecionar unidades de análise que foram agrupadas em temas que descrevem “como um grupo de estudos formado por professores e pesquisadores planeja e desenvolve atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado”. Concordando com Duarte (2004) de que “do conjunto do material generosamente oferecido a nós pelos nossos informantes, só nos interessa aquilo que está diretamente relacionado aos objetivos da nossa pesquisa, e é isso que deverá ser objeto de leitura” (p.219). Reforça-se que os dados

produzidos para a pesquisa foram analisados à luz da literatura utilizada no trabalho.

### **Reflexões do grupo de estudos sobre o ensino de funções com o computador**

Nesta seção são apresentados dois temas que discutem como um grupo de estudos formado por professores e pesquisadores planeja e desenvolve atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado. Os temas surgiram das análises dos dados referentes ao grupo e à sua produção e dizem respeito à participação dos alunos no desenvolvimento das atividades e às potencialidades do computador para promover a participação dos alunos.

#### **A participação dos alunos na aula**

A preocupação do grupo com a participação e envolvimento dos alunos na realização das tarefas propostas manifestou-se de duas formas: 1) se os alunos possuíam base de conhecimento para realizar as tarefas; 2) se compreenderiam as propostas para não se sentirem perdidos durante a aula. Isso implicou em cuidado com o vocabulário utilizado nas fichas, com sua diagramação, e com o encadeamento das questões. As atividades foram organizadas com questões que possibilitavam aos alunos rever, investigar e refletir sobre conteúdos necessários para prosseguir com o estudo de funções.

Preocupações dessa natureza têm a ver com um posicionamento de que “saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção” (FREIRE, 1996, p. 52).

Uma análise das atividades propostas evidencia as preocupações do grupo para a participação dos alunos, contendo, por exemplo, espaços para registrar por escrito as conclusões. Com isso, esperava-se identificar o conhecimento matemático dos alunos e contribuir para o desenvolvimento da escrita dos mesmos. A produção escrita é uma forma de registro que permite ao professor recuperar a produção dos alunos após a aula ter acontecido. Trabalhos como Powell e Bairral (2006) e Viola dos Santos (2007) entendem a produção escrita como uma estratégia para resolução de problemas, assim como para a reflexão sobre os procedimentos matemáticos envolvidos na solução das atividades propostas pelo professor de matemática.

Para a elaboração de cada atividade os membros do grupo precisavam entrar em acordo. Por exemplo, após se discutir que os alunos deveriam representar um ponto específico com o software, alguém sugeriu o ponto (3, 5). Em seguida, a Andriely sugeriu fazer a pergunta “em que quadrante está este ponto?” e explicou:

**[Reunião do grupo]**

**[Andriely]:** Aí ele [o aluno] vai ter que saber o que é quadrante, se ele não souber

vai ter que perguntar: “O que é quadrante?”. Aí o coleguinha dele vai poder falar pra ele...

[**Letícia**]: A gente pode perguntar: “Alguém sabe o que é um quadrante?”.

[**Jonathan**]: Pode ser que os alunos sejam tão fracos que não saibam o que é quadrante.

[**Andriely**]: Mas aí um colega dele, além de nós, pode explicar o que é um quadrante.

[**Luciano**]: Assim, ao invés de explicarmos o que é quadrante novamente, damos a oportunidade de algum aluno explicar.

[**Letícia**]: O que faz um ponto estar no primeiro quadrante?

Neste diálogo há uma preocupação com os conhecimentos matemáticos dos alunos. Com interesse em manter um encadeamento das questões o grupo considera a pergunta de Letícia e todos questionam se é possível, a partir da construção de um único ponto, os alunos concluírem o que caracteriza um ponto pertencente a um determinado quadrante do plano cartesiano. Todos entendem ser importante perguntar em que quadrante está localizado o ponto (3, 5) e posteriormente questionar ‘o que faz um ponto estar no primeiro quadrante?’. Essa reflexão contribuiu para a atividade descrita no Quadro 2.

#### [Tarefa da 1ª ficha]

Represente os pontos:

(1, 1); (4, -3); (5, 1); (-3, 4); (-6, -3); (7, 3);

(-4, -2); (-7, 2); (3, -5); (6, -2); (-2, -1) e (-1, 5).

Qual destes pontos está no primeiro quadrante? Qual deles está no segundo quadrante? Qual deles está no terceiro quadrante? Qual deles está no quarto quadrante?

---

### Quadro 2

O grupo entendeu que essa questão ajudaria os alunos a reverem o significado das coordenadas de um ponto e decidiu questionar “o que faz um ponto estar no primeiro quadrante”. A expectativa do grupo era de que essas questões contribuíssem para que os alunos explicassem o que determina se um ponto pertence a um dado quadrante. Depois de trabalhar a primeira ficha de atividades com um aluno do ensino médio, o grupo entendeu que faltava retomar a pergunta sobre as coordenadas e reelaborou a ficha.

Era notável a preocupação do grupo em valorizar o conhecimento prévio dos alunos e de que eles não se sentissem perdidos durante a aula. Também, era evidente o entendimento de que em uma turma os alunos possuíam conhecimentos distintos. A fala da Andriely, destacada anteriormente, mostra isso quando afirma que um aluno pode explicar o que é quadrante para aquele que não sabe. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 48):

“perante um conjunto de alunos com interesses, aptidões e conhecimentos diversificados, como acontece habitualmente na sala de aula, a proposta de questões abertas aumenta a possibilidade de esses se envolverem na atividade”. Era exatamente esta a expectativa do grupo: promover um ambiente com a máxima participação dos alunos no desenvolvimento das tarefas com questões mais abertas que possibilitassem respostas distintas.

O grupo chegou a um consenso de que um professor, mesmo elaborando uma ficha de atividades para a participação de toda a turma, com preocupações a respeito do conhecimento prévio dos alunos, precisa dialogar com eles, complementando oralmente o que está escrito na ficha de atividades. Tal complemento ou esclarecimento é um momento considerado por Ponte, Borcardo e Oliveira (2005) como um arranque inicial para tarefas investigativas. Esse diálogo pode dar suporte para que o aluno não se imobilize frente a um desafio e, conseqüentemente, desista de realizar as tarefas. De acordo com Alrø e Skovsmose (2006, p. 129),

numa sala de aula, os alunos podem parecer envolvidos numa atividade, sugerindo produtividade, mas, na verdade, podem estar perdidos. Nesse caso, uma investigação pode incomodar. Para que o diálogo aconteça em um ambiente educacional, é importante que o desconforto não seja exagerado, pois os alunos podem ficar tão frustrados, chegando ao ponto de desistir. O importante é não remover o risco, mas estabelecer um ambiente de aprendizagem confortável e respeitoso e uma atmosfera de confiança mútua, nas quais se torna possível experimentar incertezas passageiras.

A valorização da participação dos alunos também pode ser vista durante a utilização da primeira ficha que ocorreu no sexto encontro. Neste dia, um aluno do ensino médio desenvolveu as atividades orientado por Andriely. Os demais membros do grupo ficaram assistindo à aula. Para que o aluno conseguisse realizar as tarefas, foram necessárias perguntas que o ajudassem a entender as atividades e outras que contribuíssem para que ele expusesse as conjecturas que fazia assim como suas conclusões. Nesta situação, Andriely conduziu a aula, apoiando o aluno, conforme consideram Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 52): “o apoio do professor assume várias formas: colocar questões mais ou menos diretas, fornecer ou recordar informação relevante, fazer sínteses e promover a reflexão dos alunos”.

O aluno, mesmo que mostrasse certa facilidade para expressar suas conclusões por meio da escrita, precisou, em vários momentos, do apoio da Andriely para discutir sobre suas considerações. Isso mostra a importância de ouvir o aluno, de argumentar com ele para que ajuste suas conjecturas e tire conclusões sobre o objeto de estudos. O estabelecimento deste tipo de diálogo evidencia o que Freire (1996) considera ser fundamental acontecer para que o

professor ajude o aluno a se reconhecer como construtor de sua aprendizagem: “todo ensino de conteúdos demanda de quem se acha na posição de aprendiz que, a partir de certo momento, vá assumindo a *autoria* também do conhecimento do objeto” (p. 140, 141).

Para o grupo, a preocupação com a participação dos alunos está intimamente ligada à organização das fichas de atividades. Bispo, Ramalho e Henriques (2008) entendem que fichas de atividades “são pretextos de interação e colaboração entre alunos e professor, funcionando, por isso, como ‘motores’ que promovem a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento matemático” (p. 4). Para o grupo a ficha servia como um convite à investigação, como proposto por Skovsmose (2000).

### **Potencialidades do computador para promover a participação dos alunos**

O potencial de programas matemáticos para o estudo de funções é valorizado por pesquisadores em educação matemática. Silva (2006), por exemplo, referindo-se especificamente ao *Winplot*, afirma que esse *software* possibilita fazer “comparações e articulações entre as diversas representações gráficas possíveis” (p. 115). Para Benedetti (2003), programas matemáticos possibilitam aos alunos “explorar criticamente certos conceitos e propriedades de funções, muitas vezes percorrendo caminhos diversos, caracterizando uma plasticidade que a mídia escrita geralmente não incentiva” (p. 281).

Com o intuito de valorizar as diversas possibilidades de cores do *Winplot*, as fichas elaboradas continham a seguinte observação: use cores diferentes para cada gráfico construído. Os recursos de animação do *software* também foram explorados. Jonathan, durante a entrevista individual, disse que comprovou a expectativa do grupo, em relação ao entusiasmo dos alunos no desenvolvimento das atividades, quando trabalhou com algumas das fichas em suas aulas.

#### **[Entrevista individual]**

**[Jonathan]:** Quando eu vejo meus alunos trabalhando [com o *Winplot*] vejo até um sorriso no rosto deles... quando constroem um gráfico dizem assim: “Olha como ficou o meu!”. Até mudar o fundo do plano, para eles é ótimo e dizem: “Nossa o meu é azul! Olha aqui”. Você vê que eles estão empolgados, quando fazem olham para a gente querendo ver o nosso reconhecimento. Para ver se estamos prestando atenção neles. E dizem: “Fui eu que fiz, não foi o senhor [professor] quem fez”.

Promover a investigação por meio da visualização dos gráficos, ora estáticos ora em movimento, foi constantemente valorizada pelo grupo. Essa visualização, no entendimento do grupo, contribuiria para o levantamento de conjecturas sobre as características de uma determinada função. Sendo assim,

foram elaboradas tarefas para trazer “a visualização para o centro da aprendizagem matemática” (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 37).

Preocupado com a questão da visualização, nas aulas de matemática desenvolvidas em ambiente informatizado, Jonathan recomenda que o professor selecione os objetivos que almeja alcançar e faça sempre a seguinte pergunta:

**[Entrevista individual]**

**[Jonathan]:** O que ele [o professor] está querendo visualizar com o *Winplot*?

Considerando a questão da visualização possibilitada pelo *software*, Letícia comentou que:

**[Entrevista individual]**

**[Letícia]:** A construção [de gráficos no *Winplot*] foi muito importante para a gente visualizar. O que é coeficiente angular? A gente fez as retas [construiu gráficos] e viu o que estava mudando. Eu acho que a visualização é o principal. Pegar o *software*, experimentar e não ter medo de mexer.

A visualização de gráficos de funções, associada a uma abordagem investigativa, pode implicar em uma maior atenção do professor naquilo que os estudantes estão fazendo, pois os alunos podem chegar a conclusões e/ou fazer generalizações que não valem sempre. Como recomendam Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), as conjecturas levantadas pelos alunos têm de passar pelo crivo do professor. Assim, ele poderá contribuir com novas situações para que os alunos não aceitem falsas conclusões.

### **Considerações finais**

A produção das fichas de atividades foi possível graças a algumas das características do trabalho em um grupo de estudos que contribuiu para o desenvolvimento profissional dos participantes. De acordo com Gama (2007), Gimenes (2006), Fiorentini (2004) e Ferreira (2003) esse tipo de atividade possibilita a reflexão sobre os desafios da profissão docente e a produção de alternativas para superá-los.

Uma característica importante a ser considerada sobre essa dinâmica de estudos foi o envolvimento dos participantes para alcançar os objetivos assumidos. Todos os membros do grupo fizeram o possível para comparecer às reuniões, mesmo tendo outros compromissos. Organizaram seu tempo para integrar o grupo e produzir conhecimentos conjuntamente. O envolvimento de cada membro pode ser identificado por uma participação ativa nas reuniões. Nos encontros era possível perceber o que Kenski (2007) considera ser o mais

importante na educação: “que as pessoas estejam reunidas em um determinado espaço com o objetivo maior de aprender juntas.” (p. 111).

Aproximar pessoas com interesses comuns foi outra característica do grupo. Afinal, ele permitiu um contato mais próximo entre seus membros, que foi consolidado pela vontade de pensar um ensino de funções em um ambiente informatizado em que os alunos fossem sujeitos da própria aprendizagem. Possibilitando um compartilhamento de experiências entre as alunas do curso de licenciatura, com conversas envolvendo as disciplinas do curso de matemática e com ajuda mútua. O professor pôde expor suas impressões em relação à situação atual do trabalho dos professores da escola pública. Nesses momentos, ponderava-se sobre as condições de trabalho dos profissionais da educação, considerando, inclusive, aspectos da formação do professor de matemática. O respeito às opiniões uns dos outros fortaleceu o diálogo e o apoio entre os membros.

O grupo de estudos possibilitou momentos privilegiados em que alunas do curso de licenciatura, professor da escola e pesquisador aprenderam juntos. Não havia alguém para certificar se o produto do trabalho coletivo estava certo ou errado. Cada um dos participantes contribuía, à sua maneira, para a elaboração dos roteiros. Quando alguém não entendia o que se estava fazendo, pedia ajuda aos demais. Foi este espírito de equipe que contribuiu para que todos se familiarizassem com os comandos e as potencialidades do programa utilizado e ampliassem a compreensão de alguns conceitos matemáticos.

Mesmo as alunas do curso de licenciatura, sem experiência em sala de aula, demonstraram preocupações durante a elaboração das fichas com: considerações sobre o tempo necessário para o desenvolvimento de cada atividade; o número de alunos por computador; a vantagem de se entregar o roteiro por aluno ou por dupla de alunos; a promoção do diálogo entre os alunos, entre os alunos e o professor e outros diálogos. Pode-se dizer que o grupo concordava com a argumentação de Freire (1996, p. 134) de que “meu papel fundamental, ao falar com clareza sobre o objeto, é incitar o aluno a fim de que ele, com os materiais que ofereço, produza a compreensão do objeto em lugar de recebê-la, na íntegra, de mim”.

O grupo de estudos pode ser um suporte para que o professor reflita sobre possibilidades para que o aluno produza conhecimentos sobre o objeto de estudo. Não se esquecendo de conhecer o que os alunos sabem de matemática e mantendo uma aproximação com estes para entender sua realidade de vida, pois, segundo Freire (1996, p. 155), “não há dúvida, que as condições materiais em que e sob que vivem os educandos lhes condicionam a compreensão do próprio mundo, sua capacidade de aprender, de responder aos desafios”. Talvez a inquietação com o conhecimento matemático de uma determinada turma, de uma dada escola, possa ser um ponto de partida para o professor se interessar

em conhecer as condições sociais e econômicas que influenciam a aprendizagem de seus alunos.

Produzir conhecimentos dessa forma era novidade para todos os membros do grupo. O trabalho em um grupo exige muita argumentação. É preciso justificar cada idéia proposta para o outro, aceitar ou não, argumentar novamente porque concorda ou discorda do colega e assim por diante para que o trabalho seja coletivo.

Pelo exposto pode-se afirmar que o trabalho de um grupo de estudos contribui para a discussão e organização de alternativas pedagógicas para a aula de matemática e para o desenvolvimento profissional dos participantes. Essa dinâmica de trabalho, favorece a construção de alternativas pedagógicas para a aula de matemática com a promoção de discussões e com a busca de soluções para os desafios da educação.

## Referências

ALEVATTO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados**: Análise de uma Experiência. Tese de doutorado, Unesp – Rio Claro, 2005.

ALRØ, H. e SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Tradução: Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ARANHA, M. L. A.; **Filosofia da Educação**, 2 ed. revista e ampliada. São Paulo: Editora Moderna, 1996.

BENEDETTI, F. C. **Funções, software gráfico e coletivos pensantes**. (Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, São Paulo, Rio Claro, 2003).

BISPO, R.; RAMALHO, G. e HENRIQUES, N. Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5º ano de escolaridade. **Revista Análise Psicológica**, 2008. Disponível em < <http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/aps/v26n1/v26n1a01.pdf> > Acesso em < 15 de janeiro de 2009 >.

BORBA, M. C. e PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

COSTA, N. M. L. **Funções seno e cosseno**: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1997.

REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

DUARTE, R. Entrevistas em pesquisas qualitativas. **Revista Educar**, Curitiba, n.º 24, p. 213-225, 2004. Editora UFPR.

FERREIRA, A. C. **Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática**: uma experiência de trabalho colaborativo. (Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, 2003).

FIorentini, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. Coleção Leitura. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

GADOTTI, M. **Perspectivas Atuais da Educação**. São Paulo em Perspectiva, 2000. Disponível em < <http://www.scielo.br/pdf/spp/v14n2/9782.pdf> >. Acesso em 06/06/2008.

GAMA, R. P.; **Desenvolvimento profissional com apoio de grupos colaborativos**: o caso de professores de Matemática em início de carreira. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas, 2007.

GIMENES, J. **Contribuições de um Grupo de Estudos para a Formação Matemática de Professoras que Lecionam nas Séries Iniciais**. (Dissertação de Mestrado. UNESP de Rio Claro, 2006).

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias**: o novo ritmo da informação. Campinas, São Paulo. Papirus, 2007.

LERMAN, S. Investigações: para onde vamos? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. da. **Investigar para Aprender Matemática**. Associação de Professores de Matemática, Portugal, 1996.

LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORGA, M. C. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez Editora, 2004.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da Escola Básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo, Cortez, 2004.

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2003. Extraído de < [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf) > Acesso em < 13 de junho de 2008 >.

PONTE, J. P. **Perspectivas do desenvolvimento profissional de professores de Matemática**. Universidade de Lisboa, 2000. Extraído de <

[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/95-Ponte\(Luso\).rtf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/95-Ponte(Luso).rtf) > Acesso em < 05 de agosto de 2008 >.

PONTE, J. P.; BROCADO, J. ; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

POWELL, A. & BAIARRAL, M. **A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades**. São Paulo: Papirus, 2006.

SANTOS, E. P. **Função afim  $y=ax+b$ : a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo**. (Dissertação de Mestrado, PUC. São Paulo, 2002).

SILVA, C. R. **Explorando equações cartesianas e paramétricas em um ambiente informático**. (Dissertação de Mestrado, PUC, São Paulo, 2006).

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Boletim de Educação Matemática**. São Paulo: Unesp, Rio Claro, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas, Papirus, 2001.

VALENTE, J. A. **Por que o computador na educação?** Extraído de < <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep2.pdf> > Acesso em < 20 de agosto de 2007 >.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da educação básica mostram saber por meio da produção escrita em Matemática**. (Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007).

Luciano Feliciano de Lima  
Departamento de Matemática – UEG – Goiás - Brasil  
**E-mail:** lucianoebenezer@yahoo.com.br

Miriam Godoy Penteadó  
Departamento de Matemática – UESP/ Rio Claro – Brasil  
**E-mail:** mirgps@gmail.com

## EXPERIMENTAÇÃO COM TECNOLOGIAS E O DESENVOLVIMENTO ALGÉBRICO COM O ALGORITMO DE BRIOT-RUFFINI

### EXPERIMENTATION WITH TECHNOLOGY AND DEVELOPMENT ALGEBRAIC WITH THE ALGORITHM BRIOT-RUFFINI

Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva

*Universidade Estadual Paulista – UNESP – Brasil*

Leandro do Nascimento Diniz

*Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB – Brasil*

#### **Resumo**

Nosso estudo é exploratório. Nós apresentamos uma possibilidade sobre como podem ser engendrados os processos de experimentação com tecnologias e desenvolvimento algébrico na investigação do algoritmo de Briot-Ruffini. Destacamos simulações, aspectos visuais, conjecturas, verificações e enunciações que podem ser realizadas a partir do uso do software Winplot na exploração dinâmica e multi-representacional de funções polinômiais. Iniciamos nossa abordagem com uma potencial conjectura elaborada com o Winplot ao explorarmos funções polinômiais cúbicas, que nos remete ao dispositivo de Briot-Ruffini. Assumimos tal conjectura como uma preposição, a qual enunciamos: “Se a soma dos coeficientes reais  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de um polinômio  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  for nula, então 1 é raiz do polinômio”. Na busca por aprimorar nosso convencimento acerca da preposição enunciada, exploramos de forma algébrica e/ou experimental diversificadas noções como divisão entre polinômios e os teoremas de D’Alambert, do Fator e das Raízes Racionais. Isso nos permite propor de forma justificada uma possibilidade para investigarmos o algoritmo de Briot-Ruffini com o Winplot. Basicamente, plotamos uma função representada por uma expressão algébrica composta pela a divisão entre um polinômio do terceiro grau em sua forma genérica e o polinômio  $(x - 1)$ , ou seja,  $f(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)/(x - 1)$ . Ao animarmos com o Winplot os coeficientes reais de modo que  $a + b + c + d = 0$ , a curva que representa o gráfico de  $f(x)$  assume a forma de uma parábola, o que mostra a divisibilidade entre os polinômios. Com base no que exploramos, esse fato nos convence acerca da veracidade da preposição enunciada.

**Palavras-chave:** Educação Matemática, Experimentação com Tecnologias, Prova, Demonstração, Winplot.

## Abstract

Our study is exploratory. We introduce a possibility on how the processes of experimentation with technology and algebraic approaches may be combined to investigate Ruffini's rule. We highlight simulations, visual aspects, conjectures, confirmations and enunciations we may develop through the use of the software Winplot, exploring dynamically multiple representation of polynomial functions. We began our approach with a potential conjecture we may have using Winplot when we explore third-degree polynomial functions, leading us to Ruffini's rule. We enunciate the rule as a preposition: "If the sum of the characters  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  of the polynomial expression  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  is equal to zero, then 1 a root of the polynomial expression". Seeking to improve our conviction toward the preposition we enunciated, we explore algebraically and experimentally several notions such as division between polynomials and the theorems of D'Alambert, among others. It allows us to propose in a justified manner a possibility to investigate Ruffini's rule using Winplot. Basically, we plot a function represented by an algebraic expression formed by the division between a third-degree polynomial and the polynomial  $(x - 1)$ , that is,  $f(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d) / (x - 1)$ . Using an animating tool of Winplot, we may vary or change the real characters in a way that  $a + b + c + d = 0$ . Under these conditions, the shape of the curve that represents  $f(x)$  is a parabola, and it showing the divisibility between the polynomials. Based on our study, that fact convinces us toward the truth of the preposition we enunciated.

**Keywords:** Mathematics Education, Experimentation with Technology, Proof, Demonstration, Winplot.

## Inquietações e Concepções Iniciais

Em meados de 2006, enquanto integrantes do mesmo grupo de pesquisa<sup>37</sup>, nós investigávamos a possibilidade em elaborar uma atividade para explorar funções cúbicas com o *software* Winplot. Nós já sabíamos naquela época que há em nossa área grande interesse em se criar atividades investigativas que exploram as múltiplas representações de funções. Basicamente, propõe-se alterar os coeficientes de uma família de funções (polinomiais, trigonométricas etc.) buscando-se estabelecer relações entre as alterações realizadas em representações algébricas e as respectivas alterações dinâmicas ocorridas nas representações gráficas e tabulares (BORBA, 1993).

E esse tipo de abordagem utilizando tecnologias como calculadoras gráficas, *software* gráfico ou CAS<sup>38</sup>, busca explorar as potencialidades das tecnologias informáticas, trazendo possibilidades diferenciadas de investigação matemática para a produção de sentidos e conhecimentos matemáticos.

---

<sup>37</sup> GPIMEM – Grupo de Pesquisa em Informática outras Mídias e Educação Matemática - UNESP – Universidade Estadual Paulista – IGCE – Departamento de Matemática – Rio Claro, SP. Coordenador: Prof. Dr. Marcelo de C. Borba. Home Page: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/>.

<sup>38</sup> CAS: *Computer Algebra System* ou sistema de computação algébrica. REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

Por um lado, podemos utilizar as tecnologias informáticas para o estudo de um conceito matemático de forma muito semelhante ao modo como utilizamos lápis e papel para explorar este conceito, por exemplo. Contudo, esse é um tipo de uso que denominamos “uso domesticado de novas tecnologias” (BORBA, 1999), pois existe apenas uma espécie de “adaptação direta” de uma mesma atividade voltada ao uso de uma nova tecnologia. Por outro lado, consideremos fundamental explorarmos as potencialidades das tecnologias informáticas de modo buscar possibilidades para *reorganização de pensamento* (TIKHOMIROV, 1981). Ou seja, com o surgimento de uma nova tecnologia devemos buscar a criação de novos *designs* de atividades que propiciem a investigação de novos problemas, visando a produção de sentidos e conhecimentos antes não comuns em cenários baseados na investigação de atividades criadas para o uso de tecnologias “antigas”.

Nosso objetivo neste artigo é propor uma possibilidade de investigação sobre o algoritmo de Briot-Ruffini visando explorar potencialidades do software Winplot. Nossa investigação parte de uma experimentação com esta tecnologia visando abordar múltiplas representações de funções cúbicas. Esta experimentação nos possibilita a elaboração de conjecturas que enunciamos como uma preposição. Na busca pelo convencimento acerca desta preposição, realizamos abordagens algébricas e nos levam a explorar outras noções como a divisão de polinômios e os teoremas de D’Alambert, do Fator e das Raízes Racionais. Isso nos possibilita enunciar de forma mais aprimorada e justificada uma atividade experimental para que algoritmo seja explorado.

Então é neste engendramento entre a experimentação com o Winplot e abordagens ou provas de natureza algébrica que nossa investigação é proposta. Neste cenário buscamos dar ênfase aos aspectos visuais e dinâmicos que possibilitam a elaboração e verificação de conjecturas bem como a convergência simbólica que pode aproximar experimentação e prova algébrica no contexto investigativo. Antes de apresentamos nossa proposta, discutimos alguns aspectos importantes sobre a experimentação com tecnologias e sua contextualização envolvendo, conseqüentemente, uma noção sobre diferentes papéis demonstração matemática pode assumir.

### Experimentação com Tecnologias

Nós temos nos apoiado na perspectiva de que as tecnologias condicionam a produção de sentidos e conhecimentos matemáticos. As possibilidades de produção de sentidos com a utilização de um *software*, por exemplo, são diferentes das possibilidades de produção com lápis e papel. O surgimento de novas tecnologias possibilita a reorganização do pensamento, pois os tipos de sentidos e conhecimentos produzidos dependem da tecnologia utilizada. Ou seja, o *design* de uma mídia, suas potencialidades, condiciona a natureza dos sentidos e conhecimentos que podem ser produzidos. Utilizando a perspectiva proposta por Borba e Villarreal (2005), diríamos que o conhecimento é produzido por coletivos de seres-humanos-com-mídias, ou que a utilização de diferentes tecnologias condiciona a produção de diferentes conhecimentos.

Borba e Villarreal (2005) discutem a noção de *experimentação com tecnologias*, na qual visualização e demonstração são temas relacionados. Os autores destacam que a utilização de tecnologias informáticas possibilita testar conjecturas usando um grande número de exemplos, executar modos alternativos de testes, repetir os experimentos e a disposição de diferentes tipos de representações. Nesta perspectiva, uma abordagem experimental implica: no uso de tentativas e processos que possibilitem a geração de

conjecturas; na possibilidade de descoberta de resultados matemáticos desconhecidos previamente à experimentação; na possibilidade de testar modos alternativos de coletar resultados usando um grande número de exemplos; na chance de repetir experimentos e proporcionar novos; em um modo diferente de aprender matemática; e na possibilidade de gerar e/ou testar conjecturas.

Nas discussões sobre experimentação com tecnologias, sobressaem inquietações sobre o *status* da *visualização*, pois as informações visuais e dinâmicas presentes no design de tecnologias informáticas podem, por exemplo, condicionar o pensamento matemático de estudantes. A visualização, nesse sentido, pode assumir um papel relevante na atividade matemática, um modo de resolução de problemas, trazendo implicações diversas à Educação Matemática.<sup>39</sup> Uma abordagem visual no processo de pensamento matemático pode ser caracterizada fundamentalmente pelo(a): utilização de informação gráfica para resolver questões matemáticas que poderiam ser também abordadas algebricamente; não necessidade de recorrer primeiro à álgebra, quando as soluções gráficas são requisitadas; elaboração e refutação de conjecturas com base em informações gráficas e outras diversas (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Antes de explorarmos o algoritmo de Briot-Ruffini, apresentaremos um exemplo para contextualizar uma possibilidade de convergência entre os processos de experimentação com tecnologias e formalização matemática. O exemplo surgiu a partir da *análise de vídeo* (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004) de uma aula de matemática de um curso de Ciências Biológicas (BORBA, 1999)<sup>40</sup>.

Ao utilizarem calculadoras gráficas para explorar múltiplas representações de funções polinomiais do segundo grau, uma estudante teve uma conjectura ao relacionar diferentes valores para o coeficiente real  $a \neq 0$  da função  $\mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$  de equação  $f(x) = ax^2 + bx + c$  e suas representações gráficas utilizando uma calculadora gráfica. A estudante

---

<sup>39</sup> Seriam implicações diversas, como políticas, por exemplo. Não discutiremos estas dimensões neste artigo, embora abordemos a noção de verdade em matemática. Em perspectivas mais formalistas sobre a matemática, a experimentação e a visualização são apenas um complementos ou ferramentas de auxílio na trajetória heurística. Contudo, em perspectivas de caráter mais falibilista, as quais nos consideramos inseridos, estes processos têm um status maior. Eles são fundamentais na elaboração de conjeturas que possibilitam a produção de sentidos, abrindo caminhos para a produção de novos conhecimentos, bem como na busca pelo convencimento e na verificação ou confirmação de conjecturas. Por exemplo, do lado formalista há resistência na prova de natureza empírica sobre o teorema das quatro cores. Em nossa perspectiva, a demonstração do teorema baseada em simulações é uma das belas da matemática.

<sup>40</sup> Borba (1999) discute parte de sua pesquisa sobre Modelagem e Informática, desenvolvida junto à disciplina Matemática Aplicada no Curso de Ciências Biológicas da UNESP – Universidade Estadual Paulista – de Rio Claro, SP. O referido autor destaca que, além dos estudantes (desta disciplina) desenvolverem Projetos de Modelagem (MALHEIROS; BORBA; DINIZ, 2005) utilizando tecnologias informáticas, eles também exploram potencialidades das Calculadoras Gráficas no estudo de funções durante as aulas. Esse processo de exploração (experimentação) de conceitos matemáticos fundamentais da disciplina, realizado pelos estudantes com tecnologias, é denominado enfoque experimental com Calculadoras Gráficas (BORBA, 1999).

investigou, com a simbologia da calculadora, as equações  $y_1 = 1.5x^2 - 6x + 5$  e  $y_2 = x^2 - 6x + 5$ , ou seja, variou o coeficiente  $a$  de forma que  $a_1 = 1,5$  e  $a_2 = 1$  e manteve os constantes os coeficientes  $b$  e  $c$  de modo que  $b_1 = b_2 = -6$  e  $c_1 = c_2 = 5$  (ver Figura 1).

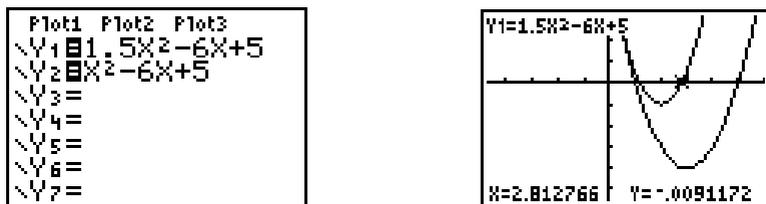


Figura 1. Gráficos plotados com a Calculadora Gráfica

A partir dessa experimentação-visualização, a estudante conjecturou que “quando  $a$  aumenta, as raízes diminuem”. O primeiro autor deste artigo buscou investigar esta fala da estudante utilizando uma linguagem matemática mais formal, “traduzindo” a conjectura em um enunciado matemático. Mesmo sendo necessário elaborar inúmeras hipóteses para provar a veracidade do enunciado, o que implicou na estruturação de diversos casos ( $c > 0$  e  $b^2 - 4ac > 0$ ,  $c < 0$  e  $b > 0$ ,  $c < 0$  e  $b < 0$ , etc.), argumentou-se sobre diferentes níveis de rigor para uma prova formal acerca do enunciado (SCUCUGLIA, 2002).

Borba e Villarreal (2005) também analisam este exemplo e destacam que, além da conjectura elaborada em sala de aula de um curso de ciências aplicadas ter promovido discussões matemáticas interessantes, também possibilitou o engajamento de um estudante de graduação em matemática. O processo longitudinal, ou seja, a experimentação e elaboração de conjectura em sala de aula, e a posteriori enunciação e prova de natureza algébrica e dedutiva, constituem um cenário interessante de investigação, que envolveu diferentes estudantes, de cursos distintos, em investigação matemática. De outra forma, como explicaremos adiante, dizemos que este é um exemplo no qual a *demonstração matemática* assumiu vários papéis no processo investigativo.

As noções de experimentação e demonstração estão relacionadas. Com base em atores como Polya (1945) e Lakatos (1976), podemos destacar aspectos investigativos no fazer matemático, bem como os próprios fundamentos da matemática, exemplos históricos de caráter heurístico, concepções sobre resolução de problemas e suas possibilidades com as tecnologias informática. Não é um absurdo dizemos que a experimentação com tecnologias permite primeiramente um momento de investigação, de descoberta de resultados, de elaboração de conjecturas, as quais podem ser enunciadas formalmente. Posteriormente, na busca pelo convencimento, é que se podem buscar abordagens algébricas, dedutivas. De certo modo, isso constitui uma possibilidade “inversa” aos modelos tradicionais de ensino de matemática, como argumentam autores como Borba e Penteadó (2003).

A experimentação se torna algo fundamental, invertendo a ordem de exposição oral da teoria, exemplos e exercícios bastante usuais no ensino tradicional permitindo uma nova ordem: investigação e, então, a teorização (BORBA; PENTEADO, 2003, p. 39).

Em consonância, argumentamos que esse processo de inversão promovido pela experimentação permeia uma inquietação fundamental em nossa comunidade no que se refere às dimensões do tema demonstração em educação matemática. Existem inquietações discutindo o fato de que,

O estudante de matemática é, geralmente, defrontado com uma apresentação lógico-dedutiva do conhecimento. A um conjunto de teoremas seguem-se as provas lógicas. O conhecimento parece ter sido produzido num ato mágico. As proposições assim apresentadas são sempre verdadeiras, e válidas todas as inferências. A matemática se constitui, então, num conjunto crescente de verdades imutáveis e eternas. [...]. Obviamente tal concepção está impregnada do caráter mecanicista e autoritário da razão clássica, que procura manter sua hegemonia (TENÓRIO, 2001, p. 90).

Defendemos a ideia de que a utilização das tecnologias informáticas contribui com a transformação do cenário descrito por Tenório (2001). Assim, nesse artigo, propomos uma articulação entre o processo de experimentação com tecnologias informáticas e a formalização matemática na investigação de um algoritmo relacionado no estudo de funções cúbicas. É nesse sentido que trazemos a noção de que a demonstração pode assumir papéis diversificados, e é na exploração destes vários papéis que se constitui o cenário investigativo.

É importante ressaltarmos que, em grande parte de nossas pesquisas, nós investigamos como estudantes exploraram as atividades que elaboramos, atividades estas que enfatizam a experimentação com tecnologias. Ou seja, com base em metodologias de pesquisa qualitativa, em grande parte de nossos estudos nós produzimos dados os quais buscamos analisá-los com o objetivo de investigar o pensamento matemático de estudantes. Com estas análises emergem possibilidades em aprimorarmos as atividades.

Contudo, não é exatamente isso que estamos propondo neste artigo. Nossa abordagem aqui é de natureza exploratória. Nos somente apresentamos uma discussão que consideramos ter certo grau de originalidade e que oferece uma possibilidade investigação sobre o algoritmo de Briot-Ruffini. Em um estudo futuro esperamos discutir nossas análises acerca do pensamento matemático de estudantes ao investigarem esta atividade.

A seguir, antes de apresentamos nossas principais ideias sobre a atividade que propomos, e discutimos uma possibilidade de se conjecturar o algoritmo Briot-Ruffini baseado em uma experimentação com o Winplot. Isso nos propicia um contexto no qual nos parece pertinente discutir aspectos mais

específicos sobre demonstração em educação matemática, sobre os diversos papéis que a demonstração pode assumir no contexto pedagógico.

### Conjeturando o Algoritmo de Briot-Ruffini: os papéis da demonstração

Ao investigarmos as relações entre os coeficientes reais  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de uma função  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$  de equação  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  e suas respectivas representações gráficas utilizando um *software* gráfico, podemos identificar alguns padrões, ou seja, podemos identificar similaridades na busca por estabelecer relações entre as representações disponíveis.

Desenvolvendo atividades com o Winplot e analisando o que ocorre graficamente quando variamos na forma algébrica os coeficientes reais  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , podem emergir conjecturas. Suponhamos um caso no qual  $a = c = -2$  e  $b = d = 2$ , ou seja,  $a + b + c + d = 0$ . Quando plotamos  $f(x) = -2x^3 + 2x^2 - 2x + 2$ , visualizamos o seguinte gráfico (Figura 2):

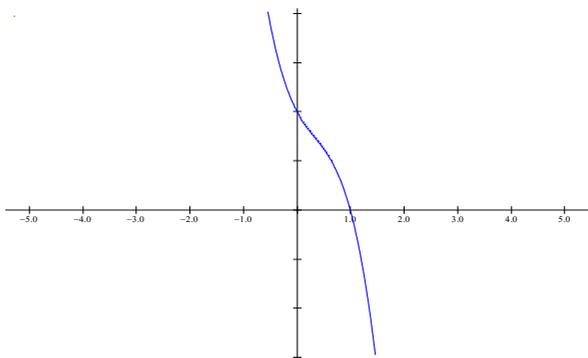


Figura 2. Gráfico de  $f(x) = -2x^3 + 2x^2 - 2x + 2$  no Winplot

A partir da visualização do gráfico, percebemos que  $x = 1$  é raiz da função, pois é onde o gráfico intercepta o eixo-x. Ao relembrarmos de experiências que vivenciamos ao cursarmos o Ensino Médio, recordamos uma “proposição-consequência” do dispositivo prático (ou algoritmo) de Briot-Ruffini, que está intrinsecamente articulado às abordagens sobre divisões entre polinômios e implica em um resultado interessante quando exploramos funções do terceiro grau. Tal proposição, que denominaremos P, é a seguinte:

*Proposição P:* Se a soma dos coeficientes reais  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de um polinômio  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  for nula, então 1 é raiz do polinômio.

Com o Winplot, podemos verificar ou confirmar essa proposição em uma abordagem dinâmica, que possibilita estabelecer relações entre

representações algébricas e gráficas de funções. Novamente, vamos considerar  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tal que  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , com  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  números reais. Podemos inserir no Winplot as equações explícitas  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  e  $g(x) = a + b + c + d$ . Podemos também utilizar o comando de animação de cada um dos coeficientes a partir de uma ferramenta disponível no menu do Winplot. Arrastando os botões de animação, variamos os coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , e  $d$  e assim visualizamos, dinamicamente, a movimentação do gráfico de  $f(x)$ .

Com esta experimentação é possível conjecturar que  $1$  é raiz de  $f(x)$  sempre que  $g(x) = 0$ . Entendemos assim ser possível realizar uma experimentação com o Winplot que possibilite a conjecturar da proposição P de forma experimental, ou seja, realizando a variação de diversos valores para  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de forma que  $a + b + c + d = 0$ , observando o movimento dinâmico e simultâneo do gráfico e indentificando que  $x = 1$  é sempre raiz de  $f(x)$  sob condições. A conjectura sobre a proposição P pode ser confirmada ou verificada visualizando-se que as diversas curvas determinadas pelas variações dos coeficientes sempre interceptam o eixo-x em  $x = 1$  quando a soma dos coeficientes é nula (Ver Figura 3):

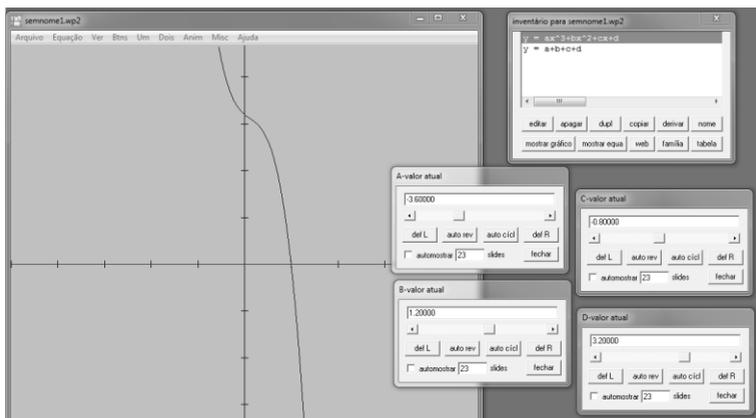


Figura 3. Animação dos coeficientes de  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  com o Winplot. Se  $a + b + c + d = 0$ , então  $x = 1$  é raiz de  $f(x)$ .

A partir do processo de experimentação que realizamos, pensamos a respeito de alguns aspectos, como: a exploração e/ou relacionamento da proposição P com a idéia de múltiplas representações de funções (como seria possível aprimorar esta experimentação), uma prova para proposição P a partir do uso do Winplot (na busca por aprimorar nosso convencimento), e a relevância da exploração de uma atividade desse tipo em sala de aula (na qual

estudantes podem enunciar uma conjectura elaborada experimentalmente e buscar formas mais aprimoradas de prová-la verdadeira).

Para aprofundar essas reflexões e, principalmente, para destacar um encaminhamento investigativo para se conjecturar esta proposição com o Winplot, estruturaremos uma abordagem sobre o algoritmo de Briot-Ruffini, no estudo de representações gráficas de polinômios do terceiro grau, e como esta abordagem pode condicionar discussões matemáticas que possam constituir um cenário investigativo. Estes são alguns motivos pelos quais trataremos neste artigo algumas questões específicas sobre este algoritmo e, ao mesmo tempo, sobre a potencial harmonia entre os processos de experimentação com tecnologias e desenvolvimento algébrico na busca pelo convencimento, pela veracidade de enunciações de natureza matemática.

Em nossa concepção, o processo investigativo, ambiente fértil para a elaboração de conjecturas, já é componente integrante fundamental do processo de demonstração matemática. A demonstração é formada por várias dimensões como a exploração de caráter heurístico, elaboração, verificação e enunciação de conjecturas, desenvolvimentos algébricos, dentro outras dimensões.

Assumimos que a demonstração não assume um caráter linear, absolutamente algébrico, dedutivo ou indutivo, estrutural. O processo de demonstração matemática é dinâmico, não-linear, formado por diversos elementos investigativos e exploratórios, incluindo tanto aqueles denominados formais ou dedutivos quanto aqueles envolvendo a visualização e a simulação, a elaboração de conjecturas e suas enunciações. Do ponto de vista pedagógico, nos parece interessante conceber demonstração não apenas como o produto, o resultado “passado a limpo”, apresentado de forma rigorosa possível. O produto é apenas parte da demonstração. As várias fases do processo de busca pelo convencimento é o que nos chama a atenção. É no cenário heurístico que se revelam as formas de nossos pensamentos, nossas tentativas, conjecturas, e nossa busca por nos familiarizarmos com um universo simbólico que representa os eventos que experimentamos e as relações entre eventos e representações.

De forma consideravelmente próxima, Villiers (2001) argumenta que a demonstração assume diferentes papéis no ensino, em um contexto investigativo. De acordo com o autor,

- A demonstração, enquanto *processo de verificação/convencimento*, coloca em uma perspectiva mais apropriada uma suposição distorcida da demonstração como único e absoluto meio de verificação, pois a elaboração de conjecturas desempenha, na procura da convicção, um papel tão importante como o processo da justificação dedutiva. Logicamente, exigem-se inferências dedutivas, mas a experimentação exploratória e a compreensão intuitiva são necessárias;
- A demonstração, enquanto *processo de descoberta*, possibilita considerar que os teoremas são, na maior parte das vezes, descobertos por meio da intuição e por métodos quase-empíricos, antes de serem

verificados através de demonstrações. Para o matemático profissional, a demonstração não é apenas um meio de verificação de um resultado já descoberto, mas um processo de explorar, analisar, descobrir e inventar novos resultados;

- A demonstração, enquanto *processo de sistematização*, permite transformar um conjunto de significados conhecidos em um sistema dedutivo e identificar inconsistências e reorganizar hipóteses, tornando possível verificar a possibilidade de aplicação de toda uma estrutura complexa ou teoria através de uma avaliação de axiomas e definições.
- A demonstração, enquanto *desafio intelectual*, cumpre uma função gratificante e de realização própria. A demonstração é, portanto, um campo de teste para a energia intelectual e engenho do matemático.

Para contextualizar os papéis da demonstração, tomemos um exemplo. Em uma abordagem tradicional em sala de aula, a proposição P seria provavelmente enunciada e demonstrada pelo professor e apenas copiada pelos estudantes. Ou seja, tradicionalmente, o professor apresenta o enunciado e ele mesmo demonstra. Quando muito os estudantes são desafiados a provar a proposição que foi enunciada por eles. Assim, a demonstração teria apenas um papel de desafio intelectual.

De modo alternativo, a experimentação pode oferecer meios para que a proposição seja conjecturada e enunciada pelos próprios estudantes. Experimentalmente, é possível estabelecer relações entre representações e engajar-se a busca por descrever simbolicamente aquilo que se explora. Na busca por mais argumentos sobre a veracidade da proposição, na busca por mais justificativas sobre o convencimento, a proposição enunciada pode ser explorada de forma algébrica e dedutiva, cenário no qual geralmente busca mais rigor ou formalismo matemático.

A demonstração assume assim potencialmente os papéis de descoberta e de busca pelo convencimento, além de outros papéis como o de sistematização e desafio intelectual, seja no momento de experimentação ou na abordagem algébrica dedutiva. Esses momentos muitas vezes se fundem em nossa proposta investigativa. Esse cenário nos parece fértil para a produção de sentidos e conhecimentos matemáticos, elementos que consideramos fundamentais para aprendizagem (matemática).

A seguir apresentamos nossa abordagem, que compila os possíveis papéis da demonstração descritos anteriormente. Como o leitor notará, esta é uma abordagem “mista”. O uso do Winplot está amalgamado ou engendrado de forma simbiótica a uma abordagem algébrica, de caráter dedutivo e natureza formal. Nossa abordagem é iniciada com a noção de divisão de polinômios, o que nos leva explorar o teorema de D’Alembert, o do Fator e o das Raízes Racionais. Tal abordagem nos propicia apresentar de modo justificativo uma

atividade experimental para investigar o algoritmo de Briot-Ruffini. Discutimos então noção de divisão de polinômios.

### O Algoritmo de Briot-Ruffini

Lima et al. (1999) argumentam que o caso mais importante de divisão de polinômios é aquele em que o divisor é da forma  $(x - a)$ . Sempre que um número  $a$  é identificado como uma raiz de um polinômio  $p(x)$  é possível concluir que  $p(x)$  é divisível por  $(x - a)$ . De fato, ao se dividir um polinômio qualquer por  $(x - a)$ , obtemos um polinômio  $q(x)$  e um resto  $r_0$ , satisfazendo  $p(x) = (x - a)q(x) + r_0$ . Assim, o resto da divisão de um polinômio  $p(x)$  por  $(x - a)$  é igual a  $p(a)$ . Em particular, concluímos que um número  $a$  é raiz de  $p(x)$  se, e somente se,  $p(x)$  é divisível por  $(x - a)$ .

No contexto da nossa exploração com o Winplot, podemos explorar a função  $f(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)/(x - k)$ , de modo que  $a + b + c + d = 0$ . Ao manipularmos o coeficiente  $k$  a partir do menu animação, notamos que quando  $k = 1$  a curva torna-se uma parábola (Figura 4), o que sugere a divisibilidade.

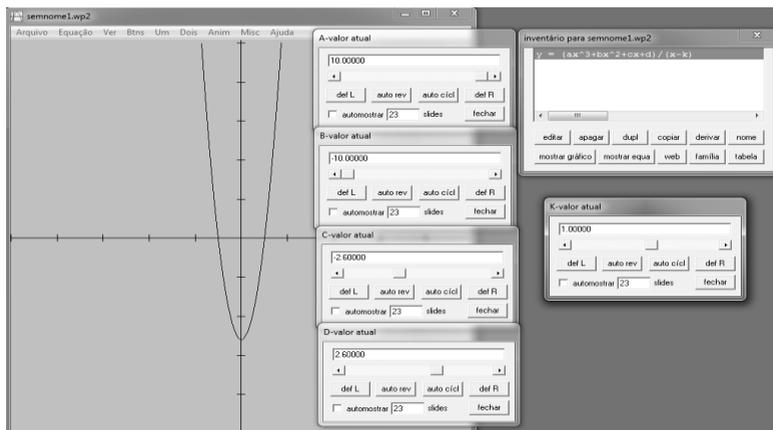


Figura 4. Exploração de  $f(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)/(x - k)$  com o Winplot

Vamos avançar nosso desenvolvimento algébrico nesse momento. Dante (2005) evidencia os fundamentos da idéia de divisão de polinômios, indicando que dados dois polinômios  $p(x)$  e  $h(x)$ , com  $h(x)$  não nulo, dividir  $p(x)$  por  $h(x)$  significa encontrar dois polinômios  $q(x)$  e  $r(x)$  que satisfaçam as seguintes condições:

- $p(x) = h(x) \cdot q(x) + r(x)$ ; e
  - o grau de  $r(x)$  não pode ser maior que o grau de  $h(x)$  ou então  $r(x) = 0$ .
- Assim, dizemos que:

• $p(x)$ é o dividendo	• $q(x)$ é o quociente	$p(x)$		$h(x)$
• $h(x)$ é o divisor	• $r(x)$ é o resto	$r(x)$		$q(x)$

No entanto, há um dispositivo que permite efetuar as divisões por polinômios do tipo  $(x - a)$  de uma maneira mais simples e rápida: é o chamado dispositivo prático ou algoritmo de Briot-Ruffini<sup>41</sup>. Consideremos e detalhemos o seguinte exemplo: vamos dividir  $p(x) = 2x^4 + 7x^3 - 4x + 5$  por  $h(x) = x + 3$ .

i) Os coeficientes de  $p(x)$  são 2, 7, 0, -4 e 5.

ii)  $a = -3$ , pois é raiz de  $h(x)$ .

iii) Montamos a seguinte tabela:

	2	7	0	-4	5
-3					

iv) Copiamos o primeiro coeficiente.

	2	7	0	-4	5
-3	↓ 2				

v) Calculamos  $[(-3).(2)] + 7 = -6 + 7 = 1$  e obtemos o próximo número da tabela.

	2	7	0	-4	5
-3	x 2	↓ + 1			

vi) Analogamente, determinamos os próximos números da tabela:

$$[(-3).(1)] + 0 = -3 + 0 = -3$$

$$[(-3).(-3)] - 4 = 9 - 4 = 5$$

$$[(-3).(5)] + 5 = -15 + 5 = -10$$

	2	7	0	-4	5
-3	x 2	↓ + 1	↓ + -3	5	-10

(…)

vii) Encontramos os números 2, 1, -3, 5 e -10. Isso significa que 2, 1, -3 e 5 são os coeficientes do polinômio-quociente. E que -10 é o resto da divisão.

viii) Portanto,  $p(x) = 2x^4 + 7x^3 - 4x + 5$  dividido por  $h(x) = x + 3$  resulta em  $q(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 5$  e  $r(x) = -10$ . Logo,  $2x^4 + 7x^3 - 4x + 5 = (2x^3 + x^2 - 3x + 5).(x + 3) - 10$ .

Em meio a este desenvolvimento algébrico, é possível retomarmos a abordagem experimental. Uma possibilidade de exploração com o Winplot

<sup>41</sup> O quociente e o resto de uma divisão de um polinômio  $P(x)$  por um polinômio da forma  $(x - a)$  podem ser obtidos através de um dispositivo bastante simples, conhecido como dispositivo de *Briot-Ruffini* (BEZERRA, 1996).

sobre o referido caso para o dispositivo de Briot-Ruffini seria investigar as funções  $f(x) = 2x^4 + 7x^3 - x^4 + 5$  e  $g(x) = (2x^3 + x^2 - 3x + 5) \cdot (x + k) - 10$ . Podemos animar o coeficiente  $k$  com o Winplot, e conjecturar que quando  $k = 3$ , os gráficos das funções  $f(x)$  e  $g(x)$  coincidem (Figura 5).

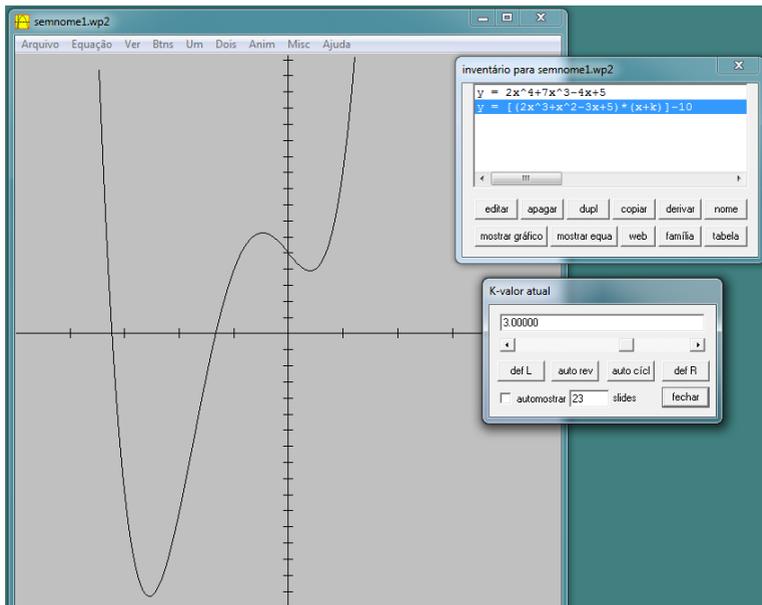


Figura 5. Uma possibilidade inicial para exploração do dispositivo de Briot-Ruffini com o Winplot para o caso  $f(x) = 2x^4 + 7x^3 - x^4 + 5$ .

Pesquisas em nossa área têm investigado o tema equações algébricas, principalmente envolvendo divisão enter polinômios de terceiro grau e as possíveis relações desta divisão com a resolução de equações cúbicas do tipo  $p(x) = 0$ . Dentre essas pesquisas, destacamos os estudos de Lima (1999) e Azevedo (2002).

Lima (1999) investigou métodos algébricos e geométricos da resolução de equações de terceiro grau, com seqüências de atividades para serem resolvidas com base na utilização de quatro métodos diferentes, destacando as suas vantagens e desvantagens. Um dos métodos valorizava a visualização a partir da utilização do *software* Cabri, uma vez que para sua solução, os alunos realizam a seguinte abordagem:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

$$ax^3 + bx^2 + cx = -d$$

$$ax^2 + bx + c = -d/x$$

Buscamos explorar as ideias de Lima (1999) com o Winplot. Nós notamos que se 1 for raiz da equação, ou seja, se  $x = 1$ , então  $a + b + c + d = 0$ . Inserindo as equações  $f(x) = ax^2 + bx + c$  e  $g(x) = -d/x$  e animando os coeficiente  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$ , percebemos uma relação interessante, relacionada naturalmente com o que investigamos: toda vez que  $a + b + c + d = 0$ , os gráficos de  $f(x)$  e  $g(x)$  sempre se interceptam em  $x = 1$  (Figura 6).

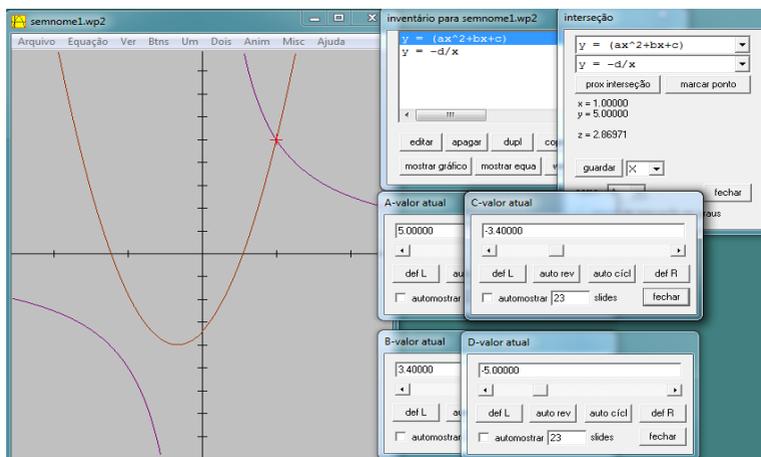


Figura 6. Explorando com o Winplot a intersecção entre  $f(x) = ax^2 + bx + c$  e  $g(x) = -d/x$  quando  $a + b + c + d = 0$ .

Por ter sido valorizado pelos estudantes, Lima (1999) sugere que este método pode ser considerado útil para introdução do estudo de equações cúbicas. Além disso, este método pode ser utilizado na solução de qualquer equação cúbica. Nesse sentido, na pesquisa de Lima (1999), para explorar o algoritmo de Briot-Ruffini era solicitado à resolução de uma equação cúbica incompleta (por exemplo,  $x^3 - 5x = 4$ ), e era pedido para encontrar uma equação pelo método de pesquisa de raízes utilizado o teorema de D'Alembert<sup>42</sup>. Assim, seria possível encontrar as outras equações, caso existissem.

Uma análise qualitativa da solução era solicitada aos alunos através da comparação do resultado encontrado o este método e os resultados obtidos a partir do uso de outros métodos. A autora relata que “os alunos concordam que nem sempre o dispositivo [...] é bom na resolução de equações, pois elas precisam ter uma raiz inteira para que esse método possa ser usado” (LIMA, 1999, p. 88). Para os alunos usarem o método de Briot-Ruffini, como destacado, a decisão estava subordinada aos valores dos coeficientes da equação. Assim, os alunos notaram que após terem resolvido atividades

<sup>42</sup> Ver demonstração mais adiante.

utilizando diferentes métodos, eles podiam escolher um dos caminhos mais convenientes ou efetivos (LIMA, 1999).

No cenário da outr pesquisa que discutimos, Azevedo (2002) investiga o ensino e aprendizagem de estudantes sobre equações algébricas através da resolução de problemas. Uma das atividades usada pela pesquisadora para introdução do dispositivo de Briot-Ruffini propunha a divisão entre dois polinômios. Esse encaminhamento possibilitou que os estudantes pudessem usar o dispositivo, além do Teorema de D'Alembert e Teorema do Fator<sup>43</sup>.

Evidenciamos ainda que ambas as pesquisadoras (LIMA, 1999; AZEVEDO, 2002) destacam que o dispositivo de Briot-Ruffini está intrinsecamente articulado ao *Teorema das Raízes Racionais*, o qual enunciamos: *Se o número racional  $\frac{p}{q}$ , com  $p$  e  $q$ , primos entre si, é uma raiz da*

*equação polinomial com coeficientes inteiros  $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$ , então,  $p$  é divisor de  $a_0$  e  $q$  é divisor de  $a_n$ .*

Apenas de modo exploratório, tomemos um exemplo. O teorema enunciado nos permite argumentar, por exemplo, que as possíveis raízes racionais de  $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$ , são os números cujos quocientes obtidos entre os valores de  $p$  e  $q$  respectivamente são iguais a 1, -1, 2 e -2 (divisores de  $a_0 = -2$ ) e 1, -1, 2 e -2 (divisores de  $a_3 = 2$ ). Considerando-se as possíveis combinações para  $\frac{p}{q}$ , obtemos os seguintes candidatos a raízes do polinômio:

1, -1, 2, -2,  $\frac{1}{2}$  e  $-\frac{1}{2}$ . Por substituição verificamos que as raízes são  $\frac{1}{2}$ , 1 e 2.

Destacamos ainda o fato de 1 ser raiz do polinômio estar em ressonância com foco de nosso artigo (com nossa proposição P), pois podemos novamente perceber que a soma dos coeficientes da expressão algébrica de nosso exemplo é nula:  $2 - 7 + 7 - 2 = 0$ .

Na experimentação proposta neste artigo, indicamos inicialmente que sejam exploradas funções polinomiais do terceiro grau com o Winplot de tal forma que o estudante possa conjecturar e enunciar a proposição P, como indicado na seção 2. E ainda, como os próprios fundamentos do processo experimentação com tecnologias destacam, na busca mais aprimorada pelo convencimento, é natural que uma prova de natureza algébrica seja desenvolvida, uma validação algébrica-dedutiva de tal proposição. São os

---

<sup>43</sup> **Teorema do Fator:** Se  $C$  é uma raiz de um polinômio  $p(x)$ , de grau  $n > 0$ , então  $x - c$  é um fator de  $p(x)$ . Prova: Pelo teorema de D'Alembert,  $p(x) = (x - c)q(x) + p(c)$ . Se  $c$  é raiz de  $p(x)$ , então  $p(c) = 0$ . Tem-se então  $p(x) = (x - c)q(x)$ . Logo  $x - c$  é um fator de  $p(x)$ .

vários papéis da demonstração em ação. Vamos assim enunciar o **Teorema de D'Alembert**: O resto da divisão de um polinômio  $p(x)$  por  $x - a$  é  $p(a)$ .

Prova: Consideremos  $p(x) = (x - a)q(x) + r$ . Para  $x = a$  tem-se  $p(a) = (a - a)q(x) + r = 0 + r = r$ . Portanto,  $p(a) = r$  (c.q.d).

Podemos agora retomar o enunciado e provar nossa Proposição P: se a soma dos coeficientes reais  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$ , e  $d$  de um polinômio  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , for nula, então 1 é raiz do polinômio.

Prova: Basta verificarmos sob que condições o polinômio  $p(x)$  é divisível por  $(x - 1)$ . Pelo dispositivo de Briot-Ruffini temos:

	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>	<b>d</b>
<b>1</b>	<b>a</b>	<b>a + b</b>	<b>a + b + c</b>	<b>a + b + c + d</b>

Concluimos então que o resto da divisão do polinômio  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  por  $(x - 1)$  é  $a + b + c + d$ . Imediatamente, pelo teorema de D'Alembert, temos que  $p(1) = a + b + c + d$ . Suponhamos que 1 não seja raiz de  $p(x)$ . Então  $p(1) \neq 0$ . Logo  $a + b + c + d \neq 0$ . Isso contradiz nossa hipótese! Portanto, se a soma dos coeficientes  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  de um polinômio  $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , com  $a \neq 0$  for nula, então 1 é raiz do polinômio. Como Havíamos Conjecturado!<sup>44</sup>.

A nível experimental e exploratório, podemos determinar, por exemplo, as raízes de  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ . Como a soma dos coeficientes é nula ( $1 - 2 - 5 + 6 = 0$ ), já sabemos que 1 é raiz. Pelo método de Briot-Ruffini, obtemos os coeficientes: 1, -1 e -6. Basta determinarmos as raízes de  $f(x) = x^2 - x - 6$ . Obtém-se  $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$  e  $x_2 = -2$ . Logo as raízes de  $p(x)$  são -2, 1 e 3. De modo simplificado, podemos visualizar, verificar ou confirmar a veracidade de tal resolução com o Winplot (Figura 7):

---

<sup>44</sup> Para evidenciar o processo de experimentação com tecnologias na investigação/demonstração matemática, Scucuglia (2006) discute a possibilidade de se considerar C.H.C. (Como Havíamos Conjecturado!) ao invés de C.Q.D. (como queríamos demonstrar) ao se finalizar uma abordagem dedutiva.

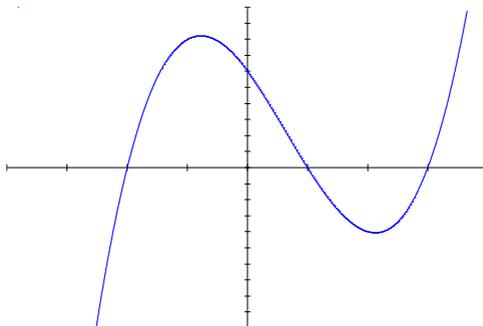


Figura 7.  $p(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

Podemos agora, de modo mais investigativo, propor uma investigação com o Winplot sobre o algoritmo de Briot-Ruffini considerando famílias de funções polinomiais do terceiro grau. Plotemos  $f(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d)/(x - 1)$  e  $g(x) = a + b + c + d$ . Ao animarmos os coeficientes reais  $a \neq 0$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  notamos que a curva da função  $f(x)$  torna-se uma parábola quando  $a + b + c + d = 0$ . Isso mostra a divisibilidade do polinômio dado por  $(x - 1)$  quando a soma dos coeficientes é nula, o que nos convence sobre a veracidade da proposição P (Figura 8).

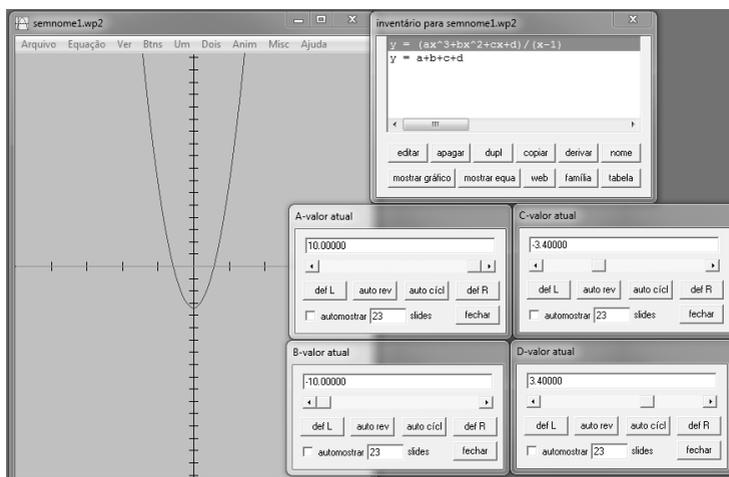


Figura 8. Visualizando com o Winplot a divisibilidade entre  $ax^3 + bx^2 + cx + d$  e  $(x - 1)$  quando  $a + b + c + d = 0$ .

Fica, portanto, evidenciado como o algoritmo de Briot-Ruffini pode ser explorado ao se investigar múltiplas representações de funções polinomiais do

terceiro grau utilizando um *software* gráfico, não somente no sentido de verificação, mas também de se elaborar e enunciar uma conjectura a partir do estabelecimento entre um relação entre uma das raízes do polinômio e uma condição particular envolvendo os coeficientes numéricos do polinômio. Mais ainda, é natural que seja investigada a divisibilidade entre o polinômio original e aquele do tipo  $(x - x_0)$ , tal que, em nosso caso,  $x_0 = 1$  é raiz do polinômio. É essa divisibilidade que podemos explorar graficamente/ visualmente com o Winplot e que é um dos elementos fundamentais que constitui nosso convencimento acerca da veracidade do algoritmo de Briot-Ruffini, enunciado por nós como proposição.

Nesse contexto, fica evidente como a experimentação com tecnologias e a visualização caracterizam nossa exploração e, ao mesmo tempo, condicionam e possibilitam a elaboração de uma abordagem algébrica para o enunciado conjecturado. A demonstração assume vários papéis na investigação matemática, no qual o uso de tecnologias e desenvolvimentos de caráter algébricos se engendram na elaboração de conjecturas, enunciações das conjecturas e buscas pelo convencimento acerca da veracidade dos enunciados.

### **Considerações Finais**

Neste artigo, foi proposta uma forma sobre como podem ser amalgamados os processos de experimentação com tecnologias informáticas e abordagem algébrica na exploração do algoritmo de Briot-Ruffini, a partir de conjecturas que podem ser elaboradas experimentalmente, que possibilitem representar visualmente, de modo múltiplo e dinâmico, famílias de funções polinomiais do terceiro grau.

Buscamos indicar uma possibilidade de explorar o referido algoritmo destacando o fato de se investigar conceitos matemáticos com uma determinada tecnologia informática como um *software* gráfico, no caso o Winplot. Explorando atividades de caráter investigativo, estabelecendo relações entre diferentes tipos de representações, valendo-se de informações gráficas-visuais. Pudemos assim elaborar uma conjectura a qual enunciamos enquanto proposição.

Buscamos aprimorar nosso convencimento acerca da proposição e isso nos encaminhou a diferentes tipos de abordagens que, gradativamente, podem ser consideradas mais dedutivas, formais ou rigorosas no sentido proposto por Reis (2004). No nosso caso, no abordagens algébricas e experimentais com tecnologia foram combinadas. O uso de tecnologia informática assumiu um papel importante no processo de descoberta, de investigação, de exploração e convencimento, promovendo a possibilidade de proposições serem intuitivamente conjecturadas, enunciadas e gradativamente formalizadas.

A demonstração matemática, em nossa perspectiva sobre investigação matemática, assumiu diversificados papéis e eles ocorreram de forma dinâmica

e multi-direcional, e não de forma sequencial ou linear, quando buscamos destacar o uso de tecnologias informáticas. Não somente o produto – que tracionalmente é concebido como demonstração em matemática – mas principalmente o processo é que nos interessa enquanto educadores matemáticos. Com esse estudo exploratório, acreditamos ter contribuído com uma possibilidade de investigação para sala de aula bem como com o mosaico de alternativas sobre modos de se conceber demonstração matemática.

### Referências

- AZEVEDO, E. Q. **Ensino-aprendizagem das equações algébricas através da Resolução de Problemas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, UNESP, Rio Claro, 2002.
- BORBA, M. C. VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation**. New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Tendências em Educação Matemática).
- BORBA, M. C. Calculadoras Gráficas no Brasil. In: FAINGUELERNT, E. K.; GOTTLIEB, F. C. (Orgs.). **Calculadoras Gráficas e Educação Matemática**. Rio de Janeiro: Ed. Art Bureau, p. 15-34, 1999.
- HANNA, G. Proof, Explanation and Exploration: an Overview. **Educational Studies in Mathematics**. 2000.
- LAKATOS, I. **Proofs and Refutations: the logic of mathematical discovery**. Cambridge: 1976.
- LÉVY, P. **As Tecnologias da Inteligência: O futuro do pensamento na era da informática**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.
- LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, W.; MORGADO, A. C. **A Matemática do Ensino Médio**. 2 ed. Rio de Janeiro: SBM, v. 3, 1999.
- LIMA, R. N. **Resolução de equações de terceiro grau através de cônicas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) –PUC-SP, São Paulo, 1999.
- MALHEIROS, A. P. S.; BORBA, M. C.; DINIZ, L. N. Doze Anos de Produção Matemática de Estudantes de Biologia em um Ambiente de Modelagem. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2005, Feira de Santana. **Anais...** Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana, 2005. 1 CD-ROM.
- POLYA, G. **How to Solve it?** Princeton University Press, 1945.

SCUCUGLIA, R. Calculadoras Gráficas: conjecturando um teorema a partir de um estudo investigativo de funções. In: **V SIMPÓSIO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA**, V SIC, 2002, Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 2002.

SCUCUGLIA, R. **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com calculadoras Gráficas**. 1v. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

THIKHOMIROV, O. The psychological consequences of the computerization. In: WERSTCH, J. **The concept of activity in soviet psychology**. New York: Sharp, 1981.

TENÓRIO, R. **Computadores de Papel**: Máquinas abstratas para um ensino concreto. São Paulo: Cortez, 2001.

VILLIERS, M. Papel e Funções da demonstração no trabalho com o Sketchpad. São Paulo: **Educação e Matemática**, 2001.

**Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva**

Universidade estadual Paulista – UNESP/São José do Rio Preto  
– Brasil.

**E-mail:** ricardos@ibilce.unesp.br

**Leandro do Nascimento Diniz**

Universidade Federal do Recôncavo Baiano – UFRB –  
Amargosa – Brasil

**E-mail:** leandro@ufrb.edu.br

## **DADOS ESTATÍSTICOS EM MEIO DIGITAL: COMPREENSÃO DOS ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

### **STATISTICAL EDUCATION IN PRIMARY EDUCATION: CONCEPTS OF STUDENTS ON STATISTICAL DATA IN DIGITAL ENVIRONMENT**

Patrícia Lisboa

*Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) – Brasil*

Juliana Garcia Cespedes

*Universidade Federal de São Paulo -Unifesp - Brasil*

#### **Resumo**

Este artigo apresenta uma discussão em torno da compreensão dos alunos do Ensino Fundamental, quarto ciclo, sobre dados estatísticos em meio digital. Realizou-se um estudo observacional em uma escola pública municipal de Minas Gerais. As aulas foram realizadas no laboratório de informática com intuito de estudar a compreensão e o interesse dos alunos quando flagrados e/ou convidados a pesquisar informações estatísticas no site do IBGE. As atividades que os alunos realizaram foram analisadas e verificou-se que existe uma frágil relação entre os conhecimentos estatísticos adquiridos na escola e a leitura, compreensão e interpretação de dados em meio digital.

**Palavras-chave:** Educação Estatística; Internet; Meios Digitais.

#### **Abstract**

This article presents a discussion on the students' understanding of elementary school, fourth cycle on statistical data in digital media. We carried out an observational study in a public school of Minas Gerais. Classes were held in the computer lab in order to study the students' understanding and interest when caught and / or invited to search for information on site statistics IBGE. The activities that students performed were analyzed and it was found that there is a weak relationship between the statistical knowledge acquired at school and reading comprehension and data interpretation in digital media.

**Keywords:** Education Statistics; Internet; Digital Media.

#### **Introdução**

Quando os alunos são estimulados pela escola a construírem conceitos que os auxiliem em seu desenvolvimento intelectual, desempenha-se também

um papel importante na formação para a cidadania. Nesse sentido, é importante que as escolas se preocupem em inserir os conteúdos relacionados ao tema *Tratamento das Informações* durante todo o Ensino Fundamental (EF) e intensifiquem o trabalho durante os ciclos<sup>45</sup> três e quatro do EF II.

Na perspectiva da mudança curricular, o ensino de matemática foi influenciado por reformas que utilizaram propostas elaboradas entre as décadas de 80 e 90 em vários países. Entre os novos aspectos destacados encontra-se a indicação para a introdução de elementos de estatística, probabilidade e combinatória (BRASIL, 1998). O mesmo documento também enfatiza, como um dos objetivos do EF, que o aluno deve “saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimento” (Brasil, 1998, p. 8). Nesse sentido, compreende-se esses elementos como aspectos constitutivos da formação do indivíduo vinculado à sociedade com novas demandas sociais.

De acordo com Kenski (2007) o poder da linguagem digital, baseado no acesso a computadores, internet e jogos eletrônicos, influencia cada vez mais a constituição de valores, conhecimentos e atitudes, e assim, cria-se uma nova realidade cultural e informacional. Um único e principal fenômeno tecnológico, a internet, sinaliza que é preciso repensar as práticas educativas, o ensino e todos os conteúdos curriculares, inclusive matemática e Estatística.

O presente artigo relata uma investigação observacional onde se verificou a compreensão e o interesse dos alunos quando expostos a conteúdos estatísticos, tais como, gráficos, mapas e tabelas em meio digital. Para tanto, realizou-se um estudo de caso contextualizado e aliado ao uso de Tecnologias da Informação Comunicação (TICs), especificamente, sites da internet. Os sujeitos da pesquisa foram alunos do ensino fundamental II, 8º e 9º ano, matriculados em uma escola pública localizada no interior de Minas Gerais.

### **Estatística no Ensino Fundamental**

A integração da Estatística nos currículos escolares vem sendo articulada desde que os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), para a educação básica, foram implantados em 1998. De acordo com Carzola *et al.* (2010) antes de 1990 os conceitos básicos de Estatística eram quase ignorados pela Educação Básica. Posteriormente, pesquisadores e comunidade educacional passaram a discutir a presença da Estatística na educação.

Em relação à matemática para o terceiro ciclo, os PCN's dedicam o tema *Tratamento da Informação* como um tópico destinado ao trabalho com a interpretação de gráficos e tabelas. Conforme se encontra em Brasil (1998):

---

<sup>45</sup> A organização do Ensino Fundamental por ciclos é dada da seguinte forma: 2º ciclo corresponde a 3ª e 4ª séries (atuais 4º e 5º anos), 3º ciclo corresponde à 5ª e 6ª séries (atuais 6º e 7º anos), 4º ciclo corresponde à 7ª e 8ª séries (atuais 8º e 9º anos).

Coleta, organização de dados e utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos) para sintetizá-los, comunicá-los e permitir a elaboração de conclusões; Leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos (p. 74).

Assim, partindo-se deste documento, o tema *Tratamento da Informação* passou a ser um dos conteúdos da matemática que deve ser ensinado no Ensino Fundamental II. A leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos são necessárias para que o indivíduo se comunique e compreenda as diversas formas de comunicação encontradas no cotidiano.

Vários autores, entre eles Lopes (1999) *apud* Rocha *et al.* (2005), Roges e Idalino (2004), Santos (2004), Rossetti Júnior (2007), Magalhães *et al.* (2008) e Dessbesel, Moraes e Oliveira (2009) discutem a importância da aprendizagem de Estatística no Ensino Fundamental como uma forma de compreensão das informações que são veiculadas nos meios de comunicação, e a relação que esse fato tem com a tomada de decisões. É comum encontrar dados importantes sobre saúde, educação e segurança em forma de tabelas e gráficos, entretanto, nem sempre é garantida a compreensão dessa linguagem. No quarto ciclo do EF o tema *Tratamento da Informação* ainda ressalta a necessidade do aprofundamento do trabalho com dados estatísticos:

Do raciocínio estatístico e probabilístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: construir tabelas de frequência e representar graficamente dados estatísticos, utilizando diferentes recursos, bem como elaborar conclusões a partir da leitura, análise, interpretação de informações apresentadas em tabelas e gráficos” (BRASIL, 1998, pg. 84).

Quando se observa o item **utilizando diferentes recursos**, conforme trecho da citação anterior tem-se implícita a ideia de que os dados estatísticos podem ser manipulados por uma enorme gama de recursos, incluindo os tecnológicos. Nessa perspectiva, é necessário pensar que, dentre os diversos suportes midiáticos onde os dados estatísticos são apresentados, encontram-se o computador e a internet.

Os jovens estão cada vez mais imersos em ambientes tecnológicos. Nesses espaços as informações circulam em vários formatos: textos, imagens, sons e animações. Carzola *et al.* (2010) destacam que os PCN’s orientam os professores a incentivar seus alunos a fazer leitura e interpretação de dados como gráficos, tabelas e medidas publicados pelos diversos meios de comunicação. Assim, entende-se a internet como um importante meio de comunicação onde as informações estão disponíveis.

Os dados estatísticos estão cada vez mais comuns na Web, eles são apresentados como informações relevantes em páginas da internet. Nessa

perspectiva, questiona-se: como os alunos lidam com as informações estatísticas disponibilizadas em sites da Web? E a escola, qual seu posicionamento diante das possibilidades didáticas resguardadas em sites de instituições que tratam diretamente com as informações estatísticas?

### **Mídias Digitais e os Dados Estatísticos**

Porque ensinar por meios das mídias digitais? Belloni (2005) discute as razões pelas quais a escola deverá se apropriar dessas tecnologias para ensinar conteúdos curriculares. A autora ainda destaca “a importância (...) da comunicação visual e da informação em todos os campos (fora da escola, que privilegia o escrito, os sistemas de comunicação são essencialmente icônicos)” (BELLONI, 2005, p. 10). Nessa abordagem, entende-se que a comunicação visual necessariamente passa pela compreensão de dados estatísticos e sua aplicação em situações do cotidiano.

De acordo com Batanero (2002) *apud* Fernandes, Souza e Ribeiro (2004):

Se os professores querem acompanhar de algum modo, a evolução da educação Estatística e criar uma verdadeira cultura Estatística na sociedade têm de aceitar a rápida mudança tecnológica, que permitirá libertá-los dos cálculos enfadonhos, rotineiros e descontextualizados” (pg. 171).

A metodologia de trabalho dos educadores e a forma como encaram as ferramentas tecnológicas na perspectiva das práticas pedagógicas reconfigura a forma de aprender e ensinar.

A sociedade contemporânea exige a formação escolar de indivíduos dotados de competências técnicas múltiplas. A educação pelas mídias reforça a ideia de pessoas capazes de compreender e interpretar dados existentes em todos os suportes midiáticos, e é necessário enfatizar que cada suporte tem suas próprias características.

Discutindo sobre as modificações nas relações entre o conhecimento e as novas tecnologias da inteligência, Levy (1999) argumenta que, em contraponto aos modelos que privilegiam escalas lineares e paralelas e informações organizadas pela noção de pré-requisitos que devem se convergir em saberes “superiores”, a partir de agora deverão ser privilegiados espaços hipertextuais e abertos, organizados em fluxos não lineares. Dessa forma, recomenda-se que o professor torne-se um animador da inteligência coletiva de seus alunos em vez de transmissor de informações.

Uma das peculiaridades das informações organizadas em meio digital é a multiplicidade, a dinâmica e a hipertextualidade. De acordo com Levy (1993) o conceito de hipertexto pode ser traduzido em um conjunto de nós ligados por conexões. Ainda, de acordo com o autor, estes nós podem ser palavras, páginas,

imagens, sequências sonoras e documentos complexos. Nesse sentido, ler e navegar em hipertexto significa o abandono da territorialidade inerente ao papel. As possibilidades trazidas pelo hipertexto instauram novas maneiras de lidar com o conhecimento, pois, a leitura na internet não é linear e nem estática. Pressupõe a construção coletiva e favorece a autonomia na difusão de mensagens (Silva *et al.*, 2008).

Segundo Silva (*ibidem*) o computador se tornou um novo ambiente cognitivo. Associando-se tal afirmação à questão do hipertexto, infere-se que este sistema também se constitui em um novo ambiente cognitivo. Durante a navegação na internet o indivíduo passa de um ponto a outro com bastante facilidade. Do ponto de vista educacional percebe-se que a facilidade no acesso determina a autonomia que o sujeito tem enquanto navega na informação, o que influencia na maneira como a mesma será utilizada na aprendizagem dos conteúdos escolares. Sendo assim, constata-se que é impossível falar de mídias digitais e hipertexto sem relacioná-las aos conhecimentos que constituem o ensino de estatística, uma vez que, são conhecimentos que estão inseridos em diversos contextos do cotidiano e tratam de questões da realidade dos alunos.

## **Metodologia**

Para escrever este relato realizou-se um estudo de caso. De acordo com Fonseca (2002) o estudo de caso é uma investigação que se coloca como direcionada ao estudo de uma situação específica, ou seja, toma-se um caso para análise e procura-se descobrir suas principais particularidades, buscando-se apreender uma grande quantidade de informações. O presente estudo tem como principal objetivo analisar a compreensão dos alunos sobre dados estatísticos em gráficos e tabelas quando convidados e/ou flagrados a opinar sobre a presença dessas informações em sites da Internet. Delimitaram-se como sujeitos do estudo, alunos matriculados em turmas de 8º e 9º ano do EF II em uma escola pública municipal do interior de Minas Gerais.

Para coleta de dados criou-se um roteiro idêntico para todos os alunos. O mesmo era direcionado e continha atividades envolvendo o entendimento de dados estatísticos em sites como IBGE<sup>46</sup> e IBGE CIDADES<sup>47</sup> (o roteiro encontra-se no ANEXO). Optou-se por fazer a análise a partir desse suporte, por serem páginas que contêm informações relevantes sobre distribuição populacional, organização do território nacional, pesquisas relacionadas à área da saúde e outros. Segundo Rosetti Junior (2007) todos os meios de comunicação apresentam modelos estatísticos para integrar e enriquecer as informações que são apresentadas à população. Nessa concepção, existe a

---

<sup>46</sup> [www.ibge.gov.br](http://www.ibge.gov.br)

<sup>47</sup> [www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1](http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1)

necessidade do aluno ter acesso e saber interpretar dados que são importantes para a compreensão de sua realidade.

As turmas foram levadas ao laboratório em momentos distintos e como não havia um computador para cada aluno, eles se agruparam em dois ou três, sem separação de gênero. Cada dupla ou trio se acomodou em um equipamento. Acrescenta-se ainda, que professora de matemática esteve sempre presente acompanhando e norteando os alunos durante realização das atividades.

Antes de dar início às mesmas, explicou-se sobre o contexto do estudo e recomendou-se a eles que deixassem em branco o que não soubessem. No início do trabalho os alunos foram orientados a abrir os arquivos de atividades que se encontravam gravados em pastas nos computadores. Ao final da aula os arquivos foram salvos pelos alunos com todas as alterações realizadas mediante o acompanhamento do roteiro proposto. O objetivo era facilitar a identificação das atividades e a posterior análise dos dados. Ao todo, foram salvos 13 arquivos do 8º ano e 20 do 9º ano.

## **Resultados e Discussão**

Logo na entrada dos alunos ao laboratório de informática verificou-se que os mesmos demonstraram grande interesse em realizar as atividades propostas pelas pesquisadoras. Raramente observou-se apatia e desinteresse quando contextualizado que as atividades seriam realizadas por meio de pesquisas em sites de dados estatísticos.

Durante a realização dos trabalhos os alunos tiveram pouca dificuldade em utilizar o procedimento de “copiar” o endereço **IBGE CIDADES** e “colar” na linha de endereço do software navegador. Porém, observou-se que os alunos mostraram certa inabilidade em localizar as informações no mapa. Desta forma, foi necessário intervir e auxiliá-los em tarefas aparentemente simples, tais como, ler as instruções na página de atividades e seguir o roteiro proposto. É importante ressaltar que o enunciado das questões foi amplamente contextualizado com os alunos durante as atividades.

Ao acessar o endereço do **IBGE CIDADES** a primeira tela que surgiu foi o mapa do Brasil subdivido em regiões, conforme pode ser visto na Figura 1. O primeiro passo da atividade consistia em identificar a localização do Estado onde os alunos vivem (conforme roteiro anexo). Observando-se o mapa é possível verificar que existe uma subdivisão das regiões organizada por cores. Existe também uma legenda posicionada no canto inferior esquerdo da tela, sua função é orientar na correlação das cores e o nome da respectiva região. No entanto, alguns alunos não perceberam rapidamente essa correlação, ou seja, que era preciso clicar na área azul para acessar a Região Sudeste e encontrar o Estado de Minas Gerais. A dificuldade apresentada se deu não somente pela

utilização do material instrucional, mas também pelo desconhecimento de que o Estado de Minas Gerais se localiza na Região Sudeste.

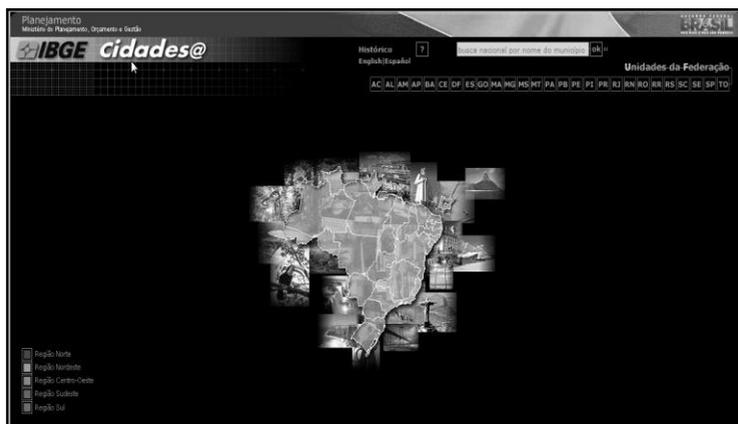


Figura 1 – Página inicial do site IBGE CIDADES.

Fonte: <http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1>

Na sequência, os alunos deveriam localizar e identificar o número de habitantes informado pelo CENSO de 2010 correspondente ao município onde residem. O site IBGE CIDADES apresenta uma lista com todos os municípios de cada Estado, rapidamente os alunos compreenderam que as informações estavam listadas em ordem alfabética e que bastaria clicar no *link* correspondente ao nome do município para abrir uma subpágina. O número total de habitantes do município localizado foi respondido por eles utilizando o recurso de “copiar” e “colar”. Na Tabela 1, apresenta-se o número de grupos do 8º ano (13 grupos), que respondeu a Questão 1 e seus sub-tópicos de forma correta, bem como o percentual de acerto de cada questão.

Tabela 1 - Percentual das repostas corretas da Questão 1 – 8º ano

Questão 1	Respostas corretas	Porcentagem
a) Resultado do Censo 2010	13	100,0%
b i) Número de habitantes na área rural	12	92,3%
b ii) Categoria onde se enquadra	8	61,5%
b iii) Número de habitantes nessa categoria	7	53,8%

Como é possível observar na Tabela 01, todos os grupos responderam corretamente o item **a** da **Questão 1**: “Qual foi o resultado, em termos de número total de habitantes, do Censo 2010 em seu município?”. As respostas a esta questão são encontradas com facilidade no site, dispensando os alunos de muitas buscas e leituras.

Entretanto, observou-se que as dificuldades foram aumentando conforme a atividade solicitava maior destreza durante a navegação e interpretação de informações em tabelas. Quando solicitado a ativação do *link* “Sinopse do Censo Demográfico 2010” e, a partir daí, respondessem à questão **b.i** “Quantos habitantes moram na área rural?” foi preciso realizar interferências para que os alunos conseguissem encontrar o *link*. Percebeu-se que a falta de hábito em pesquisar informações em sites desse tipo fragiliza o processo de pesquisa na internet. Entretanto, entende-se que é apenas um aspecto a ser analisado no sentido de se intensificar tais propostas didáticas na escola.

A questão **b.ii** trata-se de: “De acordo com a tabela que você encontrou, registre qual é a categoria em que você se enquadra”. Esta questão despende da leitura e reflexão de mais dados existentes na tabela e possibilita a interpretação de que esta categoria pode se referir ao sexo e/ou idade do indivíduo. A questão **b.iii** “Quantos habitantes, ao todo, existem nessa categoria?” está hierarquizada à questão **b.ii**. Primeiramente os alunos devem localizar e interpretar a resposta **b.ii** e, conseqüentemente, encontrar a resposta de **b.iii**. Devido a esta dificuldade a questão **b.iii** foi a que apresentou o menor número de acertos.

Estas quantidades de acertos estiveram condicionadas a intervenção da pesquisadora, mas sempre que solicitado pelos alunos a intervenção foi realizada. Outro detalhe importante é que foi necessário mostrar a barra de rolagem onde os alunos deveriam clicar para buscar outras informações. Isso demonstra certa dificuldade em fazer a leitura de informações organizadas em tabelas em meio digital, local onde a informação não se encontra estática como nos livros didáticos, jornais e outros.

Em sua discussão sobre a presença da Estatística nos Ensinos Fundamental e Médio, Magalhães *et al.* (2008) discutem que mais importante do que adquirir muita informação, é saber ler e interpretar as informações disponíveis corretamente, além de saber utilizá-las nas situações cotidianas. Notou-se que as ações iam sendo executadas com certo mecanismo, sem muita preocupação com a leitura e interpretação dos dados que contemplassem as respostas corretas. Houve alunos que criaram números que não existiam ou observaram em outras posições da tabela. Dessa forma, colocaram informações que não correspondiam ao que estava sendo solicitado. Os alunos da turma do 9º ano também tiveram dificuldades inerentes à leitura e interpretação dos dados. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o quarto ciclo:

O Tratamento da Informação pode ser aprofundado, pois, os alunos têm melhores condições de desenvolver pesquisas sobre sua própria realidade e interpretá-la, utilizando-se de gráficos e algumas medidas estatísticas. As pesquisas sobre Saúde, Meio Ambiente, Trabalho e Consumo etc., poderão fornecer contextos em que os conceitos e procedimentos estatísticos ganham significados” (BRASIL, 1998, pg. 85).

Dessa forma, entende-se que a atividade proposta vai de encontro ao que está sendo orientado pelas diretrizes curriculares para esse ciclo. Dados reais foram apresentados em meio digital para que os alunos os lessem e os interpretassem. A percepção foi de que o trabalho com dados estatísticos não é realizado conforme determinam os PCN’s. Na Tabela 3, apresenta-se o número de grupos do 9º ano (20 grupos) que respondeu a Questão 1 de forma correta.

Tabela 2 – Percentual das repostas corretas da Questão 1 – 9º ano

Questão 1	Respostas corretas	Porcentagem
a) Resultado do Censo 2010	17	85,0%
b i) Número de habitantes na área rural	15	75,0%
b ii) Categoria onde se enquadra	14	70,0%
b iii) Número de habitantes nessa categoria	11	55,0%

Na maioria dos arquivos encontrou-se repostas corretas referentes ao resultado do Censo 2010 no município analisado, conforme já verificado com alunos do 8º ano. E, sequencialmente, constatou-se que, conforme se aumentou a necessidade de analisar e interpretar os resultados, reduziu-se o percentual de acertos. Na comparação dos resultados entre as Tabelas 1 e 2, ou seja, 8º e 9º anos, observa-se que o 8º ano tem um percentual maior de acertos nos itens **a** e **b.i** e o 9º ano nos itens **b.ii** e **b.iii**.

A análise da **Questão 2** compreendia a interpretação de informações gráficas, ou seja, a intenção era analisar a compreensão dos alunos quando flagrados e/ou convidados a fazer a leitura e interpretação de um dos tipos de gráfico mais presente nos meios de comunicação: o gráfico de setores.

A organização de dados em forma de gráfico é um evento icônico<sup>48</sup> e a informação em formato icônico passa a ter o sentido que lhe é atribuído no contexto informático. Normalmente os jovens já estão habituados com essa forma de linguagem.

<sup>48</sup> Ícone é um termo da informática que designa uma imagem gráfica para representar algum objeto ou dado exibido na tela.

Para a realização dessa atividade escolheu-se um gráfico de setores (ver figura 2), no site “Humor em Gráfico”. Nesse site é possível encontrar gráficos que representam dados de situações cotidianas, especificamente de interesse do público jovem.



Figura 2 – Gráfico de setores utilizado na questão 2.  
Fonte: <http://humoremgrafico.tumblr.com/>

A questão 2.a versa a pergunta: “Você sabe qual é o nome desse gráfico?”. Durante a realização da atividade observou-se a necessidade de auxiliar os alunos em relação à interpretação da questão. Muitos deles não se lembraram do nome do gráfico, alguns o associaram à palavra *pizza*, cujo nome é atribuído popularmente ao tipo gráfico de setores e, variavelmente, alguns alunos ainda identificaram esse gráfico como “coluna” ou “circular”. Aproximadamente 54% dos arquivos analisados na turma do 8º ano continha a resposta *gráfico de setores* para a questão 2.a, conforme é mostrado na Tabela 3. A Tabela 4 apresenta o resultado das respostas dos alunos do 9º ano.

Tabela 3 – Percentual das repostas corretas da Questão 2 – 8º ano

Questão 2	Respostas corretas	Porcentagem
a) Identificação do tipo de gráfico	7	53,8%
b) Interpretação do gráfico	7	53,8%
c) Correspondência entre setores e porcentagens	7	53,8%

Tabela 4 – Percentual das repostas corretas da Questão 2 – 9º ano

<b>Questão 2</b>	<b>Respostas corretas</b>	<b>Porcentagem</b>
a) Identificação do tipo de gráfico	10	50,0%
b) Interpretação do gráfico	11	55,0%
c) Correspondência entre setores e porcentagens	11	55,0%

O objetivo da questão **2.b** “Qual categoria representa a maior parte das respostas?” é verificar se os alunos conseguem identificar as partes no todo, mesmo não havendo informações numéricas, somente a imagem.

Analisando-se as respostas obtidas, observou-se grande proximidade entre as respostas das turmas de 8º e 9º ano. As respostas foram dadas em função da cor azul, ou por meio da legenda, e ainda, observaram-se algumas respostas aparentemente descaracterizadas, tais como, “porque não!” ou “solteiros”, sinalizando a dificuldade na interpretação da pergunta e/ou leitura da legenda.

Na questão **2.c** perguntou-se: “Observando o gráfico, podemos dizer que a cor laranja representa 50% das respostas?”. Mesmo sem ter o valor numérico declarado, a intenção era verificar qual a interpretação dos alunos quando se deparam com gráfico de setores onde não há dados percentuais associados às partes.

A construção do gráfico de setores pressupõe a elaboração de uma sequência numérica organizada em porcentagem. Dessa forma, ainda é preciso lembrar que a figura representativa do gráfico de setores é circular, portanto, existe uma relação muito próxima entre os dados percentuais e os ângulos. Ainda, a circunferência possui ângulo de 360º e quando se deseja fracioná-la em função de dados percentuais é preciso multiplicar a porcentagem correspondente à categoria destacada, ao valor total da circunferência, ou seja, 360º, valor correspondente à medida do ângulo central. Hipoteticamente, se a categoria “sair com os amigos” corresponde a 20% das respostas, para se descobrir o ângulo desse setor na circunferência, basta multiplicar 0,2 por 360.

Para a compreensão da atividade proposta, os alunos não precisaram realizar esses cálculos, pois não era esse o objetivo da questão. Entretanto, são conceitos básicos que devem ser tratados pela matemática no ensino fundamental.

Por meio dos arquivos analisados, observou-se que tanto na turma do 8º ano como na do 9º o percentual de acertos correspondeu a pouco mais de 50%. Ou seja, a correlação entre a questão apresentada e a percepção dos conceitos matemáticos foi praticamente igual nas duas turmas. Nesse caso, é necessário utilizar o raciocínio dedutivo auxiliado pelos conhecimentos sobre ângulos, frações e porcentagens. Portanto, infere-se que existem lacunas na

compreensão dos alunos quanto aos conhecimentos matemáticos envolvidos e suas relações com a representação dos dados no gráfico de setores. Longe de querer lançar conclusões prematuras, pode-se apontar que boa parte dos erros a essa questão refere-se a falhas na construção dos conceitos matemáticos.

### **Considerações finais**

Diante do que foi tratado nesse estudo, ressalta-se que a abordagem metodológica teve suas limitações e não permitiu que se chegasse a conclusões pontuais. Porém, alguns apontamentos podem ser inferidos a partir das análises:

Mesmo havendo uma forte tendência em se trabalhar conteúdos de Estatística no Ensino Fundamental, o tema ainda é pouco explorado nos anos que compõe o terceiro e quarto ciclo. Embora os PCN's ressaltem a importância da abordagem e discussão de dados estatísticos na escola e, também, a idéia do trabalho com tecnologias computacionais no desenvolvimento das aulas de matemática e Estatística, ainda é frágil a compreensão que os alunos têm sobre dados estatísticos quando flagrados e/ou convidados a fazer leituras estatísticas em sites na internet.

As tecnologias computacionais são utilizadas por eles em outros contextos, entretanto, no contexto educacional ainda prevalece a forma tradicional de ensinar e aprender. O professor age como transmissor de informações que são repassadas aos alunos com pouco exercício de interpretação.

Percebe-se que, em meio digital, a informação ganha outra dimensão: ela é hipertextual. Isso vem para corroborar com a idéia de Kenski (2007) quando a autora cita que o hipertexto reconfigura a forma como os indivíduos lêem e acessam as informações. Durante a discussão dos dados analisados foram lançados comentários alusivos a ideia de que, em um primeiro momento, os alunos tiveram algumas dificuldades em resolver questões que lançavam mão de habilidades de navegação, bem como a interpretação do enunciado nas questões norteadoras da pesquisa em sites. Contudo, percebe-se que essas dificuldades são inerentes ao fato de eles terem pouco contato com a tecnologia internet no contexto educacional para pesquisas direcionadas e buscas específicas. Nesse sentido, concluí-se que a escola é um espaço que deve ter o compromisso de oportunizar aos alunos atividades que explorem mídias digitais e internet durante o processo de ensino e aprendizagem. Porém, isso deve ser feito com mais frequência e de forma planejada.

Quanto à presença dos dados estatísticos em meio digital, concluí-se que existe uma forte tendência na utilização de gráficos e tabelas para representar informações do cotidiano nos suportes midiáticos e que é papel da escola educar para a leitura e compreensão dessas informações em páginas da Web.

E para encerrar, sinaliza-se que os sites de dados estatísticos, como os que foram apresentados nesse artigo, são poderosas fontes de pesquisa para

trabalhos que tenham abordagem interdisciplinar. O que falta é o professor direcionar o processo didático e utilizar as tecnologias digitais e suas ferramentas em favor de aulas mais atraentes para os alunos.

## Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BELLONI, M. L. **O que é Mídia-educação**. Campinas/SP: Autores Associados, 2005.

CARZOLA, I.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. **Trajatória e Perspectiva da Educação Estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12**. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; AMOULOU, S. A. (orgs.). Estudos e Reflexões em Educação Estatística. Campinas: SP, Mercado de Letras, 2010.

DESSBESEL, R. S.; MORAES, M. C. S.; OLIVEIRA, M. T. S. S. **A Estatística nas Séries Finais do Ensino Fundamental: discussões sobre a alfabetização estatística dos alunos, em uma escola de Cruz Alta**. In: Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 5, Ijuí/RS, 2009. Disponível em: [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd\\_egem/fscommand/RE/RE\\_41.pdf](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/RE/RE_41.pdf). Data de Acesso: 03/06/11.

FERNANDES, J. A. ; SOUSA, M. V.; RIBEIRO, S. (2004). **O Ensino de Estatística no Ensino Básico e Secundário: um estudo exploratório**. In: Actas do Encontro Nacional de Probabilidades e Estatística na Escola, 1, Braga, 2004, Braga: CIED, 2004, p. 165-193. Disponível em: <<http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/4151/4/O%2020ensino%2020%20b%20C3%20A1sico%20e%20secund%20C3%20A1rio%20-pp.165-193%20-Actas%20do%201%20Encontro%20de%20Probabilidades%20e%20Estat%20C3%20A1stica%20na%20Escola.pdf>>. Data de acesso: 22/06/2011.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da Pesquisa Científica**. Curso de Especialização em Comunidades Virtuais de Aprendizagem em Informática Educativa. Universidade Estadual do Ceará (UECE), 2002. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=oB5x2SChpSEC&printsec=frontcover#v=onepage&q&f=false>. Data de acesso: 22/06/2011.

KENSKI, V. M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007.

LÉVY, P. As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

LÉVY, P. Ciberultura. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1999.

REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

LOPES, C. A. E. **A Probabilidade e a Estatística no Currículo de Matemática do Ensino Fundamental Brasileiro**. In: Atas da Conferência Internacional "Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística - Desafios para o Século XXI". Florianópolis, Santa Catarina, 20 a 23 de Setembro de 1999. Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/cee/pasta5/art1p5.html>. Data de acesso: 20/04/2011.

MAGALHÃES, M. N. (org.). **Presença da Estatística no Ensino Fundamental e Médio**. Simpósio de Iniciação Científica e Pós-Graduação, IV, 2008, São Paulo, 203-207 Disponível em: [http://www.ime.usp.br/arquivos/4congresso/33%20Bruno%20Henrique%20Dos%20Santos\\_N.pdf](http://www.ime.usp.br/arquivos/4congresso/33%20Bruno%20Henrique%20Dos%20Santos_N.pdf). Data de Acesso: 03/06/11.

ROSETTI JÚNIOR, H. **Educação Estatística no Ensino Básico: uma exigência do Mundo do Trabalho**. Revista Capixaba de Ciência e Tecnologia, Vitória, nº 2, p. 35-37, 2007. Disponível em: <<http://recitec.cefetes.br/artigo/documentos/Artigo%205.pdf>>. Data de acesso: 03/04/11.

ROCHA, J.; ECHEVESTE, S.; BAYER, A.; BITTENCOURT, H. R. **Estatística Divertida: Trabalhando com Gráficos na Escola**. III CIEM - Congresso Internacional de Ensino da Matemática, Canoas, 2005.

ROGES, D. L.; IDALINO, R. C. L. **Uma análise sobre a compreensão do tema: Tratamento da Informação**. Disponível em: <http://www.redeabe.org.br/artigo2.pdf>. Data de Acesso: 03/06/11.

SANTOS, S. S. **O Tratamento da Informação nas Séries Iniciais: Adaptando uma Atividade do Livro Didático para o Computador**. IN: Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII, Recife, 2004, UFPE. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/01/CC25932785870.pdf>. Data de acesso: 03/06/11.

SILVA, E. T. da (*et al.*). **A leitura nos oceanos da internet**. São Paulo: Cortez, 2008.

**ANEXO**

Roteiro e questionário disponibilizado aos alunos durante a realização das atividades em salas de aula.

**COMPREENSÃO DE DADOS ESTATÍSTICOS EM MEIO DIGITAL**

Série/Ano:

Nº computador:

Nomes:

**ATENÇÃO:** as repostas deverão ser registradas nessa página.

1) Acesse o site indicado abaixo:

**IBGE CIDADES**

<http://www.ibge.gov.br/cidadesat/topwindow.htm?1>

- Acesse o site e localize a região onde você mora;
- Localize a cidade onde você mora;

Responda:

a) Qual foi o resultado, em termos de número total de habitantes, do Censo 2010 em seu município?

b) Abra o *link*: Sinopse do Censo Demográfico 2010, e responda:

(i) Quantos habitantes residem na área rural?

(ii) De acordo com a tabela que você encontrou, registre qual é a categoria em que você se enquadra.

(iii) Quantos habitantes, ao todo, existem nessa categoria?

2) Acesse o seguinte site: <http://porragrafico.tumblr.com/>

Tema: O que os solteiros vão fazer no dia dos namorados?

De acordo com o gráfico, responda:

a) Você sabe qual é o nome desse gráfico?

b) Qual categoria representa a maior parte das repostas?

c) Observando o gráfico podemos dizer que a cor laranja representa 50% das repostas?

Patricia Lisboa  
Universidade Federal de Itajubá – UNIFEI – Itajubá -  
Brasil

**E-mail:** [patrlisboa@gmail.com](mailto:patrlisboa@gmail.com)

Juliana Garcia Cespedes  
Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP – São  
José dos Campos – Brasil

**E-mail:** [cespedes.juliana@gmail.com](mailto:cespedes.juliana@gmail.com)

# RECURSOS TECNOLÓGICOS E MODELAGEM MATEMÁTICA: TRÊS EXPERIÊNCIAS NA SALA DE AULA

## TECHNOLOGICAL RESOURCES AND MATHEMATICAL MODELLING: THREE EXPERIENCES IN THE CLASSROOM

Denise Helena Lombardo Ferreira  
Otávio Roberto Jacobini  
*PUC-Campinas, Brasil*  
Celso Ribeiro Campos  
*PUC-São Paulo, Brasil*  
Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki  
*UNESP-Rio Claro, Brasil*

### Resumo

As diversas inovações tecnológicas que vêm ocorrendo atualmente demandam novas atitudes em sala de aula. Nessa linha, este trabalho apresenta o desenvolvimento de três cenários incorporando modelagem matemática e tecnologia em sala de aula. Com base nesses cenários buscamos analisar as possibilidades pedagógicas da tecnologia, baseada em softwares aplicados no ensino de conteúdos matemáticos ou estatísticos, em ambientes centrados na modelagem matemática. Observamos que temas cotidianos ou profissionais, geralmente do interesse dos alunos e apoiados pela tecnologia, contribuem para minimizar o sentimento de irrelevância de disciplinas da área de matemática e também contribuem para o crescimento dos estudantes tanto em relação à aprendizagem dos conceitos estudados e à aplicabilidade das ferramentas disponíveis no Excel e LINGO. Também, detectamos que os estudantes tornaram mais críticos e envolvidos com os temas aqui trabalhados.

**Palavras-chave:** Tecnologia educacional, Projetos de modelagem, Ambiente de trabalho, Conteúdos matemáticos e estatísticos.

### Abstract

The various technological innovations taking place currently require new attitudes in the classroom. In this line, this paper presents the development of three scenarios incorporating mathematical modeling and technology in the classroom. Based on these three scenarios we analyze the pedagogical possibilities of technology, based on software applied in the teaching of mathematical or statistical content, in environments focused on mathematical modelling. We observed that on everyday topics or professional, usually of interest to students and supported by technology contributing to minimize the

feeling of irrelevance towards disciplines from the field of mathematics and also contribute to the growth of students the relation in the learning and the concepts studied and the applicability of the tools available in Excel and LINGO. Also, we detected that the students to become more critical and involved with the issues that they have worked here.

**Keywords:** Educational technology, Modelling projects, Working environment, Mathematical and statistical contents.

## **Introdução**

Nas últimas décadas diversas pesquisas têm sido desenvolvidas com o propósito de buscar pedagogias que contribuam para tornar menos árduo o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Diversas razões fundamentam essa busca e, dentre elas, encontra-se o fato da matemática ser considerada pelos alunos como a disciplina mais difícil da grade curricular, em qualquer nível de ensino, e, como consequência dessa dificuldade, é ela a que gera maiores índices de reprovação. Nessas pesquisas notamos um crescente interesse pedagógico pela utilização da tecnologia nas aulas de matemática, mormente quando essa tecnologia é inserida em ambientes construídos com base no trabalho com a modelagem matemática.

A evolução na multiplicação do conhecimento e a rapidez com que esse conhecimento é transmitido se devem, principalmente, à expansão tecnológica ocorrida nos últimos anos. Com mais conhecimento, mais rapidamente a tecnologia se desenvolve e, assim, o círculo científico se completa e se expande exponencialmente. A sala de aula precisa acompanhar essa evolução e essa revolução. Além disso, como acentua Penteadó (2004), a significativa presença da tecnologia e da informática no cotidiano das pessoas, resultante dessa evolução tecnológica, é responsável por rearranjos em suas vidas e esses rearranjos acabam por transformar o cenário da própria escola, exigindo uma revisão dos sistemas de hierarquia, de conduta pedagógica e das prioridades tradicionalmente estabelecidas na profissão docente, na qual o professor passa a ter o papel de mediador da aprendizagem.

Vemos a tecnologia como parte de uma estratégia colaboradora na medida em que, graças à implementação de algoritmos, viabiliza o trabalho com problemas diversos que envolvem diferentes níveis de complexidade algébrica e grande quantidade de dados. A tecnologia é também facilitadora, já que, ao possibilitar uma ampla visualização de imagens, contribui tanto para a melhor aprendizagem de conceitos e de algoritmos quanto para aplicações da Matemática. Além disso, a utilização do computador com a finalidade de explorar conteúdos matemáticos pode produzir mudanças na sala de aula, pois abre caminhos para a construção de ambientes nos quais o aluno é incentivado

a buscar informações, a formular problemas e a resolvê-los com base nos conceitos matemáticos presentes na estrutura curricular. Nessa perspectiva, o uso do computador na sala de aula, na medida em que permite realizar simulações, revisões e adaptações, pode proporcionar um campo pedagógico fértil quer na abordagem de problemas interessantes e instigadores, quer na análise de dados, em argumentações e em tomadas de decisão.

E, desse modo, o estudante é conduzido a refletir tanto sobre as informações obtidas quanto sobre as respostas encontradas para os problemas formulados. Assim, a tecnologia centrada no computador pode ser vista como um meio de aprender fazendo, investigando, pensando, refletindo e argumentando. Além disso, a presença dessa tecnologia contribui para transformar o aluno em um ator ativo em seu processo de aprendizagem, rompendo com um sistema tradicional, frequente no cotidiano escolar, no qual ele recebe o conteúdo da aula didaticamente explicado pelo professor, sem precisar se esforçar em investigações e na busca de dados e de informações.

Nessa direção Valente (2008) vê a presença do computador na educação, em todas as modalidades e níveis de ensino, como uma forma objetiva de integrar os conceitos curriculares, contribuindo assim como um elo facilitador no processo de construção do conhecimento do aluno. Igualmente, Borba e Villarreal (2005) destacam que nós, seres humanos, não pensamos sozinhos, pois nosso desenvolvimento cognitivo é condicionado pelas mídias ou tecnologias da inteligência (oralidade, escrita e informática).

Ademais, como lembram Borba e Penteado (2007), a inserção da tecnologia informática no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das ideias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionar a interdisciplinaridade.

A tecnologia é essencial no processo de visualização e ela, por sua vez, ocupa um papel pedagógico fundamental na compreensão de conteúdos matemáticos. A visualização, para Arcavi (2003), pode ser caracterizada não apenas como um objeto ou uma imagem, mas também como um processo ou uma atividade. Além disso, a visualização gráfica mediada pela tecnologia e possibilitada por diversos *softwares* é uma dessas alternativas na sala de aula, ainda mais se levarmos em conta que este recurso pode contribuir para que o aluno tenha uma visão mais ampliada sobre o uso de determinada ferramenta (o Excel, ou o LINGO - Language for Interactive General Optimizer, por exemplo) e como direcioná-la para aplicações reais. Nessa perspectiva Stewart (2009), ao enfatizar a compreensão dos conceitos no ensino de Cálculo, lembra que a visualização e as experiências numéricas e gráficas, por exemplo, alteram fundamentalmente a forma como ensinamos os raciocínios conceituais.

A visualização obtida por intermédio dos recursos computacionais constitui um elemento fundamental em outras formas de produzir o conhecimento. Lévy (1999), em seus primeiros ensaios sobre mudanças

comportamentais e na forma de pensar advindas do acesso do homem aos meios tecnológicos, ressalta as possibilidades de novas estratégias e critérios que são necessários para a construção do conhecimento. Além da visualização, os recursos computacionais possibilitam que cálculos sejam feitos de forma rápida e segura. Como lembra Salsburg (2009) ao contar a história da estatística matemática, o computador não é concorrente do cérebro humano, mas ele é um grande e paciente mastigador de números que não se aborrece, não fica sonolento e nem comete erros.

Contribuições coincidentes com as de Lévy e de Salsburg são apresentadas por Moran, Masetto e Behrens (2000) – para quem a tecnologia auxilia a compreender os dados levantados em uma determinada situação problema e por Croenwald e Ruiz (2006) – que, complementarmente, afirmam que a tecnologia deve ser usada para produzir conhecimento e para incentivar a criatividade e a descoberta.

É no contexto de evolução tecnológica e de resultados que dela decorrem que as contribuições desses autores inserem-se no núcleo de um processo educacional que se deseja dinâmico, ativo e participativo. Conseqüentemente, reflexões sobre formas pedagógicas que acompanhem as mudanças comportamentais e formativas em um ambiente escolar incluso nesse novo cenário tecnológico são, evidentemente, necessárias. E, mais ainda, entendemos que essas reflexões devem desaguar em ações que possam produzir alterações substanciais no sistema educacional, contribuindo criticamente para a expansão do conhecimento, buscando fazer com que ela seja voltada para o bem estar da sociedade e, conseqüentemente, tentando evitar que ela seja dirigida exclusivamente para interesses econômicos.

Vemos a modelagem matemática como uma dessas ações, principalmente pelo fato dela possibilitar a exploração de questões relacionadas à realidade e ao interesse dos alunos, fornecendo significado aos conteúdos matemáticos estudados. Em ambientes de modelagem matemática, questões curriculares integram-se com situações provenientes do cotidiano e de outras áreas do conhecimento. Neles, explicitam-se conexões entre o ambiente escolar e o mundo cotidiano e criam-se condições para que os alunos possam, com base na matemática, intervir na própria realidade. Como lembra Barbosa (2006), com a modelagem é possível valorizar uma perspectiva social e crítica no trabalho pedagógico de conteúdos matemáticos e, como consequência, construir um cenário na sala de aula no qual os alunos possam refletir sobre o papel da matemática na sociedade.

A modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem pode possibilitar a exploração de questões relacionadas com aplicações práticas do interesse dos alunos, fornecendo significado aos conteúdos matemáticos estudados. Em ambientes de modelagem matemática integram-se aos conteúdos curriculares situações provenientes do cotidiano e de outras áreas do

conhecimento (multidisciplinaridade) e criam-se condições para que os alunos possam, com base na matemática, intervir na própria realidade.

Em nosso grupo de pesquisa vemos essa conduta pedagógica com a modelagem matemática como um instrumento de ação que possibilita ao aluno vivenciar situações nas quais ele tenha que avaliar resultados, questionar informações e desenvolver atitudes críticas e criativas. Agindo dessa forma pensamos em um ambiente de aprendizagem, centrado na modelagem matemática, que busca, no particular, favorecer o desenvolvimento de habilidades para lidar com os conceitos programáticos tanto nos procedimentos relacionados com a aprendizagem quanto no cotidiano e, no geral, contribuir fortemente para a formação de um cidadão crítico e consciente das suas obrigações sociais e políticas.

Em consonância com este propósito buscamos, neste estudo, analisar as possibilidades pedagógicas da tecnologia, baseada em softwares aplicados no ensino de conteúdos matemáticos ou estatísticos, em ambientes centrados na modelagem matemática.

Na seção seguinte apresentamos os ambientes que construímos em três salas de aula distintas.

### **Ambientes na sala de aula com modelagem matemática e tecnologia**

Na maioria das vezes a conexão entre atividades na sala de aula com problemas do cotidiano exige dos alunos mais esforço e mais envolvimento do que em aulas tradicionais centradas na explicação do professor. E também, como mostram alguns estudos (CROUCH; HAINES (2004); GALGRAITH; STILMAN (2006)), a transição de problemas reais para modelos matemáticos é uma dificuldade para os alunos. Mesmo assim, entendemos que questões cotidianas trazidas para a sala de aula possibilitam uma aprendizagem mais significativa e, conseqüentemente, menos estressante.

Nessa linha de ação pedagógica apresentamos três cenários que construímos em momentos distintos, nos quais os alunos, atuando em grupos, escolheram problemas relacionados com o que estava sendo ensinado na disciplina, pesquisaram dados, modelaram seus problemas, isto é, **escolheram** representações matemáticas adequadas a eles, buscaram soluções utilizando *softwares* apropriados e disponíveis, analisaram e validaram, quando possível, as soluções encontradas.

Utilizamos esses cenários para analisar as possibilidades pedagógicas da interação entre tecnologia e modelagem. Obtivemos nossos dados observando as ações dos estudantes na sala de aula, nas suas apresentações para os pares, e nos relatórios elaborados por eles e entregues nas conclusões dos seus trabalhos. Esses dados, juntamente com as entrevistas que realizamos com alguns estudantes, foram utilizados na análise dos procedimentos e como subsídios para nossos resultados.

## **Ambiente construído na disciplina de Matemática em um curso de Administração**

Nesse primeiro ambiente os alunos tiveram a oportunidade de visualizar, durante as aulas, vários exemplos de aplicações de conteúdos matemáticos na área de administração, tais como aqueles relacionados com as funções custo, receita, lucro, demanda e oferta<sup>49</sup>. Embora nesses exemplos os problemas já estivessem formulados (muitos deles encontrados em livros textos), eles foram úteis tanto no auxílio aos alunos no processo de execução do projeto prático quanto na orientação docente aos grupos em alguns períodos da aula.

Essa disciplina é ministrada para alunos ingressantes e eles, trabalhando em grupos, foram incentivados a aplicar, em situações de seus cotidianos, os conteúdos matemáticos que estavam sendo trabalhados durante as aulas. A maioria dos grupos optou por projetos que contemplavam conteúdos relacionados com custo fixo, custo variável, receita, lucro e ponto de equilíbrio entre o custo e a receita. Além desses tópicos, alguns grupos optaram por trabalhos que envolviam pontos de mínimo e de máximo e curvas de tendência, além de características relacionadas com a demanda e com a oferta. Os gráficos, obtidos com o Excel, relacionados com os conteúdos descritos acima auxiliaram os alunos tanto no processo de análise dos dados quanto na fundamentação de suas conclusões.

Alguns grupos escolheram seus trabalhos a partir das necessidades das empresas em que um dos participantes trabalhava. Dentre eles destacamos: (1) o estudo sobre a viabilidade da compra de tocadores de DVD e televisores para uma escola particular de ensino básico. Nele, os alunos propuseram a venda de salgadinhos e doces como alternativa para a obtenção da receita para a aquisição dos equipamentos. (2) o estudo sobre uma empresa administradora de imóveis, mais especificamente de apartamentos para estudantes. No desenvolvimento de ambos os trabalhos os alunos usaram conceitos de custo fixo, custo variável, oferta, demanda e ponto de equilíbrio. (3) o estudo sobre aspectos contábeis de uma empresa de consultoria em comércio exterior.

Outros grupos buscaram seus temas de trabalho em empresas de amigos ou de familiares. Dentre eles trazemos para este artigo o estudo para maximizar a receita proveniente da venda de antenas para Internet via rádio de uma empresa que atua no ramo de tecnologia em comunicação. A empresa, de propriedade de um amigo de um dos integrantes do grupo, tinha tido no mês que antecedeu à realização do projeto um prejuízo de cerca de R\$ 7.000,00 com a venda das antenas. Os alunos, buscando solucionar este problema da empresa, formularam três questões:

---

<sup>49</sup>Mais detalhes sobre este ambiente pode ser encontrado em FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R. Modelagem Matemática e ambiente de trabalho: uma contribuição pedagógica voltada para a aprendizagem, *RenCiMa*, v. 1, n. 1, 2010, p. 9-26. REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

- 1) Quantas unidades a empresa precisaria vender para não ter mais prejuízo?
- 2) Quantas unidades a empresa precisaria vender para que, nesse mês, além de não apresentar mais prejuízo, ela pudesse suprir o prejuízo do mês anterior?
- 3) Quantas unidades a empresa precisaria vender para alcançar a sua meta mensal que era de R\$ 50.000,00 de lucro?

No desenvolvimento do trabalho o grupo obteve as seguintes informações:

Custo fixo = R\$ 16.000,00 e custo variável = R\$ 370,00 (custo médio por antena);

Preço de venda por antena = R\$ 690,00.

Para responder à primeira questão os alunos calcularam a quantidade de antenas a ser vendida para que o lucro pudesse ser maior ou igual a zero. Assim, obtiveram

$$\text{Custo Total (CT)} = \text{Custo fixo} + \text{Custo variável} = \\ \text{R\$ } 16.000,00 + 370,00 x,$$

no qual  $x$  representa a quantidade de antenas a ser produzida.

Depois, considerando que tudo o que é produzido deve ser vendido, obtiveram

$$\text{Receita Total (RT)} = \text{R\$ } 690,00 x.$$

E, então,

$$\text{Lucro Total (LT)} = \text{RT} - \text{CT} = 690 x - (370 x + 16000)$$

Para a empresa não ter prejuízo, assumiram que  $LT \geq 0$ , e, resolvendo essa inequação, encontraram que ela deveria vender 50 ou mais unidades de antenas. Para responder à segunda questão, os alunos assumiram que teriam que resolver a inequação  $LT \geq 7000,00$ , pois o prejuízo do mês anterior havia sido de R\$ 7.000,00. Assim, resolvendo a inequação linear  $690x - (370x + 16000) \geq 7000$ , encontraram como solução  $x \geq 71,88$ , e, assim, concluíram que a empresa precisaria vender 72 ou mais unidades de antenas.

Para responder à terceira questão (lucro mensal de R\$ 50.000,00), os alunos resolveram a equação linear  $690x - (370x + 16000) = 50000$ , e obtiveram como solução  $x = 206,25$ . Eles concluíram, assim, que a empresa precisaria vender, no mínimo, 207 unidades mensais de antenas. Observamos neste momento que, por ser linear e crescente, a função lucro indica que, quanto mais antenas forem produzidas, mais alto será o lucro a ser obtido com a venda (no caso de todas as unidades serem vendidas).

Esta discussão teve seqüência quando os alunos aproximaram a receita por uma função do 2º grau, considerando, no modelo, a função demanda das antenas, dada por  $p = 690 - x$ , na qual  $p$  é o preço e  $x$  é a quantidade

demandada. A quantidade demandada ou o preço demandado de determinado produto pode ser influenciada(o) por diversos fatores. No exemplo em questão, os alunos assumiram que a variação do preço unitário ( $p$ ) em relação à quantidade demandada ( $x$ ) apresentava regularidade, e, dessa forma, usaram a função linear para representar este comportamento. A análise realizada pelos alunos indicou ser 1 a taxa de variação média do preço unitário em relação à quantidade demandada, ou seja, a queda de R\$ 1,00 no preço unitário corresponde um aumento de uma unidade na quantidade demandada. A análise também revelou ser R\$ 690,00 o preço unitário máximo da antena, isto é, se quantidade demandada é nula ( $x = 0$ ), o preço unitário é R\$ 690,00. Dessa forma, considerando a função demanda, a função Receita Total ( $RT$ ) é dada por:

$$RT = px = (690 - x)x = 690x - x^2$$

Como a função é quadrática os alunos determinaram que a quantidade de antenas que maximiza a receita ocorre no vértice da parábola,  $x_v = \frac{-b}{2a}$ , ou

seja,  $x_v = \frac{-690}{2(-1)} = 345$  antenas. Consequentemente a Receita Total máxima é

R\$ 119.025,00 (Figura 1). Mantivemos a Figura 1 como ela foi apresentada pelos alunos, incluindo os valores negativos para a Receita Total, o que não ocorre na situação real. Este fato foi bastante discutido entre os pares no momento da apresentação dos trabalhos. O mesmo ocorreu para o gráfico do Lucro Total (Figura 2).

E o Lucro Total ( $LT$ ), considerando a função demanda, é também uma função do 2º grau, dada por:

$$LT = RT - CT = 690x - x^2 - (370x + 16000) = x^2 + 320x - 16000$$

A quantidade de antenas que maximiza o lucro é obtida, igualmente, por  $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-320}{2(-1)} = 160$  antenas. E, neste caso, o Lucro Total máximo é R\$ 60.800,00 (Figura 2).

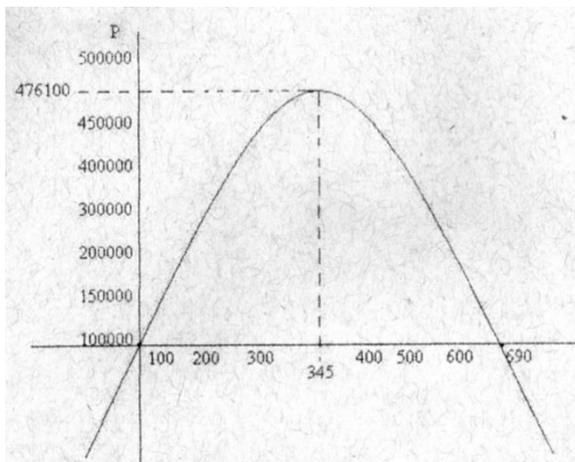


Figura 1. Receita máxima da venda de antenas

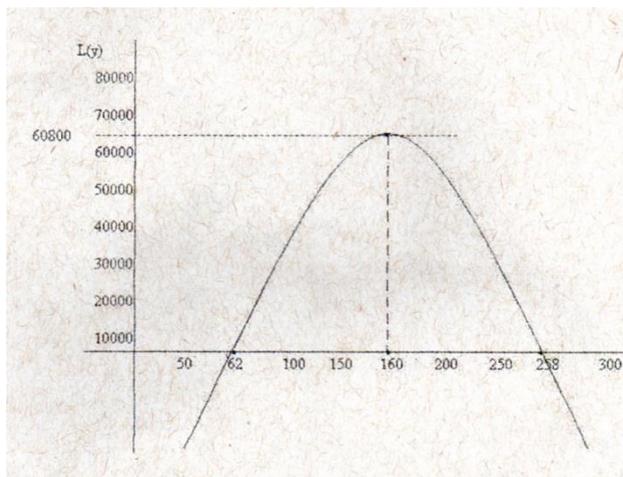


Figura 2. Lucro máximo da venda de antenas

Os alunos realizaram várias simulações alterando os dados de custo fixo, custo unitário, preço de venda unitário das antenas e função demanda das antenas, obtidos inicialmente para, no final, encontrar outras possíveis soluções. A visualização gráfica obtida pelo *software* Excel teve um papel importante nas simulações realizadas, pois à medida que os alunos alteravam os dados previamente fixados, os gráficos resultantes dessas alterações, obtidos pelos Excel, apresentavam novas respostas. Essas ações possibilitaram a obtenção de melhores soluções para os problemas propostos, bem como a realização de REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

estudos de casos, o surgimento de novas conjecturas e a valorização da aprendizagem de conteúdos matemáticos. Ressaltamos, com a intenção de valorizar o papel da ferramenta tecnológica utilizada, que os alunos vêm do ensino médio com dificuldades para desenhar gráficos, para representar analiticamente uma função, e, principalmente, para representar (e interpretar) duas ou mais funções em um mesmo gráfico. Similarmente ao percebido por Allevato (2005), notamos que os alunos ficaram entusiasmados quando descobriram que, com base na visualização gráfica, conseguiam responder às questões dos problemas.

A realização do trabalho em todas as suas etapas, aliada à apresentação dos resultados para os colegas de classe contribuiu, de um lado, para que os estudantes aprendessem conceitos externos à matemática e diretamente relacionados com suas futuras atividades profissionais. Citamos como exemplo dessa aprendizagem a melhor compreensão, por parte de alguns alunos, do significado de pró-labore e de alguns impostos decorrentes das atividades de uma empresa, bem como dos conceitos de custo fixo e de custo variável, de receita e de lucro, de oferta e de demanda, além de ponto de equilíbrio. E, de outro lado, ela contribuiu para que os estudantes adquirissem conhecimentos (ou ampliassem os que já possuíam) sobre a utilização de ferramentas computacionais, sobretudo o uso do Excel. A colaboração entre os próprios alunos (uns ajudando aos outros) e entre eles e o professor facilitou a representação gráfica de situações particulares inerentes aos seus projetos, que permitiu, em alguns casos, a visualização das funções custo, receita, lucro, oferta, demanda, e o ponto de equilíbrio. Em outros casos, os estudantes realizaram previsões com base nas curvas disponibilizadas pela ferramenta *análise de tendência* do Excel. À medida que os alunos aprendiam a utilizar o *software*, desenvolviam seus trabalhos de forma mais independente.

### **Ambiente construído na disciplina de Programação Linear em um curso de Sistemas de Informação**

Nesse curso a disciplina Programação Linear é ministrada para alunos que se encontram no terceiro ano quando, nesse momento do curso, eles, via de regra, já exercem atividades profissionais. Dessa forma, o tempo dedicado aos afazeres escolares é muito escasso, sobretudo para as disciplinas de matemática que, em geral, são vistas apenas como disciplinas de apoio àquelas que são específicas para a formação do estudante. Essa situação se agrava na medida em que os alunos não visualizam aplicação imediata do que estão aprendendo nas funções que eles exercem nas empresas em que trabalham. Acreditamos que seja essa a principal razão para as dificuldades dos alunos nessas disciplinas e isso acarreta inúmeros desconfortos, tanto para os alunos quanto para o professor. Muitas vezes os alunos dependem apenas dessas disciplinas

para se graduarem no curso e, conseqüentemente, conseguirem melhores funções nas empresas em que atuam.

Com nosso olhar nessa realidade do estudante construímos um ambiente na disciplina no qual os alunos podiam optar por temas gerais de seus interesses ou relacionados com o mundo do trabalho. Para tanto (e como também dissemos em Ferreira e Jacobini (2009)) os alunos poderiam trabalhar com dados reais ou usar informações encontradas em publicações específicas, e deveriam utilizar uma ferramenta computacional apropriada para solucionar o problema representado como Programação Linear. Com relação ao instrumento computacional eles poderiam solicitar licença ao fornecedor para utilizar um *software* específico, como por exemplo, o LINGO – Language for Interactive Optimizer, ou usar os recursos disponíveis no Excel. Pela simplicidade na entrada de dados e depois, no trabalho com esses dados, uma parte dos alunos escolheu o *software* LINGO. A outra parte, pela familiaridade com o *software* e pela facilidade de acesso a ele, optou por utilizar o Excel. Nos projetos, os alunos usaram o Algoritmo Simplex implícito no *solver* escolhido por eles, sem a necessidade de efetuarem cálculos numéricos.

Alguns grupos de alunos escolheram seus trabalhos a partir das necessidades das empresas em que um dos participantes trabalhava. Esses trabalhos relacionavam-se com (1) a otimização da linha de produção de uma fábrica de automóveis; (2) o estudo da expansão de uma empresa têxtil; (3) a otimização da alocação de funcionários de uma empresa de Call Center; (4) a otimização do corte de bobinas de aço.

Além desses alunos que optaram pelo desenvolvimento de projetos diretamente relacionados com seus ambientes de trabalho, alguns outros criaram problemas fictícios, porém relacionados com suas áreas profissionais. Incluímos nesses casos os trabalhos relacionados com (1) a otimização do número de internautas para atingir a meta de propaganda de um determinado produto; (2) a otimização da alocação de projetos em uma empresa de *software*; (3) a otimização da contratação de funcionários para uma empresa de informática.

Outros alunos preferiram criar modelos similares aos exemplos apresentados na sala de aula, mas de certo modo vinculados aos seus interesses, como, por exemplo, os projetos relacionados com (1) a otimização de culturas nas fazendas; (2) a otimização na fabricação de chocolates; (3) o problema de dieta alimentar; (4) a otimização dos recursos usados em uma fazenda; (5) a otimização da escolha do automóvel em função do seu consumo de combustível.

Destacamos aqui o trabalho relacionado com a otimização de culturas nas fazendas. Nele um fazendeiro desejava plantar para próxima safra as seguintes culturas: cana de açúcar, soja, arroz de sequeiro e linho. Para tanto ele contava com uma área de 500 ha, na qual, preferencialmente, deveriam ser

cultivadas com 100 ha com cana e 50 ha com soja e ou arroz. O restante da área era livre para o cultivo de qualquer cultura.

Os custos dos insumos por ha de cada cultura estão na Tabela 1 e os recursos de que o fazendeiro dispunha encontram-se na Tabela 2.

A expectativa de cotação para o mercado era de R\$ 560 por tonelada de arroz de sequeiro, R\$ 630 por tonelada de soja, R\$ 60 por tonelada de cana de açúcar e R\$ 50 por tonelada de linho.

Já a expectativa do fazendeiro baseado no seu conhecimento da terra e das técnicas de cultivo utilizadas era de colher 2.000 kg/ha de arroz de sequeiro, 1.800 kg/ha de soja, 40.000 kg/ha de cana de açúcar e 50.000 kg/ha de linho. O fazendeiro desejava saber qual seria a melhor distribuição das culturas para proporcionar a maior rentabilidade possível.

O grupo responsável por este projeto decidiu utilizar o *software* LINGO, cuja formulação de Programação Linear é apresentada abaixo e a resolução obtida pelo *software* encontra-se no Quadro 1.

Tabela 1. Custos dos insumos das culturas

Insumos	Cultura			
	C. de Açúcar	Soja	Arroz de sequeiro	Linho
Homens (hora/ha)	40	20	20	25
Trator médio porte (hora/ha)	10	20	15	10
Colheitadeira grande (hora/ha)	0	2	1	2
Cortadeira média (hora/ha)	2	0	0	0
Carreta de transporte (hora/ha)	2	2	1	2
Adubo nitrogenado (kg/ha)	50	0	0	10
Adubo potássio (kg/ha)	50	30	30	5
Adubo fósforo (kg/ha)	5	20	20	30
Água (m <sup>3</sup> /ha)	15	25	25	20
Inseticida (kg/ha)	4	10	5	4
Herbicida (kg/ha)	4	6	6	2

Tabela 2. Disponibilidade dos insumos

Insumo	Recurso disponível
Horas homens por dia	20000
Horas/dia de trabalho dos tratores médio	15000
Horas/dia de trabalho da colheitadeira grande	6000
Horas/dia de trabalho da cortadeira média	700
Horas/dia de carretas de transporte	30000
Toneladas de adubo nitrogenado	6
Toneladas de adubo potássio	12
Toneladas de adubo fósforo	6

m <sup>3</sup> de água disponível na propriedade	15000
Toneladas de inseticida	3,2
Toneladas de herbicida	2

Variáveis de decisão:

$z$  = expectativa de ganho;

$x_1$  = área (ha) de cana de açúcar;

$x_2$  = área (ha) de soja;

$x_3$  = área (ha) de arroz de sequeiro;

$x_4$  = área (ha) de linho;

Max  $z = 2400x_1 + 1134x_2 + 1120x_3 + 2500x_4$ ;

Restrições:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$ ; Área (ha) plantada;

$x_1 \geq 100$ ; Área mínima (ha) plantada com cana;

$x_2 + x_3 \geq 50$ ; Área mínima (ha) plantada de soja e arroz;

$40x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 25x_4 \leq 20000$ ; Horas homens disponíveis;

$10x_1 + 20x_2 + 15x_3 + 10x_4 \leq 15000$ ; Horas trator médio disponíveis;

$2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 6000$ ; Horas colheitadeira disponíveis;

$2x_1 \leq 700$ ; Horas cortadeira disponíveis;

$2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 30000$ ; Horas de carretas de transporte disponíveis;

$50x_1 + 10x_4 \leq 6000$ ; Quantidade (kg) de adubo nitrogenado disponível;

$50x_1 + 30x_2 + 30x_3 + 5x_4 \leq 12000$ ; Quantidade (kg) de adubo potássio disponível;

$5x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 30x_4 \leq 6000$ ; Quantidade (kg) de adubo fósforo disponível;

$15x_1 + 25x_2 + 25x_3 + 20x_4 \leq 15000$ ; Quantidade (m<sup>3</sup>)de água disponível;

$4x_1 + 10x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 3200$ ; Quantidade (kg) de inseticida disponível;

$4x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 \leq 2000$ ; Quantidade (kg) de herbicida disponível;

$x_1 x_2 x_3 x_4 \geq 0$

Na representação do problema os alunos necessitaram trabalhar com unidades de medidas, convertendo quilogramas em toneladas. Além disso, foi necessário rever a função objetivo, pois inicialmente os alunos haviam multiplicado a cotação para o mercado da cultura (R\$ por tonelada) pela variável de decisão (ha da cultura), o que não resulta em reais. Os alunos corrigiram esse erro usando a informação dada pelo fazendeiro referente a expectativa do cultivo da cultura (kg por ha).

Como era de se esperar, e em relação a todos os projetos, os alunos apresentaram dificuldades na interpretação da solução emitida pelos *softwares*, na identificação da solução ótima e do valor da função objetivo, na compreensão do significado das variáveis de folga (*slack*) e de excesso

(*surplus*), bem como do *dual price*. Essas dificuldades foram parcialmente solucionadas quando, com base nas discussões em sala de aula, os alunos relacionaram as representações das soluções encontradas com os conceitos estudados ao longo do curso. Citamos como exemplo o momento pedagógico em que os estudantes observaram a aplicação de vários conceitos trabalhados na sala de aula, como aqueles relacionados com as variáveis de folga e de excesso e também com a teoria da Análise de Sensibilidade. O uso dos aplicativos permitiu realizar várias simulações, contribuindo para o entendimento da teoria estudada além de possibilitar fazer comparações entre os *softwares*.

Quadro 1. Solução obtida no *software* LINGO

Global optimal solution found.		
Objective value:	631750.0	
Total solver iterations:	4	
Variable	Value	Reduced Cost
X1	100.0000	0.000000
X2	125.0000	0.000000
X3	0.000000	14.00000
X4	100.0000	0.000000
Row	Slack or Surplus <sup>50</sup>	Dual Price <sup>51</sup>
1	631750.0	1.000000
2	175.0000	0.000000
3	0.000000	-1878.500
4	75.00000	0.000000
5	11000.00	0.000000
6	10500.00	0.000000
7	5550.000	0.000000
8	500.0000	0.000000
9	29350.00	0.000000
10	0.000000	79.90000
11	2750.000	0.000000
12	0.000000	56.70000
13	8375.000	0.000000
14	1150.000	0.000000
15	650.0000	0.000000

<sup>50</sup> *Slack* representa a variável de folga da restrição da inequação  $\leq$ , isto é, a folga para se obter a restrição de igualdade e *surplus* representa a variável de excesso da restrição de desigualdade  $\geq$ , isto é, o excesso para se obter a restrição de igualdade.

<sup>51</sup> *Dual Price* fornece a informação sobre os recursos (restrições), indicando como quanto lucrativo poderia ser o aumento ou a diminuição deles.

As dificuldades na compreensão de conceitos relacionados com a teoria da Análise de Sensibilidade foram parcialmente sanadas na medida em que os alunos, com base nas simulações que eles realizaram com o apoio do LINGO ou do Excel, puderam perceber a praticidade dessa teoria. Isso foi bastante discutido no momento das apresentações dos trabalhos, quando os resultados dessas simulações puderam ser comparados com aqueles encontrados na teoria, o que dificilmente poderia ser comprovado na sala de aula devido a quantidade excessiva de cálculos.

### **Ambiente construído na disciplina de Estatística em um curso de Administração**

O terceiro ambiente foi ministrado no 3º semestre do curso, e nesse caso, os alunos já haviam cursado, no ano anterior, a disciplina Matemática para Administração. Nesse ambiente os alunos, trabalhando em grupos, foram incentivados a aplicar, em problemas de seus interesses (projetos), os conteúdos estatísticos que estavam sendo trabalhados durante as aulas.

Para a realização dos projetos foram feitas algumas recomendações relacionadas com a escolha do tema de trabalho pelos grupos e a respectiva justificativa; os objetivos; a escolha de no mínimo três variáveis qualitativas e três quantitativas; a elaboração de um instrumento de coleta de dados (questionário); a realização de cruzamentos entre as variáveis envolvidas na pesquisa e os seus respectivos gráficos; a obtenção de algumas medidas estatísticas tais como média, moda e mediana, estudo da simetria, desvio padrão e coeficiente de variação; a escolha de variáveis quantitativas discretas para estudar sua correlação e a inserção de gráficos de dispersão exibindo a reta de regressão e o coeficiente de determinação. Os relatórios apresentados pelos grupos seguiram a seguinte estrutura: Introdução; Coleta de dados; Apresentação dos dados; Análise e discussão dos resultados; Conclusões e comentários finais; Referências bibliográficas.

Após cumprir as etapas programadas para o desenvolvimento dos projetos os alunos analisaram e interpretaram os resultados obtidos e, em seguida, compararam esses resultados com os de outras pesquisas disponíveis na internet e nos jornais relacionadas com os seus temas. Os grupos entregaram relatórios parciais nos encerramentos de cada uma das etapas previstas, o que possibilitou a construção de ambientes apropriados para discussões que, em alguns casos, contribuíram para mudanças de direções e para as orientações da professora.

Os seguintes temas foram escolhidos: Alimentação dos estudantes; Bebidas; O uso do Computador; Futebol e Sociedade; Meios de Informação; Mc Donald's; Preocupação com a saúde; Qualidade no transporte público na cidade de Campinas; Viagens; Avaliando o Nível da alimentação.

Os grupos definiram as variáveis a serem pesquisadas, resultando na elaboração de um questionário para posteriormente ser aplicado aos seus entrevistados. A maioria deles continha as seguintes variáveis: gênero, idade, renda e escolaridade. Os alunos puderam observar a importância de se ter um conhecimento claro das variáveis a serem incluídas no questionário, com vistas ao estudo de um possível relacionamento entre elas bem como a sua coerência com os objetivos propostos.

As amostras foram escolhidas por conveniência, principalmente pela facilidade de acesso às pessoas a serem entrevistadas. Os questionários foram aplicados pessoalmente, por telefone ou por e-mail. Em uma das aulas abordamos os softwares que seriam utilizados pelos alunos: a tabela dinâmica do Excel e o EstatD+<sup>52</sup>.

Após a apresentação dos relatórios parciais, os alunos participaram de uma atividade no Laboratório de Informática, centrada na simulação de resultados amostrais e coordenada por um dos autores deste trabalho. Nessa atividade, com base nos resultados das eleições presidenciais de 2010, os alunos puderam vivenciar na prática como são as relações envolvendo tamanho das amostras, margem de erro e nível de confiança.

Observamos, principalmente na etapa dos cruzamentos das variáveis realizada por meio da tabela dinâmica, o envolvimento dos alunos, demonstrando criticidade na leitura dos dados obtidos em suas pesquisas e nas discussões sobre os resultados encontrados. Alguns cruzamentos surpreenderam os próprios alunos, pois mostraram resultados inesperados, enquanto que outros apenas confirmaram o que já era esperado. Isso despertou o interesse dos alunos em confrontar os resultados encontrados com o que a mídia tem revelado sobre os temas, mostrando que a Estatística pode contribuir para a compreensão crítica das informações divulgadas nos diversos meios de comunicação. Nesse sentido, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) assinalam o papel da Estatística no sentido de valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno.

Em relação às medidas estatísticas, todos os grupos usaram o Excel para obter as seguintes medidas para as variáveis idade e renda: média, moda, mediana, desvio padrão e coeficiente de variação. Além dessas variáveis comuns a todos os grupos, foram calculadas as mesmas medidas estatísticas para outras variáveis específicas de cada grupo. Os alunos também usaram o Excel para obter o coeficiente de correlação linear (dado pela raiz quadrada do coeficiente de determinação) e a reta de regressão para algumas variáveis.

Os alunos organizaram os dados, construíram tabelas e gráficos, usaram as ferramentas estatísticas adequadas (medidas de posição e dispersão, variáveis qualitativas e quantitativas, coeficiente de correlação, etc.) por meio

---

<sup>52</sup>Esse *software* é livre e pode ser obtido em [www.calculo.iq.unesp.br/estatistica.html](http://www.calculo.iq.unesp.br/estatistica.html). REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

da planilha Excel para a descrição e interpretação dos resultados de suas pesquisas.

Um momento significativo no cenário construído evidenciou-se quando alguns grupos discutiram os cruzamentos de seus resultados sobre legislação e políticas públicas com os encontrados na mídia (jornais, revistas, internet), proporcionando um envolvimento mais crítico e uma maior percepção da responsabilidade social. Essa etapa do trabalho foi muito importante para os alunos porque, além do conhecimento adquirido no manuseio com as ferramentas disponíveis no Excel, alguns resultados obtidos favoreceram os debates entre os elementos dos grupos e também entre os demais alunos da classe, principalmente no momento da apresentação de seus resultados.

Citamos como exemplo dessa situação o resultado apresentado no relacionamento entre as variáveis “Conhecimento de Informática” e “Importância do Uso do Computador”, mostrando que a maioria das pessoas acredita que tem conhecimento do computador e considera o seu uso fundamental. Ao compararem os seus resultados com aqueles apresentados pela mídia, observaram que nos anos de 2002 a 2007 o Brasil foi um dos países com maior demanda do número de computadores.

Os alunos observaram a necessidade dos conteúdos estatísticos para a resolução dos problemas levantados. Nessa linha, Batanero e Godino (2005) destacam o papel da Estatística na sociedade moderna, no sentido de prover ferramentas metodológicas para análise dos dados, para descrição e quantificação do relacionamento de variáveis, para o planejamento e análise de estudos e experimentos, para estimação e para tomada de decisões em situações de incerteza.

### **Considerações finais**

Com os cenários construídos, tal como preconizado por Skovsmose (2008), valorizamos um processo educacional problematizador, dialógico, estimulando a crítica, a criatividade e a reflexão do aluno sobre os diversos temas por eles escolhidos e que, em alguns casos, tinham relação muito próxima com a sua realidade.

Observamos que ambientes pedagógicos centrados em temas cotidianos ou profissionais, geralmente do interesse dos alunos e apoiados pela tecnologia, contribuem favoravelmente para minimizar o sentimento de irrelevância de disciplinas da área de matemática, comum entre os estudantes, já que neles os alunos podem, via de regra, relacionar conteúdo programático com aplicações do cotidiano do seu mundo do trabalho, atual ou futuro. Além disso, eles podem imergir em conceitos que vão acompanhá-los por toda a sua vida profissional e constatar que essa relação pode auxiliar não apenas na obtenção de resultados para os problemas formulados, mas também em momentos que exigem alguma tomada de decisão.

A realização dos projetos possibilitou o crescimento dos estudantes em vários aspectos e, dentre eles, destacamos a aprendizagem dos conceitos estudados, a aplicabilidade das ferramentas disponíveis no Excel e/ou LINGO e a discussão gerada pelos integrantes dos grupos e entre os grupos, desenvolvendo posturas e atitudes que os tornaram mais críticos, mais colaborativos, mais conscientes e mais envolvidos com os problemas relacionados aos temas que eles trabalharam.

Nessa mesma direção constatamos que o emprego da tecnologia, mais especificamente dos *softwares*, na resolução dos problemas permite uma maior interação entre os alunos, gera mais conhecimento e contribui para a percepção da relação entre conteúdos curriculares inerentes às disciplinas de Matemática, Estatística e Programação Linear com situações reais. Consideramos significativa essa percepção, já que os alunos, de um modo geral, reclamam justamente de que, nas aulas ministradas de forma tradicional, não são perceptíveis relações entre o que aprendem e suas realidades profissionais. Além disso, as ferramentas tecnológicas possibilitam o tratamento de situações reais que envolvem diferentes níveis de complexidade.

Ressaltamos, ao concluir, que a modelagem matemática associada ao uso de tecnologia ajuda a destacar a necessidade dos conteúdos ministrados, podendo minimizar as dificuldades dos alunos e ao mesmo tempo proporcionar uma postura mais reflexiva e crítica e como consequência diminuir a tensão durante as aulas dessas disciplinas.

## Referências

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados**: Análise de uma Experiência. 2005. 370 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Education Studies in Mathematics**, v. 52, n. 3, 2003, p. 215-241.
- BARBOSA, J. C. Mathematical Modelling in classroom: a critical and discursive perspective. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, 2006, p. 293-301.
- BATANERO, C.; GODINO, J. Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In: Luengo, R. (Ed.). **Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas**, 203-226. Badajoz: Universidad de Extremadura, 2005.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication

technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: U.S.A., Springer, v. 39, 2005.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**, 3. ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**, Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011.

CROUCH, R.; HAINES, C. Mathematical modeling: transitions between the real world and the mathematical model. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 35, n. 2, 2004, p. 197-206.

FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R. Mathematical modelling: from classroom to the real world. In: Blomhoj, M.; Carreira, S. (orgs.). *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*. **IMFUFA tekst**. n. 461, 2009, p. 35-46.

GALGRAITH, P.; STILMAN, G. A framework for identifying student blockages during transitions in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 2, 2006, p. 143-162.

GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. Formação de professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. **Acta Scientiae**, v. 8, n. 2, 2006, p. 19-28.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 12. ed. Campinas: Editora Papirus, 2000.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**, 1 ed. São Paulo: Editora Cortez, 2004, p. 283-295.

SALSBURG, D. **Uma senhora toma chá ...: como a estatística revolucionou a ciência no século XX**. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2009.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas: Editora Papirus, 2008.

STEWART, J. **Cálculo**. 6. ed. São Paulo: Editora Cengage Learning, 2009.

VALENTE, J. A. **Diferentes Usos do Computador na Educação**. Disponível em: [www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/sep1.pdf](http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/sep1.pdf). Acesso em: 28 maio de 2008, 2008.

Denise Helena Lombardo Ferreira  
Pontifícia Universidade de Campinas – PUCAMP – Campinas –  
Brasil

**E-mail:** lombardo@puc-campinas.edu.br

Otávio Roberto Jacobini  
Pontifícia Universidade de Campinas – PUCAMP – Campinas –  
Brasil

**E-mail:** otavio@puc-campinas.edu.br

Celso Ribeiro Campos  
Pontifícia Universidade de São Paulo – PUCSP – São Paulo – Brasil

**E-mail:** crcampos@pucsp.br

Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP – Rio Claro –  
Brasil

**E-mail:** mariallw@rc.unesp.br

**TECNOLOGIAS DIGITAIS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA DE SURDOS****DIGITAL TECHNOLOGIES AND MATHEMATICS EDUCATION FOR DEAF]**

Jurema Lindote Botelho Peixoto  
*Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – Brasil*  
Felix Diaz  
*Universidade Federal da Bahia-UFBA-Salvador-Brasil*

**Resumo**

O presente texto discute a inserção das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação na educação matemática de surdos. Apresenta-se como pano de fundo o protagonismo dos sujeitos na produção do conhecimento na contemporaneidade e o contexto da educação matemática de surdos na escola. Vislumbram-se as possibilidades dadas pelas representações do conhecimento matemático no ambiente digital. Esses ambientes transformam o conhecimento matemático e podem privilegiar representações semióticas favoráveis para aprendizes surdos, promovendo um novo espaço de interação social, participação, colaboração e de produção de significados matemáticos permeados por sua cultura.

**Palavras-chave:** Tecnologias digitais, Educação Matemática, Conhecimento Matemático, Aprendizes Surdos.

**Abstract**

This paper discusses the insertion of digital technologies of information and communication in the mathematics education of the deaf. The role of the subjects in the production of knowledge, in contemporary times, and the context of mathematics education of the deaf in school are presented as background. Some possibilities given by mathematical knowledge representation in the digital environment are glimpsed. These environments that transform mathematical knowledge can favor semiotic representations for deaf learners, promoting a new space for social interaction, participation, collaboration, and production of mathematical meanings permeated by their culture.

**Keywords:** Digital technologies, Mathematics Education, Mathematical Knowledge, Deaf Learners.

## Introdução

Já não é novidade afirmar que o acelerado desenvolvimento das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC)<sup>53</sup>, principalmente, nas duas últimas décadas, desenhou novas configurações de ordem social, econômica, política e tem influenciado diretamente os meios de produção na sociedade.

Tratando do desenvolvimento das TDIC e sua implicação em todas as esferas da sociedade, Santaella (2003, p. 23) chama atenção para os interesses corporativistas que vão influenciando as mudanças tecnológicas da sociedade capitalista e mudando estrategicamente sua estrutura. Dada a importância dessas mudanças, defende a necessidade da produção de conceitos, por parte dos “intelectuais, pesquisadores e mestres” para a compreensão das complexidades dessa realidade sempre provisória.

Faz-se necessário entender, nas palavras de Selwyn (2010, p. 24), “a natureza inconstante da atividade *online* contemporânea” que reflete fortemente nas formas de construção/difusão do conhecimento e no papel do sujeito frente a esse conhecimento. Por exemplo, a *web 2.0*<sup>54</sup>, dispendo de conteúdos digitais produzidos, criticados e reconfigurados “por uma massa de usuários – que tem sido descrita como a conectividade de “muitos-para-muitos” (many-to-many) em oposição à transmissão “um-para-muitos” (one-to-many)” (p. 24), potencializou “formas de publicação, compartilhamento e organização de informação, ampliando os espaços de interação” (HALMANN; PRETTO, 2011, p. 225), alterando o papel dos sujeitos sociais; antes, alvos do conhecimento; e, agora, tendo visibilidade como:

sujeitos sociais, que se apropriando e construindo a *web* contemporânea, permeada por seus (do sujeito) contextos, problemáticas, condições, autorias e arquiteturas, “provocam” um contexto novo, imprimem suas identidades e contribuem assim, para as identidades emergentes do todo, participando ativamente do processo de produção de conteúdo, apropriação de conceitos e propagação de ideias (HALMANN; PRETTO, 2011, p. 222).

---

<sup>53</sup> TDIC refere-se à integração das tecnologias digitais com as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), conforme Alonso (2002). *Tecnologia digital* é fundamentada na lógica binária (1 ou 0, alternadamente) para a disponibilização da informação. “A informação conquista plasticidade, podendo ser convertida e apresentada na forma textual, sonora e de imagens, e manipulada em diferentes recursos computacionais”, conforme Santarosa et al. (2010, p. 78).

<sup>54</sup> Caracterizada por um conjunto de técnicas e serviços que determinam um período tecnológico em que se destacam novas estratégias mercadológicas e processos de comunicação mediados pelo computador, conforme Primo (2007 apud HALMANN; PRETTO, 2011, p. 225).

Configura-se, dessa forma, uma fase nova e complexa nas relações entre sujeito-conhecimento e sujeito-sujeito. O protagonismo do sujeito na produção do conhecimento, bem como as novas formas de ser, viver, ensinar e aprender têm exigido repensar conceitos sobre o processo formal de educação.

Por outro lado, uma educação centrada na transmissão de conhecimentos não tem dado conta da inclusão de todos os alunos na escola, como recomenda a Política de Inclusão<sup>55</sup>.

No que concerne à inclusão de alunos surdos<sup>56</sup> na escola, apesar da legalização da Língua Brasileira de Sinais (Libras)<sup>57</sup> como a língua oficial do surdo, e da presença de um intérprete na sala de aula, observam-se poucos avanços em direção a uma aprendizagem significativa das disciplinas escolares. Inclusive, de uma aprendizagem matemática significativa que permita ao surdo construir/difundir conhecimento, avançando nos níveis de escolaridade e tendo oportunidades de participar da sociedade como trabalhadores, acadêmicos, cidadãos conscientes e críticos.

Para enfrentarmos essa realidade, como pesquisadores professores de matemática, precisamos investigar todas as possibilidades para uma educação matemática mais democrática para esses sujeitos, junto com eles, conhecendo suas especificidades, bem como suas atuais reivindicações e demandas.

Nesse momento, consideramos pertinente refletir sobre o papel das tecnologias digitais na educação de surdos; porque, cada vez mais, utilizam-se sofisticados recursos multimídias nos processos comunicativos que poderão beneficiar a educação de surdos<sup>58</sup>. Além disso, o Decreto 5.626/2005, no Cap. VIII, Artigo 14 estabelece que “as instituições federais devem disponibilizar

---

<sup>55</sup> Estabelece as diretrizes e bases da educação brasileira e postula que a educação especial deve ser oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para alunos com necessidades educacionais especiais. Esta mesma Lei, no Artigo 59, expõe que os sistemas de ensino devem assegurar a tais alunos, currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específica para atender às suas necessidades, conforme a Lei 9.394 no Cap. V, Artigo 58 e 59 (BRASIL, 1996).

<sup>56</sup> Neste texto, utilizamos o termo “surdo” para nos referirmos preferencialmente aos surdos de grau profundo (mínimo resíduo auditivo) que se comunicam através da Língua de Sinais.

<sup>57</sup> A Lei nº 10.436/02 reconhece a Libras como meio legal de comunicação e expressão. O decreto nº 5.626/2005 insere a Libras como disciplina curricular obrigatória nos cursos de formação de professores para o exercício do magistério, em nível médio e superior, e para os cursos de Fonoaudiologia, nas instituições públicas e privadas (BRASIL, 2002, 2005).

<sup>58</sup> Alguns recursos referem-se às Tecnologias Assistivas: conjunto de recursos (produtos, instrumentos, equipamentos ou tecnologias adaptadas, pode incluir as TDIC) que contribuem para independência e qualidade de vida das pessoas com necessidades especiais, conforme Santarosa et al. (2010, p. 289-291). Mas não constituem o foco particular desse texto.

equipamentos, acesso às novas tecnologias de informação e comunicação, bem como recursos didáticos para apoiar a educação de alunos surdos ou com deficiência auditiva” (BRASIL, 2005). Contudo nossa intenção se afasta da defesa de um “determinismo tecnológico” na educação ou da defesa de fórmulas prontas para o ensino de matemática para surdos. Queremos olhar para as possibilidades de *ser e estar-sendo-com* as tecnologias. Nessa relação, assumimos a tecnologia como

não asséptica e a competência técnica um engajamento político que reforça o coletivo social em um engendramento interativo, pois o mundo das novas tecnologias está intimamente ligado ao mundo da subjetividade e da criatividade humana (PRETTO, 2000, p. 173).

Tomando esse contexto como pano de fundo, a finalidade deste texto é refletir sobre a inserção das tecnologias digitais na educação matemática de surdos, indagando como tais tecnologias podem contribuir para a produção de significados matemáticos para esses aprendizes. Vale mencionar que o objetivo é destacar a importância de abrir novas frentes de pesquisa em educação matemática inclusiva no campo das TDIC. Para tanto, desenvolvemos uma aproximação desse campo, buscando o diálogo com pesquisas e aportes teóricos<sup>59</sup> que enfatizam as interações entre as categorias – educação de surdos, educação matemática e TDIC – para produzir e compartilhar sentidos com os interlocutores.

Nesse movimento, deslocamos nosso olhar para a vivência dos surdos na escola regular, os impasses na educação matemática, tendo em vista o ensino e a aprendizagem. Em seguida, focamos nosso olhar para a inserção das tecnologias digitais na educação de surdos e as possibilidades para o ensino e a aprendizagem da matemática, considerando as pesquisas em educação matemática e TDIC. Finalmente, apresentamos nossas considerações finais.

### **Alunos surdos na escola regular: ensino e aprendizagem de Matemática**

A escola brasileira, a partir do paradigma da inclusão, tem recebido cada vez mais alunos surdos que se comunicam por meio da Libras nos diversos níveis de proficiência. Entretanto a comunicação entre professores de matemática e alunos surdos ainda é precária.

Segundo pesquisa de Peixoto e Cazorla (2011), os professores de matemática sentem-se impotentes por conta da falta de preparação para assumir

---

<sup>59</sup> Em nível nacional e internacional, nas duas últimas décadas, quando começou a ser pesquisada e discutida a Educação Inclusiva, com enfoques na surdez e TDIC. Nesse texto, entendemos diálogo, como Mariotti (2001, p. 1): “um método de conversação que busca (...) produção de percepções e idéias novas. O diálogo amplia a percepção cooperativa do real. Sua marca fundamental é, pois, a fertilização mútua”.

o desafio de dividir atenção entre aluno surdo e os demais alunos. Dentre outras dificuldades, assinalam a falta de material adequado para contextualizar e a necessidade de melhor intercâmbio deles com o intérprete para mediar o conhecimento matemático porque ainda não dominam a Libras. Discutindo esse contexto, Vasconcelos (2010) afirma que os professores continuam usando metodologias feitas para ouvintes, sem contar a ausência de vocabulário específico de matemática em Libras; portanto os surdos ficam prejudicados por dificuldades óbvias de comunicação. Entretanto, sublinhamos, a falta de alguns sinais para a matemática não é uma deficiência da Libras; pois, como toda língua, ela é viva e está em expansão, e o que falta muitas vezes é o vocabulário para determinadas áreas específicas.

Esse panorama também tem motivado a comunidade surda no Brasil a exigir a manutenção das escolas exclusivas de surdos que ainda existem no país e a criação de escolas bilíngues<sup>60</sup>, sendo contrária à inclusão como é praticada hoje nas escolas, pois muitos surdos não estão avançando na aprendizagem efetiva dos conteúdos escolares.

Nesse sentido, a educação de surdos oferecida na perspectiva inclusiva deve ser questionada, tendo como pressuposto básico que não basta a inclusão deles no sistema escolar, é necessário garantir a permanência e continuidade dos estudos, pois apenas 3% terminam este nível de ensino, e o total de surdos excluídos do sistema escolar ainda é 710.320 (FENEIS, 2012).

Recentemente, as pesquisadoras surdas Perlin e Strobel (2006), fizeram a defesa de uma Pedagogia Surda, fundamentada nos Estudos Culturais. Para isso propõem um afastamento das modalidades tradicionais de educação que buscam a “normalidade” através de métodos clínicos e uma aproximação da modalidade da diferença que valorize a identidade surda, a Língua de Sinais, as narrativas surdas e sua experiência visual. O objetivo desse movimento é mudar a representação da surdez de “deficiência”, muito vinculada a discursos clínicos, para “diferença cultural”.

Os surdos, assim como tantos outros grupos historicamente marginalizados, têm exigido os seus direitos e, entre eles, uma educação de qualidade com reais possibilidades de desenvolvimento.

Deste modo, avançar em direção a um paradigma de maior qualidade “exige desenvolver um trabalho enfocando a questão das representações sobre os surdos e a questão da identidade, construindo uma Pedagogia Surda que apresenta a surdez como uma *experiência visual*” (STUMPF, 2008, p.26).

---

<sup>60</sup> O bilinguismo para surdos preconiza o domínio da língua de sinais como primeira língua (língua materna), e a língua portuguesa escrita (no caso do Brasil) como segunda língua. O decreto 5.626/2005 prevê a organização de turmas bilíngues na escola regular, constituídas de surdos e ouvintes (BRASIL, 2005). Mas os surdos reivindicam escolas bilíngues fundamentadas no respeito à cultura e à comunidade surda e fora do contexto da inclusão.

Corroborando com isso, Dorziat (2009) alerta para a instituição de um espaço específico para os surdos, desde uma perspectiva multicultural, pois há muita ênfase na busca de métodos redutores para os problemas surgidos na sala de aula, evidenciando a “normalização”, a adaptação social, que tende a valorizar as técnicas e os métodos. Mas a autora destaca que o *como fazer* está ligado ao *por que*, *para que* e *para quem*. Nesses questionamentos, deve-se buscar clareza “sobre quem é o surdo a quem ensinamos, sobre o que almejamos para ele e, acima de tudo, sobre o que ele almeja para si próprio” (p. 28).

No decorrer dos anos, uma variedade de pesquisas, geralmente fora do país, mostrou dificuldades de surdos em matemática quando comparados com ouvintes. Dentre vários aspectos mencionados nestes estudos, todos apontam para entraves em relação ao acesso ao conhecimento informal da matemática que por sua vez desempenha um papel importante na aprendizagem formal dos conceitos matemáticos (LEITE, 2007).

Nunes (2011, p. 2) ressalta que “apesar de muitos avanços na educação dos alunos surdos, seu rendimento médio em matemática não tem mostrado progresso”. Porém argumenta que esse baixo rendimento não está associado à surdez em si, ou a um nível intelectual mais baixo decorrente da surdez, pois várias pesquisas já derrubaram esse argumento (BRADEN, 1994 apud NUNES et al., 2011). Para Nunes (2004), a surdez não pode ser considerada a causa da dificuldade em matemática, mas um fator de risco; porque as crianças surdas processam informações de forma diferente: sua memória de eventos espaciais é superior à memória de eventos sequenciais, quando comparadas com ouvintes. Além disso, suas experiências informais com a matemática também deixam a desejar e “o acesso à comunicação sendo mais difícil, o ensino e a aprendizagem ficam prejudicados” (p. 20). Segundo a autora, o sucesso na aprendizagem pode ser alcançado através de intervenções apropriadas de ensino, que podem incluir a utilização de representações espaciais.

Na realidade, a surdez afeta o canal auditivo e, em certo sentido, pode comprometer o processo de internalização dos significados da cultura, uma vez que, através do ouvido, recebemos uma gama de informações relevantes vinculadas à modalidade oral, que é a dominante na nossa sociedade.

Partilhamos do consenso de que a surdez não implica em dificuldades da aprendizagem da matemática. Contudo tendemos a concordar que a surdez pode comprometer a apropriação dos conceitos matemáticos devido ao “isolamento” social que causa, tanto fora da escola, onde não existe contato com o conhecimento “informal” da matemática, como dentro da escola, onde não existem, ainda, práticas matemáticas em Libras bem estabelecidas.

Assim, “não é a surdez que compromete o desenvolvimento do surdo, e sim a falta de acesso a uma língua” (GESSER, 2009, p.76). “Tornar visível a língua desvia a concepção da surdez como deficiência, vinculadas às lacunas na

cognição e no pensamento, para uma concepção da surdez como diferença linguística e cultural” (p. 10). Para nós, isso sinaliza que situações de aprendizagem para esses indivíduos não podem deixar de considerar suas experiências culturais, visuais e na Língua de Sinais.

Tendo em vista essas considerações, faz-se necessário buscar e promover ambientes favoráveis para que os alunos surdos possam se desenvolver plenamente na aprendizagem matemática.

### **Ambientes digitais promovem a educação matemática de surdos?**

Ambientes digitais constituem uma realidade inerente à vida das pessoas hoje. *Smartphones, tablets, notebooks* são peças quase inseparáveis dos corpos humanos. Neles as pessoas transitam entre o mundo real e o mundo virtual, sejam elas pessoas ouvintes, surdas, cegas ou com qualquer outra diferença. Parece que os recursos multissensoriais das TDIC estão dando conta da inclusão sociodigital dos “diferentes” na sociedade, mas como podemos aproveitar essas possibilidades para a educação formal dessas pessoas?

De acordo com Schneider, Santarosa e Conforto (2011, p. 3), algumas pesquisas mostram a importância das TDIC no processo de desenvolvimento dessas pessoas, “proporcionando a quebra de obstáculos e a transposição de barreiras”. Particularmente, o trabalho do Núcleo de Informática na Educação Especial, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul tem assinalado que as TDIC “abrem portas, amenizando a discriminação social diminuindo a segregação ao proporcionar que todos possam demonstrar suas capacidades”. As pesquisas desse grupo se fundamentam na perspectiva sociointeracional de Vigotsky, referindo-se, principalmente, ao contexto da educação inclusiva.

A educação mediada pelas TDIC, segundo Santarosa et al. (2010, p. 21), “impulsiona um ajuste às especificidades e a variedade de histórias de vida de indivíduos em processo educativo, enquanto valoriza a diversidade humana e permite que a heterogeneidade seja lida com vantagem e não como prejuízo”. Contudo ressaltam que o uso das TDIC deve acompanhar um qualificado plano pedagógico.

Concordamos que o uso das TDIC, por si só, não garante sucesso nas atividades de ensino e aprendizagem. É preciso definir bem os objetivos da atividade, conhecer os interesses dos alunos, o ambiente digital, prever o inusitado, o conteúdo específico, a abordagem epistemológica utilizada para trabalhar os conteúdos nesse ambiente.

Por outro lado, os problemas relativos à inclusão efetiva das TDIC na escola também dependem de contextos sociais e políticos mais amplos. É o que destaca a pesquisa de Santarosa, Conforto e Schneider (2012, p. 8). Analisando o desenvolvimento e as práticas das políticas voltadas para a implementação das TDIC na escola, observaram a falta de articulação dessas com a Política de Inclusão. As autoras avaliaram a acessibilidade aos *laptops* educacionais do

*Programa um Computador por aluno (PROUCA)*<sup>61</sup> e identificaram que a tecnologia ofertada não atendia ao processo de inclusão sociodigital de alunos com deficiência: *hardware* (“tamanho de tela reduzido: 7, teclado sem espaçamento entre teclas, memória Flash Disk com apenas 4GB, não apresenta saída VGA”) e de *software* (“sistema não apresenta pacote consistente de acessibilidade, sistema não suporta a instalação de *softwares* que não sigam a lógica GNU/Linux baseada em Fedora, *interface* em K Desktop Environmen, KDE voltada para Desktops”). Concluem que não basta apenas ofertar um computador para cada aluno sob uma lógica homogênea, como se todos os alunos fossem iguais, mas assegurar as condições para que todos sejam, de fato, incluídos.

Com relação à inserção das tecnologias digitais na construção de práticas inclusivas para alunos surdos, algumas pesquisas (VALENTINI, 2009; ARCOVERDE, 2011; CAMPOS; SANTAROSA; GIRAFÁ, 2002; MARTINS, 2005) concordam que as TDIC “otimizam a compreensão multisensorial da realidade e instituem novas interfaces para o ensino e a aprendizagem, diferentemente das práticas tradicionais que estruturam o processo educativo” (SANTAROSA et al., 2010, p. 343). Entretanto, de modo geral, ainda observamos nas escolas inclusivas, quando existem, práticas voltadas apenas para o uso das tecnologias como recurso didático, reproduzindo contextos semelhantes aos da sala de aula tradicional, impedindo os alunos (tanto surdos como ouvintes) de participarem na reelaboração e construção do conhecimento matemático através de práticas exploratórias-investigativas.

As escolas ainda não despertaram para as possibilidades das TDIC na educação de surdos. Seu foco tem sido a “aquisição de ‘ferramentas pedagógicas’, destinadas ao desenvolvimento de habilidades específicas como falar, ler e escrever ou a meros instrumentos de comunicação” (BASSO, 2003, p. 125). Dentre outros aspectos, a autora destaca que a efetiva inserção das TDIC na educação de surdos é dificultada porque “as contradições presentes na sociedade capitalista em que vivemos, não têm possibilitado o acesso de todas as pessoas aos bens produzidos pela humanidade em sua história, inclusive à informação”.

Do ponto de vista da ciência da computação, para incluir usuários surdos, deve-se levar em conta as perspectivas e as necessidades dos usuários no processo de desenvolvimento de *interfaces*. Nesse aspecto, discorrendo sobre o desenvolvimento de *softwares* matemáticos acessíveis para usuários surdos, Leite (2007) enfatiza que os produtos desenvolvidos para esse grupo minoritário são normalmente tradutores da Língua Portuguesa para a Libras. A

---

<sup>61</sup> Objetiva promover a inclusão digital pedagógica e o desenvolvimento dos processos de ensino-aprendizagem de alunos e professores das escolas públicas brasileiras, mediante a utilização de computadores portáteis denominados laptops educacionais (BRASIL, 2012, p. 01).

autora atribui a carência de produtos com esse enfoque ao reconhecimento recente da Libras. Portanto “a necessidade de aquisição da Libras tornou-se foco mestre e as demais demandas foram sendo adiadas, como *software* educativos para áreas específicas” (p. 20).

Discutindo as opções de mídia e tecnologia para a pedagogia surda, Marianne Stumpf, pesquisadora surda, defende o uso da tecnologia como ferramenta pedagógica de intervenção no processo de comunicação escrita ou visual, porque, entre outros aspectos, permite a participação e a interação social desses sujeitos:

*As tecnologias: vídeos, DVD, página de internet, blog, comunidade virtual, via e-mail, chat, webcam, escrita de língua de sinais, o celular com suas mensagens, retroprojetores, a TV oportunizam e motivam essas participações. Podemos inferir que as tecnologias referidas foram utilizadas como ferramentas pedagógicas surdas, nas escolas pioneiras, pois o ensino em Libras que precisa utilizar o retroprojetor, facilita aprender a Língua de Sinais. Isto reflete na proposta de uso de tecnologias avançadas na Pedagogia Surda (STUMPF, 2008, p.16).*

Para Stumpf (2008), se estes instrumentos contêm a Libras ou artefatos que auxiliem os surdos, eles se constituem como espaços da Pedagogia Surda. “Estes espaços podem estar na escola, na casa, na Associação, no encontro de rua ou na Internet” (p. 17).

De acordo com Basso (2003), as pessoas surdas têm se beneficiado da variedade de informações visuais na Internet e despertado para a necessidade de dominarem melhor a escrita na língua portuguesa (de difícil aquisição para essas pessoas). Referindo-se ao uso da Internet por pessoas surdas, Cruz (2001 apud BASSO, 2003, p.121) observou vários aspectos positivos. Entre eles, destacamos:

a) A Internet tem se mostrado um local de profunda equidade entre todos os seus membros. Neste sentido, não parece haver qualquer preconceito ou discriminação e os surdos se sentem aceitos e não excluídos de um mundo sonoro. b) A Internet é rica fonte de informações escritas que substituem as orais com grande vantagem. [...] c) A possibilidade de dispor de recursos visuais facilita a inserção das pessoas surdas, pois as animações de imagens e sinais gráficos utilizados são de fácil compreensão e favorecem estes usuários, em particular. [...] g) A utilização da Internet como fator de agregação das comunidades surdas espalhadas pelo país e pelo mundo favorece a interação entre diversas nacionalidades e possibilitando a união para reivindicação de seus direitos (CRUZ, 2001 apud BASSO, 2003, p. 121).

Podemos constatar que não basta apenas ter acesso a Internet, mas é preciso garantir a participação como usuários críticos, autônomos, “capazes de compreender os novos códigos de leitura e escrita, novas linguagens, novas formas de interpretação e compreensão” (BASSO, 2003, p. 121). “É preciso qualificar comunidades excluídas, dotando-as de competências para participar na era digital, na cibercultura, na sociedade da informação” (SILVA, 2010, p. 134).

O contexto digital pode oferecer condições para a participação ativa dos sujeitos e para a emergência de aprendizagens colaborativas, tendo em vista a multiplicidade de recursos de linguagem e as possibilidades interativas que proporciona. Defendendo esse ponto de vista, Arcoverde (2011, p. 139) afirma que, no contexto digital, “os surdos são capazes de fazer uso social da linguagem escrita, de enunciar seus temas, de revelar e rediscutir suas identidades”. E, ainda acrescenta, “as conexões nas redes de discursos digitais formam os fios dialógicos e ideológicos necessários para o encontro plurilíngue de enunciados, de vozes, de temas e de pontos de vista dos surdos”.

A partir dessas considerações, questionamos: como as TDIC podem contribuir para situações de ensino e aprendizagem matemática significativas *para* e *com* alunos surdos? Para tanto, voltamo-nos para pesquisas que se utilizam das TDIC na educação matemática, tentando encontrar respaldo epistemológico, teórico e metodológico que nos auxiliem a pensar sobre esse tema.

Já comentamos anteriormente que a integração das TDIC na educação deve ultrapassar a aprendizagem apenas do seu uso, dos equipamentos em si, como simples instrumentos tecnológicos de repasse de conteúdos conceituais. Esse enfoque tem integrado várias pesquisas (HENRIQUES; ATTIE; FARIAS, 2007; HENRIQUES, 2001; FARIAS, 2007; SALAZAR, 2009) em relação à aprendizagem matemática mediada pelas TDIC. Esses estudos têm explorado as potencialidades de ambientes computacionais de aprendizagem, as interações e os esquemas de uso nesses ambientes pelos alunos, as construções de ambientes virtuais que facilitem o entendimento de conceitos matemáticos mais abstratos a partir da visualização, experimentação, construção, enfim, da investigação matemática.

Quando as situações de aprendizagem em ambientes digitais proporcionam o envolvimento ativo do aluno, é possível vislumbrar “novas formas de aprendizagem, modificando as relações entre professores-alunos, alunos-alunos e alunos-conhecimento” (BRAGA; PAULA, 2010, p. 7). Isso se opõe radicalmente ao ensino baseado na metodologia tradicional, predominante no modo instrucionista de ensinar. Assim, nem o sujeito-aluno é passivo, porque participa ativamente na produção do conhecimento; nem a tecnologia é neutra, pois esta influencia diretamente a forma como o conhecimento matemático é produzido ou abordado (BORBA; PENTEADO, 2001).

Das reflexões sobre a relação entre tecnologias e seres humanos, Borba e Vilarreal (2005 apud BORBA; MALHEIROS; AMARAL 2011) afirmam que o conhecimento é produzido por coletivos de *seres-humanos-com-mídias*, porque seres humanos são fundamentais para a produção do conhecimento, assim como uma mídia também o é. Isso significa que, para produzirmos conhecimento, precisamos de um meio de expressão (uma mídia) e o conhecimento é produto tanto do humano, como da mídia que o molda (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011). Por outro lado, ao interagir com uma mídia ou tecnologia, dependendo das características desse artefato, o aluno mobiliza esquemas de ação distintos para se relacionar com o conhecimento matemático por esses meios.

Nesse sentido, lembramos de Rabardel<sup>62</sup> (1995) quando se refere ao “instrumento” (artefato material ou simbólico construído pelo sujeito: computador, *software*, gráficos etc) como não-neutro. O instrumento influencia a conceituação, mudando o instrumento muda a tarefa matemática a ser realizada pelo aluno. Por exemplo, fazer uma simetria, utilizando lápis, régua e compasso numa folha de papel, difere da forma como pode ser feita utilizando o lápis, a régua e uma folha quadriculada. E, acrescentamos, difere mais ainda se for feita utilizando um ambiente computacional. A análise das propriedades dos ambientes e dos esquemas cognitivos dos alunos é fundamental para que o professor possa atingir seus objetivos no ensino.

Em outro momento, sem tomar partido da informática no ensino e aprendizagem matemática, Borba (2010 apud BRAGA; PAULA, 2010) reafirma as transformações do conhecimento na relação entre humanos e mídia:

Eu gosto de pensar que a informática não melhora e nem piora o ensino, ela transforma o ensino e transforma a aprendizagem e ela transforma a forma como as pessoas produzem conhecimento [...]. A gente vê que a utilização da informática possibilita que **argumentos visuais** sejam utilizados com muito mais frequência, **porque é uma característica da mídia informática** (BORBA, 2010 apud BRAGA; PAULA, 2010, p. 5, grifo nosso).

A predominância do aspecto visual na mídia informática constitui um elemento importante a ser explorado por aprendizes surdos, o que coaduna inteiramente com a Pedagogia Surda defendida por Stumpf (2008).

De acordo com Reily (2006), os meios tecnológicos investem e exploram a linguagem visual, ela constitui um sistema com potencial

---

<sup>62</sup> Perspectiva teórica da modelização didática, proveniente da ergonomia cognitiva. Sua Teoria da Instrumentação tem sido utilizada em pesquisas com o uso de tecnologia e educação matemática (HENRIQUES, 2006; SALAZAR, 2009). Um detalhamento dessa teoria encontra-se nesses trabalhos.

riquíssimo a ser desenvolvido na escola. Da mesma forma que a escola explora a linguagem verbal, “tanto no nível oral (compreender e falar), quanto na dimensão gráfica (ler e escrever)” (p. 26), deve também enfatizar o uso da imagem (imagem visual e imagem em movimento). No caso de alguns aprendizes<sup>63</sup>, a imagem pode ser o veículo de mediação sógnica primordial no processo de aprendizagem, entre esses, estão os aprendizes surdos.

Algumas pesquisas focando a comunicação, o ensino e a aprendizagem matemática mediada por TDIC demonstraram a importância da visualização para aprendizes surdos.

Fernandes et al. (2011), através da ferramenta fórum de discussão do ambiente virtual de aprendizagem *Moodle*, avaliou a influência da interatividade e da comunicação no processo de resolução de problemas entre quatro alunas surdas. Os resultados mostraram que houve pouca interação, mas privilegiaram imagens para representar suas respostas. A diversificação das mídias pode ter sido um elemento motivador, tanto na apresentação do conteúdo a ser estudado quanto para a comunicação na resolução de problemas. Sugerem que as interações e comentários dos alunos sejam feitos em Libras, no formato de vídeo.

Sales (2009, p. 7), utilizando o objeto de aprendizagem denominado “Resolvendo equações através da balança”, escolhido na Rede Interativa Virtual de Educação do MEC, investigou a introdução das TDIC em aulas de matemática numa turma composta apenas surdos de uma escola pública da Educação Básica. Os principais resultados destacaram como relevantes o aspecto visual do recurso digital e “a presença de diferentes representações da situação matemática”, pois atendia “às possibilidades perceptivas, sensoriais e comunicativas dos alunos surdos” na situação de ensino e aprendizagem. Os surdos demonstraram “interesse” e “motivação” no desenvolvimento da atividade, apesar das dificuldades apresentadas em relação aos “conteúdos disponibilizados em Língua Portuguesa”.

O trabalho de Leite (2007) também nos fornece pistas para observarmos os aspectos relevantes que devem ser considerados para enriquecer experiências cognitivas do aluno surdo na resolução de problemas através de uma interface computacional. Usando uma metodologia centrada no usuário, a autora apresentou o *design* de uma interface que explorou problemas aditivos. Os resultados mostraram que o uso da Libras e da língua portuguesa na forma escrita, dos ícones representativos em Libras, das formas de ajuda e mensagens de *feedback* relacionadas com a situação-problema, das variadas formas de

---

<sup>63</sup> “Alunos com distúrbios linguísticos, alunos com deficiência mental não alfabetizados, alunos com deficiência neuromotora usuários de comunicação pictográfica, pessoas com autismo ou síndrome de Asperger”, conforme Reily (2006, p. 26). No entanto, se o contexto for o da escola inclusiva (e não a de surdos apenas), o aspecto visual é irrelevante para o cego.

representação do campo aditivo, da disponibilidade de formas de ajuda alternativa, entre outras coisas, contribuíram para a interação e aquisição do conhecimento pelo usuário surdo.

Analisando os resultados dos trabalhos mencionados acima, apesar de abordarem objetivos e conteúdos diferentes da matemática, eles convergem quando destacam os elementos favoráveis aos surdos, baseados na experiência visual que desperta interesse/motivação pelas atividades matemáticas: diversidade de formas de representação para ajudas cognitivas, formas de expressão imagéticas, presença da Libras etc. Enfim, apontaram considerar a perspectiva do surdo na construção do conhecimento matemático nesses ambientes.

Por sua vez, considerar a perspectiva do surdo implica tanto em compreender as especificidades desses sujeitos nas formas de apreensão do conhecimento matemático quanto as transformações desse conhecimento no meio tecnológico digital. Como salienta Hitt: “agora com a tecnologia, é importante o estudo das diferentes representações dos objetos matemáticos em ambientes muito diferentes aos que tínhamos no passado” (HITT, 2003 apud FARIAS, 2007, p. 50).

Tendo em vista que o desenvolvimento do conhecimento matemático também dependeu das mídias, viabilizadas pelas representações semióticas produzidas culturalmente, nos direcionamos para a análise cognitiva da matemática, desenvolvida por Raymond Duval, cujos aportes têm subsidiado algumas pesquisas com o uso da tecnologia em educação matemática<sup>64</sup>.

Para Duval (2003, p. 14) os objetos matemáticos não são acessíveis diretamente à percepção, a não ser por meio “de um sistema de representação que os permite designar”. Nesse sentido, o autor defende que a atividade cognitiva requerida pela matemática, diferentemente de outros domínios do conhecimento, não está nos conceitos, mas nas representações semióticas, cujo desenvolvimento permitiu a evolução do pensamento matemático. Existe uma grande variedade de registros de representações semióticas. “Além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural” (p. 14). E a condição para a compreensão da atividade matemática reside na articulação desses diferentes registros, ou seja, para dominar um conceito é necessário conhecê-lo em suas diversas representações.

---

<sup>64</sup> Por exemplo, Salazar (2009) e Henriques (2006). Duval se preocupou, principalmente, com o funcionamento cognitivo relacionado com a atividade matemática e as dificuldades dos alunos. “Estudou também as diversas representações mobilizadas pela visualização matemática. Ele desenvolveu um modelo de funcionamento cognitivo, em termos de mudança de registros de representação semiótica”, conforme Machado (2003, p. 7).

Duval (2003, p. 11) enfatiza a necessidade de uma abordagem cognitiva para compreender a natureza e o lugar das dificuldades dos alunos, questões emergentes que exigem “uma maior formação matemática inicial para todos os alunos, a fim de prepará-los para enfrentar um ambiente informático e tecnológico cada vez mais complexo”. Segundo o autor, uma abordagem desse tipo permite contribuir para o “desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, análise e visualização” em matemática, objetivo maior do seu ensino na formação inicial.

No caso de aprendizes surdos, Fávero e Pimenta (2006, p. 235) concordam que a “negociação e a construção semiótica só se tornam possíveis por meio dos recursos da linguagem” e a Libras é primordial para que os significados matemáticos sejam mediados e compartilhados, porque “a qualidade da mediação semiótica na escolarização dos surdos traz implicações diretas sobre a sua aquisição do conhecimento e sobre seu próprio desenvolvimento”.

Dessa forma, no contexto de ensino para surdos no ambiente digital, podemos partir de registros visuais, não discursivos, articulando também outras representações formais do objeto matemático, num processo de construção de significados produzidos dentro dos processos interacionais que não podem deixar de incluir a Libras; tentando, assim, estabelecer um acordo entre os instrumentos de significação matemáticos e da Pedagogia Surda.

### **Considerações finais**

Neste texto, situamos a emergência de uma sociedade cada vez mais imersa na tecnologia, trazendo novas demandas para a educação, onde a construção e a difusão de conhecimentos deve envolver sujeitos mais comunicadores e menos passivos nos processos de ensino e aprendizagem.

Percorrendo o contexto da educação matemática de surdos, observamos as reais dificuldades enfrentadas por professores e por alunos surdos na escola, apesar do desenvolvimento das políticas públicas. Porém constatamos que não há deficiência, mas diferença, linguística e cultural. O “risco” da surdez reside, inicialmente, nas barreiras comunicacionais, na efetivação de uma boa mediação semiótica da perspectiva “surda” defendida pelos surdos na sua Pedagogia.

As pesquisas abordadas evidenciaram a necessidade da inserção da Libras na mediação semiótica, a multiplicidade de formas de representação do conhecimento, bem como a importância do aspecto visual na apresentação e nas resolução de problemas matemáticos no ambiente digital. Contudo não acreditamos que a simples inclusão do aspecto visual resolva de imediato o problema do surdo, mas devemos problematizar, compreender e analisar os processos de interação e apreensão do conhecimento matemático veiculado pelo aspecto visual das TDIC.

Ainda nos propusemos a observar como as TDIC transformam ou privilegiam representações dos conceitos matemáticos, modificando o ensino, a aprendizagem e a forma de produzir conhecimento. Entra em cena a análise do conhecimento matemático desenvolvida por Duval com foco na aprendizagem, defendendo que a articulação dos diversos registros de representação na apropriação dos conceitos desenvolve capacidades de raciocínio, análise e visualização em matemática.

Essas considerações podem implicar numa maior “flexibilidade” na construção e representação desse conhecimento por aprendizes surdos. Para isso, temos que investigar como a mediação semiótica pode ser potencializada pelas transformações do conhecimento matemático em suas diversas representações no ambiente digital escolhido, considerando e olhando para as suas “práticas matemáticas” nesse ambiente. Porém, se nos processos de ensino e aprendizagem de matemática, mediados pelas TDIC, não for levada em consideração a perspectiva desses sujeitos, ou seja, o acordo em torno dos signos, instrumentos da sua cultura, corre-se o risco de deixar de lado oportunidades de uma aprendizagem significativa. O uso das TDIC deve oferecer ao surdos a oportunidade de produzir conhecimentos, no caso, matemáticos, utilizando suas potencialidades enquanto sujeitos discursivos, capazes de participar de processos interlocutivos, por meio da Libras ou da escrita, da produção de imagens, dos instrumentos sógnicos da sua cultura.

Feitas essas pontuações, temos consciência de que as questões levantadas nesse texto suscitam novos questionamentos, contudo para nós foi suficiente para uma primeira aproximação de um campo, ao nosso ver, fértil para a educação matemática e TDIC. Também, acreditamos que as abordagens de Rabardel, Duval e Borba, mesmo sendo de perspectivas teóricas diferentes dentro da educação matemática, podem trazer elementos que nos ajudem a compreender as práticas de aprendizes surdos com as TDIC. E, dessa forma, contribuir para a ampliar nossa visão na busca de bases epistemológicas, teóricas e metodológicas para o trabalho com surdos.

Enfim, consideramos emergente o desenvolvimento de estudos mais aprofundados nesse campo, ainda pouco explorado, deslocando o foco da ampliação das formas de comunicação e do uso pedagógico, obviamente importantes, para o lugar onde as tecnologias digitais possam se constituir não apenas como ferramentas de mediação, mas como um espaço mais amplo, onde os movimentos da cultura surda podem se dar plenamente.

## Referências

ALONSO, C. A. Internet no Brasil – alguns dos desafios a enfrentar. **Informática Pública**, v. 4, n. 2, p. 169-184, 2002.

ARCOVERDE, Rossana Delmar de Lima. Dos desencontros com a linguagem escrita a um encontro plurilinguístico. In: DORZIAT, Ana (Org.). **Estudos Surdos: diferentes olhares**. Porto alegre: Mediação, 2011. p. 105-139.

BASSO, Idavania Maria de Souza. Mídia e educação de surdos: transformações reais ou uma nova utopia? **Ponto de Vista**, n.05, p. 113-128, 2003.

BORBA, Marcelo; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos; AMARAL, Rúbia Barcelos. **Educação a distância online**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BORBA, Marcelo; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRAGA, Marcelo; PAULA, Rosa Monterio. O Ensino de Matemática mediado pelas Tecnologias de Informação e Comunicação: Uma caracterização do Elemento Visualização segundo uma concepção fenomenológica. **Revista Tecnologias na Educação**, ano 2, n. 1, p. 1-19, 2010. Disponível em: <<http://tecnologiasnaeducacao.pro.br/wp-content/uploads/2010/08/O-Ensino-de-Matem%C3%A1tica-mediado-pelas-Tecnologias-de-Inforna%C3%A7%C3%A3o-e-Comunica%C3%A7%C3%A3o.pdf>>. Acesso em: 12 nov. 2012.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF, 1996. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/L9394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm)>. Acesso em: 12 dez. 2007.

\_\_\_\_\_. Lei nº 10.436, 24 de abril de 2002. Dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais – Libras e dá outras providências. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF, 2002. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/2002/L10436.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2002/L10436.htm)>. Acesso em: 28 nov. 2012.

\_\_\_\_\_. Decreto nº 5.626, de 22 de dezembro de 2005. Regulamenta a Lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais - Libras, e o art. 18 da Lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF: 2000. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato20042006/2005/decreto/d5626.ht](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato20042006/2005/decreto/d5626.ht)> Acesso em: 28 nov. 2012.

\_\_\_\_\_. Decreto nº 7.750, de 8 de junho de 2012. Regulamenta o Programa Um Computador por Aluno - PROUCA e o Regime Especial de Incentivo a Computadores para Uso Educacional. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, DF: 2012. Disponível: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2011-2014/2012/Decreto/D7750.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2012/Decreto/D7750.htm)>. Acesso em: 13 jun. 2012.

REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

CAMPOS, Márcia de Borba; SANTAROSA, Lucia Maria Costi; GIRAFFA, Lúcia Martins. Ambiente telemático de interação e comunicação para suporte à Educação bilíngüe de surdos. **Informática na educação: Teoria & Prática**. PGIE/UFRGS, Porto Alegre, RS, v.5, p. 119- 130, 2002.

DORZIAT, Ana. Bilingüismo e surdez: para além de uma visão lingüística e metodológica. In: SKLIAR, Carlos (Org.). **Atualidade da educação bilíngüe para surdos: processos e projetos pedagógicos**. 3. ed. v.1. Porto Alegre: Mediação, 2009. p. 27- 40.

DUVAL, Raymond. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 11-33.

FARIAS, Maria Margarete do Rosário. **As Representações Matemáticas Mediadas por Softwares Educativos em uma Perspectiva Semiótica: uma contribuição para o conhecimento do futuro professor de matemática**. 2007. 363 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

FÁVERO, Maria Helena; PIMENTA, Meireluce Leite. Pensamento e linguagem: a língua de sinais na resolução de problemas. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, v. 19, p. 60-71, 2006.

Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos (FENEIS). **Quantitativo de Surdos nas Escolas**. Disponível em: <<http://www.feneis.org.br/page/quantsurdos.asp>>. Acesso em: 29 abr. 2012.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; SANTOS, Carlos Rocha dos; BEZERRA, Cristiano; FERNANDES, Oswaldo Ortiz Jr. Aprendizagem matemática por alunos surdos utilizando o AVA *Moodle*. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 2011. p. 1-6.

GESSER, Audrei. **LIBRAS? que língua é essa?** Crenças e preconceitos em torno da língua de sinais e da realidade surda. São Paulo: Parábola Editorial, 2009.

HALMANN, Adriane Lizbehd; PRETTO, Nelson De Luca. Bordas de nuvens: episteme emergente na produção e difusão do conhecimento na *web 2.0*. In:

GALEFFI, Dante Augusto; MODESTO, Maria Aparecida da Silva; SOUZA, Claudio Reynaldo Barbosa. (Org.). **Epistemologia, construção e difusão do conhecimento: perspectivas em ação**. Salvador: Eduneb, 2011. 219-248.

HENRIQUES, Afonso. L'enseignement et L'apprentissage des Integrales Multiples: **Analyse Didactique Integrant L'usage Du Logiciel Maple**. 2006. 550 f. Tese (Doutorado) – Université Joseph Fourier, Grenoble, França, 2006.

HENRIQUES, Afonso. **Dinâmica dos Elementos da Geometria Plana em Ambiente Computacional Cabri-Géomètre II**. Ilhéus: Editus, 2001.

HENRIQUES, Afonso; ATTIE, João Paulo, FARIAS, Luis Marcio. Referências teóricas da didática francesa: Análise didática visando o estudo de integrais múltiplas com auxílio do software Maple. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 9, n. 1, p. 1-29, 2007.

LEITE, Maici. **Design da interação de interfaces educativas para o ensino de matemática para crianças e jovens surdos**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007.

MARIOTTI, Humberto. Diálogo: um método de reflexão conjunta e observação compartilhada da experiência. **Revista Thot**, v. 76, p. 6-22, 2001. Disponível em: <<http://escoladedialogo.com.br/escoladedialogo/index.php/biblioteca/artigos/dialogo-um-metodo-de-reflexao-conjunta/>>. Acesso em: 27 set. 2013.

MARTINS, Emerson. **Cultura surda, educação e novas tecnologias em Santa Catarina**. 2005. Dissertação (Mestrado em Sociologia Política). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

NUNES, Terezinha. **O ensino de matemática para crianças surdas**. Disponível em: <<http://www.education.ox.ac.uk/ndcs/papers/oensinodematematicanunes2004.pdf>>. Acesso em: 23 set. 2013.

NUNES, Terezinha; EVANS, Debora; BARROS, Rossana; BURMAN, Diana. Promovendo o sucesso das crianças surdas em Matemática: Uma Intervenção Precoce. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife. **Anais...** Recife, Universidade Federal de Pernambuco, 2011. p. 2-11.

PEIXOTO, Jurema Lindote Botelho; CAZORLA, Irene Mauricio. Considerations on teaching math to deaf students. In: STUDY 21 OF THE INTERNATIONAL COMMISSION ON MATHEMATICAL INSTRUCTION - MATHEMATICS EDUCATION AND LANGUAGE DIVERSITY, 21., 2011, Águas de Lindóia. **Anais...** Universidade de São Paulo, 2011. p. 301-308.

PERLIN, Gladis; STROBEL, Karin. **Fundamentos da Educação de Surdos**. 2006. Disponível em: <[http://www.libras.ufsc.br/hiperlab/avalibras/moodle/prelogin/adl/fb/logs/Arquivos/textos/fundamentos/Fundamentos%20da%20Educa%E7%E3o%20de%20Surdos\\_Texto-Base.pdf](http://www.libras.ufsc.br/hiperlab/avalibras/moodle/prelogin/adl/fb/logs/Arquivos/textos/fundamentos/Fundamentos%20da%20Educa%E7%E3o%20de%20Surdos_Texto-Base.pdf)>. Acesso em: 26 jun. 2012.

PRETTO, Nelson. Linguagens e tecnologias na educação. In: CANDAU, Vera Maria (Org.). **Cultura, linguagem e subjetividade no ensinar e aprender**. REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

Rio de Janeiro: DP&A, 2000. p. 161-182. Disponível em: <<http://www.serprofessoruniversitario.pro.br/ler.php?modulo=18&text#.UkLmC4ZJPPo>>. Acesso em: 24 set. 2013.

RABARDEL, Pierre. Qu'est-ce qu'un instrument? Appropriation, conceptualisation, mises en situation. In: **Le mathématicien, le physicien et le psychologue**. France: Centre national de documentation pédagogique (CNDP-DIE), mars 1995, p. 61-65. Disponível em: <<http://www.cndp.fr/archivage/valid/13420-1126-1194.pdf>>. Acesso em: 13 jun. 2012.

REILY, Lucia. **Escola Inclusiva: Linguagem e mediação**. 2. ed. Campinas: Papirus, 2006.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores. **Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: Um estudo das transformações geométricas no espaço**. 2009. 319 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SALES, Leda Marçal. **Tecnologias digitais na educação matemática de surdos em uma escola pública regular: possibilidades e limites**. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação). Pontifícia Universidade Católica, Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009.

SANTAELLA, Lúcia. Da cultura das mídias à cibercultura: o advento do pós humano. **Revista FAMECOS**, Porto Alegre, n. 22, dez. 2003. Disponível em: <<http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/revistafamecos/article/viewFile/3229/2493>>. Acesso em 23 set. 2012.

SANTAROSA, Lucila Maria Costi (Org.). **Tecnologias Digitais Acessíveis**. 1 ed. Porto Alegre: JSM Comunicação Ltda., 2010.

SANTAROSA, Lucila Maria Costi; CONFORTO, Debora; SCHNEIDER, Fernanda Chagas. PROUCA e a diversidade humana: pontos de fragilidade na construção de uma totalidade. In: CONGRESO INTERNACIONAL “FIDA 2012 SICA” COMUNIDAD INCLUSIVA, 1., 2012, Montevideu. Ana, 2012, Montevideu. **Anais...** Montevideu: Universidad Católica del Uruguay, 2012. Disponível em: <<file:///D:/cd/C182%20Santarosa,%20Conforto%20y%20Schneider.pdf>>. Acesso em: 23 set. 2013.

SCHNEIDER, Fernanda Chagas; SANTAROSA, Lucila Maria Costi; CONFORTO, Debora. Cidade Um Computador por Aluno - UCA Total: a identificação de situações inclusivas na totalidade. **RENOTE Novas Tecnologias na educação**, v. 9, p. 1-12, 2011.

SELWYN, Neil. Web 2.0 e a escola do futuro hoje. In: **Inspirados pela tecnologia, norteados pela pedagogia: uma abordagem sistêmica das inovações educacionais de Base Tecnológica**. Centro de Pesquisas

REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

Educacionais e Inovação (CERI\OCDE), Governo do estado de Santa Catarina, 2010. p. 23-44. Disponível em: <<http://www.oecd.org/edu/ceri/47785311.pdf>> Acesso em: 10 jul. 2012.

SILVA, Marco. Inclusão Digital: algo mais do que ter acesso às tecnologias digitais. In: RANGEL, Mary; FREIRE, Wendel (Orgs.). **Ensino-Aprendizagem e Comunicação**. Rio de Janeiro: Wak editora, 2010. p. 131-147.

STUMPF, Marianne Rossi. Mudanças estruturais para uma Inclusão Ética. In: QUADROS, Ronice Müller de (Org.). **Estudos Surdos III**. Petrópolis, RJ : Arara Azul, 2008. p. 14-29.

VALENTINI, Carla Beatris. As novas tecnologias da informação e a educação de surdos. In: SKLIAR, Carlos (Org.) **Atualidades da Educação Bilíngüe para Surdos**: processos e projetos pedagógicos. 3. ed. Porto alegre: Mediação, 2009. v 1. p. 233-248.

VASCONCELOS, Marcílio Carvalho. A experiência no ensino e aprendizagem matemática para alunos surdos. In: PEIXOTO, Jurema Lindote Botelho, FÁVERO, Maria Helena, VASCONCELOS, Marcílio Carvalho. Mesa redonda “Matemática para surdos: rompendo o silêncio”. **Anais...**, Salvador, SBEM, 2010, p. 1-9.

Jurema Lindote Botelho Peixoto  
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC – Ilhéus –  
Brasil

**E-mail:** peixotojurema@gmail.com

Felix Diaz  
Universidade Federal da Bahia-UFBA-Salvador-Brasil

**E-mail:** felixmarcial@hotmail.com