

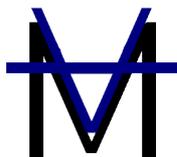
# REMATEC

Revista de Matemática, Ensino e Cultura

Ano 3 - nº 2, jan./jun. de 2007

ISSN 1980-3141





**REMATEC**

Revista de Matemática, Ensino e Cultura

**UFRN**

Universidade Federal do Rio Grande do Norte



## Revista de Matemática, Ensino e Cultura

Ano 2 – nº 2, fevereiro de 2007

### Expediente

Universidade Federal do Rio Grande do Norte  
 Reitor: José Ivonildo Rego  
 Vice-Reitor: Nílson Carvalho F. de Oliveira  
 Diretor da EDUFRN: Enilson Medeiros dos Santos

Revisão: Os autores  
 Capa e editoração eletrônica: Waldelino Duarte Ribeiro  
 Supervisão editorial: Alva Medeiros da Costa

**Editor Responsável:** Iran Abreu Mendes

### Comitê editorial

Ana Carolina Costa Pereira  
 Giselle Costa de Sousa  
 João Cláudio Brandemberg  
 Rosalba Lopes de Oliveira  
 Severino Barros de Melo  
 Liliane dos Santos Gutierre  
 Odenise Maria Bezerra

### Colaboraram neste número

Francisco César Polcino Milies  
 João Cláudio Brandemberg  
 Rosalba Lopes de Oliveira  
 Severino Barros de Melo  
 Odenise Maria Bezerra  
 Osvaldo dos Santos Barros  
 Acácio Lima de Freitas  
 Flávio Alexandre Falcão Nascimento  
 George Pimentel Fernandes  
 Edigites Mendes

### Comissão Científica

Antonio Carlos Brolezzi – USP  
 Bernadete Barbosa Morey – UFRN  
 Iran Abreu Mendes – UFRN  
 John A. Fossa – UFRN  
 Josinalva Estacio Menezes – UFRPE  
 Maria Gilvanise de Oliveira Pontes – UECE  
 Pedro Franco de Sá – UEPA

Divisão de Serviços Técnicos

Catálogo da Publicação na Fonte. UFRN / Biblioteca Central Zila Mamede

REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura / Universidade Federal do Rio Grande do Norte. – Ano 1 n. 2 (Jan/Jun. 2007). – Natal, RN: EDUFRN – editora da UFRN, 2007.  
 45p

ISSN: 1980-3141

Periodicidade Semestral.

1. Matemática – Ensino - Periódico. 2. Matemática – História – Periódicos.  
 3. Ensino e cultura – Periódicos. I. Universidade Federal do Rio grande do Norte. II. Título.

RN/UF/BCZM

CDD 510.172  
 CDU 51:37(05)

A responsabilidade pelos artigos assinados cabe aos autores.

Endereço para envio de artigos, resenhas, sugestões e críticas:  
 revistarematec@gmail.com

**Conteúdo****Editorial**

Severino Barros de Melo, 03

**Entrevista**

O Professor Dr. Francisco César Polcino Milies fala sobre a pesquisa em História da Matemática e o ensino de Álgebra na graduação  
João Cláudio Brandemberg, 04

**Artigos**

Laboratório de Ensino de Matemática: uma prática necessária  
Acácio Lima de Freitas e Flávio Alexandre Falcão Nascimento, 09

Algumas contribuições do trabalho de Euler para o desenvolvimento da Matemática  
João Cláudio Brandemberg, 14

A definição dos períodos da História da Educação Matemática do Brasil  
George Pimentel Fernandes, 18

**Relatos de Experiência**

Intervindo nas dificuldades em subtração com reserva  
Edigites Mendes, 22

**Atividades para o professor**

Trabalhando o Espaço Habitado  
Oswaldo dos Santos Barros, 25

**Desafios**

Odenise Maria Bezerra, 28

**Resenhas, 30**

O ensino-aprendizagem da matemática e a pedagogia do texto  
Circe Mary Silva da Silva. Simone Torres Lourenço. Ana Maria Gôgo. Brasília: Plano Editora, 2004

Histórias de aulas de matemática: compartilhando saberes profissionais. Dario Fiorentini e Alfonso Jiménez (Org.). Campinas, SP, Graf. FE; CEMPEM, 2003,

**Dissertações e Teses, 32****Eventos e Notícias, 34****Lançamentos, 35****Normas para Publicação, 36****Ficha de Assinatura, 43**

## Editorial

Caros amigos da comunidade de educadores matemáticos. Há cerca de seis meses quando preparávamos o primeiro número de REMATEC duas palavras abriam o nosso editorial: entusiasmo e expectativa. Nesta ocasião, ao colocar a disposição o segundo número da REMATEC, duas palavras vêm à tona: entusiasmo e satisfação. Entusiasmo porque estamos sempre mais nos convencendo da importância de um veículo deste tipo para a consolidação de um grupo de pesquisa em uma universidade, considerando, sobretudo, as dificuldades de nossa região. Satisfação porque nossa revista foi bem recebida nos diversos espaços onde foi apresentada: na coordenação do Programa de Pós-graduação em Educação da UFRN, nas salas de aula, em contatos pessoais, em cursos de formação de professores, em diversos congressos de âmbitos regional e nacional.

Neste segundo número queremos continuar nossa caminhada procurando melhorar sempre. Esta edição está estruturada com uma entrevista, dois artigos, um relato de experiências, duas resenhas, resumos de teses e dissertações, desafios matemáticos, além de informes sobre eventos e notícias de lançamentos de livros. A entrevista com o Professor Dr. Francisco César Polcino Milies evidencia, dentre outras coisas a importância que também um matemático de ofício dá à História da Matemática. Os artigos sobre *laboratório de ensino de matemática e definição dos períodos da História da educação matemática no Brasil* levam o leitor a uma importante simetria entre aspectos teóricos e práticos presentes no cotidiano do professor de matemática.

As resenhas, resumos e notícias visam manter aberto os clássicos canais de informações, sobretudo para quem não tem o hábito de acessar sites importantes como os da SBEM e da SBHMat. Finalizando, não podemos esquecer os agradecimentos, dirigido a todo pessoal do comitê editorial, do comitê científico e aos colaboradores deste número.

Agradecemos também aos agentes financiadores deste segundo número, particularmente. Reiteramos de fundamental importância as críticas e sugestões, indispensáveis na construção de um trabalho coletivo.

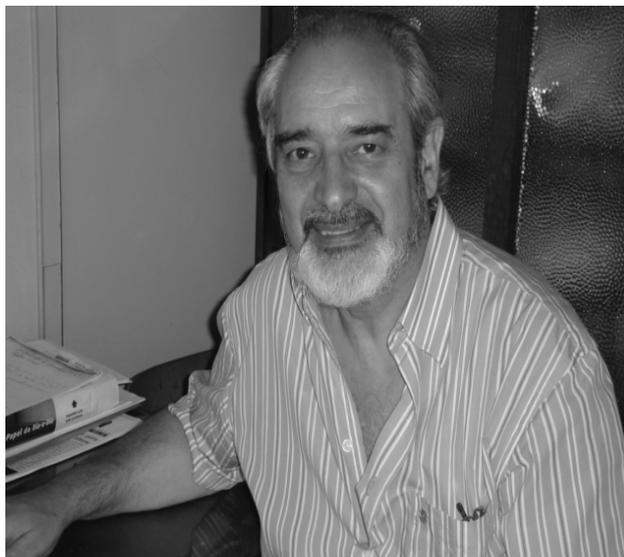
Severino Barros de Melo

## Entrevista

---

### **Sobre a pesquisa em História da Matemática e o ensino de Álgebra na graduação**

O Professor Dr. Francisco César Polcino Milies, professor titular do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo – IME-USP. Pesquisador atuante nas áreas de Teoria dos Anéis, Teoria de Grupos, Teoria de Códigos e História da Matemática; fala-nos nesta entrevista, sobre a pesquisa em história da Matemática e o ensino de Matemática. Esperamos que os leitores apreciem estas declarações sobre história da Álgebra e seu ensino, feitas por um dos maiores especialistas no assunto.



**Professor, o senhor é reconhecidamente um dos maiores algebristas do país, tendo publicado inúmeros trabalhos ligados a Teoria dos Anéis. Gostaríamos de saber<sup>1</sup>, quando o senhor começou a pesquisar sobre a História da Matemática, e quais as motivações?**

A minha motivação principal estava ligada principalmente ao ensino de Álgebra. Quando se ensina Geometria é fácil motivar o aluno, por exemplo, a partir de desenhos e figuras que ajudam à intuição. Motivar foi sempre uma de minhas preocupações, pois, na Álgebra os alunos não têm essa intuição tão direta, então comecei a estudar história da Álgebra para entender por que foi natural que, em determinado momento, em determinada época, foram introduzidos determinados conceitos; por que o estudo das permutações era natural; porque o estudo quocientes de grupos ou anéis eram naturais. A história me ensinou isso.

---

<sup>1</sup> Entrevista concedida a João Cláudio Brandemberg, professor da UFPA e doutorando em Educação Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação da UFRN.

**Como o senhor vê a pesquisa em História da Matemática no Brasil?**

Com relação à história, existem várias vertentes. Uma delas, aqui bastante difundida, é o que se chama história institucional, que estuda questões tais como quando que a Matemática chegou ao Brasil, qual é a história de uma determinada instituição e nessa linha, hoje em dia também está se fazendo história da Educação Matemática no nosso país. Agora, as razões que me levaram a estudar a história, e que eu considero importantes, estavam relacionadas com a história dos conceitos: como é que um conceito nasce, como se introduz na produção de ciência e como passa a fazer sentido para os matemáticos de uma determinada época. História, nessa perspectiva, ainda não é muito trabalhada aqui, no Brasil. Existem alguns trabalhos, mas acredito que essa área deveria ser mais ativa.

**O senhor participa ou coordena algum grupo de pesquisa em História da Matemática? Fale-nos sobre ele.**

Na USP tem um Centro Inter-unidades que estuda a história da ciência, do qual participo. Nosso instituto<sup>2</sup> tem uma equipe que realiza seminários permanentes sobre epistemologia, lógica e história da Matemática do qual também participo, mas os trabalhos em Álgebra têm tomado muito do meu tempo. Assim, algumas vezes eu também coordeno grupos de estudo de História da Matemática, mas não é uma atividade permanente.

**Como participar desse grupo? Existe algum critério para participação?**

Não existe um critério específico, a participação é livre, basta ter interesse e comparecer.

**Quais as relações que podem ser estabelecidas ou trabalhadas entre a pesquisa em História da Matemática e o ensino de Matemática?**

Como já disse, justamente essa foi a minha motivação por me interessar pelo assunto. Querendo melhorar a minha condição de professor, comecei estudar história e hoje acho que isso é fundamental, não somente para o ensino da Álgebra, mas em todas as outras áreas da Matemática. Eu penso que o ideal seria que nos cursos atuais de Álgebra, Análise ou Geometria, ao se estudar um conceito, deveria ser discutida também a história do desenvolvimento deste conceito.

---

<sup>2</sup> Instituto de Matemática e Estatística – IME – USP.

**E no caso específico do ensino de Álgebra na graduação?**

Na penúltima escola de Álgebra eu ministrei um curso sobre Teoria dos Anéis, do ponto de vista histórico, e os alunos pareceram gostar muito.

**O senhor tem orientado trabalhos (monografias, dissertações e teses) em História da Matemática?**

Orientei um trabalho de doutoramento, justamente sobre a história da Teoria dos Anéis com Divisão.

**Qual a importância destes trabalhos para o ensino da Matemática?**

Eu acho absolutamente essencial. Muitas vezes você vê o aluno desconcertado diante de uma definição nova, se perguntando para que serve e muitas vezes não consegue perceber como natural. Mas se você a coloca num contexto histórico, frequentemente é fácil ver que era natural se pensar nisso.

**Professor, muitas universidades brasileiras seguem uma tendência no ensino da Matemática, em especial de Álgebra, ligada à influência da escola francesa e ao grupo Bourbaki. O senhor poderia nos comentar isso?**

A escola de Bourbaki é identificada com o formalismo levado ao extremo. Quando eu cheguei na USP em 1970, a influência do grupo Bourbaki ainda estava presente, pois vários de seus membros foram professores visitantes lá. Lembro que assisti a um curso de Álgebra Linear, de um ano de duração, sem ver sequer o desenho de um vetor. Mais surpreendente ainda, assisti a um curso de Teoria de Galois, sem que fosse dito, até a última aula, que o objetivo de tudo aquilo era resolver equações polinomiais por meio de radicais. Hoje em dia, as coisas estão um pouco mudadas. Acho que se encontrou um bom equilíbrio entre o formalismo e a visão histórica... a naturalidade.

**A utilização de clássicos como van der Waerden, Birkhoff e Herstein, em muito influenciaram um ensino de Álgebra estruturalista e abstrato no Brasil e no mundo. O senhor poderia nos falar de autores brasileiros que seguiram essa corrente; e o seu papel para o ensino de Álgebra?**

Esses livros que você mencionou, são realmente clássicos e são muito bons. Quando eu cheguei ao Brasil, na década de 1970, um texto que era muito usado, era o livro do professor L. H. Jacy Monteiro<sup>3</sup>, escrito nessa linha, um livro a princípio difícil de ler, extremamente formal. Um livro que tem por um lado esta 'dificuldade', mas por outro lado

---

<sup>3</sup> Elementos de Álgebra. Rio de Janeiro, RJ: Ao Livro Técnico S.A., 1969.

é extremamente elegante e bem escrito. Eu achei muito bom estudar Álgebra nesse livro. Muitos cursos de Álgebra são feitos nessa linha. Porém, as pessoas que trabalham em Álgebra<sup>4</sup> hoje em dia, têm uma motivação diferente; estão acostumados a lidar com as dificuldades da Álgebra e procurar intuições. Então todos eles – e eu conheço muitos –, apresentam a Álgebra de uma forma mais natural em seu trabalho. Assim, o ensino de Álgebra depende, é claro, de quem ensina, de seus professores. Mas nós temos no Brasil muitos professores excelentes.

**Como o senhor vê o ensino de Álgebra na licenciatura em Matemática? O senhor daria alguma sugestão de mudança ou adequação de algum ponto que o senhor considere fundamental?**

Só uma coisa. Eu acho que, na licenciatura em particular, tem que se ter um cuidado especial; quando numa sala de aula se enfatiza o formalismo, você pode deixar de lado questões técnicas que são importantes para quem provavelmente vai trabalhar com questões do ensino fundamental e médio, que tem uma necessidade de conhecimentos específicos como, por exemplo, trabalhar bem com polinômios, resolver equações. É necessário, para o professor de ensino médio, saber da importância de entender a ligação entre a Álgebra elementar e a Álgebra abstrata. Por exemplo, ao ensinar grupos, o professor tem opção de trabalhar formalmente, a partir da definição de grupos abstratos ou começar com grupos de permutações e outros exemplos mais 'simples'. Existem formas diferentes de se começar e, no caso da licenciatura, é muito importante manter continuamente esta ligação entre a Álgebra superior (abstrata) e a Álgebra elementar. Temos que entender que são níveis diferentes de uma mesma coisa.

**A História da Matemática seria uma opção?**

Sim, eu acho fundamental. Toda vez que ministro aulas de Álgebra, estou sempre voltando a sua história. Eu tenho notado que os alunos se interessam mais pelo curso quando lhes é permitido fazer estas ligações conceituais através da história.

**De que forma poderia ser implementada?**

A principal forma para mim, é partir da história e fazer a introdução dos conceitos de forma que permita a estabelecer a ligação entre a Álgebra elementar e a Álgebra superior.

---

<sup>4</sup> Algebristas (pesquisadores em Álgebra).

**O senhor tem ensinado História da Matemática?**

Sim, freqüentemente ministro cursos de história da Matemática na graduação; é uma coisa que gosto muito de fazer. Uma única vez ministrei um curso de História da Álgebra que foi oferecido em nível de pós-graduação. No instituto temos três disciplinas em nível de graduação, que são: História da Matemática I (que é a história da Matemática básica até o Renascimento), História da Matemática II (que vai das origens do Cálculo até nossos dias) e tem uma cadeira optativa sobre História da Álgebra. A História da Matemática I é obrigatória e oferecida todos os anos, enquanto que História da Matemática II é optativa e é oferecida, ano sim ano não.

## Artigos

---

### **Laboratório de Ensino de Matemática: uma prática necessária**

Acácio Lima de Freitas<sup>5</sup>

Flávio Alexandre Falcão Nascimento<sup>6</sup>

#### **Introdução**

Desde muito cedo nossas crianças têm contato com idéias matemáticas, com início na alfabetização das letras e dos números. Assim estuda-se, ao longo de sua formação básica, tanto a língua materna quanto linguagem matemática com uma mesma carga de atividade. A importância das duas disciplinas parece ter o mesmo peso social. Desta forma poderíamos afirmar que a matemática possui uma função social e, sem querer aprofundar o tema, poderíamos citar o pensamento do professor Morris Kline, quando enfaticamente afirma:

...a matemática não é um corpo de conhecimento auto-suficiente isolado. Ela existe primariamente para ajudar o homem a compreender e dominar o mundo físico e, até certo ponto, os mundos econômico e social. A matemática serve a fins e propósitos. Se ela não tivesse esses valores não receberia nenhum lugar no programa escolar. Por ser ela extraordinariamente útil é que está em grande demanda e recebe tanta ênfase hoje em dia... (KLINE, 1976, p.102)

A importância da Matemática no contexto social leva a uma preocupação com o seu ensino e aprendizagem. Algo de inovador surge nesse contexto, a proposta do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), não só como espaço físico, mas como mudança de paradigma. Defendemos o LEM na concretude de um espaço delineado ao ambiente matemático e de propostas dentro da pesquisa em Educação Matemática. Este deve ser inovador, caracterizando-se não somente por ser um espaço físico, mas um espaço didático transformador do fazer matemático.

No que diz respeito ao aspecto físico, o ambiente pode ter características individual e coletiva. Portanto sugerimos cadeiras trapezoidais que permitem ambas as possibilidades. A decoração do espaço faz-se necessária para que o aluno se sinta atraído. Para tanto, propomos uma ambientalização com pôsteres temáticos, como Matemática e Arte, Matemática e Tecnologias, História da Matemática, Matemática e Natureza, entre outros.

---

<sup>5</sup> Professor do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Ceará, em Limoeiro do Norte. E-mail: acacio.freitas@uece.br

<sup>6</sup> Professor do Departamento de Matemática da Universidade Estadual do Ceará, em Limoeiro do Norte. E-mail: acacio.freitas@uece.br

O caráter didático do LEM apoiar-se-á em materiais manipulativos, artefatos, jogos, TICs (Tecnologias de Informação e Comunicação), acervos de filmes, documentários, livros, paradidáticos, além de contemplar o que se tem de produção na pesquisa em Educação Matemática. Desta forma, o LEM configura-se como define Lorenzato (2006, p.7), “o lugar da escola onde os professores estão empenhados em tornar a matemática mais compreensível aos alunos”.

Quando falamos do LEM como espaço físico e didático do ensino da matemática, queremos suscitar entre o possível e o ideal. O professor poderá disponibilizar a própria sala de aula, a quadra de esportes ou o pátio da escola para a prática experimental. Não é somente o espaço o definidor da prática, mas a mudança de atitude. É fato que a prática experimental do ensino de matemática é defendida por vários pesquisadores. O pensamento de uma Matemática laboratorial é proposto por D’Ambrosio (1996, p. 95), quando afirma que “para muitos isso soa estranho. Matemática experimental? O caráter experimental da matemática foi removido do ensino e isso pode ser reconhecido como um dos fatores que mais contribuíram para o mau rendimento escolar”. No livro *O Fracasso da Matemática Moderna*, Morris Kline afirma que

...pode-se fortalecer incomensuravelmente a abordagem intuitiva incorporando-se numa sala de aula de matemática o que freqüentemente se chama Laboratório de Matemática. Este consistiria em dispositivos de várias espécies que podem ser usados para demonstrar acontecimentos físicos, dos quais se possam inferir resultados matemáticos.(KLINE, 1976, p. 193).

O pensamento sobre um ensino de matemática em que os conceitos e conteúdos a serem ensinados possam ter algum significado para o aluno não é uma proposta nova, mesmo assim, as dificuldades encontradas pelos professores para uma tomada de atitude diante da prática do LEM vão desde as deficiências da sua formação até a escassez de livros e materiais que tratem do assunto. Kline (1976, p. 195) afirma “[embora] a idéia de um Laboratório de Matemática não seja nova, ele não tem sido usado em larga escala, tampouco se tem prestado atenção à invenção de dispositivos hábeis e úteis”.

Cientes das dificuldades e almejando mediar o contato do professor com sua prática, sugerimos uma oficina com o objetivo de incentivar os professores a descobrirem no cotidiano do aluno um potencial de recursos didáticos.

## OFICINA

Tema: A Matemática e a Bicicleta

Objetivo: A contextualização e a construção de conceitos através da utilização de materiais concretos e manipulativos.

Nível de Escolaridade: Alunos da 5ª Série do Ensino Fundamental.

Conteúdo necessário: Sistema de medida de comprimento.

Conteúdo proposto: Conceito de circunferência, diâmetro, raio, o número Pi e comprimento da circunferência.

Materiais Concretos: Aro da bicicleta, fita métrica, calculadora simples, papel e caneta.

Metodologia: O professor realizará a oficina em sala.

Apresentaremos as etapas que devem ser realizadas.

### **1ª Etapa:** a bicicleta e o desafio de estudar matemática.

O professor deverá levar para a sala de aula uma bicicleta e conversando com os alunos levantará questões como: Quem possui e sabe andar de bicicleta? Quem sabe a história da bicicleta? Qual a importância da bicicleta hoje na sociedade? É possível estudar matemática com a bicicleta?

### **2ª Etapa:** conhecendo a história da bicicleta.

Nesse momento é importante que se conheça a história da bicicleta e a sua relevância como meio de transporte. Neste caso indicamos um vídeo exibido pela TV Escola em 12/04/2000 no programa “Como Fazer?”. Ficha do Vídeo: Série: Invenções e Descobertas. Realização: Centre National de Documentation Pedagogique – CNPD, França, 1997/1998. Título: A invenção da Bicicleta. Duração: 5min e 27 seg. Caso o professor não disponha do vídeo, uma sugestão é que confeccione um painel com fotos que retratem a evolução histórica e tecnológica da bicicleta e de seu uso.

Sugestão de sites: (<http://www.escoladebicicleta.com.br/>) e

(<http://pt.wikipedia.org/wiki/Bicicleta>).

### **3ª Etapa:** a matemática no visual da bicicleta.

Nesta etapa propomos um comparativo entre a forma da bicicleta e alguns conceitos matemáticos. Nesse instante a bicicleta faz-se necessário. Esclarecemos que não defendemos a definição dos conceitos pela ilustração da bicicleta, estamos apenas enfatizando um comparativo entre o modelo e a sua representação matemática, o conceito matemático deve ser construído. De forma apenas ilustrativa, apresentamos as seguintes sugestões: A roda e a circunferência, o centro da roda e o centro da

circunferência, raio da roda e o raio da circunferência. Aqui potencializamos a bicicleta como um instrumento visualizador de alguns conceitos de matemática.

**4ª Etapa:** ações do professor em sala de aula.

Nesta etapa propomos a construção dos conceitos a partir de uma atividade com partes da bicicleta. Sugerimos ao professor que: Organize a sala em grupos. Estabeleça a relação de um aro de bicicleta (de diferentes tamanhos), fita métrica e calculadora, para cada grupo. Cada grupo deve medir, com o uso da fita métrica, a maior distância possível no aro de borda a borda. Um dos integrantes de cada grupo marcará no piso um risco, como referencial, e movimentará o aro em linha reta em contato com o piso, partindo do referencial, um número inteiro de voltas quaisquer. Outro componente do grupo tomará nota do número de voltas como também deverá medir o comprimento do deslocamento do aro.

Com a bicicleta e os dados coletados pelos grupos, o professor, como um mediador, conduzirá os alunos à construção dos conceitos: Circunferência, diâmetro, raio, número Pi e comprimento da circunferência. Partindo do fato que todos os raios do aro possuem o mesmo comprimento e que todos partem do centro (eixo) ao aro, o professor deve conceber a partir desta situação que uma circunferência é o lugar dos pontos, do plano, que estão a uma mesma distância de um ponto dado deste mesmo plano.

Com os dados obtidos anteriormente, o professor monta uma tabela no quadro (lousa) com as seguintes informações de cada um dos grupos: medida da distância obtida no aro de borda a borda, número inteiro de voltas dadas, comprimento do percurso. O professor, neste momento, atenta para as conclusões que fará dos dados obtidos pelos alunos, pois é neste instante que os demais conceitos irão surgir.

Para construir os conceitos, os alunos usarão a calculadora para obter, com uma aproximação de duas casas decimais, as seguintes razões: comprimento do percurso dividido pelo número inteiro de voltas dadas, obtendo assim o comprimento do aro (comprimento da circunferência), metade da maior distância obtida no aro de borda a borda (medida do raio), comprimento do aro, já obtido, dividido pela maior distância obtida no aro de borda a borda (número Pi). O professor deve apresentar o diâmetro como a maior distância obtida no aro de borda a borda e juntamente com os alunos concluir que este valor é o dobro do raio da circunferência. O professor deverá propor a turma atividades que consolidem os conceitos construídos e formalizados pela oficina.

**Referências**

D'AMBROSIO, U. *Educação Matemática: Da teoria à prática*. 6. ed. Campinas: Papirus, 2000.

KLINE, M. *O fracasso da matemática moderna*. Tradução Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: Ibrasa, 1976.

LORENZATO, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. São Paulo: Cortez, 2006.

## **Algumas contribuições do trabalho de Euler para o desenvolvimento da Matemática<sup>7</sup>**

João Cláudio Brandemberg<sup>8</sup>

### **Introdução**

Neste artigo queremos homenagear o tricentenário de nascimento de Leonhard Euler (1707 – 1783) e destacar as suas contribuições bem como a importância do seu trabalho para o desenvolvimento da Matemática: sua notação, seu estilo e a sua capacidade de relacionar os conteúdos dos diversos ramos desta parte do conhecimento humano.

### **Uma pequena biografia**

Nascido em 1707 na cidade de Basileia<sup>9</sup>, na Suíça, Leonhard Euler é sem dúvida o matemático mais produtivo do século XVIII. Euler foi aluno de Johann Bernoulli (1667, 1748). Quando em 1725, Nicolaus, filho de Johann, viajou para São Petersburgo, o jovem Euler, agora com 18 anos, o seguiu. Em 1727 Euler, indicado pelos irmãos Daniel e Nicolaus Bernoulli, tornou-se membro da Academia de São Petersburgo e em seguida o responsável (cabeça) pela seção de Matemática da academia. Após quatorze anos na academia, Euler aceitou um convite de Frederico, o grande, e foi chefiar a seção de Matemática da Academia de Berlim, onde permaneceu por vinte e cinco anos.

Em 1776, Euler aceita um convite de Catarina, a grande, e retorna a Academia de São Petersburgo onde permanece por mais dezessete anos, vindo a falecer subitamente em 1783, aos setenta e seis anos de idade.

Euler, cego do olho direito desde 1735, foi sem dúvida o maior escritor da história da Matemática. A cegueira, total a partir de 1766, não o impediu de manter sua produção, ajudado por sua extraordinária memória e um grande poder de concentração, ele continuou seu trabalho criativo com a ajuda de um secretário que anotava suas idéias, expressas verbalmente ou escritas a giz.

Euler publicou 530 trabalhos durante a sua vida (livros e artigos), deixando ainda uma série de manuscritos, sendo que o mais curioso é o seu primeiro caderno, escrito quando Euler tinha cerca de nove anos e era um tranqüilo discípulo de Johann Bernoulli, os quais garantiram a Academia de São Petersburgo material a ser publicado por cerca de mais quarenta anos.

---

<sup>7</sup> Este texto é parte de um trabalho maior que será publicado ainda em 2007, em homenagem ao tricentenário do nascimento de Leonhard Euler.

<sup>8</sup> Professor da UFPA. Doutorando em Educação Matemática pelo Programa de Pós Graduação em Educação da UFRN.

<sup>9</sup> Cidade imperial livre desde 1263, que tinha sido durante muito tempo um centro de estudos avançados.

### Contribuições de Euler

As contribuições de Euler a Matemática são demasiado numerosas para serem aqui expostas completamente, assim apontaremos algumas de suas muitas contribuições em áreas específicas.

Euler foi um escritor magistral, e seus trabalhos se caracterizaram por sua clareza, riqueza de detalhes e alcance. Seus livros, entre os quais destacamos: *O Introductio in Analysin Infinitorum* (1748), *Institutiones Calculi Differentialis* (1755), *Institutiones Calculi Integralis* (1768-1774) e *Vollständige Anleitung zur Algebra* (1770), serviram de modelo para muitos dos livros dos cursos superiores atuais.

O *Introductio* de Euler é frequentemente citado por historiadores, mas sua importância, geralmente é subestimada. Este livro é provavelmente o mais influente para os textos modernos. Neste trabalho, ele constrói o conceito de função. Ele populariza a definição de logaritmos como expoentes e as definições das funções trigonométricas como razões. Cristaliza as distinções entre funções algébricas e transcendentais e entre funções elementares e avançadas (higher). Ele desenvolveu o uso de coordenadas polares e de representação paramétrica de curvas. Assim nossas notações mais comuns derivam dele. Em uma palavra, o *Introductio* está para a Análise elementar como o *Elements of Euclid* está para a Geometria. (BOYER, 1956 apud TRUESDALL, 1972, p. xvi. Tradução nossa).

Cabe aqui registrar a importância da notação de Euler para o posterior desenvolvimento da Matemática. Ele é o responsável pela implantação das seguintes notações:  $f(x)$  (para funções),  $e$  (para a base dos logaritmos naturais),  $\sum$  (para o somatório) e  $i$  (para a unidade imaginária  $\sqrt{-1}$ ), entre outras.

Além da notação da fórmula

$$e^{ix} = \cos x + i \operatorname{sen} x,$$

em que para  $x = \pi$ , temos

$$e^{i\pi} = -1 = 0;$$

e da equação

$$v - a + f = 2,$$

que relaciona o número de vértices, arestas e faces de um Poliedro Fechado Simples qualquer.

Os trabalhos de Euler representam exemplos relevantes do formalismo do século XVIII, isto é, da manipulação e da 'implicação' das regras do pensamento lógico. Estas abordagens, embora sem muito rigor, muitas vezes o conduziram a resultados profundos e verdadeiros, como a obtenção da soma da série infinita:

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots$$

Seu livro *Elements of Algebra* (1972) (*Volständige Anleitung zur Algebra*, 1770)<sup>10</sup>, também um modelo para os livros modernos, caracteriza o interesse de Euler pelo ensino e divulgação dos conteúdos de Álgebra, principalmente a resolução de equações (Parte I, Seção IV: Of algebraic equations, and of the resolution of those equations).

O principal objeto da Álgebra e também de todos os outros ramos da Matemática, é determinar o valor de quantidades ainda não conhecidas. Isto é obtido se considerarmos atentamente as condições dadas, as quais são expressas por números conhecidos. Por esta razão a Álgebra pode ser definida como, a Ciência que nos permite determinar quantidades desconhecidas por meio de outras que são conhecidas. (EULER, 1972, p.186. Tradução nossa).

A Teoria dos Números parece ser a parte favorita de Euler, e pela qual ele sempre demonstrou grande e profícuo interesse. Suas contribuições a Teoria dos Números, sozinhas, seriam suficientes para estabelecer sua posterior reputação nos anais de Matemática.

Entretanto, o saber e o interesse de Euler não se limitavam apenas a Matemática. Ele era um erudito autêntico; estendendo seus conhecimentos à Astronomia, Física, Medicina, Química, Botânica e Teologia. Além disso, era versado em línguas orientais e em vários ramos da literatura.

### Considerações Finais

Em seu livro *A History of Álgebra*, van der Waerden (1985, p.148) cita o artigo: *Theorems on the residues left by division of powers*, publicado em 1761, onde Euler divide as potências  $a^n$  de um inteiro  $a$  por um primo  $p$ , e considera os restos desta divisão. Como conseqüência ele apresenta uma prova do Teorema de Fermat

$$a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$$

Por meio da expansão de  $(a+b)^p$ . Wussing (1984, p.48) também cita este teorema de Euler. Eles estabelecem relações entre o trabalho de Euler na Teoria dos Números e na Álgebra, ampliando a nossa concepção de que Euler desenvolveu um trabalho, não só grandioso, mas também de conexão entre os vários ramos da Matemática estudados a época.

<sup>10</sup> Ditado por Euler, devido a sua cegueira, e escrito por seu secretário.

**Bibliografia Consultada**

EULER, L. **Elements of Algebra**. EUA: Springer-Verlag, 1972.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2002.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas**. Tradução; João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1997.

TRUESDELL, C. **Leonhard Euler, supreme geometer**. EUA: University of Wisconsin Press. 1972.

WAERDEN, B. L. van der. **A history of Algebra** – from Al-Khowarism to Emmy Noether. Berlin: Springer Verlag, 1985.

WUSSING, H. **The gênesis of the abstract group concept**. EUA: The MIT press, 1984.

## A definição dos períodos da História da Educação Matemática do Brasil

George Pimentel Fernandes<sup>11</sup>

Desde muito cedo aprendemos que a história do Brasil está dividida em períodos: Colônia, Império, República e Nova República. Esta compreensão tem influenciado os estudos historiográficos, a respeito da história da ciência no Brasil. Em especial, nomes como o de Fernando Azevedo e Simon Schwartzman tem sido utilizado para consolidar a citada periodização nas diversas áreas do conhecimento humano, incluindo a ciência. Para este artigo, tomamos por base o estudo desenvolvido sob a orientação do professor John A. Fossa, durante o período do doutorado junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (FERNANDES, 2004). Trata-se, portanto, de uma proposta diferenciada tendo em vista que contemplamos uma mudança de referencial no estabelecimento conceitual do vocábulo ‘período’, em particular, quando trata da socialização do conhecimento matemático.

As palavras que utilizamos na nossa comunicação, bem como os símbolos matemáticos, integram a nossa linguagem e, por sua vez, não pode ser analisada como um conjunto de signos isolados de uma contextualização ou como se estivesse acorrentada a regra ou estática. “É antes coisa opaca [...] e ponto por ponto enigmática, que se mistura aqui e ali com as figuras do mundo e se imbrica com elas: tanto e tão bem que todas juntas, elas formam uma rede de marcas, onde cada uma [...] desempenha o papel de conteúdo ou de signo, de segredo ou de indicação” (FOUCAULT, 1995, p. 50 e 51).

O papel que desempenhado pelas palavras depende essencialmente da forma como acontece a “mistura” citada por Michel Foucault. Desta forma, propomos extrapolar a delimitação que caracteriza o vocábulo “período”, que geralmente tem conotação de um espaço com começo e fim. Notamos assim, que a palavra *período* se prende a questão temporal. Assim, propomos a expressão “**momento da matemática**” para substituir o termo período, visto que, desviamos a ênfase da questão da delimitação e passamos a destacar as características do conhecimento matemático que podem extrapolar as “amarras temporais”. Em outras palavras, podem existir dois ou mais “períodos”, digo, *momento da matemática*, simultaneamente. Trata-se, portanto, de um espaço que pressupõe uma caracterização social e política, onde o desenvolvimento da matemática decorre dessas características e ao mesmo tempo faz parte desta caracterização.

Ao passo que a análise torna-se específica – referimos-nos à abordagem histórica da matemática ao nível de Estado ou mesmo de uma instituição – pode ocorrer uma

---

<sup>11</sup> Doutor em Educação pelo Programa de Pós Graduação em Educação da UFRN. Professor da Universidade Regional do Cariri – URCA. E-mail: pimentacommel@hotmail.com

variação na demarcação do espaço de tempo. Desta forma, percebemos que os acontecimentos relativos à reflexão a respeito do ensino da matemática sofreram variações de uma região para outra ou de uma instituição para outra. Se tomarmos como referência apenas os eventos ocorridos na segunda metade do século XX, por exemplo, a propagação do Movimento da Matemática Moderna-MMM, notamos que tais eventos não aconteceram de maneira uniforme em todo o Brasil (FERNANDES e MENEZES, 2004). Um exemplo disto, pode ser constatado nas palavras da professora Arlete de Jesus, quando definiu o estabelecimento de interesses econômicos na divulgação das idéias do MMM, caso este que ocorreu com a intervenção de um órgão nordestino, a SUDENE (BRITO, 2005). A seguir, apresentamos as denominações que servirão para demarcar os novos estudos, em diferentes localidades deste imenso “continente”, chamado Brasil.

#### 1º.) Momento da Matemática Jesuíta

Para este momento, o clímax aconteceu entre a chegada das primeiras caravelas espanholas até as mudanças impostas pelo Marquês Pombal. Para a caracterização deste momento torna-se necessária alguma investida que possibilite responder questões do tipo: qual foi o espaço que a matemática ocupou? A matemática, digo melhor, a aritmética elementar esteve vinculada às escolas de primeiras letras. Foram estas escolas que permitiram o contato com a MATEMÁTICA ESCRITA. Posteriormente, surgiram as escolas secundárias.

Torna-se oportuno afirmar que a denominação para esse ‘momento’, embora indique um grupo específico da religião católica, tem aqui um sentido mais amplo: a atuação dos diversos grupos religiosos no trato com o conhecimento matemático. Enfatizamos os quatro primeiros séculos de exploração, porém, não podemos deixar de referenciar as mudanças que essas instituições sofreram, adaptando-se às novas condições do mundo moderno. O que certamente implicou em uma relação mais próxima com as *ciências* e as Universidades. Entretanto, fica definido que a matemática trabalhada nas instituições de ensino superior e pesquisa integra um outro momento, a *matemática institucional*. Hodiernamente, o “momento da matemática jesuíta” ainda perdura através das escolas situadas nas centenas de pequenas cidades espalhadas pelo Brasil. Certamente poderão ser alvo de várias investigações

#### 2º.) Momento da Matemática Militar

Para esse período histórico, refletimos sobre o ensino militar que teve início no final do século XVII com a implantação da Aula de Fortificação. Ao longo da história, a definição do que deveria ser ministrado nas instituições militares sofreu variação, entretanto, a

caracterização deste tipo de ensino torna-se ímpar diante do que aconteceu nas demais instituições. A *Matemática Militar*, enquanto momento histórico, dentro de uma abordagem de um longo período, enfatiza o Exército, porém, não exclui a Marinha e a Aeronáutica. A preocupação com a formação daqueles que ingressam na carreira militar, tem sido o norte da educação militar. Ao passo que intitulamos um período da História da Educação Matemática com o adjetivo militar, mantemos uma coerência com a valorização que foi dada ao chamado conhecimento científico. Não temos dúvida que as instituições militares continuam se empenhando pela qualidade do serviço prestado à nação, o que inclui uma aproximação com a matemática e, conseqüentemente, novas investigações.

### 3º.) Momento da Matemática Positivista

Ao retratarmos o positivismo, inicialmente, limitamos a concepção de Isidore Auguste Marie François Xavier Comte (1798-1857), que atribuiu um lugar de destaque para a matemática. Segundo Comte, a “[...] Matemática é a ciência das grandezas ou a ciência que tem como objeto a medição das grandezas” (citado por SILVA DA SILVA, 1999, p. 80). Nessa perspectiva, Comte valorizou a Geometria Analítica que foi caracterizada em uma posição privilegiada. É nela que existe uma íntima relação entre o abstrato e o concreto (SILVA DA SILVA, 1999, p. 146).

No Brasil, as pesquisas têm destacados a absorção da filosofia positivista em instituições como a Escola Militar e o Colégio Pedro II. Embora seja comum a aceitação da influência do positivismo no final do século XIX e início do século XX, não descartamos a possibilidade da filosofia positiva ainda exercer influência nos dias atuais.

Para uma ampliação deste momento histórico, é pertinente que as novas pesquisas contemplem elementos condizentes com as seguintes questões: qual era a situação política do Brasil (além do eixo Rio-São Paulo), no século XIX? Que instituições foram influenciadas pelo positivismo? Quais foram os professores/engenheiros que mantiveram contatos com a filosofia positiva? Nosso objetivo é situar a Matemática Positivista no espaço temporal e consolidar a idéia de que a filosofia positivista teve um clímax na trajetória da história da matemática neste país. O grande desafio é investigar a presença de alguns elementos da ‘matemática positivista’ além do espaço definido acima.

### 4º.) Momento da Matemática Institucional

Embora tenhamos manifestado um vínculo entre os demais períodos e as instituições (Colégio dos Jesuítas, Escola Militar, etc.), identificamos a necessidade de caracterizar um período com a denominação Matemática Institucional, para ressaltar o trato com a matemática nas instituições que não tiveram o fim religioso e militar. Essas instituições

podem até ter recebido a influência da religiosidade católica, do militarismo e do positivismo; entretanto se mantiveram como prestadora de um serviço secular. Aqui, incluímos as diversas escolas que contribuíram para a socialização da matemática no Brasil.

A Matemática Institucional, enquanto período histórico, valoriza a matemática como produto humano que se encontra em permanente desenvolvimento. Na caracterização deste período, concebemos uma convergência entre a matemática científica (“pura”) e a educação matemática (cultura escolar matemática). Inegavelmente, o trato com a matemática encontra-se atrelado a uma Universidade ou Centro de Pesquisa. Porém, não há motivo para omitir o papel social desempenhado pelas instituições de ensino, para que hoje fosse possível o trato com o conhecimento matemático em sintonia com o que ocorre em outros países.

O presente artigo integra uma perspectiva de contribuir para a historiografia da educação matemática brasileira (FERNANDES, 2005). Não tivemos a intenção de apresentar uma visão linear da história; ao contrário, a definição dos **momentos matemáticos** permite a organização de pesquisas já realizada, como a história resgatada pelo pesquisador Sérgio Nobre (2005) e, outras que certamente serão desenvolvidas.

## Referências

BRITO, Arlete de Jesus. O movimento da matemática moderna no instituto de matemática da UFRN. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 6, 2005, Brasília. **Anais do VI Seminário Nacional de História da Matemática**: realizado em Brasília no período de 20 a 23 de março de 2005/Sociedade Brasileira de História da Matemática. Rio Claro: L. A. S., 2005.

FERNANDES, George Pimentel. **A relação entre o desenvolvimento da matemática e a ideologia positivista de Augusto Comte, no estado do Ceará, no período de 1872-1906**. Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (Tese de Doutorado), 2004.

FERNANDES, George Pimentel; MENEZES, Josinalva Estacio. O movimento da educação matemática no Brasil: cinco décadas de existência. In: SOUZA, C. M. de e MENEZES, J. E. (Orgs.). **Algumas reflexões em história da matemática**. Recife: UFRPE, Imprensa Universitária, 2004. p. 255-261.

FERNANDES, George Pimentel. A história da ciência no Ceará: pesquisa & pesquisadores. In: TEMÓTEO, J.; FERNANDES, M. J. P.; LIMA, A. F. de (Orgs.). **EDUCERE, In Libris Scrips**. Crato: Departamento de Educação – URCA, 2005.

NOBRE, Sérgio. A contribuição de Imigrantes Alemães para o estabelecimento do programa escolar nacional de matemática no Brasil. Um estudo sobre a *Deutsche Schule* de São Paulo. In: **Anais do I Colóquio Brasileiro de História da Matemática: IV Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**, Natal, 24 a 27 de outubro de 2004. FOSSA, John A. (Org.). Natal, RN: SBMat EDUFRN – Editora da UFRN, 2005.

FOUCAUT, Michel. **As palavras e as coisas**. São Paulo: Martins Fontes, 1995.

SILVA DA SILVA, Circe Mary. **A matemática positivista e sua difusão no Brasil**. Vitória: EDUFES, 1999.

## Relatos de Experiência

---

### Intervindo nas dificuldades em subtração com reserva

Edigites Mendes<sup>12</sup>

Quando passei a estudar sobre a aquisição da noção de número pela criança, verifiquei o quanto é importante que a escola trabalhe de forma a desenvolver a construção de conceitos como seriação, classificação, inclusão, seqüenciação, dentre outros. Este trabalho portanto deve permear todo o ensino fundamental menor pois a partir deste outros conhecimentos podem ser construídos, como as idéias presentes na quatro operações fundamentais.

Apesar de termos claro essa necessidade nos deparamos constantemente, ano após ano, com um problema bastante conhecido, discutido, porém bastante persistente. Alunos oriundos do 2º ciclo ou 4ª série que chegam ao 6º ano ou 5ª série do Ensino Fundamental maior com dificuldades na realização de operações, principalmente a subtração com reserva e a divisão. Com a intenção de reconhecer as limitações na aprendizagem que impedem a resolução adequada do algoritmo da subtração com reserva, resolvemos desenvolver um projeto em sala de aula, buscando possíveis soluções para superar este quadro ou pelo menos amê.

O projeto foi desenvolvido em uma turma de 6º ano, na qual leciono, na Escola Estadual Aldo Fernandes de Melo, localizada na zona norte desta capital. Através de uma atividade diagnóstica inicial contendo problemas e operações para serem resolvidas de forma isolada, verificamos que existiam três possibilidades que poderiam servir como hipóteses para explicar tais limitações:

- O desconhecimento do funcionamento do nosso sistema de numeração decimal;
- O uso do algoritmo convencional dificulta a apreensão da idéia contida na operação;
- A falta de leitura e compreensão de situações-problema dificulta a aprendizagem da operação.

Durante a aplicação da atividade alguns alunos perguntaram se os problemas eram de “mais” ou de “menos”. Outros solicitaram a sua leitura, quando respondi que não poderia, pois queria conhecer o quanto eles sabiam, alguns responderam que poucos resolveriam os problemas, pois não sabiam ler direito. Uma das crianças que teve esta atitude, ao entregar a atividade me avisou que outras também não saberiam resolver e

---

<sup>12</sup> Estudante de Licenciatura em Matemática do IFESP Presidente Kennedy.

quando mais um entregou sem resolver, esta(a criança) olhou para mim e disse: *Eu não falei?*

Resolvemos usar como metodologia de intervenção o uso de materiais concretos (canudos e material dourados). Optamos por esta estratégia por considerar este material de fácil visualização e manipulação e também por este favorecer através de situações desafiadoras a construção de conceitos abstratos. Usando os canudos, tivemos a intenção de através de uma situação de contagem, que os alunos sentissem a necessidade da existência de um sistema de numeração que facilitasse o registro. A partir daí passamos a utilizar o material dourado para mostrar as trocas que ocorrem no nosso sistema de numeração durante a resolução da subtração com reserva. Após a demonstração, foi proporcionado aos alunos a oportunidade de manusear o material e explicar com suas próprias palavras o processo que ocorria quando estivesse diante de uma subtração com reserva.

Em seguida foi solicitada que os mesmos respondessem a uma outra atividade diagnóstica para que se pudesse verificar se houve ou não a construção de alguns conceitos que pudessem ajudar na superação das limitações que apresentavam na aprendizagem da subtração com reserva.

### **Conclusão**

A aquisição de conceitos em matemática é uma questão que permeia toda uma construção de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Diante do problema que foi evidenciado durante a construção e execução desse projeto verificamos o quanto é essencial que a criança possua um conhecimento realmente significativo de como se opera o sistema de numeração decimal. Diante da subtração com reserva, o desconhecimento do SND faz com se tome *emprestado* algo que não se vai pagar e/ou se opere de maneira inadequada com o algoritmo. Uma das contribuições para essa prática inadequada se deve a construção de um conceito dado à subtração ao longo dos primeiros anos de escolaridade de que esta *só pode ocorrer quando existir um número maior do qual vai ser tirado um menor*.

Com evidente superação do quadro encontrado anteriormente, os alunos passaram após a atividade com o material concreto a resolver adequadamente as operações isoladas que encontravam-se na avaliação pós-intervenção de forma adequada, evidenciando que o uso do material concreto pode realmente contribuir com subsídio para a aprendizagem em matemática. Porém, apesar dessa superação, um problema persistiu e começou a nos despertar a atenção. A incompreensão de situações-problemas contribui para que ainda haja dificuldade no uso adequado do algoritmo, seja

ele qual for. Podemos dizer que um problema matemático pode ser influenciado por um problema indisciplinar, como é o fato da utilização da leitura e interpretação textual, que aparece como coadjuvante na aquisição de qualquer conhecimento, qualquer que seja a área.

O desenvolvimento desse projeto nos fortaleceu a idéia de que o professor de matemática, a partir de um olhar mais cuidadoso sobre a turma é capaz de intervir de forma significativa na construção de conhecimentos matemáticos e na superação de dificuldades encontradas ao longo desse percurso.

## Atividades para o professor

---

### Trabalhando o Espaço Habitado

Oswaldo dos Santos Barros<sup>13</sup>

#### Iniciando a conversa

Olá professoras e professores!

Para contribuir com a sua prática pedagógica, apresentamos atividades que devem ser feitas junto com os estudantes, incentivando-os a redescobrir o seu mundo a partir da compreensão do espaço habitado e as influências desse espaço na convivência entre as pessoas e vice-versa. Assim, propomos que sejam discutidas as principais características da região, da cidade, do bairro da rua, da escola, e as influências da ação do homem sobre o ambiente. Serão empregadas técnicas de medição, a utilização de unidades e a compreensão das relações entre o espaço disponível à habitação e o número de pessoas que o habitam, denominada densidade populacional.

O objetivo é discutir, em grupos, as relações entre *espaço*, *população* e *paisagem*, visando a (re)leitura de conceitos trabalhados em outras disciplinas, superando a aprendizagem isolada e descontextualizada da matemática. O processo de avaliação deve ser contínuo, haja vista que a assimilação dos conteúdos é gradativa e singular. Educadores e educandos devem estar atentos às aplicações dos conteúdos, nas situações cotidianas, mais do que propriamente sua repetição mecanizada. Sugerimos, então, alguns questionamentos: Qual a operação mais adequada à situação em estudo? Que unidades métricas serão utilizadas? Como você sabe resolver esse problema? Podemos encontrar outras estratégias de resolução?

O livro didático deve ser um material de apoio à prática do professor, assim, outras leituras podem dar suporte às proposições de aula: outros livros, revistas e jornais de educação e para contribuir, indicamos:

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de Matemática, 1ª a 5ª séries**. Série Educação. 7. ed. São Paulo: Ática, 1995 e BIEMBENGUT, Maria Salete & HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

#### Para que medimos o espaço?

Quando medimos o espaço, em geral, a intenção é saber como podemos dispor desse espaço, para podermos nele interferir, modificando sua paisagem de acordo com nossas necessidades. Isso acontece quando as cidades são construídas. O espaço é

---

<sup>13</sup> Doutorando em Educação Matemática pelo Programa de Pós-graduação em Educação da UFRN.

medido e organizado para a construção de casas, aberturas e pavimentação de ruas e estradas, com redes de esgoto e iluminação pública, é o que se chama de PLANEJAMENTO URBANO.

O planejamento urbano é necessário para o crescimento ordenado das cidades, para melhorar a qualidade de vida das populações. As cidades que hoje são “pequenas”, podem chegar a ter grandes populações que irão precisar de espaço para novas casas, ruas para o transporte de pessoas e mercadorias, além de áreas livres para o lazer.

Você sabia?

A população é o número de habitantes de uma cidade, vila ou lugarejo. A Densidade populacional é a relação entre o número de habitantes e o tamanho do lugar que é habitado.

$$\text{Número de habitantes} \div \text{área total habitada} = \text{Densidade populacional}$$

#### Atividades

Vamos calcular a densidade populacional da sala de aula.

- 1- Calcule a área da sala de aula
- 2- Conte o número de alunos da turma
- 3- Faça o cálculo da densidade populacional
- 4- Discuta com seus colegas de turma se o número de alunos que existem na sala representam uma densidade populacional alta ou baixa e quais as conseqüências, se ajuda ou prejudica no aprendizado.

#### **O espaço que habitamos é confortável?**

Um ambiente confortável é aquele onde as pessoas podem se locomover com facilidade, desenvolvendo suas atividades de trabalho e lazer, sem incômodos e respeitando os a liberdade dos outros. A sala de aula onde você estuda é um ambiente confortável?

Para responder a essa questão procure observar os seguintes pontos:

- A ventilação é adequada?
- A iluminação é boa?
- Os móveis são de boa qualidade?
- Qual é a densidade populacional?

Após discutirmos esses pontos, vamos fazer uma lista com o que foi observado sobre as condições de conforto da turma. Com essas informações podemos solicitar para os responsáveis pela escola (diretores, coordenadores, professores e pais) melhorias que podem ajudar na aprendizagem, ou então, essas anotações servirão para percebermos o nosso ambiente e preservarmos aquilo que nos pertence por direito.

### **Contando a história da escola**

O espaço onde a escola está localizada tem uma história pra contar, assim, vamos retratar suas características, medindo e desenhando seus espaços. Para essas atividades seguiremos algumas orientações:

1. Formar equipes de mais ou menos 5 (cinco) pessoas. As equipes poderão dividir tarefas de acordo com cada etapa do trabalho.
2. Etapas do trabalho:
  - a) pesquisar quais eram as características do terreno antes da construção da escola: a quem pertencia? Foi doado ou foi comprado para que se construísse a escola? O que havia no espaço?.
  - b) Verificar qual o espaço total da escola, que inclui o espaço livre e o espaço construído.
  - c) Entrevistar estudantes, pais, professores e moradores do entorno da escola, para saber qual a importância da escola para a comunidade.
  - d) Fazer a estatística no número total de alunos da escola, quantos moram próximo e quantos moram mais distante, como fazem para chegar na escola, que transportes são utilizados e quanto tempo levam para chegarem a escola.

Como apresentação desse trabalho a turma pode organizar uma exposição, na qual as equipes apresentam os resultados das suas pesquisas utilizando: desenhos e mapas da região mostrando onde moram os alunos e o caminho que percorrem para chegar à escola, poesias ou fazendo uma peça de teatro para contar como a escola foi construída e como ela é hoje.

Esperamos que esses momentos de descobertas promovam a construção de conhecimentos a partir da negociação de significados e o respeito às diferenças.

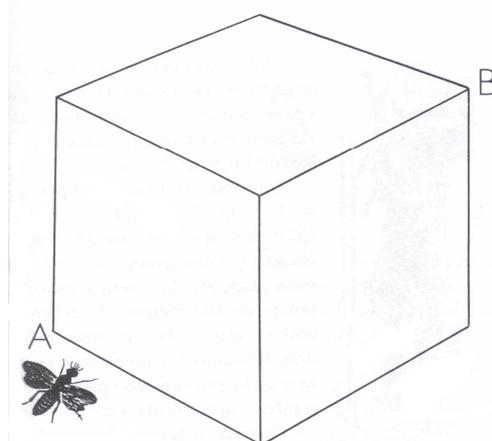
Um bom trabalho a todos!

## Desafios

Odenise Maria Bezerra<sup>14</sup>

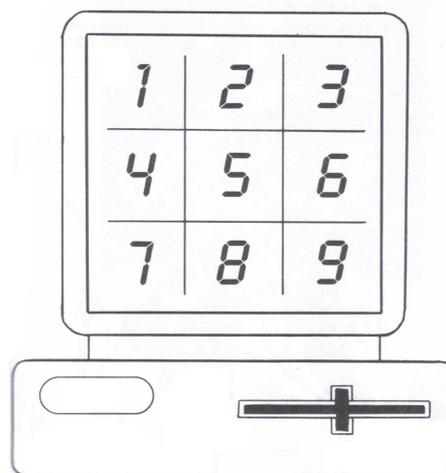
### A mosca

Uma mosca estava passeando quando, de repente, encontrou um pedestal de mármore. Ela queria ir do ponto A, no canto inferior esquerdo, para o ponto B, no canto superior direito do cubo. O cubo media exatamente 50 cm de cada lado. Você consegue determinar o caminho mais curto que a mosca poderia fazer?



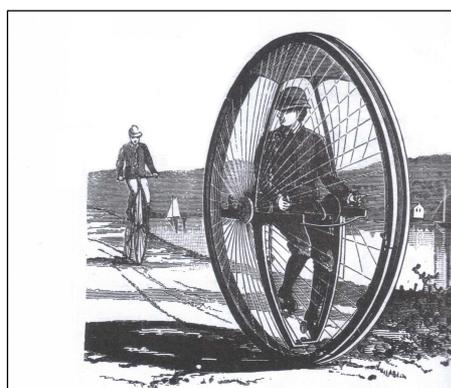
### O computador

O computador estava funcionando há horas. Ele tem de colocar os números de forma que o valor da segunda fileira horizontal seja o dobro do valor da primeira fileira, e o da terceira fileira seja o triplo do valor da primeira.



### O unicyclo

O jovem Austin era um filho zeloso que costumava jantar com a mãe todos os domingos, às 5 horas da tarde. Ele morava em Rivergove, e sua mãe, no centro da cidade. Tempos atrás, ele imaginou que, se conduzisse seu unicyclo a 24 Km por hora, chegaria à casa dela uma hora antes do jantar. Mas, se rodasse em média 16 Km por hora, chegaria uma hora atrasado para o jantar.



<sup>14</sup> Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da UFRN.

Você saberia dizer a que velocidade Austin rodou para chegar exatamente na hora do jantar? E, também, qual era a distância entre a sua casa e a da sua mãe?

## Resenhas

---

Rosalba Lopes de Oliveira

**O ensino-aprendizagem da matemática e a pedagogia do texto.** Circe Mary Silva da Silva. Simone Torres Lourenço. Ana Maria Gôgo. Brasília: Plano Editora, 2004. 170p.

Este livro está direcionado a Cursos de Formação de Professores para as séries iniciais e a Educação de Jovens e Adultos. Apresenta uma abordagem metodológica baseada na Pedagogia do Texto que norteia o processo de ensino e a aprendizagem matemática por meio de texto matematizável entendido como aquele expresso em linguagem natural que envolve conceitos matemáticos ou simbologia e que pode ser usado como auxiliar nas discussões e construções de novos conceitos, além de relacionar a matemática com outras disciplinas. A ênfase dada pelas autoras, ao texto matematizável, está ancorada numa concepção mais ampla da matemática, que privilegia a orientação à prática de leitura e de interpretação de textos matemáticos. Os textos que introduzem os capítulos desse livro procuram trazer a matemática para mais próximo do aluno, mostrando que ela é aplicável na sua vida, que aquilo que ele aprende na escola tem relação com o seu dia-a-dia. Estimula o professor a dialogar com o aluno, questionando-o para que busquem as suas próprias respostas, aos problemas propostos e participar ativamente do processo de construção do conhecimento. Nos diversos capítulos desse livro encontram-se atividades relacionadas a Sistemas de Numeração, Geometria, as Operações Numéricas Fundamentais, Fração, Medidas, Tabelas e Gráficos, propostas com o intuito de orientar os professores na sua ação docente, e ainda, apresenta um glossário com alguns termos contidos no texto, bem como um anexo com moldes de figuras espaciais. A proposta desse livro é interessante, pois, motiva o aluno a ler, interpretar e desenvolver a habilidade de escrita.

**Histórias de aulas de matemática: compartilhando saberes profissionais.** Dario Fiorentini e Alfonso Jiménez (Org.). Campinas, SP, Graf. FE; CEMPEM, 2003. 82p.

O presente livro reúne onze textos escritos por professores do Ensino Fundamental e Médio e um texto escrito por acadêmicos, produzidos durante os dois últimos anos de estudo, reflexão e investigação do Grupo de Sábado (GdS). Este grupo era constituído por professores de Matemática de escolas públicas e particulares da região de Campinas interessados em refletir, ler, investigar e escrever sobre a prática docente de matemática nas escolas. Inicialmente, os organizadores relatam a trajetória do grupo, dando destaque especial aos pressupostos teórico-metodológicos que regem a dinâmica dos

encontros, destacando a metodologia de trabalho colaborativo que vem sendo desenvolvida no GdS. Nos outros textos que compõem esse livro, estão expostas temáticas relativas aos conteúdos de Geometria e Noções de Estatística, além de abordar, no penúltimo texto, o que significa aulas, tarefas e atividades investigativas, com base na literatura existente. Este é um livro que serve de exemplo e orientação para construção de grupos de estudos, que reforça a necessidade de desencadear um processo de reflexão coletiva, produzindo novos significados tanto para aqueles que a produz quanto para todos os professores que exercem a sua ação docente.

## Teses e Dissertações

---

**Roosevelt Imperiano da Silva. Decomposição e compensação em subtração com referência especial aos tipos de erros cometidos por alunos da 4ª série do 1º grau. 01/11/1997. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Orientador: John Andrew Fossa.**

Este trabalho tem como objeto de investigação o uso dos métodos de decomposição e compensação em subtração com referência especial aos tipos de erros cometidos por alunos da 4ª série do 1º grau de escolas da rede pública e escolas da rede privada de ensino da cidade de João Pessoa, PB. A pesquisa desenvolveu-se através da participação de 218 alunos sendo 111 de 4 escolas da rede pública e 107 de 4 escolas da rede particular. Atingindo, portanto, alunos da faixa etária entre 9 e 18 anos, na rede pública, entre 09 e 13 anos, na rede particular. Dentre estes 218 alunos temos 104 do sexo masculino e 114 do sexo feminino, assim distribuídos: 47 alunos e 64 alunas das escolas públicas e 57 alunos e 50 alunas nas escolas particular. As escolas estão situadas no centro da cidade como também na periferia (conjunto habitacional). O instrumento elaborado constitui-se de 10 contas de subtração, sendo o minuendo sempre maior ou igual ao subtraendo. As contas tinham um grau de dificuldade crescente, umas simples para resolver e outras que necessitavam do uso de recursos. Com o uso destes o aluno usa o método da decomposição ou da compensação. Foi aplicada uma entrevista para cerca de 40% dos alunos, pois necessitávamos saber dos erros que o aluno faz para resolver as contas. Estas entrevistas visaram validar a classificação dos tipos de erros.

**Rosalba Lopes de Oliveira (pg). A modelagem matemática como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria na Educação de Jovens e Adultos. 01/06/2004. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Orientadora: Cláudia Helena Dezotti.**

Este trabalho se insere no campo da Educação Matemática da Educação de Jovens e Adultos e visa contribuir para a ação educativa dos profissionais da área de Matemática, que atuam com essa modalidade de ensino, tomando como parâmetro o enfoque da *Modelagem Matemática*. Constituiu objetivo da pesquisa a elaboração uma proposta de utilização da *Modelagem Matemática* como alternativa de ensino e aprendizagem da Geometria na EJA. A pesquisa foi desenvolvida em três turmas do nível III (5ª e 6ª séries), da EJA, em uma escola municipal da periferia da cidade do Natal, RN. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, com enfoque na observação participante, tendo

em vista a nossa atuação direta no ambiente da pesquisa, como professora de Matemática dessas turmas. Utilizamos como instrumentos de coleta de dados questionários, notas de aula e análise de documentos oficiais. Os resultados apontam que as atividades em que se utiliza a *Modelagem Matemática* valorizam o *saber fazer* do aluno no processo de construção do conhecimento, na medida em que procuram desenvolver métodos de aprendizagem significativa, auxiliando o aluno a construir relações da Matemática com outras áreas do conhecimento e dentro da própria Matemática. Amplia também a visão de mundo do aluno, ajudando sua participação em outros espaços sociais, além de propiciar mudanças na postura do aluno e do professor, em relação à dinâmica da sala de aula de Matemática.

**Rogéria Gaudencio do Rêgo. Um estudo sobre a construção do conceito de função. 01/04/2000. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Orientador: John Andrew Fossa.**

O principal objetivo do presente estudo foi levar o aluno à construção do conceito de função como covariação, através de uma proposta Construtivista. Para tanto, elaboramos, aplicamos e avaliamos dois conjuntos de atividades relacionados a função polinomiais do 1º Grau e funções polinomiais do 2º Grau. A aplicação da proposta compreendeu uma intervenção metodológica, sob nossa coordenação, junto a alunos da 1º Série do Ensino Médio de uma Escola Estadual da cidade de João Pessoa, Paraíba. O estudo foi realizado em três etapas: pré-teste, atividades e pós- testes. Os resultados dos testes forma analisados segundo critérios estabelecidos por Skemp (1978), de Compreensão Instrumental e Compreensão Relacional, comparando-se estes com os obtidos pelos alunos de uma turma da mesma série e escola, na qual o conteúdo foi desenvolvido de maneira tradicional, pelo professor de Matemática da Escola, que acompanhamos como ouvinte. Os dados observados nos testes, relatórios e discussões, foram analisados ainda segundo critérios estabelecidos por Dubinsky (1991). Os resultados gerais apontaram para uma diferença qualitativa significativa em prol dos alunos que vivenciaram a intervenção.

## Eventos e Notícias

---

**XII Encontro Baiano de Educação Matemática** – 1 a 4 de julho de 2007, na Universidade do Estado da Bahia, Senhor do Bonfim. Informações: [www.uefs.br/sbemba](http://www.uefs.br/sbemba)

**VII SNHMat** - Seminário Nacional de História da Matemática – 1 a 4 de abril de 2007, na Universidade Estadual do Centro-Oeste. Cidade Informações: [www.unicentro.br/viisnhm](http://www.unicentro.br/viisnhm)

**IX ENEM** - Encontro Nacional de Educação Matemática – 18 a 21 de julho de 2007, no Centro Universitário de Belo Horizonte – campus Estoril. Belo Horizonte, MG. Informações: [www.ixenem.com.br](http://www.ixenem.com.br)

**1º ENEE** - Primer Encuentro Nacional de Educación Estadística - 26 a 28 de abril de 2007, em Bogotá, Colômbia. Informações: [www.enaes.org](http://www.enaes.org)

**9 SEM** - 9no. Simposio de Educación Matemática - 8 a 11 de maio de 2007, na Argentina. Informações: [www.edumat.org.ar](http://www.edumat.org.ar)

**V Conferencia Internacional de Matemática Y Diseño** - 1 a 4 de julho de 2007, na Universidade Regional de Blumenau. Informações: [www.maydi.org.ar](http://www.maydi.org.ar)

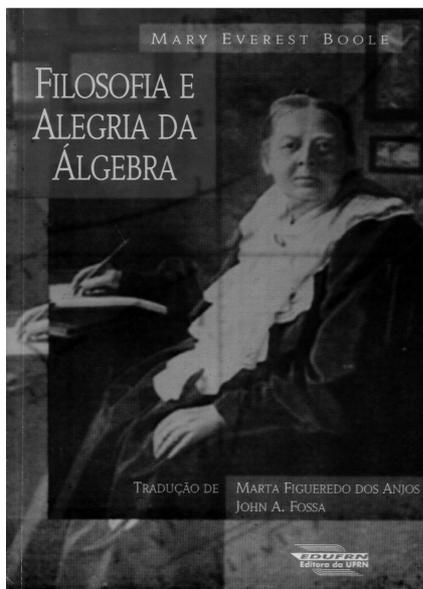
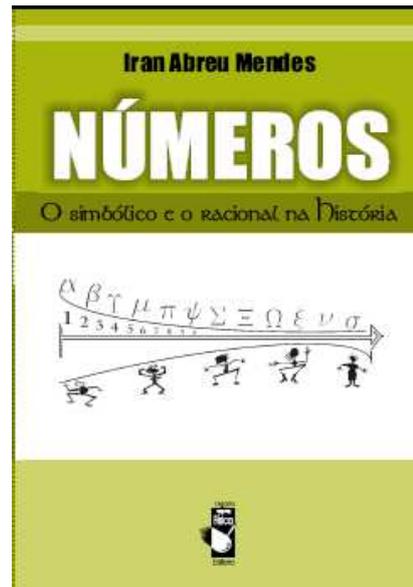
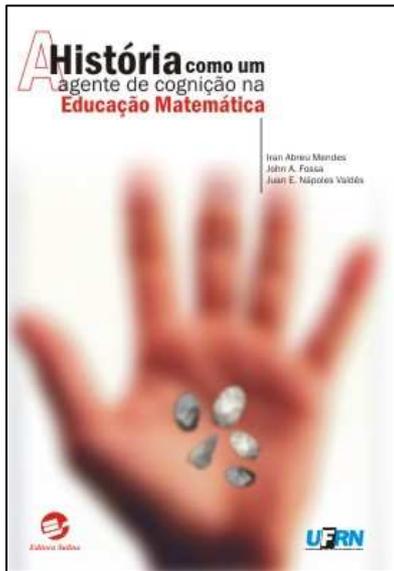
**XII Conferencia Interamericana de Educación Matemática e XII CIAEM** – XII Conferencia Interamericana de Educação matemática - 15 a 18 de julio de 2007, Santiago de Querétaro - México. Informações: <http://convention-center.net/ciaem>.

**V Encontro Paraense de Educação Matemática** – 03 a 06 de setembro de 2007, na Universidade da Amazônia – Unama, Belém do Pará. Informações: [www.sbempa.mat.br](http://www.sbempa.mat.br)

**V Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática** – 03 a 07 de outubro de 2007 - Castelo Branco, Portugal.

**IV Congresso Internacional de Educação Matemática – IV CIEM.** Universidade Luterana do Brasil – ULBRA, 25 a 27 de Outubro de 2007. Canoas, RS

## Lançamentos



## Normas para Publicação

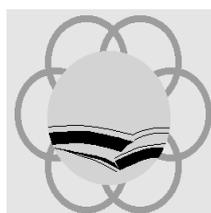
- 1) Os textos devem ser inéditos, e enviados unicamente em arquivo formato "DOC", por via eletrônica para [revistarematec@gmail.com](mailto:revistarematec@gmail.com)
- 2) O texto deverá conter título, seguido do(s) nome(s) do(s) autor(es) e da(s) respectiva(s) instituição.
- 3) O texto deverá ser digitalizado em Word para Windows, formato A4, fonte Times New Roman, corpo 12, recuo 0, espaçamento 0, alinhamento justificado e entrelinhas 1,5.
- 4) O texto não deverá superar 4 páginas para artigos, 3 páginas para relatos de experiência e 1 página para resenhas, obedecendo as normas da ABNT.
- 6) No final do trabalho, em ordem alfabética, devem ser incluídas as referências bibliográficas do texto, obedecendo as normas atuais da ABNT.
- 7) Os textos submetidos já devem ser apresentados com revisão vernacular e ortográfica realizada previamente.
- 8) Os textos com que tiverem figuras escaneadas deverão ter as mesmas enviadas em documento separado, além daquela presente no texto. As figuras devem ter resolução formato TIF ou JPEG com 300DPIs.
- 9) Os textos publicados nesta revista representam a expressão do ponto de vista de seus autores e não a posição oficial da revista ou do Grupo de estudos em Matemática e Cultura.

### Este número foi financiado pelo



Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da UFRN

### Contamos com o apoio do



Programa de Pós-Graduação em Educação da UFRN

# CONTEÚDO

## Editorial

Sérvio Berti de Piva

## Entrevista

Professor Dr. Francisco Cesar Polino Miles:  
Sobre a pesquisa em História da Matemática  
e o ensino de Álgebra na graduação  
Por João Claudio Bromberg

## Artigos

Laboratório de Ensino de Matemática:  
uma prática necessária  
Antonio Lemos de Freitas e  
Eliete Alexandre Fialdo Assunção

Algumas contribuições do trabalho de Euler  
para o desenvolvimento da Matemática  
João Claudio Bromberg

A definição dos períodos da História  
da Educação Matemática do Brasil  
Sergio Finamor Ferraz

## Relatos de Experiência

Intervindo nas dificuldades  
em subtração com reserva  
Luiz Carlos

## Atividades para o professor

Trabalhando o espaço habitado  
João Claudio Bromberg

## Desafios

- A mosca
- O computador
- O círculo

Denise Maria Gomes

## Resenhas

- O ensino-aprendizagem da matemática  
e a pedagogia do texto
- Histórias de aulas de matemática:  
compartilhando saberes profissionais

Por Rosalba Lopes de Oliveira

Teses e dissertações • Eventos e notícias • Lançamentos  
Normas para publicação • Ficha de assinatura

## Apoiado



Programa de Pós-Graduação  
em Ensino de Ciências Exatas  
e Matemática



Programa de Pós-Graduação  
em Educação da UFPE

